Bezout P. Nauka matematyki do użycia artyleryi francuzkiey napisana przez P. Bezout, Towarzysza Akademij Nauk, i Marynarskiey etc. a dla pożytku pospolitego, osobliwiey dla Korpusu Artyleryi Narodowey na Polski ięzyk przełożona z rozskazu i nakładem Jego Królewskiej Mci. / P. Bezout. – w Warszawie: W Druk.XX. Missyonarzow, 1781.

T. I: Fundamenta rachcunkow. – [16], 208 s.; [XVI].

Fundamenta Jeometryi. – 315s.; [XVI]; 6 geometr. pl.

(Sz.27a, N9, інв. № 7367).

4312

NAUKA
MATEMATYKI.
do użycia
ARTYLERYI FRANCUZKJEY
napiſana przez P. Bezout
Towarzyſza Akademij Nauk, i Marynarſkiéy &c. a dla pożytku poſpolitego, oſobliwiéy dla
KORPUSU ARTYLERYI
NARODOWEY
na Polſki język
PRZEŁOZONA
z Roſkazu i Nakładém
JEGO KROLEWSKIEY MCI.
PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO
do Druku
PODANA
TOM PIERWSZY
Zawiéraiący w ſobie Fundamenta Arytmetyki i Jeometryi.

W WARSZAWIE
W DRUKARNI XX. MISSYONARZOW.
R. P. M. DCC.L XXXI.

NAYJASNIEYSZEMU
I
NAYPOTĘZNIEYSZEMU
PANU
STANISŁAWOWI
AUGUSTOWI
KROLOWI POLSKIEMU.
WIELKIEMU XIĄZĘCIU
LITEWSKIEMU.
RUSKIEMU, PRUSKIEMU, MAZOWIECKIEMU, ZMUDZKIEMU, KIJOWSKIEMU, WOŁYNSKIEMU, PODOLSKIEMU, PODLASKIEMU, INFLANTSKIEMU, SMOLENSKIEMU, SIEWIERSKIEMU. i CZERNIECHOWSKIEMU &c. &c.
PANU NASZEMU
MIŁOSCIWEMU.

Bono Reipublicae,

NATO.

NAYJASNIEYSZY MIŁOSCIWY PANIE.

P*Rzystępność* TRONU, *która zostanie w potomne czasy, znaczną cechą Nayłaskawszego Panowania* W. K.

 Mci.

Mci. PANA *Nam Miłościwego, to ſprawuie, że nietylko wſzyſtkich udaiących ſię* do CIEBIE *Miłościwy* PANIE, *chętnie przyimuieſz; ale nawet ſam pociągać raczyſz do beśpiecznieyſzego przyſtępu, i tych, którzy przez głębokie* MAJESTATU *uſzanówanie, nieśmieliby przybliżyć ſię do* NIEGO.

Tak ieſt, NAYIASNIEYSZY PANIE: *podobało ſię* W. K. MCi. *roskazać mi, ażebym wydał na światło, przełożenie téy xiążki na Oyczyſty ięzyk: który-to Roskáz, złączony oráz z nakładém na wykonanie onego, obrócił to dla mnie w powinność, czego z żadnéy miary, życzyć mi nawet ſobie niémożna było, bez zaciągniénia ſłuſznéy nagany, zuchwalego umysłu,*

Zapominam więc, na ten moment, o wſzelkiéy nieudólności téy lichéy pracy, a niepomniąc, tylko na móy obowiązek, i na wrodzoną dobroć W. K. MCi. PANU ME-MU

MU MIŁOSCIWEMU, *niniéyszą Naukę Matematyki, zmiérzaiącą osobliwiéy do pożytku tego Korpusu, który zawsze doznawał i doznaie szczególniéyszéy Opieki* W. K. MCi, *składam pokornie przy nogach* PANSKICH

WASZEY KROLEWSIEY MOSCI

PANA MEGO MIŁOSCIWEGO

Wierny i nayniższy poddany.

Jozef Jakubowski

Kapit: i Profes: Ar: Kor:

DO

Do

ŁASKAWEGO CZYTELNIKA

a mianowicie

do J. O. Xiążęcia Jegomości

Adama

CZARTORYSKIEGO

Jenerała Ziem. Podol. &c.

Widząc potrzebę, napisania kilku wiérszów do Czytelnika, względém przełożenia téy xiążki na swoyski ięzyk, poważam się obrócić mowę moię, z powinnèm uszanowaniém, mianowicie do WXMci, za łaskawèm JEGO pozwoleniém; a to z tego powodu, że szczególniéyszym sposobèm, znam się bydź obowiązanym, do sprawienia sie przed WX Mcią w téy materyi.

Przez iedyną wspaniałość umysłu Twego J. O. Xiąże, raczyłeś łożyć koszt na podróż moię zagraniczną, i dwuroczne ćwiczenie się, osobliwie w tém co do Artyleryi należeć może, niewspominaiąc innych doznanych łask, których wyznaię się szczérze bydź niegodnym, bo niémiałèm żadnéy sposobności, na nie sobie zasłużyć. Zatém wydaiąc na światło, za dobroczynnym dla mnie Roskazèm JK MCi PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO, przełożenie

żenie tèy Nauki, którèy poznanie winien ieſtem ſzczodrobliwości W X Mci, zdało mi ſię bydź rzeczą ſłuſzną, ażebym oſobliwièy przed NIM, uſprawiedliwił niektóre okoliczności, tyczące ſię przetłómaczenia tèy Xiążki. Przy tèy zaś okazyi, niech mi ſię oráz godzi, za tak wielorakie łaſki, oświadczyć W X Mci, pokorną wdzięczność, i głębokie podziękowanie.

Teráz co należy do rzeczy ſamèy; ta Nauka Matematyki, zawarta będzie w cztèrech tomach, tak, iak ieſt w Autorze Francuzkim. W pièrwſzym tomie daią ſię fundamenta Arytmetyki, i Jeometryi; w drugim Algebra, tudzież przyſtóſówanie Algebry do Jeometryi, i do linij krzywych, powſtaiących z różnych przecięciów *ſtożka* (conus); w trzecim, Rachunki ilościów nieſkończonych (infiniteſimalis), ſłużące za wſtęp, do nauk *Fizyczno Matematycznych*, tudzież powſzechne zaſady *Mechaniki* i *Hidroſtatyki;* nakoniec w czwartym tomie, daią ſię przyſtóſówania prawideł uſtanowionych w trzecim tomie, do różnych przypadków ciáł, iużto uważonych w ruchu, iuż w równowadze, a zatèm do wszelkich *ſilniòw* (machina) i. t. d.

Lubo ta Xiążka ieſt napiſana umyślnie dla Artyleryi Francuzkièy, atoli może ſłużyć do powſzechnego użycia, iak w rzeczy ſamèy ſłuży i we Francyi: przemièniwſzy tylko niektóre przykłady Artyleryczne, w przykłady zmièrzaiące w szczególności, do tego cèlu, iaki ſobie kto założył. Komukolwiek, iak w innych materyach, tak i w

i w tèy, niepodobaią ſię drobne ſzkolności, daremnie obciążaiące pamięć, i odſtręczaiące od ſiebie, umyſły rozſądne, ſzukaiące rzetelnego pożytku, ten ſpodzièwam ſię, znaydzie w tym dzièle, zadość uczynienie ſwemu żądaniu.

Ja w tłómaczeniu, ſtarałèm ſię przywięzówać ſię nietak do ſłow, iako raczèy do wyrażenia myſli Autora, w ſpoſób, ile możności proſty, iaſny, i krótki. W przełożeniu wyrazów właściwych tèy Nauce, ſtóſówałèm ſię do ſłów, upoważnionych wyborèm Prześw. Kommiſſyi Edukacyinèy: na których mi zaś zbywało, pozwoliłèm ſobie przełożyć ie podług rozumiènia własnego, z tym warunkièm, że ie gotów ieſtèm poprawić, iak wyidą dalſze dzièła tèyże Prześw. Kommiſſyi, podług którèy uſtaw, uſiłowałèm także, zachować ſię i w *Piſowni* (orthographia). Jeżeli zaś, (iak mam przyczynę obawiać ſię), uchybiłèm w niektórych mièyſcach, fundamentów nieſpracowanego Autora Grammatyki dla ſzkół Narodowych, Łaſkawy czytelnik niechay to przebaczyć raczy, częścią memu początkowèmu w tèy mièrze przedſięwzięciu, częścią Drukarni.

ZBIOR

ZBIOR

Wyrazów Polskich użytych w tym piérwszym tomie, albo nowych, albo mało znaiomych, z wyłożeniém Matematycznych po Łacinie, a Artylerycznych po Francuzku; gdzie słowa Francuzkie ſą gwiazdkami naznaczone.

Bok	*Latus*
Brylaſty	*Solidus.*
Bryla	*Solidum.*
Brylówatość	*Soliditas.*
Całkowitka	*Numerus integer.*
Cécha	*Characteriſtica.*
Célowniki	*Dioptræ.*
Célu liniia	*La ligne de mire.* *
Ciągła (proporcya).	*Continua proportio.*
Cięciwa	*Chorda.*
Cwierciokrąg	*Quart de cercle.* *
Czaſzka kuli	*Superficies ſegmenti ſphæræ.*
Czółgaiąca (działobitnia)	*Batterie à ricochet.* *
Czoło (w fortyfik).	*Face.* *
Czopy (przy armacie).	*Tourillons.* *
Czworokąt	*Quadrilaterum.*
Dodawanie	*Additio.*
Dopełnienie, (kąta)	*Complementum.*
Dosieczna	*Coſecans.*
Doſtawa	*Coſinus.*
Dotyczna	*Cotangens.*
Dowodzenie	*Demonſtratio.*
Działanie	*Operatio.*
Działobitnia	*Batterie.* *
Dzielenie	*Diviſio.*
Dziélnik	*Diviſor.*
Dziélny	*Dividendus.*
Dziéło fortyfikacyi	*Ouvrage de fortification.* *

Dzie-

) o (

Dzieſiątne	*Fractiones decimales.*
Główna liniia, (w fortyf:)	*Capitale.* *
Głowa (armaty)	*Bourlet.* *
Jlość	*Quantitas.*
Kanał (armaty)	*L' ame.* *
Kąt	*Angulus.*
Kątomiar	*Graphometrum.*
Kierónek	*Directio.*
Kilkoraźny	*Aliquotus.*
Koło	*Circulus.*
Kómpas magnesowy	*Acus magnetica.*
Krawędź	*Arête.* *
Krzywokryſlny	*Curvilineus.*
Kula	*Sphæra.*
Kwadrat ukośny	*Rhombus*
Liczenie	*Numeratio.*
Licznik	*Numerator.*
Łamana (liczba)	*Numerus fractus.*
Łuk	*Arcus:*
Mianówana (liczba)	*Numerus concretus.*
Mianownik	*Denominator.*
Miążſzość	*Maſſa.*
Mnogość	*Factum.*
Mnożnik	*Multiplicator.*
Mnożny	*Multiplicandus.*
Narożnik (w fortyf:)	*Baſtion.* *
Narożny (kąt)	*L' angle flanqué* *
Narzędzie	*Inſtrumentum.*
Naſtępnik	*Conſequens.*
Niemianówana (liczba)	*Numerus abſtractus.*
Nieokréſlony	*Indeterminatus.*
Nierównoległobok	*Trapezium.*
Obiętość	*Capacitas.*
Obwód	*Perimeter.*
Odcinek	*Segmentum.*
Odéymówanie	*Subſtractio.*
Odpowiadaiący	*Correſpondens.*
Odwrotny	*Inverſus.*

Vertex Oko

ZBIOR

Wyrazów Polskich użytych w tym piérwszym tomie, albo nowych, albo mało znaiomych, z wyłożeniém Matematycznych po Łacinie, a Artylerycznych po Francuzku; gdzie słowa Francuzkie ſą gwiazdkami naznaczone.

Bok	*Latus*
Brylaſty	*Solidus.*
Bryła	*Solidum.*
Bryłówatość	*Soliditas.*
Całkowitka	*Numerus integer.*
Cécha	*Characteriſtica.*
Cèlowniki	*Dioptræ.*
Célu liniia	*La ligne de mire.* *
Ciągła (proporcya).	*Continua proportio.*
Cięciwa	*Chorda.*
Cwierciokrąg	*Quart de cercle.* *
Czaſzka kuli	*Superficies ſegmenti ſphæræ.*
Czółgaiąca (działobitnia)	*Batterie à ricochet.* *
Czoło (w fortyfik).	*Face.* *
Czopy (przy armacie).	*Tourillons.* *
Czworokąt	*Quadrilaterum.*
Dodawanie	*Additio.*
Dopełnienie, (kąta)	*Complementum.*
Doſieczna	*Coſecans.*
Doſtawa	*Coſinus.*
Dotyczna	*Cotangens.*
Dowodzenie	*Demonſtratio.*
Działanie	*Operatio.*
Działobitnia	*Batterie.* *
Dzielenie	*Diviſio.*
Dziélnik	*Diviſor.*
Dziélny	*Dividendus.*
Dziéło fortyfikacyi	*Ouvrage de fortification.* *

Dzie-

Dzieſiątne	*Fractiones decimales.*
Główna liniia, (w fortyf:)	*Capitale.* *
Głowa (armaty)	*Bourlet.* *
Jlość	*Quantitas.*
Kanał (armaty)	*L' ame.* *
Kąt	*Angulus.*
Kątomiar	*Graphometrum.*
Kierónek	*Directio.*
Kilkoraźny	*Aliquotus.*
Koło	*Circulus.*
Kómpas magnesowy	*Acus magnetica.*
Krawędź	*Arête.* *
Krzywokryſlny	*Curvilineus.*
Kula	*Sphæra.*
Kwadrat ukośny	*Rhombus*
Liczenie	*Numeratio.*
Licznik	*Numerator.*
Łamana (liczba)	*Numerus fractus.*
Łuk	*Arcus.*
Mianówana (liczba)	*Numerus concretus.*
Mianownik	*Denominator.*
Miążſzość	*Maſſa.*
Mnogość	*Factum.*
Mnożnik	*Multiplicator.*
Mnożny	*Multiplicandus.*
Narożnik (w fortyf:)	*Baſtion.* *
Narożny (kąt)	*L' angle flanqué* *
Narzędzie	*Inſtrumentum.*
Naſtępnik	*Conſequens.*
Niemianówana (liczba)	*Numerus abſtractus.*
Nieokréſlony	*Indeterminatus.*
Nierównoległobok	*Trapezium.*
Obiętość	*Capacitas.*
Obwód	*Perimeter.*
Odcinek	*Segmentum.*
Odéymówanie	*Subſtractio.*
Odpowiadaiący	*Correſpondens.*
Odwrotny	*Inverſus.*

Verter Oko

Oko (bomby) -	*L' oeil* *
Okop -	*Retranchement* *
Okraiek (kątomiaru)	- *Limbus.*
Okrąg -	*Circumferentia.*
Okreſlony -	*Determinatus.*
Opiſać -	*Circumſcribere.*
Opora (w działobitni)	- *Heurtoir.* *
Oś (armaty) -	*L' axe* *
Oſtrokątny -	*Acutangulum.*
Pełność -	- *Soliditas:*
Pierwiaſtek -	*Radix.*
Pión -	*Perpendiculum.*
Piónowy -	*Verticalis.*
Pochyła (liniia) -	*Linea obliqua.*
Podanie -	*Propoſitio.*
Poddział -	*Subdiviſio.*
Podkopy -	*Les mines.* *
Podſtawa -	*Baſis.*
Podziałka -	- *Scala*
Policzki (ſtrzelnic)	- *Joües* *
Półxiężyc (w fortyf:)	- *Demilune* *
Półſzyiek (w fortyf.)	- *Demigorge.* *
Poprzednik - -	- *Antecedens.*
Powierſzchnia - -	*Superficies.*
Powłoka (działobitni)	- *La chemiſe.* *
Poziemna (liniia) -	- *Horiſontalis.*
Poziom - -	- *Horiſon.*
Prawidło -	- *Alidada.*
Promień - -	*Radius*
Proſtokryſlny -	- *Rectilineus.*
Proſtopadła -	- *Perpendicularis.*
Proſtokąt -	- *Rectangulum.*
Przeciwproſtkątna -	*Hipotenuza.*
Przeciwſkarpa -	- *Contreſcarpe.* *
Przecząca (liczba) -	*Numerus negativus.*
Przedmiot -	*Objectum.*
Przedpierſień -	*Parapet.* *
Przekątna -	*Diagonalis.*

Przeno-

Przenośnik -	*Transportator.*
Przeſtwór (kuli) -	*Vent du boulet* *
Przyimek - -	*Præpoſitio.*
Ramiona (kąta) -	*Crura anguli.*
Ramienny kąt (w fortyf:)	*L' angle d' epaule* *
Rów (w fortyf) -	*Foſſé* *
Równia -	*Planum.*
Równoboczny -	*Aequilaterum.*
Równoległa -	*Parallela.*
Równoległobok -	*Parallelogramum.*
Równoległobok ukośny	- *Rhomboides.*
Równoległościan -	*Parallelopipedum.*
Równoramienny -	*Æquicrurum.*
Równowaga -	- *Libella.*
Równoważyć -	*Libellare.*
Różnoboczny (tróykąt)	- *Scalenum.*
Różnica -	*Differentia.*
Różnokryſlny -	- *Mixtilineus.*
Rozwartokątny -	*Obtuſangulum.*
Rozwiązanie -	*Solutio.*
Rzęd (progreſſyi) -	*Series progreſſionis.*
Samotna (liczba) -	*Numerus ſimplex.*
Sieczna -	- *Secans.*
Skrayne (proporcyi) -	*Extrema.*
Skrzydelny kąt (w fortyf.)	*Langle de courtine.* *
Spadziſtość (w fortyf:) -	*Talud.* *
Spełnienie (kąta) -	*Supplementum.*
Srzodek -	- *Centrum.*
Stanowiſko -	- *Statio.*
Stok (w fortyf:) -	*Glacis.* *
Stopień (liczby) -	*Potentia.*
Stóſunek -	- *Ratio.*
Stożek -	- *Conus.*
Strszelnica -	- *Embrasure* *
Styczna - -	*Tangens.*
Sześcian -	- *Cubus.*
Taras (wałowy) -	*Terreplein.* *
Tróykąt - -	*Triangulum.*

Twier-

Twierdząca (liczba) -	*Numerus poſitivus.*
Ukryta droga (w fortyf:)	*Chemin couvert.* *
Ułamek - - -	*Fractio.*
Uſzy (bomby) -	*Les anſes.* *
Wał - - -	*Rempart.* *
Wałek - -	*Cylinder.*
Wnętrſzne na przemian (kąty)	*Interni alterni.*
Węgielnica - -	*Norma.*
Wiązki chróſtowe -	*Faſcines.* *
Wielokąt - -	*Polygonum*
Wielokrotne (liczby). -	*Multipla.*
Wieloraka (liczba)	*Numerus complexus.*
Wieloráz - -	*Quotiens.*
Wieloſcian - -	*Priſma.*
Wklękły kąt -	*Angulus regrediens.*
Wſtawa - -	*Sinus.*
Wykryſlenie -	*Conſtructio.*
Wylot (armaty (-	*La Bouche* *
Wyráz - -	*Terminus.*
Wyſkakaiący (kąt)	*Angulus ſaliens.*
Zagadnienie - - -	*Problema.*
Zaſada -	*Principium.*
Zaſſona (w fortyfik:) -	*Courtine.* *
Zakopy - -	*Tranchées.*
Zewnętrſzne na przemian (kąty)	*Externi alterni.*
Zmyſlony - -	*Imaginarius.*
Wierzchołek kąta	Vertex

FUNDAMENTA
RACHUNKOW.

Wiadomości poprzedzaiące, o Naturze i roznych rodzaiach Liczby.

1. ILOSCIĄ (quantitas) w powſzechności nazywa ſię to wſzyſtko, cokolwiek daie ſię zwiękſzyć lub zmièyſzyć. Rozległość, przeciąg, waga, i. t. d. ſą to ilości. Wſzyſtko cokol-

Chcąc wyrazić wſzyſtkie inne liczby, témiż ſaméni znamionami, zgodzono ſię na to, aby z dzieſięciu iednościów, zrobić iednę, któréy dano imie *dzieſiątek*, i żeby rachòwać dzieſiątkami, tak iak ſię iednościami rachuie, to ieſt żeby rachòwać, dwa dzieſiątki, trzy dzieſiątki. i. t. d. aż do dziewięć dzieſiątków: żeby do wyrażenia tych nowych iednościów, tychże ſámych cyfer, co i do iednościów proſtych używać, ale dla różności między niémi, żeby im inne miéyſce naznaczyć, to ieſt po lewéy ręce iednościów proſtych.

Tym ſpoſobém, chcąc wyrazić *pięćdzieſiąt cztéry*
które w ſobie pięć dzieſiątków i cztéry iedności za-
wiéraią, przyięto ſpoſób piſániá 54. Chcąc wyrażić
ſześdzieſiąt które okrągło ſześć dzieſiątków bez ża-
dnych iednościów maią, piſze ſię 60, przydaiąc zero,
które oráz znaczy, iż ſię iednościów proſtych nie
znayduie, i że liczba 6. ieſt liczba dzieſiątków.

Tym ſpoſobém aż do *dziewięćdzieſiąt dziewięć* ſpełnionych, rachòwać można.

9. Uważmy tu, właſność tego opiſanego liczenia, to ieſt, że cyfra po lewéy ręce drugiéy cyfry położona, albo gdy po niéy zero naſtępuie; oznacza liczbę dzieſięć razy większą, iak gdyby była ſama.

10. Od dziewięćdzieſiat dziewięć aż do *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* tymże

że przyiętym ſpoſobém rachówać można. Z dzieſięciu dzieſiątków, ſkłada ſię iedna iedność, i nazywa ſię *ſto;* ponieważ, dzieſięć razy dzieſięć czyni ſto; te ſta rachuią ſię znowu, od iednego aż do dziewięciu, i témiz ſaméni cyframi oznaczaią ſię, ale te cyfry, ſtawiaiąc po lewéy ręce dzieſiątków.

Tak chcąc naznaczyć, *ośmſet pięćdzieſiąt i dziewięć,*
które zawiéraią w ſobie ośm ſtów, pięć dzieſiątków
i dziewięć iednościów, piſać trzeba 859. Gdyby
było *ośmſet dziewięć*, które zamykaią ośm ſtów,
żadnych dzieſiątków i dziewięć iednościów, piſać
należy 809; to ieſt, że na miéyſce dzieſiątków któ-
rych brakuie, zero położyć trzeba. Gdyby brakówa-
ło i iednościów, podobnież, należałoby położyć dwa
zera; tak chcąc wyrażić *ośmſet*, piſze ſię 800.

11. Uważmy ieſzcze, iz mocą tegóż ſamego przyiętego ſpoſobu, cyfra po któréy dwie inne, lub dwa zera naſtępuią, znaczy liczbę ſto razy większą, iak gdyby była napiſana ſama.

12. Od *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* liczyć można podług téyże ſaméy reguły, aż do *dziewięciu tyſięcy, dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć*, z dzieſiąciu ſtów, ſkładaiąc iednę iedność, która nazywa ſię *tyſiąc*; ponieważ dzieſięć razy ſto, czynią tyſiąc, rachuiąc iedności iak przedtém, i témiż ſaméni cyframi ie

Chcąc wyrazić wſzyſtkie inne liczby, témiż ſamémi znamionami, zgodzono ſię na to, aby z dzieſięciu iednościów, zrobić iednę, któréy dano imie *dzieſiątek*, i żeby rachòwać dzieſiątkami, tak iak ſię iednościami rachuie, to ieſt żeby rachòwać, dwa dzieſiątki, trzy dzieſiątki. i. t. d. aż do dziewięć dzieſiątków: żeby do wyrażenia tych nowych iednościów, tychże ſámych cyfer, co i do iednościów proſtych używać, ale dla różności między niémi, żeby im inne miéyſce naznaczyć, to ieſt po lewéy ręce iednościów proſtych.

Tym ſpoſobém, chcąc wyrazić *pięćdzieſiąt cztéry* które w ſobie pięć dzieſiątków i cztéry iedności zawiéraią, przyięto ſpoſób piſániá 54. Chcąc wyrażić *ſześdzieſiąt* które okrągło ſześć dzieſiątków bez żadnych iednościów maią, piſze ſię 60, przydaiąc zero, które oráz znaczy, iż ſię iednościów proſtych nie znayduie, i że liczba 6. ieſt liczba dzieſiątków.

Tym ſpoſobém aż do *dziewięćdzieſiąt dziewięć* ſpełnionych, rachòwać można.

9. Uważmy tu, właſność tego opiſanego liczenia, to ieſt, że cyfra po lewéy ręce drugiéy cyfry położona, albo gdy po niéy zero naſtępuie; oznacza liczbę dzieſięć razy większą, iak gdyby była ſama.

10. Od dziewięćdzieſiat dziewięć aż do *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* tymże

że przyiętym ſpoſobém rachówać można. Z dzieſięciu dzieſiątków, ſkłada ſię iedna iedność, i nazywa ſię *ſto*; poniewáż, dzieſięć razy dzieſięć czyni ſto; te ſta rachuią ſię znowu, od iednego aż do dziewięciu, i témiz ſamémi cyframi oznaczaią ſię, ale te cyſry, ſtawiaiąc po lewéy ręce dzieſiątków.

Tak chcąc naznaczyć, *ośmſet pięćdzieſiąt i dziewięć*, które zawiéraią w ſobie ośm ſtów, pięć dzieſiątków i dziewięć iednościów, piſać trzeba 859. Gdyby było *ośmſet dziewięć*, które zamykaią ośm ſtów, żadnych dzieſiątków i dziewięć iednościów, piſać należy 809; to ieſt, że na miéyſce dzieſiątków których brakuie, zero położyć trzeba. Gdyby brakówało i iednościów, podobnież, należałoby położyć dwa zera; tak chcąc wyrażić *ośmſet*, piſze ſię 800.

11. Uważmy ieſzcze, iz mocą tegóż ſamego przyiętego ſpoſobu, cyfra po któréy dwie inne, lub dwa zera naſtępuią, znaczy liczbę ſto razy większą, iak gdyby była napiſana ſama.

12. Od *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* liczyć można podług téyże ſaméy reguły, aż do *dziewięciu tyſięcy, dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć*, z dzieſiąciu ſtów, ſkładaiąc iednę iedność, która nazywa ſię *tyſiąc*; poniewaź dzieſięć razy ſto, czynią tyſiąc, rachuiąc iedności iak przedtém, i témiż ſamémi cyframi ie

ie wyrażaiąc, po lewéy ręce ſtów, położonémi.

Tak, chcąc wyrażić *ſiédm tyſięcy ośmſet pięćdzieſiąt dziewięć*, piſać należy: 7859; oznaczaiąc *ſiédm-tyſięcy dziewięć* piſze ſię 7009; á *ſiédm tyſięcy*, piſać trzeba 7000; gdzie widzieć ſię daie, że cyfra, po któréy trzy inne cyfry, lub zera naſtępuią, znaczy liczbę tyſiąc razy większą, iak gdyby ſama była.

13. Tym ſpoſobém więc, zawſze ſobie poſtępuiąc, dzieſięć iednościów pewnego porządku w iednę iedność zbiiaiąc, i te nowe iedności, coráz w wyżſzym rzędzie ku lewéy ręce ſtanowiąc, iednoſtaynym ſpoſobém, w dzieſięciu tylko charakterach, wſzelkie liczby, iakie tylko pomyślić można, dadzą ſię wyrazić.

14. Chcąc łatwo wymówić liczbę, przez tyle, ile ſię podoba cyfer wyrażoną, podzielić ią potrzeba w myśli na przedziáły, każdy z trzech cyfer złożony, a to od prawéy, ku lewéy ręce, każdemu przedziáłowi, dadzą ſię naſtępuiące nazwiſka; poczynaiąc od prawéy: *iedności*, *tyſiace*, *miliony*, *biliony*, *tryliony*, *kwadryliony*, *kwintyliony*, *ſextyliony*, i. t. d. Piérwſza każdego przedziáłu cyfra, (poczynaiąc zawſze od prawéy) będzie miała nazwiſko iednościów przedziáłu, druga dzieſiątków, trzecia ſtów: natenczas zacząwſzy od lewéy, każdy przedziáł iak gdyby

by był oſobny wymówić można, na końcu każdego, nazwiſko przedziału wymiéniaiąc *np.* chcąc wymówić naſtępuiącą liczbę

Kwadryliony, tryliony, biliony, miliony, tyſią:, iedności.
23, 456, 789, 234, 565 456,

Wymawia ſię: Dwadzieścia trzy *kwadryliony*, cztérysta pięćdzieſiąt ſześć *trylionów*, ſiédmſet ośmdzieſiąt dziewięć *bilionów*, dwieście trzydzieści cztéry *milionów*, pięćſet *albo* pięć kroć ſześćdzieſiąt pięć *tyſięcy*, cztérysta pięćdzieſiąt ſześć iednościów. *

15. Z tego dopiéro opiſanego ſpoſobu liczenia, na fundamencie powſzechnéy ugody uſtanowionego, wynika, że im więcéy poſtępuiémy, od prawéy ręki ku lewéy, iedności, z których każda liczba ieſt złożona, ſtaią ſię coráz, dzieſięć razy większémi; a zatém chcąc liczbę dzieſięć, ſto, tyſiąc razy większą uczynić, doſyć ieſt, na końcu każdéy cyfry iednościów, iednę, dwie, trzy, i. t. d. cyfer dodać: przeciwnie, z lewéy ku prawéy ręce coſaiąc, iedności ſtaią ſię coráz, dzieſięć razy mniéyſzémi.

* *Zeby kto tego ſpoſobu liczenia nie poczytáł za omyłkę, trzeba nam czytelnika oſtrzédz, iż to ieſt ſpoſòb liczenia Autorów Francuzkich, ktòrzy w bilionie rachuią tyſiąć milionòw, w trylionie tyſiąbilionów i. t. d. tak, iako w milion niewchodzi tylko tyſiąc tyſiącòw. Niemieccy zaś Autorowie,*

16. Takie ieſt liczenie, któreśmy opiſali, i ieſt gruntém wſzelkich innych ſpoſobów rachòwania, lubo w wielu rodzaiach, niéma potrzeby rachòwać koniecznie i iedynie przez dzieſiątki, przez dzieſiątki dzieſiątków i. t. d.

17. Chcąc dòyśdź wártości, iáką maią ilości mniéyſze, od obranéy iedności, ta dzielić ſię zwykła, na inne mniéyſze iedności. Liczba ich, ſama przez ſię, niéma nic do znaczenia, doſyć ieſt na tém, aby mogła miérzyć wielkości, które bydź maią miérzone; lecz co w podobnych rodzaiach dzielenia naybardziéy mieć na baczności potrzeba, ieſt to, aby rachunek, iak tylko można łatwym uczynić; dla tego zamiaſt dzielenia iedności iakowéy, na znaczną liczbę części, ażeby dòyśdź można wártości naymniéyſzych; z początku dzie-

lić

w bilionie liczą milion milionów, w trylionie milion bilionòw, w kwadrylionie milion trylionów, i. t. d. ſkąd następuie że miéyſce bilionòw ieſt o 6 cyfer od milionów odległe, trylionów o 6 cyfer od bilionów, i. t. d. Który to ſpoſòb i Prześw: Kommiſſya Edukacyina Narodowa, wſwoiéy Elementarnéy Arytmetyce przyięła. Zatém podług niego liczba 23, 456, 789, 234, 565, 456. uczyniłaby tylko: Dwadzieścia trzy tyſiące, cztéryſta pięćdzieſiąt ſześć bilionòw, ſiédmkroć ośmdzieſiąt dziewięć tyſięcy dwieście trzydzieści cztéry milionòw, pięćkroć ſześćdziéſiąt pięć tyſięcy, cztéryſta pięćdzieſiąt ſześć iednościów.

lić ią tylko zwykliśmy, na pewną liczbę części, która ſię znowu na inne dzieli, a ta znowu ieſzcze na mniéyſze. Tym ſpoſobém w monécie, złoty dzieli ſię na 30. części, które nazywaią *groſzami*. groſz na trzy części, które maią imię *ſzelągów*. Tymże ſpoſobém w wagach, funt dzieli ſię na dwie *grzywny*, grzywna na 8 *uncyi*, uncya na 2 łóty, i. t. d; tak, że w piérwſzym ſpoſobie rachuie ſię, na *trzydzieſtki i tróyki* (trigeſima, tertia pars &c.) w drugim na dwóyki i ósmki. i. t. d.

18. Liczba która ſkłada ſię z wzmiankòwanych dopiéro części, w różnych iednościach wyrażonych, nazywa ſię liczba *wieloraka* (numerus complexus); przeciwnie, liczba ieden tylko gatunek iednościów w ſobie maiąca, nazywa ſię liczba *ſamotna* (numerus ſimplex, incomplexus); 8 złotych, ieſt liczba ſamotna; ośm złotych, śiédmnaście groſzy, dwa ſzelągi, ieſt liczba wieloraka.

19. Każdy rodzay, iedność główną obraną, poddziéla ſwoim ſpoſobém. Poddziáły ſążniów, ſą różné od poddziáłów funtów, poddziáły funta, różnią ſię znowu, od poddziáłu, dnia, godziny; te znowu, od grzywny, i. t. d. opiſzemy ie, gdy o liczbach wielorakich mówić nam przyidzie.

20.

20. Atoli pomiędzy wſzyſtkiémi działami i poddziałami, których użyć można do poddzielenia iedności, ten, co ſię robi przez części *dzieſiątne* (decimales) to ieſt, dzieląc iedność na dzieſięć części, coráz mniéyſze, bez wątpiénia, ieſt nayprzez wygodniéyſzy w rachunkach, a w praktyce Matematyki, w wielkie wzięty używanie. Układ i liczenie dzieſiątnych, ieſt ze wſzyſtkiém toż ſamo, co liczb poſpolitych, czyli całych: zaráz ie opiſzémy.

21. Chcąc dóyśdź wártości, w dzieſiątnych, części mniéyſzych, iak iedność, uważać trzeba tę iedność, bądź iaka chce, ſunt, ſążeń i. t. d. iako złożoną z dzieſięciu części, tak, iak uważámy dziéſiątek, złożony z dzieſięciu iednościów proſtych. Te nowe iedności względém dzieſiątków, nazywaią ſię dzieſiątne; a iako dzieſięć razy mniéyſze od iedności, kładą ſię po prawéy ręce cyfry, która iedności oznacza.

Zeby zaś wſzelkiéy wątpliwości zapobiédz, i niedać okazyi, do brania iednościów za dzieſiątki, zgodzono ſię na to, aby ráz na zawſze miéyſce iednościów, oſobnym znakiem oddzielić: znak ten, naypoſpoliciéy ieſt kryſka, która kładzie-

ſię

ſię po prawéy ręce cyfry, oznaczaiącéy iedności, albo téż, co na iedno wychodzi, między iednościami i dzieſiątnémi.

Tak chcąc wyrazić, dwadzieścia cztéry iedności, i trzy dzieſiątne, piſać potrzeba 24,3.

22. Podobnież, te dzieſiątne, uważać znowu można, iako iedności złożone, z dzieſięciu innych, każda dzieſięć razy mniéyſza, iak dzieſiątne, i dla téyże ſaméy przyczyny, po prawéy ręce dzieſiątnych piſać ie należy. Te nowe iedności, dzieſięć razy mniéyſze, iak dzieſiątne, będą od iednościów głównych ſto razy mniéyſze, i dla tego nazywaią ſię *ſetne*.

Zatém chcąc wyrazić dwadzieścia cztéry iedności, trzy dzieſiątne, i pięć ſetnych, piſać maſz 24,35.

23. Też *ſetne* wyſtawmy ſobie podobnie, iak gdyby z dzieſięciu części złożone były; natenczas, cząſteczki te, od iedności głównéy będą tyſiąc razy mniéyſzémi, i ſtąd nazywaią ſię *tyſiączne*; a że ſą dzieſięć razy mniéyſze, od ſetnych, zatém po prawéy ręce ich, piſać ſię będą. Tym ſpoſobém poddziélaiąc coráz daléy przez dzieſięć; można ſkładać coráz nowe iedności, nazwane, iedne po drugich, *dzieſięćtyſiączne*, *ſtotyſiączne*, *milionowe*, *dzieſięćſtomilionowe*, *bilionowe*, i. t.

d.

d. które piſzą ſię coráz daléy, po prawéy ręce kryſki.

24. Takowe części iednościów, któreśmy dopiéro opiſali, nazywaią ſię powſzechnie *dzieſiątne*.

25. Co należy do ſpoſobu wymawiania ich, ten, ieſt tenże ſam, co i do innych liczb. Wymówiwſzy cyfry, po lewéy ręce kryſki będące, dzieſiątne podobnymże ſpoſobém wymawiaią ſię; lecz naoſtatku przydaie ſię nazwiſko iednościów dzieſiątnych, oſtatniego gatunku.

Tak chcąc wymówić liczbę 34.572. mówię, trzydzieści cztéry *iednościów*, pięćſet ſiédmdzieſiąt i dwie *tyſiącznych*, ieżeli to były n. p. ſążnie, powiém: trzydzieści cztéry ſążnie, i pięćſet ſiédmdzieſiąt dwie *tyſiącznych* ſążnia.

Przyczyna tego, łatwo pokazuie ſię, uważywſzy, że w liczbie 34.572. cyfrę pięć, można, wyrazić przez pięć dzieſiątnych, albo przez pięćſet tyſiącznych, co na iedno wychodzi; dzieſiątna albowiém będąc z dzieſięciu ſetnych złożona, a ſetna z dzieſięciu tyſiącznych, dzieſiątna zamykać w ſobie będzie, 100. tyſiącznych. Toż ſamo i z cyfrą 7. dzieie ſię, którą podobnież wyrazić można, przez ſiédm ſetnych, albo siédmdziesiąt tysiącznych; ponieważ ſetna z dziesiąciu tysiącznych złożona była.

26. Gatunek oſtatniéy cyfry, zawſze łatwo znaléśdź można, rachuiąc koléyno, od lewéy, ku prawéy, każdą cyfrę, od kryſki począwſzy, naſtępuiącémi nazwiſkami *dzieſiątne*, *ſetne*, *tyſiączne*, *dzieſięć tyſiączne*: i. t. d.

27. Gdyby iedności całéy niéznaydòwało się, ale tylko cząſtki iedności, dla zaſtąpienia miéyſca iednościów, zero położyć trzeba; tak chcąc naznaczyć 125 *tyſiącznych*, piſze się 0,125, gdyby 25 *tyſiącznych* wyrazić potrzeba było, piſz, 0,025, kładąc zero, tak dla naznaczenia, iż niémaſz dziesiątnych, iako też dla dania naſtępuiącym częściòm należytéy wártości. Na tymże ſamym fundamencie, chcąc wyrażić 6. dziesięćtysiącznych, piſze się 0,0006.

28. Roztrząſniymy teráz, iaką uczynić można odmianę, w liczbie, odmiéniwſzy położenie kryſki.

Ponieważ kryſka, oznacza miéyſce iednościòw, i ponieważ wſzyſtkie inne cyfry biorą wártość ſwoię, od odległości od téyże kryſki; zatém cofnąwſzy kryſkę, o iedno, dwa, lub trzy miéyſca, i. t. d. ku lewéy ręce, liczba przez to 10, 100, 1000 i, t. d. razy, ſtaie się mniéyſza; przeciwnie zaś powiękſza się 10, 100, 1000, i. t. d.

razy, tęż famę kryfkę, o iedno, dwa, trzy, i. t. d. miéyfca, ku prawéy pofunąwfzy.

W rzéczy faméy, maiąc liczbę 4327,5264; i cofnąwfzy kryfkę, o iedno miéyfce ku lewéy, iako to 432,75264. pokazuie się iaśnie; że tysiące piérwfzéy liczby, przemiéniaią się w fta, drugiéy, fta, ftaią się dziesiątkami, dziesiątki, iednościami, iedności, dziesiątnémi, dziesiątne, fetnémi, i. t. d.

A zatém każda część pierwfzéy liczby, przez przeftawienie kryfki, dziesięć razy ftała się mniéyfzą. Przeciwnym fpofobém, kryfkę o iedno miéyfce, ku prawéy pofunąwfzy, gdy się pifze 43275,264; tysiące piérwfzéy liczby, przemiéniaią się w dziesiątki tysiąców, fta w tysiące, dziesiątki, w fta, iedności w dziéfiątki, dziesiątne w iedności, i. t. d. A zatém ta nowa liczba ieft dziesięć razy większa od piérwfzéy.

Z tegóż famego fundamentu pokazuie się, iż cofaiąc ku lewéy, o dwa lub trzy miéyfca, liczba 100, lub 1000 razy ftanie się mniéyfzą, iako też 100 lub 1000 razy większą, tęż kryfkę, o dwa lub trzy miéyfca pofunąwfzy na prawą.

29. Oftatnia uwaga którą względém dziesiątnych, iefzcze uczynić mamy, ieft, że

że na końcu oftatniéy cyfry dziesiątnéy, bądź wiele się podoba zerów dodawfzy, wártość liczby bynaymniéy nieodmiénia się. Tak 43,25; ieft iedno co 43,250, albo 43,2500, albo 43,25000; i. t. d.

Każda albowiém fetna będąc wártą 10 tysiącznych, albo 100 dziesięćtysiącznych, i. t. d; 25 fetnych wárté będą 250 tysiącznych albo 2500 dziesięćtysiącznych; słowém ieft to iedno, co powiedzieć, zamiaft trzech grofzy, dziewięć fzelągów.

Działania Arytmetyczne.

30. Dodawać, odéymować, mnożyć, i dzielić, fą cztéry fundamentalne Arytmetyki działania. Wfzelkie zadania, które tylko względém liczb zarzucić można, rozwięzuią się, przez wykonanie niektórych, albo wfzyftkich tych działań. Wiele więc na tém zależy, ażeby się z niémi zupełnie poznać, i dofkonale one poiąć.

31. Célém Arytmetyki ieft, iakośmy iuż widzieli, fpofoby rachòwania ułatwić. Spofoby záś te, na tém zależą, ażeby rachunek liczb bardzo pofkładanych, przyprowadzić do rachunku liczb prościéyfzych, i w iak naymniéyfzéy liczbie cyfer wyrażonych. J to właśnie ieft, do czego teraz przyftępuiémy.

Do-

Dodawanie (Additio) *Liczb całych i Części dzieſiątnych.*

32. Wártość całą, wielu liczb, przez iedne liczbę wyrazić, ieſt to, co nazywa-ſię *dodanie uczynić.*

Takową wártość całkowitą, która ſię zowie *ſummą* chcąc znaléśdź, naſtępuiącą regułę zachować trzeba.

Liczby zadane napiſz iedne pod drugiémi, tak ażeby ſię wſzyſtkie cyfry iedności, w iednéy kolumnie *proſtapadłéy* (perpendicularis) czyli *pionowéy* (verticalis) znaydowały; toż ſamo z dzieſiątkami, ſtami, i. t. d. uczyniwſzy, wſzyſtko podkryśliy.

Doday naprzód z ſobą, wſzyſtkie liczby, które ſą w kolumnie iednościów położone; ieżeli ſumma nieprzechodzi 9, napiſz ią na ſpodzie; ieżeli zaś 9. przechodzi, to w ſobie dzieſiątki zawiérać będzie; nie piſz na ſpodzie tylko to, co ieſt nad dzieſięć: dzieſiątki zaś te, rachuiąc iako iedności proſte, doday do liczb naſtępuiącéy kolumny: względém ſummy liczb, drugiéy téy kolumny, maſz uważać, toż ſamo, co ſię powiedziało o piérwſzéy, i tym ſpoſobém ſobie daléy poſtępuy aż do oſtatniéy, pod którą nakoniec napi-

napiſzeſz całą ſummę taką, iaka wypadnie. Obiaśniymy to przykładami.

PRZYKŁAD I.

Niech będzie zadana liczba 54925. do któréy mam dodać 2023. Piſzę naprzód te liczby, iak naſtępuie.

$$\begin{array}{r} 54925 \\ 2023 \\ \hline 56948. \end{array} \quad \textit{Summa.}$$

Podkryſliwſzy wſzyſtko, zaczynam od iednościów mówiąc, 5 a 3. czynią 8. które pod tąż ſamą kolumną piſzę.

Poſtępuię daléy do kolumny dzieſiątków, i mówię 2, a 2. ſą 4, które na ſpodzie piſzę.

W Kolumnie ſtów, mówię 9. a o. ſą 9; które pod tąż kolumną piſzę,

W Kolumnie tyſiąców, mówię 4, a 2, ſą 6. które także pod tą kolumną piſzę.

Naoſtatek w kolumnie dzieſiątków tyſięcy, mówię 5 a nic, czynią 5, które podobnież na ſpodzie piſzę,

Liczba 56948. przez to działanie wynaleziona, ieſt ſumma dwóch liczb zadanych; ponieważ zawiéra, w ſobie, ich iedności, dzieſiątki, ſta, tyſiące, i dzieſiątki tyſiąców, które iedne po drugich razém zebraliśmy.

PRZYKŁAD II.

Gdyby potrzeba było znaleśdź ſummę cztérech liczb naſtępuiących, 6903, 7854, 953, 7327: piſzę naprzód iak niżéy.

6903
7854
953
7327

23037. *Summa.*

Potém zaczynaiąc iak wyżéy, od prawéy ręki, mówię 3 a 4. ſą 7. a 3 ſą 10. a 7. ſą 17; piſzę 7. iedności pod piérwſzą kolumną, dzieſiątek zaś zatrzymuię, dla złączenia go, iako iedność, z liczbami naſtępuiącéy kolumny, które ſą podobnémiż dzieſiątkami.

Do drugiéy kolumny przyſzedłſzy, mówię 1. który w myśli zatrzymałem a 0, ieſt 1; a 5 ſą 6; a 5 ſą 11; a 2 ſą 13; piſzę 3. pod kolumną niniéyſzą, a dzieſiątek zatrzymuię, rachuiąc go za iedność, do złączenia go znaſtępuiącą kolumną; mówiąc: 1. a 9 ſą 10; a 8 ſą 18, a 9 ſą 27, a 3 ſą 30. kładę 0, pod tą kolumną, a za trzy dzieſiątki, zatrzymuię trzy iedności, do naſtępuiącéy kolumny, podobnież mówiąc: 3 a 6 ſą 9; a 7. ſą 16; a 7 ſą 23; piſzę 3 pod tą kolumną, a iako iuż innéy kolumny niéma, poſuwam o iedno miéyſce ku lewéy, dwa dzieſiątki, któreby należały do naſtąpuiącéy kolumny, gdyby ieſzcze iedna była. Liczba tedy 23037. ieſt ſummą cztérech liczb zadanych.

Jeżeli części dzieſiątne znayduią ſię; ponieważ rachuią ſię dzieſiątkami pomykaiąc ſię od prawéy ku lewéy ręce, tak iako i inne liczby; reguła zatém dodawania ich, ieſt taż ſama, uważaiąc tylko, aby iedności, iednego gatunku w iednę kolumnę przyſzły.

Tak

Tak gdyby trzeba było, dodać naſtępuiące trzy liczby 72,957. 12,8. 124,03. piſzę.

72,957
12,8.
124,03

209,787. *Summa.*

J tak podług wzwyż przepiſanéy reguły ſobie poſtępuiąc, znaydę ſummę, 209,787.

O odéymówaniu (ſubſtractio) *liczb całych, i części dzieſiątnych.*

34. Odéymowanie ieſt działanie, przez którę, iedna liczba odciąga ſię od drugiéy. *Wypadek* z tego działania, nazywa ſię, *reſzta* albo *różnica.*

35. Chcąc to działanie odprawić, liczbę która ma bydź odięta, napiſać trzeba, pod tą, od której ſię odéymuie, tymże ſamym ſpoſobém, iak w dodawaniu, i podkryśliwſzy wſzyſtko, odéymuie ſię od prawéy ku lewéy ręce idąc, każda liczba niżſza, od wyżſzéy, *odpowiadaiącéy;* to ieſt, iedności od iednościów, dzieſiątki od dzieſiątków, i. t. d. każdą reſztę napiſać trzeba na ſpodzie, w tymże ſamym porządku, czyli kolumnie, a gdy nic nie zoſtanie piſze ſię zero.

Jeżeli cyfra niżſza od wyżſzéy odpowiadaiącéy trafi ſię większa, natenczas takowéy wyżſzéy cyfrze, doda ſię dzieſięć iednościów, które mieć będzieſz, pożyczywſzy w myśli iednę iedność, u pobocznéy po lewéy ręce cyfry, dla czego też ta, o iednę iedność ſtaie ſię mniéyſzą.

PRYKŁAD I.

Daie ſię zadanie, odiąć liczbę 5432, od 8954. te obie liczby piszę iak naſtępuie,

8954.	
5432.	
3522.	*Reſzta.*

Poczynaiąc od cyfry iednościów mówię 2 odięte od 4. daią reſztę 2. które na ſpodzie piſzę; daléy do dzieſiątków poſtępuiąc, mówię 3, od 5, są 2, które pod dzieſiątkami piszę. W trzeciéy kolumnie mówię 4, od 9. są 5. które pod tą kolumną piszę. Do czwartéy naoſtatek przyszedłszy, mówię 5 od 8, zoſtaie 3. które pod 5 napisawszy, mam 3522, to ieſt resztę liczby 5432, odiętéy od 8954,

PRZYKŁAD II.

Chcąc odiąć 7987, od 27646.

Piſzę - - - - -	27646	
	7987	
	19659	*Reſzta.*

Ponieważ 7, nieda ſię odiąć od 6, przeto do tych dodaię dzieſięć iednościów, które pożyczę, od pobocznéy lewéy cyfry 4, biorąc iednę iedność, i powiém 7, odięte od 16. daią resztę 9. które piszę pod 7. Do dzieſiątków poſtępuiąc, iuż niemówię 8, od 4, ale tylko 8 od 3 ponieważ przez pożycze-

ezenie, iedno ubyło; a iako 8, od 3 odiąć niémogę, tak podobnież do 3, dzieſięć iednościów, przydam, które pożyczę biorąc od naſtępuiącéy lewéy cyfry 6, iednę iedność; i mówię 8 od 13, zoſtaie 5, które pod 8. piſzę. Do trzeciéy kolumny przychodząc mówię podobnież 9. od 5, albo raczéy 9 od 15 (pożyczaiąc iak wyżéy;) zoſtaie 6. które pod 9. piſzę.

Wczwartéy kolumnie mówię, z téyże ſaméy przyczyny 7 od 6. albo raczéy od 16. zoſtaie 9. które pod 7. piſzę: a że w piątéy kolumnie do odięcia nic niéma, przeto pod tąż kolumną napiſzę nie iuż 2. ponieważ ſię od nich pożyczyło iednéy iedności, ale tylko 1. i mieć będę rzſztę 19659.

36. Gdyby cyfra od któréyby pożyczać przyſzło była zero, natenczas nie od tego zero ale od piérwſzéy naſtępuiącéy wártuiącéy cyfry, pożyczyć trzeba; a chociaż w tym razie 100,1000, albo 10000. (podług wielości, to ieſt iednego, dwóch lub trzech naſtępuiących po ſobie zerów) pożycza ſię, przecięż działanie niemniéy, tak iak wyżéy czynić ſię będzie, to ieſt że do cyfry dla któréy pożycza ſię, tylko doda ſię 10, a ponieważ rozumié ſię że te dzieſięć ſą wzięte ze 100, albo z 1000. i, t. d. pożyczonego, zatém w działaniu z liczbami pozoſtałémi 90 albo 990, zera naſtępuiące, za tyleż 9 rachować ſię będą; co lepiéy, niżéy położony przykład obiaśni.

PRZYKŁAD III.

		99
Jeżeli od	- - - -	20064.
odiąć potrzeba	- - -	17489.
		2575, *Reſzta.*

Mówię naprzód 9. od 4 albo raczéy od 14 (od naſtępuiącéy cyfry pożyczaiąc) zoſtaie 5. Daléy chcąc odiąć 8 od 5, ponieważ to uczynić ſię nieda, ani téż od naſtępuiącéy cyfry, która ieſt zero, pożyczyć niémożná, zaczém, od 2. pożyczam iednéy iedności, która względém cyfry, w działanie teráz wchodzącéy, wárta tyſiąc. Z tego tyſiąca, biorę tylko dzieſięć, które do 5 dodawſzy, mam 15, i mówię 8. od 15, zoſtaie 7,

Ponieważ tylko 10 iednościów z tyſiąca, któremu pożyczył, potrzebowałém, więc pozoſtałe 990 ſłużyć mi będą, do odięcia od nich liczb, niżſzych, położonym wzwyż zeróm, odpowiadaiących; co na iedno wychodzi, iakby rachować każde zero, za 9: i tak powiém, 4. od 9. zoſtaie 5. potém 7. od 9. zoſtaie 2. a naoſtatek ieden od iednego odiąwſzy, nic niezoſtanie.

37. Jeżeli części dzieſiątne w liczbach do działania zadanych znaydować ſię będą, też ſame regułę z niémi zachować będzie należało; żeby zaś w wykonaniu iéy, uniknąć wſzelkiéy trudności, liczby dzieſiątne w zadanéy liczbie, w iedenże gatunek obròcić trzeba, na końcu téy liczby ktòra ma mniéy dzieſiątnych, doſtateczną liczbę zeròw dodaiąc; takowe przygotòwanie, wártości téy liczby, bynaymniéy nie odmiénia (29)

PRZY-

PRZYKŁAD IV.

Od	- - - - - -	5403,25.
mam odiąć	- - - - - -	385,6532.

Kładę dwa zera na końcu dzieſiątnych, wyżſzéy liczby, po tém przygotowaniu, podług przepiſanéy reguły, działanie moie odprawiam,

5403,2500	
385,6532.	
5017,5968	*Reſzta.*

i znayduię na reſztę, 5017,5968,

Zamiaſt zmniéyſzania o iednę iedność cyfry od którey ſię pożycza, można, kiedy ſię podoba zoſtawić ią, tak iak ieſt, a na to miaſt, liczbę odéymować ſię maiącą, pomnożyc iedną iednością: reſzta wypadnie zawſze taż ſama.

O Próbie Dodawania, i Odéymowania liczby.

38. To co ſię nazywa *próbą działania Arytmetycznego*, ieſt inne działanie, ktòre czyni ſię na doświadczenie, ieżeli wypadek z piérwſzego ieſt taki, iaki bydź, w iſtocie ſaméy powinien.

Próba dodawania robi ſię, dodaiąc znowu nanowo częściami, lecz poczynaiąc od lewéy, ſummy, które iuż były dodane. Całość odéymuie ſię od piérwſzéy kolumny, od części, ktòra iéy w ſummie niżſzéy odpowiada: na ſpodzie piſze ſię re-

ſzta

ſzta, i w myśli w dzieſiątki przemiénia ſię, dla złączenia ich z naſtępuiącą cyfrą téyże ſummy, od téy całości odéymuie ſię znowu całość wyżſzéy kolumny, i tak ſię postępuie aż do oſtatniéy kolumny, któréy całość odięta, żadnéy reſzty zoſtawić niepowinna.

Tak, znalazłſzy wyżéy że cztèry liczby naſtępuiące,

	6903.
	7854.
	953.
	7327.
czynią ſummę - - -	23037,
	ßχχø

Wypadek takowy chcąc ſprawdzić; dodaię też ſame liczby od lewèy ręki zaczynaiąc, i mówię 6. a 7. ſą 13, a 7. ſą 20; które od 23, odiąwſzy, zoſtanie 3, czyli 3 dzieſiątki, z naſtępuiącą cyfrą, zero, robiące 30. Idę do drugièy kolumny, i mówię 9, a 8, ſą 17, a 9 ſą 26, a 3, ſą 29; które od 30 odciągam, zoſtaie mi ſię 1, czyli ieden dziéſiątek, który do naſtępuiącèy cyfry 3, dodany, czyni 13. Dodaię potèm daléy, wſzyſtkie liczby trzecièy kolumny, mówiąc 5 a 5 ſą 10. a 2. ſą 12. które od 13. odiąwſzy, zoſtanie ſię 1. czyli ieden dzieſiątek, i ten do naſtępuiącèy cyfry 7. przyłączony, uczyni 17: podobież wſzyſtkie liczby oſtatniéy kolumny dodaię, mówiąc, 3, a 4, ſą 7, a 3, ſą 10: a 7, ſą 17. które, od 17 odiąwſzy, nic nie zoſtanie; Skąd wnoſzę, ze działanie piérwſze było doſkonałe.

39. Próba odéymowania czyni ſię, dodaiąc reſztę wynalezioną z działania, do liczby

liczby odiętéy; ieżeli piérwſze działanie było dobrze zrobione, to wypaśdź powinna liczba, od którey ſię odéymówało.

Dla tego w trzecim położonym wyżéy przykładzie, widzę że działanie było dobre, bo dodaiąc 17489, (liczbę odiętą) do reſzty 2575, wypada mi 20064, to ieſt liczba, od którey odèymowałém.

20064
17489
2575
20064.

O *Mnozeniu liczb* (multiplicatio)

40. Mnożyć liczbę iednę przez drugą, ieſt to brać piérwſzą z tych dwòch liczb, tyle razy, ile w drugiéy znayduie ſię iednościòw. Rozmnożyć 4, przez 3, ieſt to brać 4, trzy razy.

41. Liczba, która ma bydź rozmnożona nazywa ſię *mnoznym* (multiplicandus) przez którą ſię zaś rozmnaźá, *mnoznik*, (multiplicator) wypadek z tego działania zowie ſię *mnogość* (factum.)

42. To ſłowo mnogość, może mieć obſzérniéyſze znaczenie; lecz oſtrzégamy umyślnie; że go używać nie będziémy, tylko w mianówaniu wypadku, wyroſłego z rozmnożenia.

Mnożny i mnożnik nazywaią ſię także, *czynnikami mnogości;* (factor) tak 3, i 4, ſą ſą czynnikami 12ſtu, ponieważ 3 razy, 4, czyni 12.

43. Z podanego dopiéro o mnożeniu wyobrażenia, pokazuie ſię; iżby można to działanie odprawić, piſanie mnożnego, powtarzaiąc tyle razy, ile ſię znayduie iednościów w mnożniku, a potém, robiąc dodanie; *n.p.* chcąc rozmnożyć 7, przez 3, można napiſać, - - - 7

7

7

21.

I liczba 21, wypadaiąca z tego dodania, będzie mnogością. Lecz niech tylko mnożny będzie cokolwiek znacznéy wártości, działanie ſtaie ſię zbyt długie, to zaś co właściwie mnożeniem nazywamy, ieſt ſpoſób, przez który, krótſzą drogą, tegoż ſamego wypadku dochodzimy.

44 Kiedy uważamy liczby niemianowicie, to ieſt bez względu na naturę ich iednościów, mało na tém zależy, którakolwiek z zadanych dwóch liczb do mnożenia, wezmie ſię za mnożnego, lub zamnożnika.

Np. Maiąc rożmnożyć 4, przez 3, iedno ieſt, rozmnożyć 4 przez 3, albo 3, przez 4; mnogość wypadnie zawſze 12: w rzeczy ſaméy, 3 razy 4, nie co inſzego ieſt, tylko raz 4, trzy razy wzięte,

i 4 razy 3, ſą 4 razy ieden, trzy razy wzięte: zaczém ieſt rzez oczywiſta, że ráz 4, albo 4 razy ieden, ieſt iedno; tož ſamo *rozumówanie*, względem każdéy innéy, liczby użyć daie ſię

45. Lecz kiedy wyrażenie zadania w mnożniku i mnożnym, mianowaną liczbę oznacza, wiele na tém zależy, żeby mnożnika za mnożnego niebrać, ani przeciwnie: baczność ta, oſobliwiéy ieſt potrzebna w liczbach wielorakich, o których niżéy mówić będziémy.

W reſzcie, to zawſze łatwo rozeznać można; zadanie prowadzące do mnożenia, o które rzecz idzie, daie zawſze poznać, ilość, którą kilka razy powtórzyć trzeba, to ieſt mnożnego, i tę która oznacza, wiele razy tenże mnożny, ma ſię powtórzyć, to ieſt mnożnika.

46. Ponieważ mnożnik, ſłuży do pokazania, wiele razy ma bydź mnożny powtórzony, przeto zawſze ieſt liczbą niemianówaną.

Tak, w pytaniu, wiele maią koſztówać 52, ſążni drzewa, ſążeń po 36 złł: widziéć ſię daie, że mnożnym ſą 36 złł: które 52 razy powtórzyć trzeba, bądź że te 52, znaczą ſążnie, lub też iaką rzecz inſzą.

47. Mnogość zatém, z powtórzonego dodania mnożnego, wynikła, będzie miała w ſobie iedności, téyże ſaméy natury co mnożny.

Po

Po tém krotkiém wyboczeniu, co do natury iednościòw mnogości, i iéy czynników, powróćmy do ſpoſobu znalezienia téyże mnogości.

48. Reguły mnożenia liczby, bądź iak naybardziéy poſkładanéy na tém zależą, aby rozmnożyć liczbę iednéy oſobnéy cyfry, przez liczbę drugiéy oſobnéy cyfry. Trzeba ſię tedy wprawić, do znalezienia mnogościòw, liczb w iednéy cyfrze wyrażonych, przydaiąc koléyno liczbę, do téyże ſaméy liczby tyle razy, ile potrzeba. Można także kiedy ſię poba, użyć naſtępuiącéy tablicy, ktòrą Pitagorowi przypiſuią.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Piér-

Piérwſza liſtwa tèy tablicy ſkłada ſię, dodaiąc wſzędzie koléyno po iednemu.
Druga dodaiąc po 2. podobnież.
Trziecia dodaiąc po 3. i. t. d.

48. Przy pomocy téy tablicy chcąc znaleśdź mnogość dwòch liczb, z ktòrych każda ieſt iedną cyfrą wyrażona, ſzukać potrzeba iednéy z tych liczb mnożnego *np* w gòrnéy liſtwie; i od kratki wſpomnionéy dopiéro liczby, ſpuſzczaiąc ſię proſto na dòł, pòty áż ſię ſtanie na przeciwko mnożnika w pierwſzéy kolumnie położonego. Liczba na ktòréy ſię ſtanie, będzie mnogością.

Tak *np* chcąc znaléśdź mnogość 9ciu przez 6. albo wiele czyni, 6 razy 9; ſpuſzczam ſię od 9, w pièrwſzèy liſtwie znależionych, aż na przeciwko 6 w piérwſzéy kolumnie położonych; liczba na którèy zaſtanowiłém ſię, ieſt 54. a zatém 6 razy 9, czynią 54.

Na tém przygotowaniu do mnożenia liczb, w kilku cyfrach wyrażonych, zda mi ſię że będzie doſyć.

O Mnozeniu przez liczbę, z iednéy cyfry złozoną.

50. Napiſz, mnożnika (ktòrego tu z iednéy cyfry bydź złożonego rozumiémy,) pod mnożnym, mało na tém zależy,

ży, pod ktòrąkolwiek cyfrą; lecz żeby umyſł zaſtanowić, daymy że to będzie pod cyfrą iednościòw.

Rozmnòż naprzòd liczbę iednościòw przez mnożnika, a ieżeli mnogość, ſame iedności tylko w ſobie zawiéra, napiſz ią na ſpodzie; ieżeli ma w ſobie dzieſiątki i iedności, napiſz tylko ſame iedności, a rachuiąc dzieſiątki za tyleż iednościòw, zatrzymay ie w pamięci.

Rozmnòż podobnież liczbę dzieſiątkòw mnożnego, i do mnogości, doday iedności zatrzymane; napiſz wſzyſtko na ſpodzie, ieżeli w iednéy cyfrze wyrażono bydź może, ieżeli nie, to niepiſz, tylko mnogość iednościòw, a zatrzymay dzieſiątki, ktòre ſą ſtami, do dodania ich z naſtępuiącą mnogością, ktòra także ze ſtòw będzie złożona.

Podług téyże ſaméy reguły poſtępuy ſobie daléy z mnożeniem wſzyſtkich cyfer liczby mnożnéy, rzęd ſpodni cyfer napiſanych, pokaże ci ſzukaną mnogość.

PRZYKŁAD

Chcę wiedzièć, 2864, ſążnie, wiele ſtóp czynią; ſążeń, 6 ſtóp ma w ſobie: zadanie na tém zawiſło, żeby 6 ſtóp wziąść 2864 razy, albo co na iedno wychodzi (44) 2864 ſtóp, wziąść 6 razy.

Pi-

Piſzę więc - - - - 2864. *Mnożny.*
6. *Mnożnik.*
17184. *Mnogość.*

J mówię, poczynaiąc od iednościów, 6 razy 4, czynią 24; piſzę 4, a 2 iedności, za dwa dzieſiątki zatrzymuię w pamięci.

2re. 6 razy 6, czynią 36, a 2, ktòrem zatrzymał, czynią 38, kładę 8, a 3, zatrzymuię.

3cie. 6 razy 8, czynią 48, a 3 zatrzymane, czynią 51; kładę 1, a zatzymuię 5.

4te. 6 razy 2, ſą 12, a 5 zatrzymane, czynią 17, które w całości piſzę, bo iuż więcèy nic do mnożenia niezoſtaie. Liczba 17184 ieſt żądaną mnogością, albo liczbą ſtóp, które czynią 2864 ſążnie; ponieważ, zawièra w sobie 6 razy 4 iedności, 6 razy 6 dzieſiątków, 6 razy 8 ſtów, i 6 razy 2 tyſiące, a zatèm 6 razy liczbę 2864.

O Mnozeniu przez liczbę z wielu cyfer złozoną.

51. Kiedy mnożnik ma więcéy, iak iednę cyfrę, z każdą z oſobna z tych cyfer, to robić trzeba, cośmy dopiéro powiédzieli, o mnożniku, ktòry ma iednę cyfrę, lecz zawſze poczynaiąc od prawéy: zatém naprzòd wſzyſtkie cyfry mnożnego, rozmnożyć trzeba ptzez cyfrę iednościòw mnożnika, potém przez cyfrę dzieſiątkòw, i ta druga mnogość napiſze ſię pod piérwſzą; ale że to ma bydź liczba dzieſiątków, ponieważ ſię przez dzieſiątki rozmnaża, przeto piérwſza cyfra téy mno-

mnogości, ma bydź przeniéfiona pod dziefiątki, drugie zaś cyfry podle niéy, cofaiąc fię ku lewéy ręce.

Trzecia mnogość, która wynika z mnożenia przez fta, podobnież napifze fię pod drugą, lecz o iedno miéyfce, ku lewéy znowu cofnąwfzy: toż famo i względém innych naftępuiących cyfer zachować trzeba.

Tym fpofobém wfzyftkie mnożenia odbywfzy, mnogości ofobne dodadzą fię razém, a fumma, pokaże mnogość całkowitą.

PRZYKŁAD

```
Zadaie fię do rozmnożenia liczba  65487.
przez - - - - - - - - - -          6958.
                                 ---------
                                  523896.
                                 327435.
                                589383.
                               392922.
                              -----------
                               455658546.
```

Rozmnażam naprzód 65487, przez 8. iednościów, mnożnika, i pod linią, porządnie pifzę cyfry mnogości, 523896. którą znayduię podług podanéy reguły, w piérwfzym przypadku (50) Rozmnażam podobnież liczbę 65487, przez drugą cyfrę mnożnika 5, i mnogość, pod piérwfzą mnogością pifzę, lecz piérwfzą cyfrę 5, pod dziefiątkapiérwfzéy mnogości kładąc.

Tymże famym fpofobém mnożąc 65487, przez trzecią cyfrę 9, mnogość 589383, pifzę pod fprzefzłą, ale znowu piérwszą iéy cyfrę 3, pod ftami kładąc

kładąc, bo liczba przez którą rozmnażałém była liczba ftów.

Nakoniec rozmnażam 65487, przez oftatnią cyfrę mnożnika 6, i mnogość iego 392922, pifzę pod przefzłą, znowu o iedno miéyfce, w lewą pofunąwfzy fię, ażeby oftatnia cyfra miéyfce tyfiąców zabiérała; cyfra albowiém, przez którą fię rozmnażało, tyfiące znaczy; w refzcie te wfzyftkie mnogości z fobą dodawfzy, mam mnogość 455658546, z 65487 rozmnożonych, przez 6958 złożoną, to ieft wártość 65487, wziętych 6958 razy. Jakóż w rzeczy faméy, wzięło fię 65487, razy 8 przez piérwfze działanie, 50 razy przez drugie, 900 razy przez trzécie, a 6000 razy przez czwarte.

52. Gdyby mnożny lub mnożnik lub téż oba, kończyły fię zerami: działanie fkróciéby można, rozmnażaiąc iak gdyby zerów niebyło; lecz potém, na końcu mnogości, wfzyftkie położyć trzeba.

PRZYKŁAD

```
Ma bydź rozmnożona liczba  6500.
przez - - - - - - - - -     350.
                           -----
                            325
                           195
                          -------
                          2275000.
```

Rozmnażam tylko 65 przez 35, i znayduię 2275, na końcu których, dodaię trzy zera, które fię na końcu mnożnego, i mnożnika znayduią. Jakóż mnożny 6500. oznacza 65 ftów; a zatém rozmnażaiąc 65. należy fię dorozumiéwać że mnogość będzie ze ftów; podobnież mnożnik, 350, oznacza 35 dziefiątków; więc, rozmnażaiąc przez 35, rozumié fię, że mnogość będzie z dzieſiątków; będzie więc, z dzieſiątków ſtów, to ieſt z tyſiąców, a zatém powinna mieć trzy zera: w wſzelkich innych zdarzeniach użyć można podobnego temu rozumowania.

53. Kiedy między cyframi mnożnika, znayduią ſię zera, ponieważ mnożenie przez zera, niémoże dać inſzéy mnogości, iak zera, zaczém obéyśdź ſię można bez piſania onych, i zaráz przechodząc do mnożenia piérwſzéy cyfry wártuiącéy, po tych zerach naſtępuiącéy, mnogość o tyle miéyśc więcéy iedném, poſunie ſię ku lewéy ręce, wiele zerów idących po ſobie znayduie ſię w mnożniku; to ieſt o dwa miéyſca ieżeli iedno zero, o trzy ieżeli dwa, i. t. d.

PRZYKŁAD.

Maiąc rozmnożyć - - - 42052
przez - - - - - - - 3006.

252312.
126156.

126408312.

Rozmnożywſzy przez 6, i mnogość 252312. napiſawſzy, zaráz przez 3. ma ſię rozmnażać; lecz mnogość 126156, tym ſpoſobém napiſać trzeba. żeby znaczyła tyſiące; trzeba ią więc poſunąć o trzy miéyſca, to ieſt iednėm więcéy, ile zerów, po ſobie naſtępuiących, między cyframi mnożnika znayduie ſię.

O Mnożeniu części dzieſiątnych.

54. W rozmnażaniu części dzieſiątnych, też ſamę regułę zachować należy, co w liczbach całych, na kryſkę żadnego względu niémaiąc; lecz znalazłſzy mnogość, po prawéy ręce, kryſką tyle cyfer oddzieli ſię, ile ich w mnożnym i w mnożniku znaydòwało ſię.

PRZYKŁAD.

Jeſt zadanie rozmnożyć - - - 54,23
przez - - - - - - - - - - 8,3

16269
43384

450,109

Rozmnażać tedy będę 5423, przez 83; mnogość wypadanie 450109; a ponieważ znayduią ſię dwie dzieſiątne w mnożnym, i iedna w mnożniku, przeto po prawéy ręce mnogości, trzy cyfry oddzieliwſzy, zrobi ſię 450,109. to ieſt mnogość taka iak bydź powinna.

Téy reguły przyczyna łatwo daie ſię poiąć, uważaiąc, że gdyby mnożnik był 83, mnogość w dzieſiątnych niémiałaby tylko ſetne, ponieważ mnożny 54,23. którego dzieſiątne ſą ſetnémi, powtòrzyłby ſię 83 razy; lecz że mnożnik ieſt 8,3. mnogość powinna także bydź, dzieſięć razy mniéyſza iak w piérwſzym razie;

oſtatnia tedy cyfra dzieſiątnych, powinna tyſiączne wyrażać; a zatém, 3 cyfry dzieſiątne, w téy mnogości znaydować ſię powinny, to ieſt tyle, ile ich ieſt, w mnożnym i w mnożniku.

To rozumówanie w każdym innym razie daie ſię użyć.

PRZYKŁAD II.

Maiąc rozmnożyć - - - - -	0,12.
przez - - - - - - - - - -	0,3
	0,036.

Rozmnażać ſię będą 12 przez 3, coby uczyniło 36; że zaś reguła przepiſuie, żeby oddzielić trzy cyfry, możeby kogo zatrudniło, iak to, w tym razie wykonać; lecz udawſzy ſię do rozumówania, któregośmy w przykładzie przeſzłym użyli, pokaże ſię łatwo, iż potrzeba, iak ſię tu czyni, między 36 i kryſką, położyć zero. W rzeczy ſaméy gdyby 0,12, przez 3. mnożyć potrz ba było, pokazuie ſię oczywiście, żeby wypadło 0,36. lecz że tylko przez 0,3 rozmnożyć zadano, to ieſt przez liczbę dzieſięć razy mniéyſzą od 3. przeto téż i mnogość powinna bydź od 0,36. dzieſięć razy mniéyſza, to ieſt tyſiącznémi wyrażona; co ſię ſtanie (28.) napiſawſzy 0,036.

Niektóre użycia, reguły poprzedzaiącéy.

55. Nieieſt tu myśl naſza, podawać wſzelakie, iakie tylko bydź mogą użycia, mnożenia liczby. Wſkażémy tylko niektóre, a te do innych drogę pokażą.

56.

56. Mnożenie, ſłuży do znależienia w ogólności, wártości cáłkowitéy wielu iednościów, kazdéy oſobną wártość maiąc wiadomą.

Np. 1od Wiele ma, koſztować 5842 ſążni, ſą-
żeń po 54. złł, rachuiąc? trzeba rozmnożyć 54
złł. przez 5842, albo (44.) 5842 złł. przez 54;
wártość cáłkowita wypadnie 315468. złł. 2re. Je-
żeli bómba 8 calowa waży 42 fty wiele ważyć bę-
dą 5954. bómb, téyże ſaméy *ſrzednicy*? (diame-
ter) Trzeba rozmnożyć 42, przez 5954, albo
5954, przez 42; waga cáłkowita 5954. bómb, wy-
nieſie 250068. ftów.

57. Używa ſię mnożenia chcąc iednośći pewnego gatunku, przemiénić w iedności mniéyſzego gatunku. *Np.* obrócić złote na groſze, groſze na ſzelągi; ſążnie na ſtopy, ſtopy na cale, na linie; dni na godziny, te na minuty piérwſze, minuty piérwſze, na minuty wtóre; częſtokroć bywaią takowe przemiany potrzebne. Podamy ich niektóre przykłady.

Chcąc przemiénić 10. złł. 15. gr. na ſzelągi; ponieważ złoty zawiéra w ſobie 30 groſzy, rozmnażam naprzód 10. złł przez 30 (52) co mi da 300 groſzy, do których przyłączywſzy 15 groſzy uczyni 315, które rozmnożę przez 3, ponieważ każdy groſz, wárt trzy ſzelągi, i będę miáł mnogość 945 ſzelągów, która mi oznacza wártość 10 złł. 15 gr. obróconych na ſzelągi.

Gdyby

Gdyby było zadano: rok pospolity, to iest 365 dni, 5 godzin, i 48 minut, albo, 365 *d.* 5 g. 48 *m.* wiele uczynią minut? ponieważ dzień ma 24. godziny, rozmnożę 24 g. przez 365 i do mnogości 8760. g. dodam 5. g. rozmnożę potém tę całkowitość 8760 przez 60 (52) gdyż godzina ma w sobie 60 minut, dostanę mnogość 525900 minut, do których 48 minut przydawszy, wypadnie 525948. to iest liczba minut, zawiéraiąca się w roku pospolitym,

O Dzieleniu liczb całych, i części dziesiątnych.

58. Dzielić liczbę, przez drugą, iest to w ogólności szukać wiele razy piérwsza z tych dwóch, druga w sobie zawiéra.

Liczba która ma bydź dzielona nazywa się *dziélny* (dividendus) przez którą się zaś dzieli, iest, *dziélnik*. (divisor) ta zaś co pokazuie, wiele razy dziélny mieści w sobie dziélnika, ma nazwisko *wieloráz* (quotiens)

Niezawsze iest célém dzielenia wiedziéć, wiele razy iedna liczba drugą w sobie mieści, atoli działanie zawsze tak się czyni, iak gdyby do tego końca zmiérzało: zaczém w każdym razie można go uważać, iako działanie przez które dochodzimy, wiele razy liczba dziélna mieści w sobie dzieląca.

Stąd idzie: że rozmnażaiąc dziélnika przez

przez wieloráz, z tego rozmnożenia dziélny wypaśdź powinien; ponieważ iest to brać dziélnika tyle razy, ile się razy w dziélnym znayduie: to rozumié się w powszechności, czyto wieloráz iest liczba cała, czy téż łamana.

Co się tycze gatunku iednościów wielorazu, o tych ani z gatunku dziélnego, ani dziélnika, ani z gatunku obydwóch sądzić niémożna; bo lubo dziélny i dziélnik zostaną też same, wieloráz, który co do liczby, także tenże sam będzie, co do natury iednak swoich iednościów, może bydź bardzo różny, podług zadania, które dało okazyą do dzielenia.

Np. ieżeli iest zadano, wiele razy 8. złł. zawiéraią w sobie 4 złł. wielorazém będzie liczba niemianówana znacząca, 2 razy. Ale ieżeli zadano będzie wiedziéć; wiele zą 8 złł. roboty zrobi się, kiedy 1 sążeń 4 złł. kosztuie; wieloráz będzie 2 sążnie, który iest liczbą mianówaną, i którego gatunek, ani z dziélnym ani z dziélnikiém niéma żadnego związku.

Lecz oráz stąd, widziéć daie się, że zadanie samo, do dzielenia okazyą daiące, naturę iednościów wielorazu wskazuie.

O Dzieleniu liczby, z wielu cyfer złożonéy, przez liczbę która ma tylko iednę cyfrę.

59. W działaniu które opifać mamy, rzecz idzie o to, ażeby wynaléśdź w liczbie z iednéy lub dwóch cyfer złożonéy, wiele razy mieści fię liczba, z iednéy cyfry, złożona. Co iuż ieft rzeczą gotową, umieiąc na pamięć mnogości, liczb iednę cyfrę maiących.

Dla wyćwiczenia fię w tém, można użyć tablicy wyżéy położonéy (48). *Np.* chcąc wiedzieć, wiele razy 74, zawiéraią w sobie 9, szukam dziélnika w liftwie górnéy, i profto spuszczam fię aż napadnę liczbę, 74*ém* naybliźszą, iak tu 72; i w tym razie liczba 8, w piérwszéy kolumnie naprzeciwko 72*óch* położona, ieft liczbą szukanych razów, czyli wielorazém żądanym.

To założywfzy, przyftępuiemy do opifania dzielenia liczby z wielu cyfer złożonéy, przez liczbę, która iednę tylko ma cyfrę.

Na boku dziélnego, napifz dziélnika: przedziél ie pionową linią, i podkryśliy dziélnika, pod którym mafz pifać cyfry wielorazu, iakie znaydować będziefz.

Weźmiy piérwfzą cyfrę dziélnego, od lewéy ręki poczynaiąc, albo téż dwie piér-

wfze

wfze cyfry, ieżeli iedna początkowa niezawiéra w fobie dziélnika.

Szukay wiele razy ta piérwfza, albo dwie piérwfze cyfry mieszczą w fobie dziélnika, liczbę takowych razów, pod tymże dziélnikiém napifzefz.

Rozmnóż dziélnika, przez dopiéro napifany wieloráz, i mnogość przenieś, pod część dziélnego, do któréy należy; po odięciu, zoftanie fię refzta.

Na boku refzty, fpuść naftępuiącą cyfrę całéy liczby dziélnéy; co ci da nową część dziélną, z którą fobie tak; iak z piérwfzą poftąpifz, kładąc wieloráz po prawéy ręce znalezionego wielorazu przefzłego, rozmnażaiąc podobnież dziélnika przez ten nowy wieloráz, pifząc i odéymuiąc mnogość, iak przedtém.

Spuścifz znowu do pozoftałéy refzty, naftępuiącą daléy dziélnego cyfrę, i tymże famym fpofobém, aż do oftatniéy koléyno wziętéy, mafz fobie poftępować.

Naftępuiący przykład tę regułę obiaśni.

PRZYKŁAD.

Jeft zadanie, żeby 8769. rozdzielić przez 7. Piszę te dwie liczby iak naftępuie.

Dzié-

```
Dziélny   | 7 Dziélnik.
 8769     |------------
 7        | 1252 5/7 Wieloráz.
 ---      |
 17       |
 14
 ---
  36
  35
  ---
   19
   14
   ---
    5
```

Zaczynaiąc od lewéy ręki dziélnego, powinienbym mówić, w 8 tyſiącach, wiele razy mam 7? lecz mówię tylko proſto w 8 wiele razy mam 7? mam ráz. Ten 1. ieſt naturalnie tyſiąc, lecz naſtępuiące cyfry, prawdziwą dopiéro dadzą mu wártość; dla czego piszę tylko proſto 1. pod dziélnikiém.

Rozmnożywszy dziélnika 7. przez wieloráz 1; 7. przenoszę pod część 8, którą dzieliłém; po uczynioném odięciu zoſtaie mi reszta 1.

Ta reszta 1. ieſt część z 8, która niebyła rozdzielona, i względém naſtępuiącéy cyfry 7. ieſt dzieſiątkiém; dla tego, wspomnioną dopiéro cyfrę 7, spuściwszy na bok téy reszty, dalsze czynię działanie, mówiąc, w 17, wiele razy mam 7? 2 razy. Piszę te 2, po prawéy ręce wielorazu piérwszego 1, z poprzédzaiącego działania wynikłego.

Rozmnażam iak piewéy, dziélnika 7. przez nowoznaleziony wieloráz 2; kładę mnogość 14. pod nową częścią dziélną, to ieſt pod 17. i uczyniwszy odięcie, zoſtaie mi reszta 3. to ieſt cząſtka, która niémogła bydź rozdzielona.

Na boku téy reszty 3. spuszczam 6, to ieſt trzecią cyfrę dziélnego. i mówię w 36. wiele razy mam 7? znalazłszy 5 razy, przypisuię te 5 do wielorazu.

Roz-

Rozmnażam dziélnika 7. przez 5, i napisawszy mnogość 35, pod nową częścią dziélną, czynię odéymówanie, po którym zoſtaie mi reſzta 1.

Nakoniec, na boku téy reſzty 1, ſpuſzczam oſtatnią cyfrę 9, i mówię w 19, wiele razy mam 7? 2 razy; przypiſuię 2, do wielorazu.

Rozmnażam dziélnika 7. przez nowy wielorąz 2, i mnogość napiſawſzy, pod oſtatnią częścią dziélną 19, po odięciu zoſtaie mi reſzta 5.

Znayduię więc że 8769, zawiéraią w ſobie liczbę 7, tyle razy, ile pokazuie wielorąz, któryśmy napiſali, to ieſt 1252 razy, i że ſię ieſzcze zoſtaie 5.

Co ſię tycze téy reſzty, doſyć nam teráz tylko będzie powiedzieć, że ſię piſze na boku przy wielorazie, iak w tym przykładzie zobaczyć można, to ieſt dziélnika piſząc na ſpodzie téy reſzty, i iednę liczbę od drugiéy liniią oddziélaiąc, co wymawia ſię, pięć ſiódmych części, albo iednym ſłowém, *pięć ſiódmek*. Naturę tego gatunku liczb, wytłómaczymy niżéy.

60. Gdyby ſię trafiło w działaniu, że który z cząſtkowych dziélnych, dziélnika w ſobie mieścić niebędzie, natenczas, tylko przy wielorażie napiſze ſię zero, i pominąwſzy mnożenie, ſpuſzcza ſię zaráz inna cyfra, do cząſtkowego dziélnego, i w dzieleniu poſtępuie ſię daléy.

PRZYKŁAD

Trzeba rozdzielić liczbę: 14464 przez 8.

```
14464 | 8.
 8    |-----
 ---  | 1808
 64
 64
 ---
  064
   64
  ---
```

Biorę tu dwie piérwſze cyfry liczby dzielnéy, bo ſama piérwſza, niemieści w ſobie dzielącéy.

Znayduię że 14, zawiéraią w ſobie 8, ráz 1. piſzę ten wieloráz 1. rozmnażam 8 przez ieden, i mnogość 8. od 14 odéymuię, co mi daie 6 reſzty, do któréy ſpuſzczam trzecią cyfrę, dziélnego to ieſt 4.

Poſtępuię daléy mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znayduię 8 razy, piſzę wieloráz 8; po odprawioném rozmnożeniu, mnogość 64, odéymuię od części dziélnéy 64, zoſtaie mi 0; do którego ſpuściwſzy 6, to ieſt czwartą, dziélnego cyfrę, znayduię, że 6, w ſobie 8*u*. niemieści; piſzę zamiaſt wielorazu, 0, i natychmiaſt, do 6, ſpuſzczam oſtatnią dziélnego cyfrę 4, mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znayduię 8 razy. Napiſawſzy wieloráz 8, i mnożenie odbywſzy, odéymuię mnogość 64; a iako nic mi ſię niezoſtaie, wnoſzę, że 14464, zawiéraią w ſobie liczbę 8, razy 1808.

O Dzieleniu przéz liczbę z wielu cyfer złożoną.

61. Gdy dziélnik z więcéy cyfer będzie złożony, poſtąpić ſobie trzeba naſtępuiącym ſpoſobém.

Weźmiy po lewéy ręce dziélnego tyle cyfer, ile potrzeba do umieſzczenia dziélnika.

To założywſzy, zamiaſt ſzukania iak wyżéy, wiele razy część dziélna zawiéra w ſobie całego dziélnego, ſzukay tylko wiele razy piérwſza cyfra dziélnika mieści ſię w piérwſzéy, lub dwóch piérwſzych

wſzych cyfrach dziélnego, ieżeli ſama piérwſza niewyſtarcza; wieloráz ten, napiſz pod dziélnikiém iak piérwéy.

Rozmnażay koléyno, podług reguły danéy (50), wſzyſtkie cyfry dziélnika przez wieloráz, a cyfry mnogości, porządkiém pownoś pod odpowiadaiące cyfry dziélnego. Odpraw odéymowanie, i do reſzty, ſpuść naſtępuiącą dziélnego cyfrę, dla pociągnienia daléy, tymże ſamym ſpoſobém tego działania.

Niektòrémi przykładami to obiaśnimy, i zachodzące w nich trudności ułatwimy.

P R Y K Ł A D I.

Niech będzie zadano rozdzielić 75347. przez 53.

```
75347. | 53.
53     |------
----   | 1421 34/53.
 223.
 212
 ----
  114
  106
  ----
    87.
    53.
    ---
    34.
```

Biorę tylko dwie piérwſze cyfry dziélnego, ponieważ zawiéraią w ſobie dziélnika; i zamiaſt mówić, w 75 wiele razy mam 53, mówię tylko wiele razy 7. dzieſiątków z 75; mieſzczą w ſobie 5 dzieſiątków z 53, to ieſt wiele razy 7, zawiéra w ſobie 5? znayduię 1. który, iako wieloráz piſzę.

Roz-

Rozmnażam 53 przez 1. i mnogość 53 pod 75 przenoſzę: po odprawioném odięciu zoſtaie 22. do których naſtępuiącą dziélnego cyfrę 3. ſpuſzczam, i poſtępuię dalèy mówiąc, dla większèy łatwości, we 22. wiele razy mam 5? (zamiaſt w 223. wiele razy mam 53.) Znayduię 4 razy, które iako nowy wieloráz piſzę.

Rozmnażam koléyno przez 4. obie cyfry dziélnika, i mnogość 212, pod częścią dziélną 223 ſkładam; po odciągnieniu zoſtaie mi reſzta 11. do którèy ſpuſzczam cyfrę dziélnego 4, i proſto mówię iak przedtèm w 11. wiele razy mam 5? 2 razy; napiſawſzy ten wieloráz, rozmnażam 53, przez 2, co mi daie 106, które piſzę pod częścią dziélną 114; odprawiwſzy odèymówanie mam reſztę 8, do których oſtatnią cyfrę 7, ſpuſzczam; i poſtępuiąc, dalèy, rozdziélam 87, podobnież iak wyżéy, wypada mi wieloráz 1, i reſzta 34, którą piſzę przy wielorazie, wyżèy wzmiankowanym ſpoſobèm (59.)

62. Należałoby wprawdzie ſzukać ściſle, wiele razy część dziélna, całego dziélnika w ſobie zawiéra; lecz że takowe macanie, czeſtokroć byłoby bardzo długie, i przykre, na tém iakośmy widzieli, przeſtawać ſię zwykło, gdy tylko ſzuka ſię wiele razy część naymocniéyſza dziélnego, w ſobie mieści także część naymocniéyſzą dziélnika, wieloráz tym ſpoſobém wynaleziony, niezawſze ieſt prawdziwy, ponieważ w iſtocie ſaméy tą drogą tylko przybliżamy ſię do wártości prawdziwego wielorazu; z tém wſzyſtkiém, oprócz

oprócz że zbliżenie takowe, prawie zawſze ſzukaną liczbę wſkazuie, w przeciwnym razie, przynaymniéy mało co od niéy oddali; naſtępuiące mnożenie ſłuży, do poprawienia tego, co w owém ſądzeniu mogło bydź omylnego. W rzeczy ſaméy, gdyby część dziélna, trzy razy *np* zawiérała w ſobie dziélnika, a z uczynionéy pròby pokazało ſię, że go 4 razy pomieścić może, w rozmnożeniu, łatwo pokazuie ſię iżby mnogość, większa była od dziélnego, ponieważ brałoby ſię więcéy razy dziélnika aniżeli ſię prawdziwie w dziélnym mieści, przez co odéymòwanie ſtałoby ſię niepodobne: w takowym tedy razie, wieloráz zmniéyſza ſię o iednę, dwie, i. t. d. iedności, pòki niewypadnie mnogość do odciągnienia zgodna; przeciwnym ſpoſobém gdyby za wieloráz były wzięte 2, reſzta wypadłá przez odéymówanie, od dziélnika bydź większą pokazałaby ſię, coby znakiém było, że dziélnik ieſzcze w niéy mieści ſię, a zatém że wieloráz ieſt mały.

Wreſzcie przez używanie, nabydź można wkrótce łatwości, przewidzenia, o wiele zmniéyſzyć lub pomnożyć trzeba wieloráz z piérwſzéy próby wypadły.

PRZYKŁAD

Niech będzie zadano rozdzielić 189492 przez 375.

```
 189492. | 375
 1875    |------
-------  | 505 117/375.
  1992
  1875
 ------
   117.
```

Biorę cztèry pièrwſze cyfry dzièlnego, bo trzy przednie niemieszczą ieszcze w sobie dziélnika.

Potèm mówię w 18 tylko, wiele razy mam 3? w rzeczy ſamèy mam 6 razy; lecz rozmnażaiąc 375 przez 6, wypadnie mi więcéy od dzièlnego 1894; dla czego piſzę tylko 5, a napiſawſzy mnogość pod 1894, czynię odéymowanie, i zoſtanie mi ſię 19.

Spuszczam do 19, cyfrę dziélnego 9; a ponieważ 199, niemieści w sobie 375, kładę 0, za wieloráz, i do 199 spuszczam naſtępuiącą cyfrę dziélnego 2, co mi da 1992; i mówię w 19 tylko, wiele razy mam 3? 6 razy. Lecz dla wyżèy obiaśnionéy przyczyny, piszę tylko wieloráz 5, i po uczynioném wzwyż opisaném działaniu, zoſtaie mi reszta 117.

63. Dla tém łatwiéyſzégo poięcia tego ſpoſobu, podaliśmy regułę żeby pod każdą częścią dzièlną mnogość z rozmnożenia dziélnika przez wieloráz, znalezioną, napiſać; lecz ponieważ, ieſt célem Arytmetyki, działania ile możności ſkracać, należy nam tu przydać, iż bez piſania tych mnogościòw obéyśdź ſię może, czyniąc koléyno zaráz odéymòwanie po

po rozmnożeniu każdéy cyfry dziélnego; Naſtępuiący przykład, rozumiém będzie doſtarczaiący, na obiaśnienie tego odéymowania.

PRZYKŁAD

Ma bydź dzielono - 756984. przez 932.

```
 756984 | 932.
  1138  |--------
   2064 | 812 200/932.
 -------
   200.
```

Wziąwſzy cztèry pièrwſze cyfry dzièlnego, których do umieſzczenia dzièlnika trzeba, znayduię że 75, mieſzczą w ſobie 9, razy 8, dlaczego piſzę wieloráz 8; lecz zamiaſt przenieſienia pod 7569, mnogości z rozmnożenia 932, przez 8, wyniknąć maiącéy, rozmnażam proſto 2, przez 8, co mi daie 16, a iako 16, niémogę odiąć z 9, pożyczam od naſtępuiącéy cyfry 6, dzieſiątka, który z 9 złączony uczyni 19, z tych więc odiąwſzy 16, zoſtanie mi 3. które na ſpodzie piſzę.

Zebym ſię zaś wyrachówał z tego pożyczonego dzieſiątka, zamiaſt zmniéyſzenia o iednę iedność cyfry 6, od którey pożyczyłém, zatrzymuię w myſli tę iedność, i dodaię ią do naſtępuiącèy mnogości, i tak dalèy w mnożeniu poſtępuiąc, mówię 8 razy 3, czynią 24, a 1 zatrzymany, ſą 25; a iako 25 od 6 odiąć niémogę, od naſtępuiącèy dzièlnego cyſry 5, pożyczam dwóch dzieſiątków, które z 6 złączone czynią 26; z tych odiąwſzy 25, zoſtaie mi 1, który pod 6 piſzę; tym ſpoſobém wyrachówałém ſię z pièrwſzego dzieſiątka, o który powiniénèm był zmnièyſzyć 6, bóm odiął więcèy iednym dzieſiątkiém, iak należało.

Podobnież wyrachuię ſię, i z dwóch dopièro pożyczonych dzieſiątków; mówię więc dalèy: 8 razy

9 czynią 72, a 2 pożyczone, ſą 74, które z 75 odięte, daią mi reſztę 1.

Spuſzczam do reſzty 113 cyfrę dziélnego 8, i w tenże ſam ſpoſób daléy poſtępuię, mówiąc: w 11, wiele razy mam 9? 1 ráz; potém, ráz 2, ſą 2, które odiąwſzy od 8, zoſtaie 6, ráz 3 ſą 3, które odiąwſzy od 3, zoſtaie 0, ráz 9 ieſt 9, które odiąwſzy od 11, zoſtaie 2. Do reſzty 206, ſpuſzczam cyfrę 4, i mówię we 20 wiele razy mam 9? 2 razy, potèm rozmnażaiąc, 2 razy 2, ſą 4, te odiąwſzy od 4, zoſtaie 0. 2 razy 3, ſą 6, które odiąwſzy od 6, zoſtaie, 0; i nakoniec 2 razy 9, ſą 18, które odiąwſzy od 20, zoſtaie 2.

W przeciągu dzielenia cząſtkowego, może ſię trafić, że dziélny, więcéy iak 9 razy, w ſobie mieści dziélnika; z tém wſzyſtkiém wielorazu nigdy nad 9 nietrzeba brać większego; gdyby albowiém tylko 10, położyć można, byłoby dowodém, że wieloráz przez poprzédzaiące działanie wynaleziony, był fałſzywy; ponieważ dzieſiątek w teraźniéyſzym wielorazie wypadły, do przeſzłego należałby wielorazu.

64. Gdyby po dziélnym i dziélniku zera naſtępowały, tak w piérwſzym iak w drugim, mogę ich odiąć tyle, ile ich ſię znayduie na końcu tego, który ich ma mniéy.

Np. chcąc rozdzielić 8000 przez 400, dzielę tylko 80 przez 4; ieſt albowiém oczywiſta, że

80 ſtów, niewięcéy razy zamykaią w ſobie 400 ſtów, iak 80 iednościów, zamykaią w ſobie 4 iedności.

O Dzieleniu części dzieſiątnych.

65. Żebyśmy ſię daremnie zbytecznémi wywodami niezabawiali, działanie dzielenia dzieſiątnych, w téy regule iednéy zamkniémy.

Z pomiędzy dwóch liczb zadanych, téy która ma w ſobie mniéy dzieſiątnych, doday na końcu, doſtateczną liczbę zerów, ażeby wielość dzieſiątnych, w obu równa była; co wártości liczby nieodmiéni (29): kryſkę w obydwu odrzuć, i działanie odpraw iak w liczbach całych; w znalezionym wielorazie, niebędzieſz miáł nic do odmiéniénia.

PRZYKŁAD

Jeſt zadano rozdzielić - 12,52 przez 4,3
Piſzę - - - - - - 12,52 | 4,3
Albo raczéy dopełniaiąc
liczbę dzieſiątnych, 12,52 | 4,30
Odrzuciwſzy kryſkę, mam 1252 dzielić przez 430.

	1252	430
Odbywſzy działanie	392	$2\frac{392}{430}$.

Znayduię wieloráz 2, i reſztę 392; to ieſt, że wieloráz ieſt 2 i $\frac{392}{430}$.

Lecz iako célém dzieſiątnych rachunków, ieſt żeby ułamków poſpolitych uniknąć,

knąć, tak zamiaſt napiſania reſzty w poſtaci ułamka, iakośmy czynili dotąd, poſtąpi ſię daléy w działaniu iak w naſtępuiącym przykładzie:

PRZYKŁAD

1252	430
3920	2,9116.
500	
700	
2700	
120.	

Znalazłſzy wieloráz w całości, iak tu 2, na boku reſzty 392, przyda ſię iedno zero, które uczyni tę reſztę dzieſięć razy większą; potém w dzieleniu przez 430 dalèy poſtępuie ſię, a znalazłszy wieloráz 9, pisze ſię na swoièm mièyscu, ale wprzód wieloráz całych, oddziela ſię kryſką przy 2; tym sposobém 9, iuż tylko dzieſiątne znaczyć będzie: po odprawionèm mnożeniu i odèymowaniu, do reszty 50 doday zero, co na iedno wychodzi, iak gdybyś był zaráz dwa zera dziélnemu przydał; kładąc po 9, znaleziony wieloráz 1, tym sposobèm da mu ſię iego prawdziwa wártość, bo natenczas setne oznacza. J tak daléy pociągnąć ſię może działanie, podług potrzeby przybliżenia. Przeſtaiąc na dwóch dzieſiątnych będę miał wártość wielorazu, mniéy a niżeli o iednę setną od prawdziwèy wártości, rożniącego ſię, to ieſt że zoſtaiąca reszta, mnièy waży iak iednę setną; i. t. d. niémożna albowièm było wziąść iednèy iedności mnièy lub więcéy do wielorazu, boby ſię ſtáł, albo zbyt mały, lub nazbyt wielki.

Tym sposobém wszyſtkie reszty z dzielenia wynikaiące, mogą bydź obrócone na dzieſiątne.

66. Zoſtaie nam ieſzcze do wytłómaczenia, dla czego odrzucenie kryſki w dziélnym i w dziélniku, w wielorażie nic nieodmiénia, liczbę dzieſiątnych w każdym, do ròwnéy wielości dopełniwſzy: to łatwo daie ſię poiąć, ponieważ w wyżéy położonym przykładzie, dziélny 12,52, i dziélnik 4,30 nieſą co inſzego, tylko 1252 ſetnych, i 430 także ſetnych, bo iedności całe, ważą ſta ſetnych; (22) zatém iaśnie pokazuie ſię, że 1252 ſetnych, nieinaczéy w ſobie zawiéraią 430 ſetnych, iak 1252 iedności, mieſzczą w ſobie 430 także iednościów, dla tego dopełniwſzy liczbę dzieſiątnych, wzgląd na kryſkę ieſt niepotrzebny.

O Próbie mnożenia i dzielenia.

67. Z ſaméy definicyi, którąśmy do każdego z tych działań, z oſobna dali, można wyciągnąć ſpoſób, uczynienia ich pròby.

Ponieważ w mnożeniu, mnożny bierze ſię tyle razy, ile iednościòw znayduie ſię w mnożniku, idzie zatém, iż znalazłſzy, wiele razy mnogość, mieści w ſobie mnożnego, to ieſt (58) rozdzieliwſzy mnogość przez mnożnego, za wieloráz powinien wypaśdź mnożnik, a iako można wziąść mnożnego za mnożnika, i odwrotnie, tak też powiédziéć można w powſzechności, iż *rozdzieliwſzy mnogość, to ieſt liczbę rozmnożoną, przez iednę z mnożących, za wieloráz drugą wypaśdź powinna.*

Np. znalazłſzy wyżéy (50) że 2864 rozmnożone przez 6, dały 17184, dzielę 17184, przez 2864, i powinienem znaleśdź, iakóż w saméy rzeczy znayduię wieloráz 6.

68. Podobnież, ponieważ wieloráz z dzielenia wynikły, oznacza, wiele razy dziélny mieści w ſobie dziélnika, idzie zatém, iż wziąwſzy dziélnika tyle razy wiele wieloráz znaczy, to ieſt rozmnożywſzy dziélnika przez wieloráz, z mnogości, powinien dziélny wypaśdź, ieżeli reſzta żadna niezoſtała w działaniu; gdyby zaś co zoſtało było, rozmnożywſzy dziélnika przez wieloráz, do mnogości dodać potrzeba reſztę z dzielenia pozoſtałą; a tak dziélny zupełny wypaśdź powinien.

Np. znalezliśmy wyżéy (62.) że 189492 rozdzielone przez 375, dały wieloráz 505. i reſzty 117: mnożąc zatém 375 przez 505 znayduię 189375. do których dodawszy resztę 117. mam w zupełności 189492, to ieſt dziélnego.

Tak

Tak więc mnożenie i dzielenie za wzaiemną próbę ſłużyć ſobie mogą.

O niektórych użyciach, reguły poprzédzaiącéy.

69. Dzielenie, nie tylko ſłuży do wynalezienia, wiele razy iedna liczba, drugą w ſobie mieści, ale też i do podzielenia liczby iakowéy na rowne części. Wziąść połowę, tróykę, cwierć, piątkę, dwudzieſtkę, trzydzieſtkę, i. t. d. iakowéy liczby, ieſt to rozdzielić tę liczbę, przez 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. albo ią przedzielić na 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. rownych części, dla wzięcia z nich iednéy.

Z pomiędzy wielu takowego dzielenia przykładów, obraliśmy przypadek, w którym znaleśdź potrzeba, wielkość średnią między wielu innémi. Daymy, że uczyniwszy z iednego moździerza dzieſięć prób, rzucenia pokazały ſię bydź naſtępujące.

Razy

Razy rzucenia	Dalekości rzucenia
1	. . 1231 sążnie.
2	. . 1192.
3	. . 1223.
4	. . 1200.
5	. . 1227.
6	. . 1144.
7	. . 1186.
8	. . 1219.
9	. . 1229.
10	. . 1164.
Summa Rzuceniów.	- 12015
Rzucenie śrzednie - - -	$1201\frac{5}{10}$.

Co rozumiémy przez wielkość śrzednią, ieſt to, coby była każda wielkość zosobna, gdyby zachowawszy, też samę wártość cáłkowitą, wszyſtkie między sobą równe były. Stąd iaśnie pokazuie ſię, że gdyby wszyſtkie między sobą równe były, dla wynalezienia wártości każdéy zosobna, trzebaby ich cáłkowitość przedzielić na tyle części, ile ſię znayduie, takowych wielkości. Trzeba tu więc rozdzielić summę 12015 na dziesięć części, to ieſt rozdzielić ią przez 10; wieloráz $1201\frac{5}{10}$ ieſt wielkością, czyli rzuceniém śrzedniém, tak nazwaném, dlatego że niby śrzodek trzyma między wszyſtkiémi.

W pospolitych rachunkach praktycznych, ułámek zwykł ſię odrzucać, kiedy wártość iego połowy iedności niedochodzi; przeciwnie gdy przechodzi takowéy iedności połowę, albo całą wártość téyże połowy waży, rachówać ſię zwykło iedną iednością więcéy.

70. Dzielenie ſłuży ieſzcze, do przemiéniénia iedności pewnego gatunku, w iedności gatunku wyżſzego *np.* pewną liczbę ſzelągòw na groſze, te zaś na złote.

Chcąc obrócić 5864 ſzelągów na groſze, uważać trzeba, że ponieważ na groſz ieden 3 szelągi wchodzi, ile razy będą ſię miescić 3 szelągi, w 5864 szelągach, tyle téż będzie i groszy. Trzeba zatém dzielić przez 3; co uczyni 1954 grosze, i 2 szelągi reszty.

Te 1954 gr. chcąc obrócić na złote, rozdzielę 1954 przez 30, ponieważ na złoty trzeba 30 groszy; tym sposobém, doſtanę w cáłkowitości 65 złł. 4 gr. 2 szelągi.

71. Z okazyi tego dzielenia przez 30, uważyć nam należy, iż maiąc dzielić przez liczbę iaką po któréy naſtępuią zera, działanie ſkrócić można, po prawéy ręce dziélnego oddzielaiąc tyle cyfer, ile w dziélniku zerów znayduie ſię; dzieli ſię potém część pozoſtała po lewéy ręce przez znaczące cyfry dziélnika, to ieſt ktòre nieſą zerami; ieżeli ſię zoſtaie reſzta, piſzą ſię przy niéy oddzielone cyfry, ſkąd cáłkowita reſzta wynika. *Np.*

Np. dzieląc 5834 przez 20, oddziélam cyfrę 4, i część 583, dzielę przez 2; mam wieloráz 291 i reſzty 1; przy téy reszcie, 1, piszę oddzieloną cyfrę 4, co mi daie całkowitą resztę 14; a zatém wypada mi wieloráz 291 $\frac{14}{20}$.

72. *Stąd pokazuie ſię, iż gdy mi potrzeba wziąść trzydzieſtą część liczby złotych zadanych, oddziélam naprzód oſtatnią cyfrę po prawéy ręce, rachuię tę oſtatnią cyfrę za groſze, biorę trzecią część drugich cyfer, rachuię ie za złote; ieżeli biorąc tę trzecią część, zoſtaie mi ſię ieden lub dwa, rachówać ie będę za dzieſiątki groſzów, które po lewéy ręce cyfry, z początku oddzielonéy, napiſzę.* *

Np. chcąc mieć trzydzieſtą część 54672 złotych: oddziélam oſtatnią cyfrę 2, która rachuię za groſze, ponieważ trzydzieſta część 2 złt. ſą 2 groſze; biorę trzecią część 5467, co mi uczyni 1822 złt. a iako mi ſię zoſtaie 1, mam 1822 złt. 12 groſzy, na żądaną trzydzieſtą część; przenoſi ſię dzieſiątek zoſtaiący, do dzieſiątków groſzów, dla tego, że trzydzieſta część iednego dzieſiątka złotych, ieſt ieden dzieſiątek groſzów.

Gdyby rzecz ſzła, o wzięcie dzieſiątéy części, natenczas, wſzyſtkie cyfry, oprócz oſtatniéy po prawéy ręce, wziąść trzeba za tyleż złotych: potém tę oſtatnią cyfrę ſtroiwſzy, to ſtroienie, wziąść należy za groſze, dzieſiąta albowiém część złotego, wárta 3. groſze.

* Dla użytku kraiowego monetę Francuzką odmiéniliśmy tu raczéy na ſwoyſką, z któréy to przyczyny i przykłady niektóre niżéy położone, odmiénić ſię muſiały,

O Ułamkach.

73. *Ułamki* wzięte arytmetycznie, nieco inſzego ſą, tylko liczby, przez które wyrażaią ſię ilości mniéyſze od iedności.

74. Żeby ſobie ułamków iaſne wyobrażenie uczynić, trzeba ſobie wyſtawić ilość, którąśmy wzięli za iedność, iako złożoną z pewnéy liczby cząſtek, albo iednościów ieſzcze mniéyſzych, tak, iak *np* poymuiémy, że złoty ieſt złożony z trzydzieſtu części, czyli iednościów mniéyſzych, które nazywamy groſzami.

Jedna lub więcéy takowych cząſtek, czynią *ułamek iedności*; lecz daie ſię także to nazwiſko liczbòm, które, nam takowe cząſtki wyſtawiaią.

75. Ułamek, może bydź wyrażony dwoiakim ſpoſobém w liczbach, oba ſą w używaniu.

Piérwſzy ſpoſób zawiſł, na wyſtawieniu ſobie, iako liczb całych, tych części iedności, iakie w ſobie taż iedność zawiéra, o którą rzecz idzie, lecz natenczas takowym częściom, oſobne dawać ſię zwykło nazwiſko.

Tak chcąc wyrażić 7 części, takich, iakich ſię 30 zawiéra w złotym, używa ſię cyfry 7, lecz ſię przydaie 7 groſzy, pisząc 7 gr. Ten ſpoſób ozna-

czenia

czenia części iednościów, ma mieyſce w liczbach wielorakich, o których niżéy mówić będziemy.

76. Lecz iako do każdego przedſięwziętego podzielenia iedności, oſobnego trzebaby znaku, przeto téy wielorakości znaków unikaiąc, ułamek wyrażać ſię zwykł, przez dwie liczby, iedna nad drugą położone, i liniią przedzielone.

Tak chcąc naznaczyć 7 takowych części, o których mówiliśmy, piſze ſię $\frac{7}{30}$, to ieſt powiedziawſzy w ogólności, piſze ſię naprzód liczba, która oznacza, wiele części, całéy iedności, ma w ſobie ilość, o którą rzecz idzie, na ſpodzie zaś téy liczby piſze ſię liczba, wyrażaiąca, wiele takowych części w całéy iedności wyſtawuiémy ſobie.

Ułamek wymawiaiąc, wymawia ſię naprzòd liczba wyżſza nazwana *licznik*, (numerator) a potém liczba niżſza, ktòra nazywa ſię *mianownik* (denominator)

Np. chcąc wymówić $\frac{7}{30}$ mówię *ſiédm trzydzieſtek*; chcąc powiedzieć $\frac{4}{5}$, mówię *cztéry piątek*; przez które to wyrażenie *cztéry piątek*, powinny ſię rozumiéć cztéry części, którychby potrzeba pięć, na złożenie iedności.

Dla obiaśnienia, kładzie ſię tu ſpoſób, wymawiania takowych ułamkòw.

$\frac{1}{2}$ *połowa albo pół*	$\frac{3}{6}$ *trzy ſzóſtki*
$\frac{1}{3}$ *iedna tròyka*	$\frac{2}{7}$ *dwie ſiódmki*
$\frac{1}{4}$ *iedna czwórka albo ćwierć*	$\frac{5}{8}$ *pięć óſmek*
$\frac{2}{4}$ *dwie czwórki*	$\frac{4}{9}$ *cztéry dziewiątek*
$\frac{3}{5}$ *trzy piątki*	$\frac{8}{10}$ *óśm dzieſiątek i. t. d.*

77.

77. Licznik więc oznacza, wiele części pewnéy iedności, zawiéra w ſobie ilość, przez ułamek wyrażona; mianownik zaś daie poznać, iakiéy ſą wártości takowe części, oznaczaiąc wiele ich potrzeba do złożenia całéy iedności. Daie mu ſię imię *mianownika* dla tego, że w iſtocie ſaméy, òn ułamkowi daie nazwiſko, *np* w $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{7}$, części piérwſzego ułamka nazywaią ſię *piątki*, części zaś drugiego zowią ſię *ſiódmkami*.

78. Licznik i mianownik nazywaią ſię także powſzechném imieniém, dwa *wyrazy ułamka*.

O Cálkowitkach uważanych w poſtaci ułamka.

79. Działania z ułamkami, przychodzą częſtokroć do wypadków łamanych, w których licznik większy ieſt od mianownika, *np* do wypadków tym podobnych $\frac{8}{8}$, $\frac{27}{5}$. i. t. d.

Podobnego gatunku wyrażenia nieſą właściwémi ułamkami, ale to ſą liczby całe, z ułamkami złączone.

80. Chcąc wyciągnąć z nich cáłkowitki, licznika przez mianownika rozdzielić trzeba; wieloráz da cáłkowitki, re-

reſzta pozoſtała, będzie licznikiém ułamka, do tych całkowitek należącego.

Tak $\frac{27}{5}$ dadzą $5\frac{2}{5}$, to ieſt pięć całkowitych i dwie piątki.

W rzeczy ſaméy, w wyrażeniu $\frac{27}{5}$ mianownik 5, daie poznać że całkowita iedność, ieſt z 5 części złożona; a zatém wiele razy te 5 będą ſię mieścić w 27, tyle téż będzie iednościòw całkowitych, w wártości ułamka $\frac{27}{5}$.

Mnożenia i dzielenia, liczb całkowitych, z ułamkami połączonych, przynaymniéy dla łatwości wyciągaią, aby takowe całkowitki, przemiénione były w ułamki.

Przemianę takową uczynić można, liczbę całkowitą rozmnażaiąc przez mianownika ułamka, w który chcemy tę całkowitkę obrócić.

Np. chcąc przemiénić 8 całe, w piątki, rozmnożywſzy 8 przez 5, mieć będę $\frac{40}{5}$. Jakóż w przemiénieniu 8, w piątki, uważam iedność z pięciu części złożoną, 8 iedności zatém, będą ich mieć w ſobie 40; podobniéż $7\frac{4}{9}$ obrócone w dziewiątki, uczynią $\frac{67}{9}$.

O odmianach które w wyrazach ułamka czynić można, wártości ułamka nieodmiéniaiąc.

81. Rzecz przez ſię iaſna, że im więcéy ſobie wyſtawiać będę części w iedności, tém więcéy trzeba będzie takowych części do złożenia téyże iedności.

Zatém można uczynić mianownika dwa, trzy, cztéry, i. t. d. razy większym, bez odmiéniénia wártości ułamka, byleby oraz, licznika, dwa, trzy, lub cztéry razy, i. t. d. zwiękſzyć.

Można więc w powſzechności powiedzieć, *że ułamek nieodmiénia wártości ſwoiéy, gdy oba iego wyrazy będą rozmnożone przez iednę liczbę.*

Tak $\frac{3}{4}$, ieſt iedno co $\frac{6}{8}$; $\frac{1}{2}$, ieſt iedno co $\frac{2}{4}$, co $\frac{3}{6}$, co $\frac{5}{10}$.

82. Przez podobne rozumówowanie, wnióść ſobie można, że im mniéy będzie części w iedności, tém mniéy tychże części będzie potrzeba, na złożenie całości, a zatém bez odmiéniénia ułamka, można mianownika iego uczynić 2, 3, 4 razy, i. t. d. mniéyſzym, byleby oraz, i licznika 2, 3, lub 4 razy, i. t. d. zmniéyſzyć; w ogólności, *ułámek nieodmiénia ſwoiéy wártości, gdy oba iego wyrazy przez iednęż liczbę ſą rozdzielone.*

Dla przekonania ſię o prawdzie tego dwoiakiego *podania* (propoſitio), doſyć ieſt przypomniéć ſobie, co ieſt mianownik i licznik w ułamku.

Uważ-

Uważmy tedy, że rozmnożyć lub rozdzielić oba wyrazy ułamka, przez tęż ſamę liczbę, nieieſt to rozmnożyć lub rozdzielić ułamek; ponieważ iakośmy dopiéro powiedzieli, przez podobne działania, wártości ſwoiéy nieodmienia ułamek.

Te dwie prawdy, któreśmy dopiéro założyli, ſą fundamentém dwóch, w wiélkiém używaniu będących naſtępuiących działań.

Przyprowadzenie ułamków do ſpólnego, mianownika.

83. *1od.* Chcąc dwa ułamki, przywieśdź do iednegoż mianownika: rozmnoż oba wyrazy piérwſzego ułamka, każdy wyráz przez mianownika, drugiego; i oba wyrazy drugiego ułamka, każdy przez mianownika, piérwſzego.

Np. chcąc przywieśdź do ſpólnego mianownika dwa ułamki, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, rozmnażam 2 i 3, które ſą dwóma wyrazami piérwſzego ułamka, każdy przez mianownika drugiego ułamka 4, i mam $\frac{8}{12}$, (81) które tęż ſamę maią wártość, co $\frac{2}{3}$.

Rozmnażam podobnież dwa wyrazy 3 i 4, drugiego ułamka, każdy przez mianownika piérwſzego 3; i mam $\frac{9}{12}$, które tyleż ważą co $\frac{3}{4}$. tym ſpoſobém ułamki $\frac{2}{3}$. i $\frac{3}{4}$, ſą odmiénione w $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$, które

ſą

ſą względém ſiebie, téyże wártości co piérwſze, a mianownika maią ſpólnego.

Łatwo widziéć ſię daie, że tym ſpoſobém, mianownik, będzie zawſze tenże ſam, dla każdego zoſobna z tych dwóch nowych ułamków; w każdym bowiém działaniu, nowy mianownik zrobił ſię, z rozmnożenia dwóch mianowników początkowych.

84. *2re.* Jeżeli ieſt więcéy iak dwa, zadanych ułamków, wſzyſtkie do iednego przywiéśdź można mianownika, rozmnażaiąc dwa wyrazy każdego zoſobna ułamka, przez mnogość, z rozmnożenia wſzyſtkich innych mianowników pochodzącą, opròcz mianownika tego, którego ułamek, przez takową mnogość rozmnaża ſię.

Np. chcąc przywiéśdź do ſpólnego mianownika, naſtępuiące ułamki. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$; rozmnażam oba wyrazy 2, i 3, piérwſzego ułamka, przez mnogość z trzech mianowników 4,5,7, drugich ułamków; mnogość, którą znayduię, mówiąc: 4 razy 5 ſą 20. potém 7 razy 20 ſą 140; rozmnażam zatém 2, i 3, każdy przez 140, i mam $\frac{280}{420}$, które téyże ſaméy ſą wartości, co $\frac{2}{3}$. (81)

Rozmnażam podobnież dwa wyrazy 3, i 4, drugiego ułamka, przez mnogość z 3, 5, 7; mnogość, która mi wypadnie mówiąc: 3 razy 5 ſą 15; potèm, 7 razy 15, ſą 105; rozmnażam zatém 3 i 4, każdy przez 105, co mi da $\frac{315}{420}$; to ieſt, ułamek téyże ſaméy wátości, co $\frac{3}{4}$.

Poſtę-

Postępuiąc do trzeciego ułamka, mnożę oba wyrazy 4 i 5, każdy przez 84, to ieſt przez mnogość z trzech mianowników 3, 4, i 7, i mam $\frac{336}{420}$, zamiaſt $\frac{4}{5}$.
Naoſtatek, w czwartym ułamku, rozmnażam 5 i 7, każdy wyráz przez mnogość 60, z mianowników 3, 4, 5, trzech piérwſzych ułamków wypadłą, i mieć będę $\frac{300}{420}$, zamiaſt $\frac{5}{7}$; tak, cztéry ułamki; $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, i $\frac{5}{7}$, ſą przemièniòne w $\frac{280}{420}$, $\frac{315}{420}$, $\frac{336}{420}$, $\frac{300}{420}$, mnièy proſte od pièrwſzych wpradzie, ale téyże ſamèy wártości, co tamte, i do działań dodawania i odèymowania, dla ſpólnego mianownika zgodnièyſze.

Uważmy, iż mianownik każdego nowego ułamka, będąc złożony, z mnogości wſzyſtkich początkowych mianowników; nowy mianownik niémoże bydź tylko tenże ſam, dla wſzyſtkich ułamkòw.

85. Reguła ta, może ieſzcze w innym widoku bydź wyſtawiona, ktòry drogę pokazuie, do dania proſciéyſzego wyrażenia ułamkòm przywiedzionym do ſpólnego mianownika, kiedy ich mianowniki początkowe, ſą *wielokrotnémi* częściami inſzych, (multipla) albo gdy maią ſpólnych dziélników.

W tym razie, obiéra ſię za ſpòlnego mianownika, liczba naymniéyſza, ſpełna dzielić ſię daiąca, przez każdego zoſobna mianownika zadanych ułamków: dla

dla wynalezienia zaś licznika, każdego ułamka, nowému temu mianownikowi przyzwoitego, rozmnożyć trzeba, początkowego licznika tego ułamka, przez liczbę razy, wiele iego mianownik początkowy, w ſpólnym mianowniku zawiéra ſię.

Np. gdyby mi dane były ułamki $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, które mam przywieśdź do ſpólnego mianownika; wezmę za mianownika ſpólnego 24, to ieſt liczbę naymnièyszą, która ſpełna dzielić ſię daie, przez wſzyſtkich mianowników: a iako 24, zawièraią w sobie, mianowników 3, 4, 6, 8, 12, każdego tyle razy, ile oznaczaią, naſtępuiące liczby 8, 6, 4, 3, 2, piſzę więc te liczby, każdą pod odpowiadaiącym ułamkiém,

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{12}$.
8	6	4	3	2

I każdego licznika rozmnożywſzy, przez wyráz niżéy położony, iemu odpowiadaiący, mam

$$\frac{16}{24} \quad \frac{18}{24} \quad \frac{20}{24} \quad \frac{9}{24} \quad \frac{14}{24}.$$

ułamki do ſpólnego nayprościéyſzego mianownika przywiedzione.

Przyprowadzenie ułamków, do nayprościéyſzego wyráżenia.

86. Ułamek tém ieſt prościéyſzy, im w mniéy-

mniéyſzéy liczbie, oba iego wyrazy ſą położone. Częſtokroć zadany ułamek, wyraźić ſię daie przez mniéyſze liczby, a to gdy licznik i mianownik iego, przez iednęż liczbę rozdzielone bydź mogą: ponieważ działanie takowe, nieodmiénia wártości, (81) zaczém ieſt to zmniéyſzenie ułamka, ktòrego niepowinno ſię zaniedbać.

W tém zaś obéyśdź ſię należy naſtępuiącym porządkiém.

87. Rozdzielić naprzód trzeba licznika i mianownika, każdego przez 2, i takowe dzielenie powtarzać pòty, póki ſię da czynić ſpełna.

Oba wyrazy potém, dzielić ſię maią przez 3, i to pòty, pòki można bez reſzty.

Tóż ſamo koléyno czynić porzeba, przez 5, 7, 11, 13, 17, i t. d. to ieſt przez liczby, ktòre, niémaią innego dziélnika, tylko albo ſiebie ſame, albo iedność, i które *liczbami piérwſzémi* nazywaią ſię.

Tym ſpoſobém cała trudność na tém zawiſła, ażeby wiedziéć, kiedy można dzielić przez 2, 3, 5, i. t. d.

W tym razie, pomocy zasiągnąć można od prawideł naſtępuiących:

Każ-

Każda liczba kończąca ſię przez liczbę parzyſtą, może bydź rozdzielona przez 2.

Każda liczba, ktòréy ſumma cyfer z ſobą tak dodanych, iak gdyby były proſtémi iednościami, uczyni 3, albo wielokrotność trzech, to ieſt liczbę w któréyby 3, ſpełna razy, mieściły ſię, będzie rozdziélna przez 3.

Np. 54231, ſą rozdziélne przez 3; ponieważ oſobne téy liczby cyfry 5, 4, 2, 3, 1, czynią 15, które nieco innego ſą, tylko 5 razy 3.

Tóż ſamo o 9 powiedziéć można, ieżeli cyfry dodane razém uczynią 9, albo wielokrotność dziewięciu.

Każda liczba kończąca ſię przez 5, albo przez zero, może bydź rozdzielona przez 5.

Względém liczby 7, i naſtępuiących, luboby łatwo podobne reguły wynaléśdź można, lecz ponieważ doświadczanie, tak długie byłoby iak dzielenie, zaczém lepiéy będzie przez dzielenie próbować:

Niech *np.* do zmièyſzenia zadany będzie ułamek $\frac{2016}{5796}$. Dzielę oba wyrazy przez 2, ponieważ oſtatnie cyfry każdego, ſą parzyſtèmi liczbami; i mam $\frac{1008}{2898}$. Dzielę ieſzcze przez 2, i mam $\frac{504}{1449}$. Cośmy powiedzieli wyżéy, naucza mnie, że przez 3 rozdzielić mogę; co w ſamèy rzeczy zrobiwſzy, mam $\frac{168}{483}$; dzielę ieſzcze przez 3, co mi daie $\frac{56}{161}$; naoſtatek

oſtatek próbuię dzielić przez 7; dzielenie mi ſię udaie, i mam $\frac{8}{23}$.

88. *Spomiędzy wſzelkich ſpoſobów, których użyć można, na przywiedzenie ułamków, do proſciéyſzego wyrażenia, naykròtſzy ieſt, dzieląc oba wyrazy, przez naywiękſzego ſpólnego dziélnika, iaki miéć mogą: naſtępuiąca reguła pokaże ſpoſób, znalezienia takowego naywiękſzego dziélnika.*

Rozdziél więkſzy z tych dwóch wyrazów, przez mniéyſzy, ieżeli ſię nic reſzty niezoſtanie, to mniéyſzy wyráz, ieſt naywiękſzym dziélnikiém ſpólnym.

Jeżeli ſię zoſtaie reſzta, to rozdziél przez tę reſztę mniéyſzy wyráz; kiedy dzielenie ſpełna wypada, to piérwſza reſzta, będzie naywiękſzym ſpólnym dziélnikiém.

Jeżeli to powtórne dzielenie, ieſzcze zoſtawia reſztę, rozdziél piérwſzą reſztę przez drugą, i pòty rozdziélay reſztę poprzedzaiącą, przez oſtatnią, póki dzielenie ſpełna niewypadnie. Natenczas oſtatni dziélnik, któregoś użył, będzie naywiękſzym, dwóch wyrazòw ułamka, ſpólnym dziélnikiém.

Jeżeli oſtatni dziélnik będzie iednością, to ieſt znak, że ułamek niémoże bydź zmniéyſzony.

Weżmy np. ułamek $\frac{3760}{9024}$.

Dzielę 9024, *przez* 3760, *wypada mi wieloráz* 2, *i reſzta* 1504.

Dzielę 3760, *przez* 1504, *mam wieloráz* 2, *i reſztę* 752.

Dzielę piérwſzą reſztę 1504, *przez drugą* 752, *dzielenie mi ſpełna wypada, ſkąd wnoſzę, że* 752 *mogą rozdzielić oba wyrazy ułamka* $\frac{3760}{9024}$, *i przywieśdź go, do proſciéyſzego wyrazu, który po odprawioném działaniu bydź ſię pokaże* $\frac{5}{12}$.

Jakoż, wynaleźliśmy że 752, *dzielą* 1504, *dzielić więc także powinny* 3760, *które ſą złożone, z dwóch razy* 1504, *i z* 752*: dzielić podobnież powinny*

winny 9024; *ponieważ* 9024 *ſą złożone z dwóch razy* 3760, *i z* 1504.

Oprócz tego, podobnież łatwo widziéć ſię daie, że 752, *ſą dwóch wyrazòw* 9024 *i* 3760, *naywiękſzym ſpólnym dziélnikiém; każdy albowiém ſpólny dziélnik tych dwóch liczb, powinien dzielić ich różnicę* 1504; *podobnież każdy ſpólny dziélnik liczb* 3760 *i* 1504, *powinien dzielić, ich różnię* 752*: a że* 752, *niémogą bydź rozdzielone przez liczbę więkſzą od ſiebie; zatém naywiękſzy ſpólny dziélnik liczb* 1504 *i* 752, *ieſt* 752. *A ponieważ liczba* 3760, *ſkłada ſię z liczby* 1504 *wziętéy dwa razy, i z* 752; *zaczém niebędzie mogła miéć więkſzego ſpólnego dziélnika, iak* 752*: podobneż rozumòwanie pokazuie, że między* 9024 *i* 3760 *niebędzie także więkſzego ſpólnego dziélnika, nad* 752.

Przyczyna dla któréy przepiſaliśmy, żeby nieprόbòwać dzielenia, tylko przez liczby początkowe 2, 3, 5, 7, i. t. d. ieſt ta, że pówtórzywſzy ile można dzielenie np. przez 2, pròbówać przez 4, na nicby ſię niezdało; gdyby ſię albowiém to udać mogło, tém bardziéy dzielenie przez 2, uyśdźby było powinno.

Różne ſpoſoby, w iakich ułamek uważać ſię daie, i wnioski które ſtąd ſobie uczynić można.

89. Wyrozumiénie ułamka, któregośmy dotąd używali, ieſt to, że mianownik wyraża, z wielu części ieſt całkowita iedność złożona; licznik zaś okazuie, wiele

le ſię takowych części znayduie, w ilości wyrażonéy przez ułamek.

Lecz ułamek, ieſzczę inaczéy da ſię uważać: można ſobie wyſtawić licznika, iako oznaczaiącego pewną ilość, która na tyle części ma bydź rozdzielona, ile iednościòw w mianowniku znayduie ſię.

Np. w $\frac{4}{5}$, można uważać 4, iako oznaczaiące cztéry rzeczy bądź iakiekolwiék, 4 funty *np.* które na 5 części rozdzielić trzeba; albowiém rzecz oczywiſta, że to ieſt iedno, rozdzielić 4 funty na pięć części, i wziąść z nich iednę, albo rozdzielić 1 funt na 5 części, i wziąść z nich 4.

90. Można więc, uważać licznika ułamka iako dziélnego, a mianownika iako dziélnika. Stąd pokazuie ſię, co znaczą owe reſzty pozoſtałe z dzielenia, napiſane pod tą poſtacią, iakąśmy im dali; (60)

91. Za tém idzie *1ód.* Ze całkowitość, może bydź zawſze pod poſtacią ułamka wyrażona, zrobiwſzy z téy całkowitki licznika, i dawſzy iéy iedność za mianownika; tak 8 albo $\frac{8}{1}$, toż ſamo znaczy, 5 albo $\frac{5}{1}$, także na iedno wychodzi.

92. *2re.* Ze bądź iakikolwiék ułamek chcąc w dzieſiątne przemiénić, niepotrzeba, tylko uważać licznika, iako reſztę z dzielenia pozoſtałą, którey dziélnikiém był

był mianownik, i działanie, iak ſię wzwyż (65) powiedziało odprawić; daiąc baczenie, żeby na początku wielorazu, zero położyć, na zaſtąpienie miéyſca iednościów; tym więc ſpoſobém, znaydzieſz że $\frac{3}{5}$, ważą w dzieſiątnych 0,6; $\frac{5}{9}$, ważą 0,555; że $\frac{1}{25}$ waży 0,04, i. t. d.

O dodawaniu ułamków.

93. Jeżeli wſzyſtkie ułamki, maią ſpòlnego mianownika; dodawſzy z ſobą wſzyſtkie liczniki, wypadłéy ſummie, przydaſz ſpòlnego tym ułamkòm, mianownika.

Tak chcąc dodać $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, dodaię liczników 2, 3 i 5, co mi uczyni $\frac{10}{7}$; ſkąd całkowitki wyciągnąwſzy mam 1 $\frac{3}{7}$. (80)

94. Jeżeli ułamki, niémaią mianownika ſpòlnego, trzeba zacząć, od przywiedzenia ich do takowego mianownika, iak ſię nauczyło (83, i daléy.); co zrobiwſzy te nowe ułamki razém doday, przepiſanym dopiéro ſpoſobém.

Tak, gdyby było zadano, dodać $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, odmièniam te trzy ułamki, w inne, to ieſt $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, których ſumma uczyni, $\frac{133}{60}$; co znowu da ſię przywiéśdź, do 2 $\frac{13}{60}$. (80).

O odéymówaniu ułamków.

95. Jeżeli dwa ułamki zadane, maią miano-

mianownika ſpólnego, to trzeba, odiąć licznika, ułamka piérwſzego, od licznika drugiego ułamka, reſzcie, da ſię mianownik obydwòm ułamkòm ſpólny.

Jeżeli *np.* zadano będzie, odiąć $\frac{5}{9}$ od $\frac{8}{9}$, zoſtanie reſzta $\frac{3}{9}$, co przywiéśdź można do $\frac{1}{3}$. (87). Gdyby od 9 $\frac{5}{8}$, odiąć potrzeba było 4 $\frac{7}{8}$; ponieważ $\frac{7}{8}$, niedaie odiąć ſię od $\frac{5}{8}$, pożyczam od 9, iednéy iedności, która obrócona na ósmki, i dodana do $\frac{5}{8}$, uczyni $\frac{13}{8}$; z tych tedy odiąwſzy $\frac{7}{8}$, zoſtanie mi $\frac{6}{8}$, odciągnąwſzy potèm 4 od 8, ponieważ ſię iednego pożyczyło z 9; zoſtaie wſzyſtkiego razém 4 $\frac{6}{8}$, albo 4 $\frac{3}{4}$.

96. Jeżeli ułamki, niémaią mianownika ſpòlnego, można ie do niego przywiéśdź podług (83 i daléy); po czém, odéymówanie, odprawia ſię, iak ſię powiedziało dopiéro.

Tak chcąc odciągnąć $\frac{2}{3}$ od $\frac{3}{4}$; przemièniam ułamki dane, w $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$: w których odiąwſzy 8, od 9 mam reſztę $\frac{1}{12}$.

O mnożeniu ułamków.

97. Chcąc rozmnożyć ułamek przez drugi ułamek; trzeba rozmnożyć licznika piérwſzego, przez licznika drugiego, iako też mianownika piérwſzego, przez mianownika drugiego.

Np. w rozmnożeniu $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$; rozmnażam 2, przez

przez 4, co mi da licznika 8, mnożę podobnież 3 przez 5, i mam mianownika 15, a zatèm mnogość $\frac{8}{15}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, należy ſobie przypomniéć że mnożyć liczbę iednę przez drugą, ieſt to mnożnego brać tyle razy, ile w mnożniku znayduie ſię iednościòw. Tak rozmnożyć $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$, ieſt to wziąść $\frac{4}{5}$ razy, ułamek $\frac{2}{3}$; albo wyraźniéy, ieſt to wziąść 4 razy piątą część od $\frac{2}{3}$; a zatém mnożąc mianownika 3 przez 5, odmiéniaią ſię tròyki w piétnaſtki, to ieſt w części pięć razy mniéyſze; mnożąc zaś licznika 2, przez 4, te nowe części, biòrą ſię cztéry razy; bierze ſię więc, cztéry razy piąta część, części $\frac{2}{3}$; a zatém w iſtocie ſaméy rozmnaża ſię $\frac{2}{3}$, przez $\frac{4}{5}$.

98. Gdyby ſię trafiło, całkowitkę mnożyć przez ułamek, natenczas całkowitkę, pod poſtacią ułamka napiſać trzeba, daiąc iéy za mianownika 1.

Np ieżeli mam 9 rozmnożyć, przez $\frac{4}{7}$; mnożę $\frac{9}{1}$ przez $\frac{4}{7}$, co pòduług przepiſanéy reguły, uczyni $\frac{36}{7}$ a obróciwſzy na całkowitki, 5 $\frac{1}{7}$.

99. Gdyby całkowitki były z ułamkami złączone, przed odprawiéniém mnożenia, trzeba całkowitki takowe, przemiénić

miénić w ułamek, tego gatunku, iaki ſię przy wſpomnionych cáłkowitkach znayduie.

Np. ieżeliby zadano było 12 $\frac{3}{5}$ mnożyć przez 9 $\frac{3}{4}$; przémiéniam mnożnego (80) w $\frac{63}{5}$, i mnożnika w $\frac{39}{4}$, i dopièro mnożę $\frac{63}{5}$ przez $\frac{39}{4}$, podług przepiſanéy wyżéy reguły (97); co mi da $\frac{2457}{20}$, to ieſt w cáłkowitkach 122 $\frac{17}{20}$.

100. Możnaby toż ſamo działanie ieſzcze odprawić, mnożąc cáłkowitkę, i ułamek mnożnego, przez cáłkowitkę mnożnika, a potém przez ułamek tegóż mnożnika; naſtępuiącym ſpoſobém.

	12 $\frac{3}{5}$		
	9 $\frac{3}{4}$		
Mnogość z 12, przez 9	108.		
z $\frac{3}{5}$, przez 9	5 $\frac{2}{5}$	albo-	$\frac{8}{20}$
z 12, przez $\frac{3}{4}$	9		
z $\frac{3}{5}$, przez $\frac{3}{4}$	0 $\frac{9}{20}$	albo	$\frac{9}{20}$
	122 $\frac{17}{20}$.		

Lecz w ogólności, ten ſpoſòb działania, ieſt od piérwſzego nieco zawikłańſzy.

O dzieleniu ułamków.

101. Chcąc dzielić ułamek przez ułamek, trzeba oba wyrazy ułamka, ktòry ieſt dziélnikiém przewròcić, to ieſt na miéyſcu licznika napiſać mianownika, i odwrò-

wrotnie; a dopiéro ułamek dziélny, przewròconym ułamkiém rozmnożyć.

Np. niech będzie do rozdzielenia $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$; przewracam ułamek $\frac{2}{3}$, i mam $\frac{3}{2}$; mnożę $\frac{4}{5}$ przez $\frac{3}{2}$, podług przypiſanéy reguły (97); co mi da $\frac{12}{10}$, albo 1 $\frac{2}{10}$, które będą wielorazém ułamka $\frac{4}{5}$, rozdzielonego przez $\frac{2}{3}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, trzeba uważać, że dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, ieſt to ſzukać, wiele razy $\frac{2}{3}$, zawiéraią w ſobie $\frac{4}{5}$; ſkąd łatwo widziéć ſię daie, że ponieważ dziélnikiém ſą tròyki; dziélnik ten będzie ſię zawiérał w dziélnym, potròyną liczbę razy, iak, gdyby był z cáłkowitek złożony; dla tego dzielićby naprzòd potrzeba przez 2 a potém rozmnożyć przez 3, co na iedno wychodzi, iak rozmnożyć przez $\frac{3}{2}$, to ieſt, przez przewròcony ułamek.

102. Gdyby porzeba wyciągała, dzielić ułamek przez cáłkowitkę, albo przeciwnie cáłkowitkę przez ułamek; trzeba zacząć od obrócenia cáłkowitki w ułamek, daiąć iéy za mianownika iedność.

Np. maiąc dzielić 12 przez $\frac{5}{7}$; po obróceniu cáłkowitki w ułamek, mam $\frac{12}{1}$, dzielić przez $\frac{5}{7}$, albo raczéy podług przepisanéy reguły przewrócenia dzièlnika, $\frac{12}{1}$ rozmnożyć przez $\frac{7}{5}$; po odprawionėm działaniu, mam wieloráz $\frac{84}{5}$, albo 16 $\frac{4}{5}$.

103. Gdyby cáłkowitki z ułamkami złączone były; każdą takową cáłkowitkę, przémiénić trzeba w ułamek, tego gatunku, iaki ſię przy cáłkowitce znayduie:

Np. maiąc $54\frac{3}{5}$ dzielić przez $12\frac{2}{3}$; przemiéniam dzièlnego w $\frac{273}{5}$, i dzièlnika w $\frac{38}{3}$, co mi uczyni $\frac{273}{5}$ przez $\frac{38}{3}$, to ieſt (101) mam rozmnożyć $\frac{273}{5}$ przez $\frac{3}{38}$; tym ſpoſobém doſtanę wieloráz $\frac{819}{190}$ albo $4\frac{59}{190}$.

Niektóre przyſtóſówania reguł poprzédzaiących.

104. Po tém, cośmy powiedzieli (89 i daléy) łatwo widziéć ſię daie, iak wártość ułamka można wynaléśdź.

Niech *np.* będzie zadanie, wiele waży $\frac{5}{7}$ złotego? Ponieważ $\frac{5}{7}$ złotego ieſt iedno, co iedna ſiódmka piąciu złotych, obracam 5 złotych na groſze, i mnogość wypadłą, 150 groſzy, dzielę przez 7; co mi da wieloráz 21. groſzy, i reſzty 3. groſze; te groſze, obracam na ſzelągi; i mnogość 9, dzielę przez 7; mam 1 ſzeląg, i $\frac{2}{7}$; tak więc $\frac{5}{7}$ iednego złotego, czynią 21 groſzy, 1 ſzeląg i $\frac{2}{7}$ ſzeląga.

Gdyby zadano, $\frac{5}{7}$ czerwonego złotego, wiele uczynią? czerw: złł: rachuiąc w 18 złł: rzecz oczywiſta żeby można zaráz wziąść $\frac{5}{7}$ złotego, i potém przez 18 rozmnożyć, przez takowe działanie, wypadłaby ſzukana wártość; lecz wygodniéy ieſt rozmnożyć zaráz $\frac{5}{7}$ przez 18 złotych, co (98) uczyni $\frac{90}{7}$, i dopièro potèm, ſzukać watości tego ułamka, która bydź ſię pokaże, 12 złotych 25 groſzy, 2 ſzelągi, i $\frac{1}{7}$ ſzeląga.

105. Trafia ſię częſto, iż wyrachòwać potrzeba, wiele uczyni procent od zadanéy ſummy, po 5 od ſta rachuiąc.

Chcąc wyrachować procent roczny po 5 od ſta: Odłącz oſtatnią cyfrę złotych, ſummy zadanéy, weźmiy połówę pozoſtałych cyfer, które liczyć będziesz za złote. Reſztę ieżeli ſię zoſtanie, przyłączyſz do oddzièlonéy cyfry, iako dzieſiątek, a takową złączoną reſztę ſtroiwſzy, i wypadłéy mnogości, wziąwſzy połowę, miéć będzieſz groſze. Jeżeli w ſummie znaydówać ſię będą i groſze, weźmiy tych groſzów $\frac{3}{20}$, będzieſz miał ſzelągi.

PRZYKŁAD.

Chcę wyrachówać procent po 5 od ſummy	3433, złł, 25, gr.	
Połowa od 343.	171.	
Zoſtaie mi 1, który przydany iako dzieſiątek do odłączonéy cyfry 3, da mi 13; te ſtroione, uczynią 39, których połowa -		19. gr. i $\frac{1}{2}$ albo 1 $\frac{1}{2}$ ſzel.
Nakoniec, 25ciu gr. wziąwſzy $\frac{3}{20}$ mam - , -		3 ſ. $\frac{15}{20}$ a. $\frac{3}{4}$.
Summa	171. złł, 20 gr.	2 $\frac{1}{4}$. ſzel.

Przyczyna tego działania, funduie ſię na tém, że $\frac{5}{100}$ ieſt iedno co $\frac{1}{20}$; trzebaby zatém było ſummę rozdzielić przez 20, co podług (71) na iedno wychodzi, iak cośmy przepiſali; reſztę trzebaby było obrócić na groſze i potém przez 20 rozdzielić; co znowu na iedno wychodzi, gdy tę reſztę ſtroiémy, i weźmiémy połowę téy ſtroionéy ilości. Podobnież dla wzięcia $\frac{1}{20}$ *ki* groſzów, trzebaby ie na ſzelągi obrócić, a potém przez 20 rozdzielić, co wychodzi na rozmnożenie przez $\frac{3}{20}$,

Wyrachówanie procentu po 10 od ſta, dałoby ſię podobnież ſkrócić; lecz inne, iakoto po 6, po 7. i t. d, we zwyczaiu będące, tego ułatwiénia nieprzyimuią; bo z początkowych liczb, aż do 10, niémaſz tylko 5 i 10, któreby, liczbę 100, spełna dzieliły.

106. Ułamków dzieſiątnych, iako niémaiących mianownika, tém łatwiéy może wynaléśdź wártość.

Niech *np.* będzie zadano, 0,532 ſążnia, wiele uczyni? ponieważ ſążéń ma 6 ſtóp w ſobie, rozmnożę 0,532 przez 6, co mi uczyni 3,192 ſtóp, to ieſt 3 ſtopy, i 0,192 części iédnéy ſtopy: ten oſtatni ułamek, mnożąc przez 12, to ieſt przez cale, mam 2,304 calów, to ieſt 2 cale, i 0,304 części cala; naoſtatek, ten ułamek przez 12 linii rozmnożywſzy, miéć będę 3,648 linii, albo 3 linie, i 0,648 linii; to ieſt, że wártość ułamka 0,532 ſążnia, uczyni 3*ſt*, 2*ca*, 3 *l.* i 0,648 *linii*.

107. Wzaiemnie, chcąc przemiénić, różne gatunki zadanéy liczby wielorakiéy, w części dzieſiątne głòwnéy iedności, trzeba, zacząwſzy od iedności nayniżſzego gatunku, dzielić koléyno, przez liczbę, która oznacza, wiele ſię razy takowe, mieſzczą w gatunku więkſzym, zaráz po nim naſtępuiącym.

Tak *np.* chcąc wyżéy położoną liczbę 3.*ſt* 2,*ca* 3*l.* i 0,648 obrócić na części dzieſiątne ſążnia, dzielę naprzód 3,648 li: przez 12, co mi da 0,304 *cal*; mam więc o,*s*. 3,*ſt* 2,304 *cal*; dzieląc teraz 2,304 *cal*. przez 12, wypadnie mi 0,192 *ſt*; to ieſt razèm wziąwſzy, o*ſ*. 3,192 *ſt*; nakoniec, to rozdzieliwſzy przez 6, miéć będę w dzieſiątnych 0,532 *ſą*.

O ułamkach ułamków.

108. Wynaydówanie, wártości ułamków, prowadzi nas naturalnie, do mówienia *o ułamkach ułamków*: nazywaią poſpolicie tak, ułamki po ſobie naſtępuiące, *przyimkiém z* (prœpoſitio) oddzielone, *np.* $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$ i. t. d. ſą to ułamki ułamkòw. Można ie przemiénić w ieden ułamek, wſzyſtkie liczniki, i wſzyſtkie mianowniki przez ſiebie rozmnożywſzy; tym ſpoſobém ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ może bydź obrócony na $\frac{6}{12}$ albo $\frac{1}{2}$: ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na $\frac{30}{72}$, albo $\frac{5}{12}$.

W rzeczy ſaméy, łatwo poiąć daie ſię, że brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, nieieſt co innego, tylko rozmnożyć $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{3}$; ponieważ ieſt to brać $\frac{2}{3}$ razy, ułamek $\frac{3}{4}$; podobnież brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na iedno wychodzi, co brać $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$; ponieważ $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ ſą iedno, co $\frac{6}{12}$; zatém co ſię dopiéro powiedziało, daie poznać, że $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$, czynią w iſtocie ſaméy $\frac{30}{72}$ albo $\frac{5}{12}$.

Gdyby zadano było $\frac{3}{4}$ z $5\frac{3}{8}$; obrócę naprzód cáłkowitki 5 w òsmki; a potém ſzukać będę wártości, ułamka ułamku $\frac{3}{4}$ z $\frac{43}{8}$, która mi wypadnie $\frac{129}{32}$ albo $4\frac{1}{32}$. Wreſzcie niezawſze wyciąga potrzeba, przywiedzenia ułamka ułamków, do proſtego ułamka. Częſtokroć wártości takowego ułamka ułamków, łatwiéy dochodzi ſię, zoſtawiwſzy go w téy poſtaci iak ſię znayduie, aniżeli go odmiéniaiąc; dowodém tego naſtępuiący przykład.

W Armatach polnych, Francuzkich, ſzérokość opaſki czopowéy (embaze des tourillons) ieſt na $\frac{1}{12}$ więcéy $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{12}$, śrzèdnicy kuli: chcąc wiedzieć wártość cáłkowitą ſzèrokości téy opaſki, do 12 ſtwéy armaty, w któréy śrzednica kuli ieſt, od 4 *cal.* 4 *l.* 9 *pkt*; czynię naſtępuiące działanie:

$\frac{1}{12}$ śrzédnicy kuli czyni -	0 *c.* 4 *l* 4 *p* $\frac{3}{4}$
Połowa $\frac{1}{12}$ albo $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{12}$. -	0 2 2 $\frac{3}{8}$
A zatém ſzérokość opaſki będzie	0 *c.* 6 *l* 7 *p* $\frac{1}{8}$.

O *liczbach wielorakich.*

109 Lubo reguły, o których mòwiliśmy dotąd, mogą ſłużyć, i do liczb wielorakich; atoli zda nam ſię rzeczą potrzebną oſobnym ſpoſobém o nich traktować; ponieważ podział iedności głównéy, rachunki ich częſtokroć ułatwić może.

Różne ſą gatunki liczb wielorakich, i reguły

reguły rachówania ich, wiele zależą od przyiętego podziału iedności głównéy: iednakże żeby bydź w ſtanie wyrachòwania ich, niepotrzeba nam tych gatunków wſzyſtkich rozbiérać; lecz to należy wiedzieć, iak ſię różne ich części, tak do ſiebie, iako też do głownéy iedności, maią. Widzieć można na końcu tego traktatu, tablicę tych różnych *ſtóſunków* (ratio).

Dodawanie liczb wielorakich.

110. Chcąc to działanie odprawić, napiſz iedne pod drugiémi, wſzyſtkie zadane liczby, tak żeby części iednego gatunku znaydówały ſię w kolumnie proſtopadłéy iedne pod drugiémi; wſzyſtko podkryśliwſzy, poczniy dodawanie od części, naymniéyſzego gatunku: ieżeli ſumma ich, nieſkłada iedności wyżſzego nayblizſzego gatunku, to ią napiſz na ſpodzie, ieżeli zaś ma takowych części dość w ſobie do złożenia iednéy lub więcéy iedności, wyżſzego nayblizſzego gatunku, w ten czas, liczba ta, która przewyżſza takową iednę lub więcéy, zupełną iedność, piſze ſię tylko na ſpodzie, a złożone drugiego gatunku iedności, zatrzymaią ſię w pamięci, do dodania ich z dru-

z drugiémi, im podobnémi, z któremi tenże ſpoſób zachowa ſię.

PRZYKŁAD. I.

Jeſt zadano dodać	- 227.	*złt.*	14	*gr.*	2	*s.*	
	2549.	-	18.	-	1.		
	184.	-	25.	-	0.		
	17.	-	11.	-	2.		
	2979.	-	9.	-	2.		*Summa*

Summa ſzelągów wypada 5, która trzy ſzelągi mieści w ſobie ráz, albo czyni groſz, i 2 ſzelągi; kładę 2 ſzel: a groſz zatrzymuię w pamięci, który do iednościów groſzów dódaię, i mam 19 gr. z tych piſzę tylko cyfrę 9, a dzieſiątek do dodania z dzieſiątkami zatrzymuię w pamięci: co zrobiwſzy mam 6; a że trzy dzieſiątki groſzów, na ieden złoty potrzèba, przeto wziąwſzy trzecią część, mam 2 złł. bez żadnéy reſzty, które do kolumny złotych przenoſzę, i zwyczaynym ſpoſobém wſzyſtko dodaię.

PRZYKŁAD. II.

Niech będzie zadano dodać.	54 *s.*	2 *ſt.*	3 *c.*	9 *l.*
	12	5	4	11
	9	4	11	11
	8	2	9	10
	85	3	6	5.

Summa linii wynoſi 41, które czynią 3 cale i 5 linii; ſkadam 5 linii a zatrzymuię 3 cale, które dodaię z calami: maiąc ich 30, uważam że czynią 2 ſtopy i 6 calów, zatrzymawszy 2 ſtopy do dodania z ſtopami, ſkładam same 6 calów: 2 ſtopy zatrzy-

zatrzymane z drugiémi dodane, czynią 15 ſtop, to ieſt 2 ſążnie i 3 ſtopy, piſzę 3 ſtopy, a 2 ſążnie do drugich ſążniów dodawſzy, mam 85 ſążni, tak, że ſumma cáłkowita wynoſi, 85 ſążni 3 ſtopy, 6 calów i 5 linii.

PRZYKŁAD. III.

13 *Ft:*	15 *U.*	6 *D.*	1 *S.*	14 *Z.*
26	14	7	2	23
34	4	5	0	20
54	2	7	2	18
32	15	3	1	19
162	5	7	0	22.

Zobacz tablicę na końcu Arytmetyki.

Odéymowanie liczb wielorakich.

111 Napiſz zadane liczby iak w dodawaniu, i poczniy odéymowanie od iednościów nayniżſzego gatunku. Jeżeli liczba niżſza, może bydź od wyżſzey odięta, reſztę napiſz na ſpodzie, ieżeli zaś nieda ſię odiąć, to od wyżſzego zaráz naſtępuiącego gatunku, pożycz iednéy iedności, i obróć ią w gatunek, o który rzecz idzie; co uczyniwſzy doday takową liczbę do liczby, od którey odciągnąć niémogłeś. Tymże ſamym ſpoſobém poſtąp ſobie z każdym gatunkiém; uważaiąc, żeby gdzieś pożyczył, tę liczbę zmniéyſzyć, o iednę iedność.

Naoſtatek, każdą wynalezioną koléyno reſztę, napiſzeſz pod liczbą, od któréy odciągnąłeś.

PRZYKŁAD. I.

Od - -	143 *czerw: złt.*	17 *złt.*	6 *groſze.*
Ma bydź odięto	75	12	9.
	68	4	27. *Reſzta.*

Niémogąc odiąć 9, z 6 groſzów, pożyczam 1. złotego, który waży 30 groſzy, te z 6 dodane, uczynią 36, z których 9 odiąwſzy, zoſtanie 27; odéymuię daléy 12 *złt*, iuż nie od 17, ale od 16, po pożyczeniu pozoſtałych, i zoſtaie mi ſię 4; nakoniec 75 *czerw: złt*, od 143 odciągnąwſzy, zoſtaie mi reſzta 68 *czerw: złt.*

PRZYKŁAD. II.

Od , -	163 *cz: złt.*	0 *złt.*	5 *gr.*
Chcę odciągnąć -	84	15	9.
	78	2	26. *Reſzta.*

Ponieważ 9 groſzy od 5 odiąć niémogę, a oráz niéma złotych od których mogłbym pożyczyć; pożyczam zatém z 163 *cz: złt.* iednego, lecz w myśli 17 złotych zoſtawiam na miéyſcu złotych, a ieden złoty, od nich pożyczony, na groſze obrócony, dodaię z 5, od których mi odéymówać trzeba, co mi uczyni 35 *gr.* wreſzcie poſtępuię ſobie, iak opiſano wyżéy (*a*).

Mno-

(*a*) *Z okazyi czerwonych złotych, i złotych Polſkich, użytych w poprzédzaiących przykładach, niezawadzi rozumiém, że tu przydamy dla poſpolitego pożytku, krótką wiadomość, o wártości monéty złotéy i ſrzébrnéy.*

Mnożenie liczb wielorakich.

112. Mnożenie liczb wielorakich, można przemiénić, w mnożenie ułamków przez ułamki, do czego przepiſaliśmy regułę (97 i 98).

Np.

Stopień dobroci złota, cénić ſię zwykł podług karatów. *Karat złota, ieſt dwudzieſta czwarta część iakiéykolwiek ilości złota. I tak* np. *ſkrupuł złota (na wagę grzywiènną Francuzką), który waży* 24 *ziarn, ieſt karatém względém uncyi złota, bo iedna uncya zawiéra w ſobie* 24 *ſkrupułów.*

Jeżéli uncya złota, niéma w ſobie, żadnéy inſzéy miéſzaniny, takowe złoto nazywa ſię o 24 *karatach, albo* 24tèy próby; *ieżeli do złota czyſtego, wchodzi miéſzaniny* 1 *karat, to ieſt dwudzieſta czwarta część, złoto nazywa ſię* o 23 *karatach, albo* 23ciéy próby; ieżeli *w złoto, miéſzaniny wchodzi dwa karaty, to nazywa ſię* o 22 *karatach, albo* 22giéy próby, *i. t. d: Lecz upewniaią, że niémaſz takiego złota, któreby było* o 24 *karatach; ponieważ chociaż nayſepiéy wyczyſzczone, zawſze muſi miéć w ſobie, iakowąś cząſtkę ſrzébra, lub miedzi.*

Należy tu rozróżnić karat złota. od tego na który ważą ſię dyaménty i inſze kléynoty. Albowiém ten oſtatni, waży 4 *ziarna, cokolwiek lżéyſze, od ziarn grzywiénnych Francuzkich. i poddziéla ſię na* $\frac{1}{2}$, *na* $\frac{1}{4}$, *na* $\frac{1}{8}$, *na* $\frac{1}{16}$, *i. t. d. Jeden karat dyamentu, podług miérnego oſzacówania céni ſię* 2 *luidory Francuzkie, céna zaś dyaméntów rośnie, iak kwadraty karatów. Dyament ſzlufówany, przedaie ſię dwa razy drożéy.*

Złoto czerwone, bywa mniéy ſzacówane, od żółtego; bo w piérwſzém znayduie ſię pewna część miedzi, od któréy nabiéra tego koloru.

Np. gdyby zadano było, wiele ma koſztówać robota, 54 *ſq.* 3 *ſt.* rachuiąc ſążéń po 42 *złt.* 17 *gr.* 2 *ſz:* całego mnożnego to ieſt 42 *złt.* 17 *gr.* 2 *ſz.* obrócić można na ſzelągi, co wſzyſtko uczyni, 3833 ſzelągów; a iako szeląg, ieſt iedną z 90 części złotego, mnożny bydź może wyrażony przez ułamek $\frac{3833}{90}$ złotych; podobnież mnożnika 54 *ſq.* 3 *ſt.*
przé-

Karat *tedy* złota czyſtego, *ieſt dwudzieſty czwarty ſtopiéń dobroci, iakiéykolwiék ſztuki ſzczérego złota, i poddziéla ſię na* $\frac{1}{2}$, *na* $\frac{1}{4}$ *na* $\frac{1}{8}$, *na* $\frac{1}{16}$, *na* $\frac{1}{32}$ *ki; albo téż na* 12 *cz: które nazywaią ziarnkami.*

Karat złota w cénie, *ieſt dwudzieſta czwarta część wártości, iednéy uncyi albo iednéy grzywny złota. Nazywa ſię także czasém karat wagi, i bierze ſię za dwudzieſtą czwartą część, iednéy uncyi, albo iednéy grzywny:*

Zeby dóyśdź wártości iakiéykolwiek monèty złotéy, w monecie ſrzébrnéy, trzeba wiedzieć 1ód, *w iakiéy cénie, wydaie ſię w biegu zwyczaynym, pewna ilość ſzczérego złóta, obróconego na monétę,* 2re. *wagę i próbę téy ſztuki złota, któréy wártości ſzuka ſię: natenczas przy pomocy reguły trzech, łatwo wynaydzie ſię ſzukana wártość,*

Np. wziąwſzy za fundament (podług ewaluacyi położonéy w tomie XIV. Encykl: Twerd: kart 648.) *że* 4155 $\frac{111}{128}$ *ziarn, wagi grzywiénnéy ſzczérego złota, zawartego w* 30 *luidorach o* 22, *karat: ważą w biegu zwyczaynym* 720 *liwrów; gdyby potrzeba było wynaléśdź, wiele wárt będzie liwrów czerwony złoty Hollenderſki, ważący* 65 *ziarn, trzymaią próbę o* 23 $\frac{24}{32}$ *karatach; ſzukam nayprzód, wiele w takim czerwonym złotym zawiérać ſię będzie ſzczérego złota; ponieważ złoto ieſt o* 22 $\frac{3}{4}$ *karatach, więc iawna ieſt, że w niém będzie miéſzaniny* 96 *ſta część; odiąwſzy zatém* $\frac{65}{96}$ *od* 65. *zoſtanie ſzczérego złota,* 64 $\frac{5}{16}$ *ziarn. Terdź powiém: Jeżeli* 4155 $\frac{111}{128}$ *ziarn, czyſtego złota, daią* 720 *liwrów, wielé dadzą* 64 $\frac{5}{16}$ *ziarn, to ieſt*

przémiénić można na ſtopy, co da 327 ſtóp, a iako ſtopa, ieſt ſzóſtą częścią ſążnia, mnożnik pokaże ſię bydź $\frac{327}{6}$ ſążniów, niezoſtanie tedy nic więcéy, tylko rozmnożyć $\frac{3833}{90}$ złotych, przez $\frac{327}{6}$, co podług (97) uczyni $\frac{1253391}{540}$ *złt:* któryto ułamek podług (104) wárt będzie 2321 *złt.* 2 *gr.* 2 $\frac{1}{2}$ ſzel.
Ten

4155 $\frac{111}{128}$: 720 :: 64 $\frac{5}{16}$: 11. *Liwr.* 2 *Sold.* 10 *den: i* $\frac{53626}{531951}$. *Toż rozumié ſię o innych.*

Na iednę grzywnę Kolońſką czyſtego złota, idzie 67 *czerw: złt. Céſarſkich, albo Polſkich.*

Srzébro waży ſię we Francyi, także na wagę grzywiénną. W oznaczeniu zaś dobroci iego, używaią wyrażenia Denara; ſzczére ſrzébro bez zadnéy miéſzaniny, nazywa ſię o 12 *denarach, albo* 12ſtéy próby, *Srzébro, w którym znaydówałaby ſię dwunaſta część miéſzaniny, nazywa ſię o* 11. *denarach, albo* 11ſtéy próby, *i. t. d,*

w Anglii złoto i ſrzébro ważą na wagę de Troy; *zobacz Tablicę na końcu Arytmetyki.*

W całych Niémcach i u nas, ſrzébro i złoto, ważą na grzywnę Kolońſką, która poddziéla ſię na 16 *łótów, łót na* 4 *dragmy, dragma na* 3 *engle, engel na* 32 *eſſów. Lubo niektórzy poddzielaią znowu grzywnę, na* 16 *łót: łót na* 16 *feników; fenik na* 256. *esſów; albo téż tylko każdy łót na* 18 *ziarnek.*

Srzébro ſzczére bez żadnéy miéſzaniny, nazywa ſię 16ſtéy próby; *ieżeli, mięć będzie* 16ſtą *część miéſzaniny, będzię* 15ſtéy próby. *i. t. d.*

Zeby porównać wártość monéty, np. *Francuzkiéy, z kraiową, trzebaby wiedzieć* 1ód *ſtóſunek, między grzywną Francuzką i Kolońſką.* 2re; *Pewna ilość czyſtego ſrzébra, iaką ma cénę w zwyczaynym biegu.*

Podług Encykl: Twerd: Tom XXVI. kart. 480. *Grzywna Kolońſka, czyni na wagę grzywiénną Francuzką* 4560 *ziarn, podług iednych, a podług drugich tylko* 4402 $\frac{778}{945}$ *ziarn;* 4175 $\frac{53}{64}$ *ziarn czyſtego ſrzébra, daie ſię w biegu zwyczaynym, we Francyi, za*

Ten ſpoſób roſciąga ſię powſzechnie, do wſzelkiego gatunku liczb wielorakich, ale od naſtępuiącego, więcéy porzebu-

ie

49 *Liw, 16 ſoldów. A zatém chcąc wiedźiéć wiele grzywna Kolońſka, czyſtego ſrzébra, wárta będzie w Liwrach Francuzkich, powiém. Jeżeli* 4175 $\frac{53}{64}$ *ziarn, daią 49 Liw: 16 ſoldòw, wiele dadzą* np. 4402 $\frac{778}{945}$ *(obrawſzy mniéyſzą wártość grzywny Kolońſkiéy). Odprawiwſzy działanie znaydziémy, że grzywna Kolońſka ſczerégo ſrzébra, wárta ieſt* 1050 *ſoldòw Franc: z niéznacznėm uchybiéniém.*

Lecz w monécie naſzéy, grzywna Kolóńſka czyſtego ſrzébra, wárta 80 *złotych; więc* 80 *złt. naſzych wárte* 1050 *ſoldów Francuzkich. A zatém Liwra Franc: wyrównywa, naſzemu* 1. *złt.* 15 *gr, z nieznacznèm uchybiéniém.*

Tym ſpoſobém czerw: złoty, wzięty wyżéy na przykład, niebyłby wárt tylko złt. 16 21 *gr.* 2 *ſzel. teraźniéyſzéy naſzéy monety; to ieſt właśnie podług prawa, zuchybiéniém tylko mniéy iak o ieden groſz.*

Na tym fundamencie, w Tablicy położenéy na końcu Arytmetyki, zobaczyć można ewaluacyą różnych monét śrzébrnych, na przeciwko naſzéy monèty.

To zaś że kupcy Warſzawſcy, czerwonego złotego nieprzyimuią tylko w 10 *Liwr.* 12 *ſoldach, iako też że Liwr ſterling liczą za* 40 *złt. wártości monècie niémoże dawać.*

Ze zaś czerwone złote bywaią różnéy wagi, i próby; a zatém też powinny bydź różnéy wártości, dla tego przydaie ſię tu Tablica, niektórych czerwonych złotych, z wyrażeniém ich wagi, w ziarnach, wagi grzywiénnéy Francuzkiéy, a próby, w karatach, i częściach karata na 32 *cz: podzielonego, tudzież wártości ich w monècie Polſkiéy, wyrachówanéy podług poprzédzaiących fundamentòw, z uchybieniém niewynoſzącèm iednego ſzeląga.*

ie rachunków; dla czego dłużéy zaſtanawiać ſię nad nim niebędziémy.

113 Liczba, która w drugiéy mieści ſię ſpełna, nazywa ſię *częścią kilkoraźną* (pars aliquota), téy drugiéy; tak 3, ſą częścią kilkoraźną, 12*ſtu:* tak ſą 2, 4*ech i* 6*ściu.*

114 Przypomniymy ſobie, że mnożyć nieco

Gatunki cz: złt.	*Ich waga w ziarn, wagi grz: Franc:*	*Próba. w karat. i 32 kach kar.*		*Wartość w monécie Polſkiéy.*		
	Ziarn.	*Kar.*	32i	*złt.*	*gr.*	*ſzel.*
Czerw: zł. Polſki	66	23	18 $\frac{1}{2}$	16	23	1
Wirtemberſki	65	23	16	16	10	-
Saſki	65	23	16	16	10	-
Moguntcki	64	23	16	15	27	2 $\frac{1}{2}$
Hann: Jerz: II.	63	23	16	15	15	2
Szwedzki	65	23	16	16	10	-
Hollenderſki	65	23	24	16	21	2
Duńſki	65	21	24	14	28	1
Duńſki podléyſzy	52	21	-	11	13	2
Hess Darmſztad:	65	23	8	16	5	-
Hamburgſki	65	23	12	16	7	$\frac{1}{2}$
Czeſki	66	23	24	17		
Frankfortcki	65	23	20	16	19	
Papiezki	65	23	20	16	19	
Węgierſki	65	23	24	16	21	2
Pruſki	65	23	24	16	21	2
Podwóyny Palat:	130	23	16	32	20	-

nieco innego ieſt, tylko brać mnożnego pewną liczbę razy; mnożyć przez 8 $\frac{3}{4}$, *np.* ieſt to wziąść mnożnego 8 razy, i wziąść go ieſzcze $\frac{3}{4}$ raza, albo wziąść z niego $\frac{4}{3}$. Zatém te $\frac{3}{4}$, wziąść można, albo biorąc zaraz czwartą część, i piſząc ią 3 razy, albo biorąc połowę i téy połowy znowu połowę.

Tak chcąc rozmnożyć 84 przez 8 $\frac{3}{4}$
Piſzę - - - -

	84
	8 $\frac{3}{4}$
	672
	42
	21
	735

Rozmnażaiąc 84 przez 8, mam 672. Potèm chcąc wziąść $\frac{3}{4}$ z 84; biorę naprzód połowę to ieſt 42, a potèm za cwièrć zoſtaiącą, połowę téy połowy, to ieſt 21; nakoniec te trzy oſobne mnogośći z ſobą złączywſzy, cáłkowitą mnogość mièć będę 735.

113 Zeby w liczbach wielorakich użyć można tego przepiſu; uważać trzeba, że różne gatunki iednościów, mniéyſzych od głownéy iedności, ſą ułamkami iedne na przeciw drugich, iako téż na przeciw téy głownéy iedności; a zatém dla łatwości mnożenia przez liczby tego gatunku, trzeba ie rozłożyć na części kilkoraźne głownéy iedności, tak ażeby te części kilkoraźne

raźne, wygodnie użyć ſię dały; albo ie téż rozłożyć na części kilkoraźne, względém drugich części: ieżeli zaś takowe rozłożenie, daie części kilkoraźne, do rachówania niewygodne, fałſzywémi mnogościami można ſobie dopomòc; co w naſtępuiących przykładach obiaśniémy,

PRZYKŁAD. I.

Niech będzie zadano, wiele maią koſztować 54 *s.* 3*ſt.* ſążeń rachuiąc po 72 *zlt.*

Trzeba rozmnożyć -	72 *zlt.*
przez - - -	- 54 *s.* 3*ſt.*
	288
	360
za trzy ſtopy - -	36
	3924 o

Mnożę naprzód podług zwyczaynych reguł, 27 *zlt.* przez 54, potèm chcąc mnożyć przez 3 ſtopy, które ſą połową ſążnia, a zatém powinny dać, pół mnogości, co ieden ſążéń, biorę połowę 72 *zlt.* to ieſt 36, które dodawſzy, mam mnogość cáłkowitą 3924 złotych.

PRZYKŁAD II.

Gdybym miał -	72 *zlt.*
rozmnożyć przez -	54 *s.* 5*ſt.*
	288
	360
za 3 ſtopy -	36
za 2 ſtopy -	- 24
	3948, o

Naprzód mnożę 72 *zlt.* przez 54, potèm zamiaſt mnoże-

mnożenia przez $\frac{5}{6}$, ponieważ 5 ſtóp czynią $\frac{5}{6}$ ſążnia, rozłożę 5 ſtóp na 3 i na 2 ſtopy, a tak pierwſza część będzie połową, a druga $\frac{1}{3}$*ką* ſążnia, biorę więc naprzód połowę 72 *ztt.* a potèm $\frac{1}{3}$ tychże 72 *ztt*, i te oſobne mnogości razèm złączywſzy, mieć będę całkowitą *żądaną* mnogość 3948 *ztt.*

PRZYKŁAD III.

Niechay zadano będzie	-	72 *ztt*,
Rozmnożyć przez	- -	5 *s* 4 *ſt* 8 *cal.*
		360 *ztt.*
za 3 ſtopy	- - -	36
za ſtopę	- - -	12
za 4 cale	- - -	4
za 4 cale	- - -	4
		416

Rozmnożywſzy przez 5 ſążni, mam mnożyć przez 4 ſtopy, które roſkładam na 3 i 1 ſtopę: Za 3 ſtopy biorę połowę 72 *ztt*, to ieſt 36, a za iednę ſtopę uważywſzy, że to ieſt $\frac{1}{3}$ trzech ſtóp, wezmę $\frac{1}{3}$ złotych 36, co mi uczyni 12 *ztt.* Daléy mam rozmnażać przez 8 calów, zamiaſt przyſtóſowania tych 8 calów do ſążnia, przyſtóſuię ie do ſtopy, i rozłożę na 4 i 4 cale, z których każde 4, czynią $\frac{1}{3}$ ſtopy, a zatèm każde 4, dadzą mi $\frac{1}{3}$ złotych 12, to ieſt po 4 *ztt.* Nakoniec połączywſzy wſzyſtko, mam całkowitą mnogość 416 *ztt.*

116 Jeżeli mnożny ieſt także wieloraką liczbę, poſtąpiſz ſobie, iak w naſtępuiącym przykładzie.

PRZYKŁAD IV.

Niechay zadano będzie	-	72 *ztt*	6 *gr.*	2 *ſzel.*
rozmnożyć przez	-	27 *s.*	4 *ſt.*	8 *c.*
		504 zł.	0 g.	0 ſz.
		144		
za 5 gr.	. -	4	15	0
za 1 gr.	- -	-	27	0
za 1 ſzel.	- -	-	9	0
za 1 ſzel.	- -	-	9	0
za 3 ſt.	- -	36	3	1
za 1 ſt.	- -	9	-	$2\frac{1}{2}$.
za 6 c.	- -	4	15	$1\frac{1}{4}$.
za 2 c.	- -	1	15	$\frac{15}{36}$
		2001	4	$2\frac{1}{6}$

Rozmnażam naprzód 72 *ztt.* przez 27; potém chcąc rozmnożyć 6 gr. przez 27, roſkładam ie na 5 i 1. Ponieważ 5 groſzy czynią $\frac{1}{6}$ złotego, a będąc rozmnożone przez 27, dadzą 27 ſzóſtek złotego, albo iednę ſzóſtkę 27 złotych; biorę więc $\frac{1}{6}$kę, złotych 27*miu*, co czyni 4 *ztt.* 15 *gr.* Daléy dla rozmnożenia iednego groſza przez 27, uważam że ieden groſz, ieſt piątą częścią piąciu groſzy, które dopièro rozmnożyłèm, biorę zatèm piątą część z 4 *ztt.* 15 *gr.* to ieſt 27 gr. W mnożeniu 2 ſzelągów, uważam że ieden ſzeląg, ieſt trzecią częścią iednego groſza, a zatém za mnogość węzmę trzecią część 27 *gr.* to ieſt 9, i dwa razy ie napiſzę.

Dotąd mnożny był przez 27 rozmnażany.

Maiąc daléy mnożyć przez 4 *ſt*; tegóż użyię ſpoſobu, co w poprzedaiącym przykładzie, to ieſt że zamiaſt 4 *ſt*, biorę naprzód za 3 *ſt*, połowę mnożnego 36 *ztt.* 3 *gr*, 1 *ſzel*; za iednę zaś ſtopę trzecią część tego co mi dały 3 ſtopy.

Nakoniec zamiaſt 8*miu* calów, wezmę naprzód za

6, to ieſt połowę tego co mi wyſzło, za iednę ſtopę, a potém za dwa cale, które ſą trzecią częścią ſześciu calów; te wſzyſtkie mnogości razém dodawſzy, mieć będę całkowitą mnogość 2001 *zł.* 4 *gr.* 2 $\frac{1}{6}$ *ſzel.*

117. Dotąd, części mnożnego które brać było potrzeba, trafiały ſię dość łatwe; lecz gdyby takowe części, zdarzyły ſię zawikłańſze, w takim razie, naſtępuiący przykład obiaśni iak ſobie będzie należało poſtąpić:

PRZYKŁAD V.

Jeden ſążéń koſztuie	34 *złt.*	10 *gr.*	2 *ſzel.*
Wiele koſztówać maią ſążni	17?		
	238 *złt.*	0 *gr.*	0 *ſzel* 0.
	34.		
Za 10 gr. -	5	20	
Za 5 gr. *fałſzywa mnogość*	$\cancel{2}$	$\cancel{25}$	
Za 1 gr. *fałſzywa mnogość*		$\cancel{17}$	
Za 1 ſzel. - - -		5	2.
Za 1 ſzel. - - -		5	2.
	584	1	1.

Rozmnożywſzy 34 *złt.* przez 17, potém 10 *gr.* przez 17 także, rozmnożyć ieſzcze trzeba 2 *ſzelągi*, z których ieden ieſt trzecią częścią groſza, a zatém trzecią częścią dzieſiątéy części, albo trzydzieſtą częścią dzieſiąciu groszy; lecz zamiaſt wzięcia, trzydzieſtéy części 5*ciu złt.* 20 *gr*, wygodniéy będzie, zrobić ſobie fałſzywą mnogość, i wziąść *np.* połowę, tego co dały 10 *gr.* to ieſt za 5 *gr*; potém uczynić ſobie ieſzcze drugą fałſzywą

ſzywą mnogość, biorąc piątą część tego, co za 5 *gr.* wypadło, to ieſt za 1 *gr.* takową piątą częścią będzie 17 *gr*; lecz że mi niepotrzeba mnogości, tylko za 2 ſzelągi, dla tego, wziąwſzy trzecią część 17*ſtu gr.* dwa razy ią napiſzę, to ieſt 5 *gr.* 2 *ſzel*; a tamte dwie fałſzywe mnogości wymażę.

PRZYKŁAD VI.

Za ieden złoty mam 17 ſążni roboty, pytam ſię za 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.* wiele mieć będę wygotowanéy roboty?

Trzeba rozmnożyć 17 ſążni przez 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.* to ieſt wziąść 17 ſążni tyle razy, ile znayduie ſię iednościów, w 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.*

	17 ſążni				
	34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.*				
	68	0 *ſt.*	0 *c.*	0 *l.*	0 *p.*
	51.				
Za 10 gr. -	5	4			
Za 1 gr. *fałſzywa mnogość*		$\cancel{3}$	$\cancel{4}$	$\cancel{9}$	$\cancel{7}\frac{1}{10}$.
Za 1 ſzel. - -		1	1	7	$2\frac{11}{30}$.
Za 1 ſzel. - -		1	1	7	$2\frac{11}{30}$.
	584 *s.*	0 *ſt.*	3 *c.*	2 *l.*	4 *p.* $\frac{11}{15}$.

Rozmnażam naprzód 17 ſążni przez 34; potém dla rozmnożenia 17*ſtu* ſążni przez 10 *gro.* biorę trzecią część 17*ſtu* ſążni, bo 10 *gro.* ſą trzecią częścią złotego, i mieć będę, 5 *ſ.* 4 *ſt.* W mnożeniu przez 2 *ſzel.* dla łatwości, ſzukam coby przypadło za 1. *gr.* biorąc $\frac{1}{10}$ *kę*, mnogości wypadłéy przez 10 *gr.* takowa $\frac{1}{10}$ *ka* ieſt 0. *ſ.* 3 *ſt.* 4 *c.* 9 *l.* $7\frac{1}{10}$ *p.* tę mnogość iako do prawdziwéy mnogości nienależącą, potém wymażę, a wziąwſzy iéy trzecią część, i dwa razy ią, za dwa ſzelągi napiſawſzy, które ſą, trzecią częścią iednego groſza, nietrzeba będzie, tylko te wſzy-

wſzyſtkie mnogości wráz dodać, i mièć będę na całkowitą mnogość 584 *ſ.* o *ſt.* 3 *c.* 2 *l.* 4 $\frac{11}{15}$ *p.*

Ten przykłád daliśmy oſobliwie dla potwiérdzenia tego, co ſię powiedziało (45); że wiele na tém zależy, żeby mnożnika z mnożnym niemiéſzać, gdy oba, ſą liczbą mianowaną. Jakóż tak w przeſzłym, iak w teraźniéyſzym przykładzie, czynnikami mnogości, ſą zarówno, 17 *ſ.* i 34 *zło.* 10 *gro.* 2 *ſze;* iednakże mnogości, w piérwſzym i w drugim razie, wypadaią, bardzo ròżne od ſiebie.

Dzielenie liczby wielorakiéy przez liczbę ſamotną.

118. Jeżeli tylko ſam dziélny ieſt liczbą wieloraką, i ieżeli oráz dziélny i dziélnik, maią różnego gatunku iedności; natenczas, rozdziél naprzód iedności główne dziélnego, podług zwyczaynéy reguły, co ſię zaś zoſtanie, to na iedności drugiego gatunku obròciſz (57) i dodaſz ie z iednościami dziélnego tegoż gatunku; co uczyniwſzy odprawiſz dzielenie zwyczaynie: podobnież pozoſtałą reſztę z tego działania powtòrnego, na iedności trzeciego gatunku przemiéniſz, do których dodawſzy iedności tegòż gatunku znayduiące ſię w dziélnym, roz-

rozdzieliſz wſzyſtko iak wyżéy; reſzty takowe zoſtaiące, póty przemiéniać ſię będą na iedności naſtępuiącego gatunku, póki ſię niżſze gatunki w dziélnym znayduią.

P R Z Y K Ł A D I.

Zapłacono, daymy, 4783 *złt.* 23 *gr.* 2 *ſz.* za robotę 87 ſążni; pytam ſię po czemu wypada ſążeń roboty?

4783 *zł.* 23 *gr.* 2 *ſz.*	87.
433	54 *z.* 29 *g.* 1 *ſ.* $\frac{65}{87}$
85	
2573 *gr.*	
833	
50	
122, *ſzé.*	
65.	

Trzeba dzielić 4783 *złt.* 23 *gr.* 2 *ſz.* przez 87; poczynaiąc od złotych. 4783 złote rozdzielone pzzez 87, podług reguł zwyczaynych, dadzą wieloráz 54 *zł.* i 85 *złt.* reſzty; te 85 *złt.* obrócone na groſze (57) złączone z 23. groſzami dziélnego, uczynią 2573 *gr.* które rozdzieliwſzy przez 87 mam wieloráz 29 *g.* i reſzty 50 *g.* te 50 groſzy obróciwſzy na ſzelągi mièć będę z 2 ſzelągami dziélnego, 152 ſzelągów, które podobnież przez 87 dzielę, i naoſtatek za wieloráz doſtaię 1 *ſzel.* i $\frac{65}{87}$ ſzeląga.

P R Z Y K Ł A D. II.

Doſtałém *np.* 3376 *złt.* 25 *gr.* 1 *ſz.* przewexlówane, na wypłacenie mi pewnéy ſummy, z któréy odcięto po 2 *złt.* na ſtu. chciałbym wiedzièć, wiele ta odcięta ſumma wynoſi?

Ponie-

Ponieważ ten procent, ieſt $\frac{1}{50}$ *ką.* ſummy niewiadoméy, przeto ſumma odebrana, wynoſi $\frac{49}{50}$ tamtéy ſummy; a zatém, procent odcięty, muſi bydź 49*tą* częścią ſummy mi oddanéy; trzeba więc rozdzielić 3376 *złł.* 25 gr. 1 *ſz.* przez 49.

3376 *zł.* 25 g. 1 *ſz.* | 49.
| 68 *z.* 27 g. 1 *ſ.* $\frac{17}{49}$.

Po odprawioném działaniu, znayduię 68 *złł.* 27 gr. 1 *ſz.* $\frac{17}{49}$, które dodane do 3376 *złł.* 25 *gr.* 1 *ſ.* pokazuią mi, że ſumma dana na wexel, muſiała bydź 3445 *złł.* 22 *gr.* 2 *ſz.* $\frac{17}{49}$.

119. Lecz ieżeli dziélny i dziélnik, maią iednego gatunku iedności, przed odprawiéniém dzielenia trzeba uważyć, czy wieloráz ma bydź także tegóż ſamego gatunku; co rodzay zadania zwykł zawſze okazywać.

120. Jeżeli dziélny i dziélnik, będąc iednego gatunku, wieloráz ma także bydź tegóż ſamego rodzaiu, dzielenie czyni ſię iak w poprzédzaiącym przykładzie; *np.* gdyby zadano było że, 1243 złotémi zarobiłém 7254, chcę wiedzieć wiele zarobiłém na każdym złotym? Rzecz oczywiſta, że wieloráz będzie miał iedności tegóż ſamego gatunku, co dziélny i dziélnik, to ieſt złote; i że 7254 rozdzielić trzeba przez 1243, reſztę iak w poprzedzaiącym przykładzie, obracaiąc na groſze, a drugą reſztę na ſzelągi; co wy-

wykonawſzy mieć będę rozwiązanie zadania mego, to ieſt 5 *złł.* 25 *gr.* 0 *ſzel.* $\frac{285}{1243}$ zarobku na iednym złotym.

121. Lecz gdy dziélny i dziélnik, będąc iednego gatunku, wieloráz ma bydź różnego od nich rodzaiu; w takowym razie, dziélnego i dziélnika, trzeba naprzód przemiénić (57) w naymniéyſzy gatunek, iaki ſię w dziélnym znayduie, a dopiéro dzielenie iak w poprzédzaiącym razie przedſięwziąć, i z iednościami dziélnego, tak ſię obéyśdź iak gdyby były tego rodzaiu, co w wielorażie bydź maią.

Np. niech będzie zadano, wiele będę miał wygotówanéy roboty za 7954 *złł.* 11 *gr.* 2 *ſz.* rachuiąc ſążéń po 72 *złł*? Znatury ſamego zadania rzecz oczywiſta, że wieloráz powinien mieć ſążnie, i części ſążnia; obrócę zatém 7954 *zł.* 11 g. 2 *ſz.* wſzyſtko na ſzelągi, co uczyni 715893; obróciwſzy podobnież 72 *złł.* na ſzelągi, mieć będę 6480; rozdzielę 715893, które uważam iako ſążnie, przez 6480, i wypadnie mi żądany wieloráz 110 *ſą.* 2 *ſt.* 10 *c.* 4 *l.* $\frac{162}{405}$.

Dzielenie liczby wielorakiéy przez liczbę wieloraką.

122. Kiedy dziélnik ieſt także liczbą wieloraką, trzeba go naprzód do naymniéyſzego gatunku iednościów przywiéśdź (57); potém rozmnożyć dziélnego,

nego, przez liczbę która wyraża, wiele potrzeba części naymnieyſzego gatunku dziélnika, na złożenie iedney głowney iedności tegoż dziélnika; tym ſpoſobém dzielenie odprawi ſię tak, iak gdyby dziélnik, był liczbą ſamotną.

PRZYKŁAD

57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal.* roboty, koſztowały 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *ſz.* pytam ſię poczemu wychodzi ſążeń? Trzeba rozdzielić 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *ſz.* przez 57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal*; i dla tego obracam 57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *c.* na cale, co mi uczyni 4169, które będą nowym dziélnikiem; a oraz iako na ſążeń 72 calów potrzeba, który ieſt główną iednością w tym dziélniku, mnożę zadanego dziélnego 854 *złt.* 17 *gr.* 1 *ſz.* przez 72, i mam nowego dziélnego 61529, *złt.* 18 *gr.* co zrobiwſzy, dzielę iak naſtępuie.

854 *z.* 17 *g.* 1 *ſ.*	57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal.*
72	
61529 *złt.* 18 *gr.*	4169 *calów*
3163	14 *zł.* 22 *gr.* 2 *ſz.* $\frac{1232}{4169}$.
94908 *gr.*	
11528	
3190.	
9570 *ſzel.*	
1232.	

61529 złote rozdzielone przez 4269, daią wieloráz 14 *złt.* i 3163 reſzty. Te 3163 *złt.* obracam na groſze, i mam wráz z 18 groſzami dziélnego 94908 groſzy, które rozdzieliwſzy przez 4169, mam wieloráz 22 groſze i 3190 groſzy zoſtaiącéy reſzty. Te 3190 groſzy, na ſzelągi obróciwſzy uczy-

czyni mi 9570 ſzelągów, które podobnież przez 4169 rozdziélam, i mam wieloráz 2 ſzelągi, i 1232 ſzelągów, reſzty; całkowity zatém wieloráz ieſt 14 *złt.* 22 gr. 2 *ſzel.* i $\frac{1232}{4169}$ ſzeląga.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, uważać trzeba, że ponieważ 57 *ſą.* 5 *ſt.* 5 *c.* czynią 4169 calów, cal zaś ieden będąc 72*gą.* częścią ſążnia, dziélnik będzie $\frac{4169}{72}$ ſążnia: a przeto chcąc dzielić przez ułamek, trzeba (101) ułamek dziélnika przewrócić, a potém przez tekowy ułamek mnożyć; trzeba tu więc rozmnożyć przez $\frac{72}{4169}$; co wychodzi, na rozmnożenie naprzód przez 72, a potém na rozdzielenie przez 4169, iak przepiſuie dana dopiéro wyżey reguła.

Ponieważ dzielenie przez liczbę wieloraką, wychodzi iakośmy widzieli na dzielenie przez liczbę ſamotną, przeto względém natury iednościów, też ſamo oſtrożność zachować należy, iakąśmy przepiſali (118, 119, i 120).

Tu byłoby miéyſce mówić o ſążniówaniu, albo o mnożeniu i dzieleniu ieometryczném: lecz te działania, od tych któreśmy dopiéro opiſali nieróżnią ſię niczém w wykonaniu; tak dalece że tu niebyłoby co przydać, chyba tylko wyłożenie natury czynników i mnogościów, ale

ale to do Jeometryi należy. Dla tego całą rzecz o tém, do niéy odkładamy.

O składaniu liczb kwadratowych, i wyciąganiu z nich kwadratowego piérwiaſtka. (radix quadrata)

123. *Kwadratém*, nazywa ſię mnogość pochodząca z rozmnożenia liczby przez ſiebie ſamę; tak, 25 ieſt kwadratém 5*ciu* ponieważ 25 pochodzi z rozmnożenia 5*ciu* przez 5.

124. *Piérwiaſtek Kwadratowy* liczby zadanéy, ieſt liczba, która ſama przez ſiebie rozmnożona, też zadaną liczbę nazád oddać powinna; tak 5 ieſt kwadratowym piérwiaſtkiém 25*ciu*; 7 ieſt kwadratowym piérwiaſtkiém 49*ciu*.

125. Liczba tedy która kwadruie ſię, ieſt oráz mnożnym i mnożnikiém; a zatém dwa razy czynnikiém mnogości (42); dla czego téż takowa mnogość, czyli kwadrat, nazywa ſię *drugim ſtopniém* téy liczby (2*da* potentia).

W kwadrówaniu liczby, niepotrzeba innéy nauki, tylko ią rozmnożyć przez ſiebie, podług zwyczaynych reguł; lecz żeby z liczby iakowéy kwadratowy piérwiaſtek wyciągnąć, to ieſt z kwadratu, do piérwiaſtkowéy liczby nazád powròcić,

cić, trzeba użyć ſpoſobu; przynaymniéy, gdy kwadratowa liczba zadana, więcéy iak dwie cyfry w ſobie zawiéra.

Gdy liczba zadana, iednę lub dwie tylko ma cyfry, natenczas piérwiaſtek iéy w liczbie całkowitéy, będzie z naſtępuiących liczb iedną.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Których kwadraty ſą.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Tak *np.* piérwiaſtek kwadratu 72, ieſt w liczbach całych 8; ponieważ 72, będąc między 64 i 81, piérwiaſtek ich, także będzie między piérwiaſtkami tych dwóch liczb, to ieſt między 8 i 9, ieſt tedy 8 i ułamek; ułamek, którego naznaczyć wprawdzie niémożna ſpełna, lecz do którego, zawſze coráz daléy można ſię zbliżyć, co wkrótce da ſię zobaczyć.

126. Piérwiaſtek kwadratowy, liczby która nieieſt doſkonałym kwadratém, nazywa ſię *piérwiaſtek przybliżony* (radix imperfecta)

127. Przyſtąpmy do liczb, które więcéy iak dwie cyfry w ſobie maią.

Uważaiąc pilnie, co ſię dzieie w złożeniu kwadratu, znaydziémy ſpoſób powrócenia nazád do piérwiaſtka tego kwadratu.

Kwadruiąc liczbę 54 *np.*

54

54
54

16	*Kwadrat iednościów*
20	*mnogość z dziesiątków przez iedności*
20	*mnogość z dziesiątków przez iedności*
25	*kwadrat dziesiątków.*

2916

Napisawszy mnożnego i mnożnika, iakośmy uczynili, mnożę zwyczaynie 4 wyższe, przez 4 niższe, co mi oczywiście daie *kwadrat iednościów*.

Mnożę potém 5 wyższe, przez 4 niższe, z których mam *mnogość dziesiątków przez iedności*.

Jdę daléy do drugiéy cyfry mnożnika, i mnożę 4 wyższe, przez 5 niższe, co czyni mnogość iednościów przez dziesiątki, albo (44) *mnogość dziesiątków przez iedności*.

Naostatek rozmnażam 5 wyższe, przez 5 niższe, co mi da *kwadrat dziesiątków*.

Dodawszy te wszystkie mnogości z sobą, mam liczbę kwadratową 2916, którą widzieliśmy bydź złożoną, z *kwadratu dziesiątków*, więcéy *dwa razy mnogość dziesiątków przez iedności*, więcéy, *kwadrat iednościów* liczby 54.

128. To cośmy dopiéro uważali, iako iest nieuchronnym skutkiém mnożenia, tak niemniéy stósuie się do liczby 54, iak do każdéy innéy, złożonéy z dziesiątków i z iednościów; zaczém w ogólności powiedziéć można, że kwadrat wszelkiéy liczby złożonéy z dziesiątków i z iednościów, zawiéra w sobie trzy części wyżéy opisane, iakoto *kwadrat dziesiątków téy liczby*, *podwóyną mnogość z dziesiątków przez iedności*, i *kwadrat iednościów*.

129. To za fundament założywszy, ponieważ kwadratém dziesiątków są sta (10 razy albowiém 10, czyni 100); rzecz oczywista że takowy kwadrat dziesiątków niémoże bydź częścią ostatnich dwóch cyfer całkowitego kwadratu.

Podobnież podwóyna mnogość dziesiątków, rozmnożonych przez iedności, iako niémoże bydź mniéysza nad dziesiątki, tak też niémoże bydź częścią ostatniéy cyfry całkowitego kwadratu.

Chcąc zatém z kwadratu 2916, do piérwiastka iego powrócić, można tak rozumówać.

PRZYKŁAD I.

29. 16	54	*piérwiastek*
41. 6		
104		
000		

Po-

Poczniymy od ſzukania dzieſiątków tego piérwiaſtka. Z natury kwadratu ieſt mi wiadomo, że w 2916, znayduie ſię kwadrat dzieſiątków, i że takowy kwadrat niémoże bydź częścią dwóch oſtatnich cyfer; muſi więc znaydòwać ſię w 29; a iako piérwiaſtek kwadratowy *29ciu*, niémoże bydź większy iak 5, wniéśmy ſobie ſtąd, że liczba dzieſiątków piérwiaſtka, ieſt 5; i napiſzmy ią o bok 2916, iakośmy widzieli wyżéy.

Kwadruię 5, i odéymuię mnogość 25 od 29, zoſtaie mi 4, do ktòrych ſpuſzczam dwie naſtępuiące cyfry 16, zadanéy liczby 2916.

Teráz żeby wynaléśdź iedności piérwiaſtka, uważam co ta reſzta 416, w ſobie zawiéra; iuż dwie tylko części kwadratu ma w ſobie, to ieſt, dwa razy dzieſiątki piérwiaſtka, rozmnożone przez iedności, i kwadrat iednościów tegóż piérwiaſtka. Na piérwſzéy z tych dwóch części, doſyć nam ieſt, do znaleźiénia iednościòw których ſzukamy; bo ponieważ ieſt złożona, z dwa razy wziętych dzieſiątkòw rozmnożonych przez iedności, iezeli ią rozdzielémy przez dwa razy wzięte dzieſiątki, ktòre nam ſą iuż wiadome, powinna nam dać (67) za wie-

wieloráz iedności; rzecz więc, tylko o to idzie, żeby wiedziéć, w któréy części liczby 416, takowe podwòyne dzieſiątki rozmnożone przez iedności, mieſzczą ſię: powiedzieliśmy wyżéy że niémogą znaydówać ſię w oſtatniéy cyfrze; muſzą więc bydź w 41: trzeba zatém 41 rozdzielić przez podwòyność znalezionych dzieſiątków, to ieſt przez 10; piſzę więc podwòyność dzieſiątkòw 10 pod 41; po odprawioném dzieleniu, znayduię, że wypadły wieloráz 4, ieſt liczbą iednościów, które piſzę po prawéy ręce wynalezionych dzieſiątków 5.

Lecz uważać potrzeba, że lubo znaleziony wieloráz 4, ieſt w iſtocie ſaméy ten, który bydź był powinien, iednakże mogłoby ſię czaſém przytrafić, że tym ſpoſobém wynaleziony wieloráz, byłby mocniéyſzy iakby należało; ponieważ 41 (to ieſt, część po oddzieleniu oſtatniéy cyfry zoſtaiąca) zawiéra w ſobie nietylko podwòyność dzieſiątków, rozmnożonych przez iedności, ale nadto dzieſiątki, pochodzące z kwadratu iednościòw; dla czego, żeby o pewności cyfry iednościów, żadna wątpliwość niezoſtała, trzeba uczynić naſtępuiące ſprawdzenie.

Znalazłſzy cyfrę iednościòw 4, i przypipiſawſzy ią do piérwiaſtka, przenoſzę ią o-ráz o bok podwòyności dzieſiątkòw 10, co mi uczyni 104, których koléyno wſzyſtkie cyfry rozmnażam przez liczbę 4, i wypadaiące mnogości odéymuię od części odpowiadaiących 416ſtu; ponieważ ſię nic niezoſtaie, wnoſzę ſobie, że 54, ſą prawdziwym piérwiaſtkiém zadanéy liczby 2916.

Gdyby co zoſtawało, piérwiaſtek niemniéy, w liczbach całych byłby prawdziwy, chyba żeby reſzta była większa od podwòyności piérwiaſtka, iednym powiękſzonego; lecz tego obawiać ſię niémożna, biorąc wieloráz, zawſze ile ſię da, naywiękſzy.

Sprawdzenie tego działania, któreśmy przepiſali, gruntuie ſię na ſamymże złożeniu kwadratu; mnożąc albowiém 104 przez 4, rzecz oczywiſta, że czynię kwadrat iednościów, i podwòyność dzieſiątkòw, rozmnożonych przez iedności, to ieſt, co dopełnia kwadrat zupełny.

130. Stąd co dopiéro powiedziało ſię, wnieść ſobie należy, że chcąc wyciągnąc kwadratowy piérwiaſtek, z liczby, która niéma więcéy nad cztéry cyfry, ani mniéy nad trzy; trzeba, odłączywſzy naprzòd dwie cyfry po prawéy ręce, ſzukać piérwiaſtka kwadratowego, tego przedziału, co po lewéy ręce zoſtaie; piérwiaſtek ten, będzie liczbą dzieſiątków, ſzukanego piérwiaſtka całkowitego, którą na boku zadanéy liczby napiſać trzeba, przedzieliwſzy ie linijką.

Od tegòż, po lewéy ręce przedziału, odcinam kwadrat piérwiaſtka znalezionego, i reſztę poniżéy tegóż przedziału napiſawſzy, przenoſzę o bok dopiéro wſpomnianéy reſzty, dwie oddzielone z początku cyfry.

Cyfrę iednoścìw dopiéro ſpuſzczonego przedziału, odłączam punktém, i część po lewéy ręce pozoſtałą, dzielę przez podwóyność dzieſiątków, kòrą poniżéy napiſałém.

Wieloráz piſzę o bok piérwſzéy cyfry piérwiaſtka, i potém go także przenoſzę o bok podwòyności dzieſiątkòw, która mi ſłużyła za dziélnika.

Nakoniec przez tenże ſam wieloráz rozmnażam cyfry, w téy oſtatniéy linij położone, i mnogości ich koléyno odéymuię od cyfer im odpowiadaiących, wyżéy napiſanych.

Obiaśnijmy, to przykładém.

PRZY-

PRZYKŁAD II.

Mam ſzukać piérwiaſtka kwadratowego liczby 7569,

75.69 | 87.
116.9
167
———
000.

Odłączam dwie cyfry 69 i ſzukam piérwiaſtka kwadratowego 75*ciu*. który ieſt 8; piſzę te 8 na boku; kwadruię 8, i kwadrat 64 od 75 odéymuię, zoſtaie mi 11; które piſzę pod 75, i oraz o bok nich, odłączone cyfry 69, ſkładam.

W liczbie 1169, oddziélam oſtatnią cyfrę 9, przez co mi zoſtaie część 116, którą mam dzielić, dla znalezienia iednościów.

Zdwoiwſzy 8 znalezionych dzieſiątków, mam dzièlnika, którego pod 116 piſzę; rozdzielenie daie mi wieloráz 7, który po prawéy ręce 8*u*. do piérwiaſtka przypiſuię.

Tenże ſam wieloráz, o bok dzièlnika mego 16, przenoſzę; rozmnażam 167, które znayduią ſię w oſtatniéy linij, przez tenże ſam wieloráz 7, i mnogości, od 1169 koléyno odèymuię: nic mi niezoſtaie, co ieſt dowodém, że liczba 7569, ieſt doſkonałym kwadratém, to ieſt kwadratèm 87*miu*.

131. Pilnie uważać należy, że przez podwóyność dzieſiątków, nietrzeba dzielić, tylko część, po oddzieleniu oſtatniéy cyfry, po lewéy ręce pozoſtałą; tak dalece, że gdyby, podwóyność dzieſiątków, w niéy ſię mieścić niémogła, oddzielonéy cyfry, do tego nienależy używać, i tylko na miéyſcu piérwiaſtka piſze ſię o: choćby ſię zaś przytrafiło przeciwnie; żeby

żeby ſię podwóyność dzieſiątków, więcéy iak 9 razy w takowéy części zawiérała, przeto wielorazu niémożna piſać większego nad 9; przyczyna tego taż ſama co w dzieleniu (63.)

132. Zrozumiawſzy dobrze, to cośmy powiedzieli o piérwiaſtku kwadratowym liczb, które niémaią więcéy nad 4 cyfry, łatwo poiąć ſię daie, co czynić trzeba, gdy liczba zadana ma więcéy cyfer. Bądź z iakiéy chce liczby cyfer, piérwiaſtek ma bydź złożony, można go ſo; bie zawſze wyſtawić, iak gdyby ſię z dwóch części ſkładał, z których iedna ieſt z dzieſiątków a druga z iednościów; *np.* 874, można uważać, iak gdyby wyrażały 87 dzieſiątków i 4 iedności.

To założywſzy, gdym znalázł dwie piérwſze cyfry piérwiaſtka, ſpoſobém wzwyż przepiſanym, tymże ſpoſobém znaléśdź i trzecią można; piérwſze dwie cyfry uważaiac, iak gdyby ſkładały iednę liczbę dzieſiątków, i do wynalezienia trzeciéy, używaiąc tych ſamych działań, któreśmy przepiſali z piérwſzym wielorazém, do wynalezienia drugiego.

Podobnież piérwſze trzy cyfry wynalazłſzy, ieżeli ma bydź ieſzcze i czwarta; trzy piérwſze uważać trzeba, iako iednę

tylko liczbę dzieſiątków, i dla znaleziénia
czwartéy, obéyśdź ſię znią tak, iak z dwie-
ma piérwſzémi, dla wynaleziénia trzeciéy.

Lecz żeby w tém był zachowany po-
rządek, trzeba naprzód na przedziały
zadaną liczbę podzielić, każdy po dwie
cyfry, od *prawéy*, *ku lewéy ręce*, *oſta-
tnia*, *może* mieć i iednę cyfrę.

Przyczyna tego działania, gruntuie ſię
na tém; że uważaiąc piérwiaſtek, iako
z dzieſiątków i z iednościów złożony,
podług tego cośmy wyżéy powiedzieli
(129 i daléy), trzeba naprzód oddzielić
dwie oſtatnie cyfry po prawéy ręce, że-
by w części po lewéy ręce pozoſtałéy,
mieć kwadrat dzieſiątków: lecz iako część
ta ſama, ieſt więcéy iak z dwóch cyfer
złożona, tak téż podobneż rozumówanie,
drogę nam pokazuie, do oddzielenia ie-
ſzcze dwóch cyfer po prawéy ręce, i. t. d.
Daymy przykład takowego działania.

PRZYKŁAD III.

Chcę mieć pierwiaſtek kwadratowy z liczby 76807696.

76. 80. 76. 96. | 8764.
128. 0
16. 7
1117. 6
174. 6
7009. 6
1752 4
0000 0

Podzieliwſzy liczbę zadaną na przedziały, ka-
żdy po dwie cyfry, od prawèy ku lewéy ręce;
ſzukam iaki ieſt pierwiaſtek kwadratowy przedzia-
łu 76, od którego iako od oſtatniego poczynam:
znayduię że ieſt 8, które na boku liczby zadanéy
piſzę: kwadruię 8, i kwadrat 64 od 76 odèymuię;
zoſtaie mi 12, które pod 76 piſzę; obok téy re-
ſzty ſkładam naſtępuiący przedział 80, którego oſta-
tnią cyfrę punktèm odłączam, i pod częścią 128
piſzę 16, to ieſt podwóyność znalezionego piér-
wiaſtka; daléy mówię w 128 wiele mam razy
16? Znayduię 7 razy; piſzę te 7, obok znalezio-
nego piérwiaſtka, i oráz obok dziélnika 16; mno-
żę 167, przez ten nowy pièrwiaſtek 7, i mnogość
wypadaiącą, od 128 odèymuię; zoſtaie mi reſzta
111; do którey trzeci przedział ſpuſzczam, to ieſt
76 którego oſtatnią cyfrę 6 odłączam; potém pod
częścią 1117, piſzę podwóyność piérwiaſtka 87,
która ieſt 174; dzielę 1117 przez 174, i znalazł-
ſzy wieloráz 6, przypiſuię go do pièrwiaſtka,
i oráz go obok podwóyności 174 dokładam; mno-
żę 1746 przez tęż liczbę 6, i mnogość od 11176
odiąwſzy, zoſtaie mi 700. Obok tèy reſzty ſpu-
ſzczam 96, i oſtatnią tego przedziału cyfrę odłą-
czam; pod częścią 7009 po lewéy ręce zoſtaiącą,
piſzę podwóyność znalezionego piérwiaſtka 876,
która ieſt 1752; przez tę podwóyność 1752 dzie-
lę 7009, i znayduię wieloráz 4, który do piérwiaſt-
ka przypiſuię, i oráz obok podwóyności 1752
przenoſzę. Przez tęż liczbę 4, mnożę 17524, i
mnogość od 70096 odiąwſzy, nic mi niezoſtaie;
Zatém pièrwiaſtek kwadratowy z liczby 76807696,
ieſt ſpełna 8764.

133. Kiedy zadana liczba nieieſt do-
ſkonałym kwadratém, na końcu działa-
nia, zoſtaie ſię reſzta, i natenczas wy-

naleziony pierwiaſtek kwadratowy, ieſt piérwiaſtkiém, naywiękſzego kwadratu w zadanéy liczbie zawartego: w tym razie kwadratowego piérwiaſtka niémożna wyciągnąć ſpełna, lecz zbliżyc ſię do niego podług potrzeby, lub upodobania zawſze można; to ieſt, tym ſpoſobém, że błąd ktòryby ſtąd wyniknął w kwadracie, będzie mniéyſzy, od iakiéy zechcemy ilości.

Zbliżenie takowe, wygodnie przez dzieſiątne czynić ſię daie. Na końcu zadanéy liczby, trzeba położyć dwa razy tyle zerów, ile miéć chceſz dzieſiątnych w piérwiaſtku, potém zwyczayne działanie odprawiſz, po ktòrém po prawéy ręce piérwiaſtka, kryſką, przez połowę tyle dzieſiątnych oddzieliſz, ile do zadanèy liczby dodałeś zerów. W iſtocie ſaméy, ieżeli *np.* 4 zera przydane były, kwadrat ſtał ſię 10000 razy zawielki; piérwiaſtek więc znaleziony, będzie także 100 razy większy, ponieważ 10000, ſą kwadratém 100*u;* ieżeli 6 zerów przydane były, kwadrat zrobił ſię 1000000 razy większy, a zatém wynaleziony piérwiaſtek będzie także 1000 razy większy, bo 1000000, ſą kwadratém 1000*ca;* przeto w piéwſzym razie odłączaiąc dwie cyfry

fry po prawéy ręce, w drugim zaś razie 3 cyfry, piérwiaſtek kwadratowy, przyprowadzamy do téy iaką miéć powinien wártości (28).

PRZYKŁAD.

Chcę miéć kwadratowy piérwiaſtek z liczby 87567, przybliżony do iednèy tyſiącznéy.

Żeby miéć w piérwiaſtku tyſiączne, potrzeba trzech dzieſiątnych, trzeba więc do kwadratu 87567, ſześć zerów dodać; i potém z 87567000000, wyciągnąć piérwiaſtek kwadratowy

```
8.75.67.00.00.00 | 295917.
47.5
 49
-----
 346.7
  585
------
  5420.0
   5909
-------
   10190.0
    59181
----------
   427190.0
    591827
-----------
    129111
```

Poſtępuiąc ſobie w działaniu, iak w poprzédzaiących przykładach, znayduię piérwiaſtek kwadratowy, różniący ſię tylko o mniéy iak o $\frac{1}{1000}$, w liczbie 295917; lecz ponieważ takowy, ieſt piérwiaſtkiém liczby 87567000000, 1000000 razy więkſzéy od 87567, któréy miałèm ſzukać kwadratowego pièrwiaſtka; trzeba przeto ten wynaleziony piérwiaſtek tyſiąc razy mniéyſzym uczynić; to ieſt 3 cyfry iego po prawéy ręce oddzielić, a tak 295, 917, będzie kwadratowym piérwiastkiém liczby 87567, o iednę tysiączną przybliżonym; to iest, że gdyby prawdziwy piérwiastek, spełna mógł być znaleziony, różnica między tym, a tamtym, iednéy tysiącznéy niewynioslaby.

Podobnież gdyby zadano było, znaléśdź piérwiastek kwadratowy, liczby 2, przybliżony do iednéy dziesięćtysiącznéy; potrzebaby wyciągnąć piérwiastek z liczby 200000000, który bydz się pokaże 14142; oddzieliwszy kryską 4 cyfry po prawéy ręce, mièć będę 1,4142 na pièrwiastèk kwadratowy liczby 2, przybliżony, o iednę dziesięćtysiączną.

134. Widzieliśmy (97), że chcąc mnożyć ułamek przez ułamek, trzeba licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika rozmnożyć, a zatém, chcąc skwadrówać ułamek, trzeba także licznika, i mianownika skwadrówać.

Tak kwadrat ułamka $\frac{2}{3}$, iest $\frac{4}{9}$; kwadrat ułamka $\frac{4}{5}$, iest $\frac{16}{25}$.

135. Stąd wynika, iż odwrotnie chcąc wyciągnąć piérwiastek kwadratowy z ułamka, trzeba takowy, z licznika i z mianownika wyciągnąć.

Tak, piérwiastek kwadratowy ułamka $\frac{9}{16}$, iest $\frac{3}{4}$; ponieważ pièrwiastek 9ciu. iest 3, a piérwiastek 16stu iest 4.

136. Lecz ponieważ się przytrafić może, że licznik albo mianownik, lub też wcale obydwa, niebędą doskonałémi kwadratami; w takowym razie, ieżeli tylko li-

cznik nieiest doskonałym kwadratém, sposobém wzwyż przepisanym, piérwiastek kwadratowy przybliżony, z niego wyciągnąć można; potém z mianownika piérwiastek zwyczaynie wyciągnąwszy, takowy da się za mianownika piérwiastkowi przybliżonemu licznika.

Tak chcąc mieć piérwiastek kwadratowy ułamka $\frac{2}{9}$; wyciągnę przybliżony piérwiastek z liczby 2, który podług przybliżenia mego większego lub mnieyszego, bydź mi się pokaże 1,41 albo 1,414 albo tèż 1,4142 . i. t. d. a iako pièrwiastek kwadratowy 9ciu iest 3; będę miał na piérwiastek przybliżony ułamka $\frac{2}{9}$, ilość $\frac{1,4}{3}$ albo $\frac{1,41}{3}$ albo $\frac{1,414}{3}$ albo $\frac{1,4142}{3}$, i. t. d.

Lecz ieżeli mianownik także, nieiest doskonałym kwadratém; natenczas oba wyrazy ułamka, przez tegòż mianownika rozmnożyć potrzeba, co wártości ułamka nieodmiéni, a mianownika uczyni kwadratém doskonałym; po czém odprawuie się dalsze działanie iak w poprzedzaiącym przypadku.

Np. chcąc mieć piérwiastek kwadratowy ułamka $\frac{3}{5}$; ten ułamek przemiénić trzeba w $\frac{15}{25}$, wyciągaiąc z 15 pièrwiastek kwadratowy *np.* aż do trzech dziesiątnych, mieć będę 3,872; a iako piérwiastek kwadratowy 25 iest 5, tak piérwiastek cały kwadratowy, ułamka $\frac{15}{25}$, wypadnie mi $\frac{3,872}{5}$.

Zeby różnego gatunku, niemieć razém ułamków; wypadek takowy $\frac{3,872}{5}$, przemiènić mogę na same dzie-

dziesiątne, dzieląc 3,872 przez 5, co mi da 0,774, to iest, piérwiastek ułamka $\frac{3}{5}$, wyrażony w samych dziesiątnych (92).

137. Nakoniec, gdyby cáłkowitki trafiły się złączone z ułamkami; takowe cáłkowitki, w ułamki trzebaby przemiénić (80), w reszcie, odprawi się działanie iak z ułamkami.

Tak, maiąc wyciągnąć kwadratowy piérwiastek z $8\frac{3}{7}$; przemiéniam $8\frac{3}{7}$, w $\frac{59}{7}$, a ten znowu ułamek (136) w $\frac{413}{49}$; którego przybliżony piérwiastek kwadratowy znayduię $\frac{20{,}322}{7}$ albo 2,903.

138. Można także, ułamek znayduiący się przy cáłkowitce, obròcić na dziesiątne, lecz trzeba uważać, żeby do tego użyć liczby parzystéy dziesiątnych, i dwa razy tyle cyfer maiącéy, ile ich miéć chcę w pièrwiastku; mnogość albowiém wynikaiąca z rozmnożenia dwóch liczb maiących dziesiątne, ponieważ tyle powinna miéć dziesiątnych, ile ich w obu czynnikach znayduie się (54); przeto kwadrat liczby ktòra ma dziesiątne, powinien ich miéć dwa razy tyle, ile miała ta liczba.

Tego sposobu używaiąc z liczbą $8\frac{3}{7}$, przemièniam ią w 8,428571 (92), któréy pièrwiastkièm kwadratowym będzie 2,903, iak wyżéy.

139. Gdyby potrzeba wyciągała, z liczby dziesiątnéy, wyciągnąć piérwiastek kwadratowy; trzeba dać baczność, żeby liczbę dziesiątną uczynić parzystą, ieżeli nieiest, a to z przyczyny wyżéy wymiénionéy (138); dodaiąc na końcu takowych dziesiątnych 1, 3, albo 5 zeròw, i. t. d. co wártości ich nieodmiénia (29).

Tak, maiąc wyciągnąć kwadratowy piérwiastek, z liczby 21,935, przybliżony o iednę tysiączną; wyciągam kwadratowy piérwiastek z liczby 21,935000, ktòry będzie 4,683; to iest ten sam, co liczby 21,935. Podobnież pokaże się, piérwiastek liczby 0,542 przybliżony o iednę tysiączną bydź 0,736; a liczby 0,0054 także przybliżony o iednę tysiączną, 0,073.

O składaniu liczb sześciénnych i wyciąganiu sześciénnego piérwiastka (radix cubica).

140. Chcąc złożyć, co nazywa się trzecim stopniém liczby, albo *sześcian liczebny* (cubus), trzeba naprzód tę liczbę rozmnożyć przez siebie samę, i potém ieszcze ráz rozmnożyć przez tęż samę liczbę, mnogość wypadłą z piérwszego rozmnożenia.

A tak,, właściwie mówiąc, liczba sze-
ścién-

ściénna, ieſt mnogość kwadratowa rozmnożona przez tęż ſamę liczbę; 27 ſą ſześcianém *3ech*; ponieważ pochodzą z rozmnożenia *9ciu*. (kwadratu *3ech*) przez tęż ſamę liczbę 3.

Liczba która do ſześcianu podnoſi ſię, ieſt w nim 3 razy czynnikiém; dla tego też ſześcian nazywa ſię *trzecim ſtopniém* téy liczby.

141. W powſzechności mòwi ſię, że liczba ieſt do drugiego, trzeciego, czwartego, piątego, i. t. d. ſtopnia podnieſiona, kiedy ieſt 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, ráz po ráz przez ſiebie ſamę rozmnożona, albo kiedy ieſt 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, czynnikiém mnogości.

142. *Piérwiaſtek ſześciénny* zadanego ſześcianu, ieſt liczba, która rozmnożona przez ſwóy kwadtat, ſześcian nazád oddaie; tak 3 ſą piérwiaſtkiém ſześciénnym *27iu*.

Uważmy atoli, że gdy w liczbach całych liczba zadana, ma mniéy iak 4 cyfry, do wyciągniénia ſześciénnego piérwiaſtka, ſpoſobu oſobnego nietrzeba; bo ponieważ 1000, ieſt ſześcianem *10u*, każda liczba mniéyſza iak 1000, a zatém mniéy iak 4 cyfry maiąca, będzie miała

piér-

piérwiaſtek mniéyſzy iak 10, to ieſt w mniéy, iak w dwóch cyfrach wyrażony.

Tak każda liczba, która przypadnie, między dwiema którémikolwiek liczbami naſtępuiącémi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, będzie miała ſwóy piérwiaſtek ſześciénny w liczbie całéy, między dwiema odpowiadaiącémi, naſtępuiącèmi liczbami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; Wyżéy położona koléy liczb, ſą ſześciany, niżſza zaś wyraża ich piérwiaſtki ſześcienne.

144. Niekażdéy liczby zadanéy, można naznaczyć zupełny piérwiaſtek ſześciénny; lecz zawſze można przybliżyć ſię do liczby, ktòra będąc podnieſiona do ſześcianu, przybliżałaby ſię także, coráz bardziéy do oddania nazád, pierwſzéy zadanéy liczby. Nauczywſzy ſię, znaléśdź piérwiaſtek ſześcianu doſkonałego, zobaczymy iak ſobie w tamtym razie poſtąpić.

145. Uważmy dla tego, z iakich części ſkłada ſię ſześcian liczebny, ktòry zawiéra w ſobie dzieſiątki, i iedności.

Ponieważ ſześcian powſtaie z kwadratu liczby, rozmnożonego przez tęż ſamę liczbę; trzeba tu ſobie koniecznie przypomniéć (127), że *kwadrat liczby złożony z dzieſiątków i iednościòw*, *zawiéra w ſobie 1ód. kwadrat dzieſiątków. 2re.*

dwa

dwa razy mnogość z dzieſiątkòw przez iedności, 3cie. kwadrat iednościów.

Więc chcąc mieć liczbę ſześciénną, trzeba rozmnożyć te trzy części, przez dzieſiątki i przez iedności, téyże ſaméy liczby.

Zeby wynikaiące ſtąd mnogości poiąć wyraźniéy, daymy temu działaniu naſtępuiącą poſtać.

1ód.

Kwadrat dzieſiątków, podwóyna mnogość z iednościów przez dzieſiątki, i kwadrat iednościów	rozmnożone przez dzieſiątki dadzą	Sześcian dzieſiątków, podwoyną mnogość z kwadratu dzieſiątków przez iedności, i mnogość z dzieſiątków, przez kwadrat iednościów.

2re.

Kwadrat dzieſiątków, podwóyna mnogość z iednościów przez dzieſiątki, i kwadrat iednościów	rozmnożone przez iedności dadzą	Mnogość z kwadratu dzieſiątków przez iedności, podwóyną mnogość z dzieſiątków przez kwadrat iednościów, i ſześcian iednościów.

Zaczém, te 6 wypadkòw połączywſzy, i razém zebrawſzy ſobie podobne, pokaże ſię że ſześcian liczby złożonéy z dzieſiąt-

ſiątkòw i iednościów, zawiéra w ſobie części naſtępuiące, to ieſt: *ſześcian dzieſiątków, potróyny kwadrat dzieſiątkòw, rozmnożony przez iedności, potróyność dzieſiątkòw rozmnożonych przez kwadrat iednościów, i naoſtatek ſześcian iednościòw,*

Zróbmy podług tego opiſania ſześcian, z liczby złożonéy z dzieſiątków i iednościów; *np.* z 43*ech.*

$$\begin{array}{r} 64000 \\ 14400 \\ 1080 \\ 27 \\ \hline 79507. \end{array}$$

Wéźmiymy tedy naprzód ſześcian 4*ech* który ieſt 64; lecz ponieważ 4, ſą 4 dzieſiątki, ſześcian ich, będzie w tyſiącach wyrażony; ſześcian albowiém 10*u* ieſt 1000; a zatèm ſześcian 4*ech* dzieſiątków będzie 64000.

3 razy 16, albo 3 razy kwadrat dzieſiątków, będąc rozmnożony przez 3 iedności, da 144 ſtów; kwadrat albowiém 10*u*, ieſt 100; a zatém wypadnie mnogość 14400.

3 razy 4, albo 3 razy 4 dzieſiątki, rozmnożone przez kwadrat iednościów 9, dadzą dzieſiątki, to ieſt mnogość 1080.

Naoſtatek ſześcian iednościów, uczyni 27.

Te cztéry części połączywſzy, będę miał ſześcian 79507, z liczby 43, który łatwiéy można było znaléśdź mnożąc 43 przez 43, i mnogość 1849 ieſzcze ráz przez 43; lecz tu nieidzie rzecż o znaleziènie wártości ſześcianu, àle raczéy o rozebranie części ſkładaiących go, żeby poiąć ſpoſób, powrócenia nazád do iego piérwiaſtka.

146. To założywſzy za fundament; ſpoſòb wyciągniénia piérwiaſtka, ſześciénnego *np.* z ſześcianu 79507. będzie naſtępuiący

PRZYKŁAD I.

Sześcian - -	79,507	43. *Piérwiaſtek.*
	155.07	
	48	

Chcąc miéć część liczby, która mieści w ſobie ſześcian dzieſiątkòw piérwiaſtka; oddziélam trzy oſtatnie cyfry, w ktòrych widzieliśmy, że ſię znaydòwać niémoże ſześcian, iako maiący w ſobie wártość tyſiącòw.

Szukam piérwiaſtka ſześciénnego liczby 79, znayduię 4, które piſzę na boku.

Podnoſzę do ſześcianu 4, i mnogość 64, od 79 odiąwſzy, zoſtaie mi 15, które piſzę pod 79.

Do reſzty 15, ſpuſzczam 507, co mi uczyni razém 15507, w których powinièn ſię znaydòwać kwadrat, cztérech wynalezionych dzieſiątków, rozmnożony przez iedności których ſzukam, więcéy potròyność tychże dzieſiątków rozmnożona przez kwadrat iednościów, nakoniec więcéy ſześcian iednościòw.

Odłączam dwie oſtatnie cyfry 07; część

155 zoſtaiąca po lewéy ręce, zamyka w ſobie potròyny kwadrat dzieſiątków, rozmnożony przez iedności; dlatego żebym doſzedł takowych iednościòw (57), dzielę część 155, przez potróyność kwadratu cztérech dzieſiątków, to ieſt przez 48.

Znayduię, że 48 w 155 mieści ſię 3 razy, przypiſuię więc 3 do piérwiaſtka.

Na ſprawdzenie tego piérwiaſtka, i wynaleziénie reſzty, ieżeli będzie iakowa, moglibyśmy złożyć, trzy części ſześcianu, ktòre w 15507, znaydòwać ſię powinny; tym ſpoſobém pokazałoby ſię, ieżeli takowe części ſkładaią liczbę 15507, albo o wiele od niéy ròżnią ſię; lecz, podobnież wykonać to wygodnie można, podnoſząc do ſześcianu, piérwiaſtek 43; to ieſt mnożąc 43, przez 43, co uczyni 1849, i tę mnogość znowu przez 43 co mi da 79507. Skąd pokazuie ſię, że liczba 43, ieſt ſześciénnym piérwiaſtkiém doſkonałym.

Jeżeli liczba zadana miéć będzie więcéy iak 6 cyfer; można rozumòwać iak w naſtępuiącym przykładzie.

PRZYKŁAD II.

Niech będzie zadano wyciągnąć pierwiaſtek ſześcienny z liczby 596947688.

596,947,688 | 842
849,47
192
592704
42436,88
21168
596947688
000000000

Uważam pierwiaſtek tey liczby, iako złożony z dzieſiątków i iednościów; dla czego, naprzód odłączam trzy oſtatnie cyfry.

Część 596947, zamykaiąca w ſobie ſześcian dzieſiątków, ponieważ ma w ſobie ieſzcze więcey iak trzy cyfry, pierwiaſtek iey, mieć także będzie więcey iak iednę cyfrę, a zatem mieć będzie, dzieſiątki i iedności, trzeba więc dla znalezienia ſześcianu pierwſzych dzieſiątków, oddzielić ieſzcze trzy cyfry 947.

To założywszy, szukam sześciennego pierwiaſtka pierwszego przedziału 596; znayduię 8, i piszę ie na boku.

Podnoszę do sześcianu 8, i odiąwszy mnogość 512 od 596, zoſtaie mi 84, które piszę pod 596.

Do tych 84, spuszczam naſtępuiący przedział 947, co mi uczyni 84947; od których odłączam dwie oſtatnie cyfry 47.

Pod częścią 849, piszę 192, to ieſt potróyność kwadratu pierwiaſtka 8, i dzielę 849 przez 192; znalazłszy wieloraz 4, przypisuię go do pierwiaſtka.

Zeby ſprawdzić ten pierwiaſtek i oraz żeby resztę wynaleśdź, podnoszę do sześcianu liczbę 84, i mnogość 592704, odeymuię od liczby 596947; zoſtaie mi reszta 4243.

Do

Do tey reſzty, ſpuſzczam daley przedział 688, i uważaiąc pierwiaſtek 84, iako iednę ſzczególnie liczbę, która wyraża dzieſiątki ſzukanego pierwiaſtka; w przedziale ſpuſzczonym 688, oddzielam dwie oſtatnie cyfry 88, a część 42436 dzielę przez potróyny kwadrat z 84, to ieſt przez liczbę 21168; a znalazłſzy wieloraz 2, przypiſuię go do znalezionego dawniey pierwiaſtka 84.

Dla ſprawdzenia pierwiaſtka 842, i wynalezienia reſzty ieżeli będzie iakowa, podnoſzę do ſześcianu 842, i mnogość 596947688 odeymuię od zadaney liczby 596947688; ponieważ nic mi niezoſtaie, wnoſzę ſtąd, że 842 ſą zupełnym pierwiaſtkiem liczby 596947688; która muſiała bydź doſkonałym ſześcianem.

Trzeba uważać nadto 1ód. Ze we wſzyſtkich tych działaniach za wieloraz czyli pierwiaſtek nigdy nad 9 więcey, brać niepotrzeba.

2re. Gdyby cyfra, za pierwiaſtek wzięta, była zbyt mocna, to łatwo da ſię poſtrzédz, boby odeymowania uczynić niémożna było; w takowym razie, zmnieyſza ſię koléyno pierwiaſtek o 1, 2, 3, i.t. d. iedności, aż odeymowanie da ſię odprawić.

147. Kiedy liczba zadana nieieſt ſześcianém doſkonałym, w ten czas znaleziony, piérwiaſtek niebędzie doſkonałym, ale tylko przybliżonym; i rzadko trafia ſię, żeby przeſtać można, na ſamym piérwiaſtku w liczbach całych wynale-

Tom. I. I zio-

zionym. Do tém dokładniéyſzego zbliżenia ſię, tak daleko iak ſię podoba, dzieſiątne liczby ſą bardzo wygodną przyſługą; lubo doſkonałego ze wſzyſtkiém piérwiaſtka, dòyśdź w takowym razie niémożna.

Chcąc do piérwiaſtka ſześcianu niedoſkonałego, tak daleko iak potrzeba wyciąga przybliżyć ſię, na końcu takowèy liczby, trzy razy tyle cyfer przydać potrzeba, ile zechcę miéć dzieſiątnych w piérwiaſtku, potém, wyciągniénie piérwiaſtka, czyni ſię iak w poprzédzaiących przykładach; po odprawioném działaniu, po prawéy ręce piérwiaſtka, tyle cyfer oddziela ſię kryſką, ile dzieſiątnych miéć chciałém.

PRZYKŁAD.

Chcę miéć przybliżony pièrwiaſtek ſześciènny z liczby 8755, o iednę ſetną. Zebym miał ſetne w pièrwiaſtku, trzeba mi dwóch dzieſiątnych; muſzę więc na koncu liczby 8755, dodać ſześć zerów.

A dopiéro z liczby 8755000000, wyciągnąć piérwiaſtek ſześciènny.

8,755,000,000 | 2061

07,55
12
8000

7550.00
1200
8741816

131840,00

131840,

131840,00
127308
8754552981

447019.

Podług wzwyż przepiſanego porządku, dzielę tę liczbę na przedziały, od prawéy ku lewéy ręce, w każdym po 3 cyfry.

Z oſtatniego przedziału 8, wyciągam piérwiaſtek ſześciénny, to ieſt 2, i piſzę ie na miéyſcu należącèm piérwiaſtkowi. Podnoſzę do ſześcianu 2, i mnogość 8 odiąwſzy od 8, mam reſztę 0; do niéy ſpuſzczam naſtępuiący przedział 755, którego dwie oſtatnie cyfry 55, odłączam; pod zoſtaiącą częścią 7, piſzę 12, potróyny kwadrat piérwiaſtka; a dzieląc 7 przez 12, wypada mi wieloráz 0, które przypiſuię do piérwſzego piérwiaſtka.

Podnoſzę do ſześcianu piérwiaſtek 20, mam 8000, które odèymuię od 8755, zoſtaie mi ſię 755; do tych ſpuſzczam przedział naſtępuiący 000, i dwie oſtatnie iego cyfry 00, odłączam po prawey ręce; pod pozoſtałą częścią 7550 piſzę 1200, potróyność kwadratu piérwiaſtka 20, a dzieląc 7550 przez 1200, znayduię wieloráz 6, i przypiſuię go do piérwiaſtka.

Podnoſzę do ſześcianu piérwiaſtek 206, i mnogość odéymuię od 8755000, zoſtaie mi reſzta 13184; do niéy ſpuſzczam oſtatni przedział 000, którego dwie oſtatnie cyfry odłączywſzy, pod pozoſtałą częścią 131840, piſzę 127308, potróyność kwadratu znalezionego piérwiaſtka 206. Dzielę 131840 przez 127308, i mam wieloráz 1; który przypiſuię do piérwiaſtka 206. Podnoſzę do ſześcianu 2061, i mnogość 8754552981, odéymuię od 8755000000; zoſtanie mi reſzta 447019.

Pièrwiaſtek tedy ſześciènny przybliżony, z liczby 8755000000, będzie 2061; lecz iako liczba 8755000000 ieſt 1000000 razy większa od 8755, piérwiaſtek iéy będzie 100 razy większy od piérwiaſtka liczby 8755. ponieważ 1000000 ieſt ſześcianém liczby 100; przeto piérwiaſtek ſześciénny liczby 8755, będzie 20,61.

Chcąc przybliżenie takowe ieſzcze daléy pociągnąć, na końcu pozoſtałéy reſzty, trzy zerów dodaćby trzeba, i zwyczayne daléy odprawić działanie, iak ſię z ſpuſzczonémi przedziałami, wyżéy robiło.

148. Ponieważ w mnożeniu ułamków przez ułamki, potrzeba było mnożyć licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika; przeto chcąc podnieść do ſześcianu ułamek, trzeba licznika i mianownika iego podnieść do ſześcianu. Wzaiemnie, z ułamka chcąc wyciągnąć ſześciénny piérwiąſtek, należy wyciągnąć piérwiaſtek takowy, niemniéy z licznika, iak z mianownika. Tak piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{27}{64}$ ieſt $\frac{3}{4}$: ponieważ piérwiaſtkièm ſześciénnym 27*u* ſą 3, a 64*ech*, ſą 4.

149. Lecz ieżeli ſam tylko będzie mianownik doſkonałym ſześcianém; w tym razie trzeba wyciągnąć z licznika, przybliżony piérwiaſtek ſześiénny, i takowému piérwiaſtkowi, piérwiaſtek ſześciénny mianownika, dać za mianownika.

Chcąc miéć *np.* piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{143}{343}$; ponieważ licznik nieieſt doſkonałym ſześcianèm; wyciągam z niego przybliżony piérwiaſtek

ſześciénny, i mam 5,22, to ieſt zbliżony o iednę ſetną; i podobnież z mianownika 343, wyciągnąwſzy piérwiaſtek ſześciénny, który ieſt 7 mam ułamek $\frac{5{,}22}{7}$, to ieſt przybliżony piérwiaſtek ułamka $\frac{143}{343}$; albo obróciwſzy na dzieſiątne (92) 0,74, piérwiaſtek przybliżony na $\frac{1}{100}$*tną*.

150. Jeżeli mianownik nieieſt doſkonałym ſześcianém, natenczas oba wyrazy ułamka, trzeba rozmnożyć przez kwadrat mianownika; tym ſpoſobém, nowy mianownik ſtawſzy ſię ſześcianém, będzie ſobie można poſtąpić podług wyżéy wzmiankowanego przepiſania.

Np. gdybym chciał z ułamka $\frac{3}{7}$ wyciągnąć ſześciénny piérwiaſtek; mnożę licznika i mianownika przez 49, to ieſt przez kwadrat mianownika 7*u*, mam $\frac{147}{343}$, które maią tęż ſamę wartość, co $\frac{3}{7}$. Piérwiaſtek tedy ſześciènny ułamka $\frac{147}{343}$, będzie $\frac{5{,}27}{7}$; albo na dzieſiątne obróciwſzy, mam 0,75 na piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{3}{7}$, przybliżony o iednę ſetną.

Gdyby cáłkowitki z ułamkami złączone były, trzebaby w ułamek wſzyſtko przemiénić, i potém z takowego ułamka ſześciénny piérwiaſtek wyciągnąć (148 i daléy).

Można także, czy ſię cáłkowitki znayduią, czy nie, ułamek obrócić na dzieſiątne; lecz potrzeba pamiętać o tém, żeby przemiana takowa, trzy razy tyle dzieſiątnych miała, ile ich chcę miéć w piérwiaſtku.

Tak, gdybym ſzukał piérwiaſtka ſześciénnego, liczby $7\frac{3}{11}$, zbliżonego o iednę tyſiączną; ułamek $\frac{3}{11}$ przemiéniam w 0,272727272; tak dalece że chcąc miéć piérwiaſtek ſześciénny z liczby $7\frac{3}{11}$, trzeba mi go wyciągnąć z liczby 7,272727272, który mi wypadnie 1,937.

151. Chcąc wyciągnąć piérwiaſtek ſześciénny z liczby zawiéraiącéy w ſobie dzieſiątne; trzeba na końcu iéy dodać zerów liczbę doſtarczaiącą, tak żeby liczba dzieſiątnych, była 3, albo 6, albo 9, i. t. d. a natenczas pièrwiaſtek ſześciénny wyciąga ſię, iak gdyby kryſki niebyło; po odprawioném zaś działaniu, po prawéy ręce piérwiaſtka, oddziéla ſię kryſką trzecia część cyfer, ile ich ſię w zadanéy liczbie znaydówało; tak, że gdyby w piérwiaſtku niewyſtarczało, do takowego oddziału cyfer, trzeba to nadgrodzić zerami, po lewéy ręce piérwiaſtka przydanémi.

Tak; maiąc wyciągnąć piérwiaſtek ſześciénny, z liczby 6,54, o iednę tyſiączną przybliżony; dodaię 7 zerów, i z liczby 6540000000, wyciągam piérwiaſtek ſześciénny, który będzie 1870; oddziélam w nim 3 cyfry, ponieważ w ſześcianie, 9 dzieſiątnych znayduie ſię, i mam 1,870 albo proſto 1,87; to ieſt piérwiaſtek ſześciénny, z liczby 6,54.

6,54. Podobnymże ſpoſobém liczby 0,0052 znaydę piérwiaſtek ſześciénny 0,1732 o iednę dzieſiętyſiączną przybliżony.

O Stóſunkach, Proporcyach, Progreſſyach, i o niektórych regułach gruntuiących ſię na nich.

152. To ſłowo *ſtóſunek* (ratio) w Matematyce znaczy, *wypadek wynikaiący z przyſtóſowania do ſiebie dwóch ilościów.*

153. Jeżeli w przyſtóſówaniu dwóch ilościów, célém naſzym ieſt wiedziéć, o wiele iedna drugą przewyżſza, albo ieſt przewyżſzona, wypadek takowego ptzyſtóſòwania, który ieſt różnicą dwòch ilościów, nazywa ſię *ſtóſunek Arytmetyczny.*

Tak, ieżeli ſtóſuię 15 do 8*u* chcąc dóyśdź różnicy 7; liczba 7, która ieſt wypadkiém przyſtóſówania, ieſt ſtóſunkiém arytmetycznym 15*ſtu* do 8*iu.*

Chcąc wyrazić że tym ſpoſobém ſtòſuiemy iednę ilość do drugiéy, iedna od drugiéy, punktém odłączać ſię zwykła; tak 15. 8. znaczy, że uważamy ſtóſunék arytmetyczny 15*ſtu* do 8*iu.*

154. Jeżeli w przyſtóſòwaniu dwóch ilościów, uważamy wiele razy iedna drugą w ſobie mieści, albo w niéy ieſt umieſzczona, wypadek z takowego przyſtòſò-

wania, nazywa ſię *ſtòſunek Jeometryczny*.

Np. gdy ſtóſuię 12 do 3, uważaiąc wiele razy 12, mieści w ſobie 3, liczba 4, wyrażaiąca liczbę takowych razy, ieſt ſtóſunkiém Jeometrycznym 12u do 3ech.

Chcąc wyrazić w tym rozumiéniu wzięte przyſtóſòwanie, dwòch ilościow; iedna od drugiéy, dwiema kropkami oddziélać ſię zwykła.

Wyrażenie to, 12 : 3; znaczy, że uważam ſtóſunek Jeometryczny 12ſtu do 3ech.

155. Z dwóch ilościòw, które do ſiebie ſą przyſtóſòwane, ta, co ſię wymawia albo piſze naypiérwéy, zowie ſię *poprzédnik* (antecedens), druga zaś nazywa ſię *naſtępnik* (conſequens).

Tak, w ſtóſunku 12 : 3; 12 ieſt poprzédnik, a 3 naſtępnik, oba nazywaią ſię *wyrazami ſtóſunku* (termini rationis).

156. Zeby mieć ſtòſunek arytmetyczny dwóch ilościów; nietrzeba, tylko odciągnąć mniéyſzą od większéy.

157. Zeby mieć ſtòſunek Jeometryczny dwóch ilościów; trzeba rozdzielić iednę przez drugą.

158. Wártość ſtòſunku takowego, odtąd wynaydòwać będziémy, dzieląc poprze-

przédnika przez naſtępnika. Tak ſtòſunek 12:3, ieſt 4; a ſtóſunek 3:12, ieſt $\frac{3}{12}$ albo $\frac{1}{4}$.

159. Stóſunek arytmetyczny nieodmiénia wártości, kiedy do obu wyrazòw dodaie ſię, albo od obu, odéymuie ſię iednakowa ilość; ponieważ różnica między niémi (na któréy ſtóſunek zawiſł) zoſtaie nieodmiénna.

160. Stóſunek Jeometryczny, nieodmiénia także wártości ſwoiéy, kiedy oba wyrazy przez iednęż liczbę rozmnażaią ſię, albo rozdziélaią. Bo ponieważ ſtòſunek Jeometryczny (157), zawiſł na wielorazie z rozdzielonego poprzédnika przez naſtępnika; ſtóſunek takowy ieſt ilością ułamkową, która przez rozmnożenie lub rozdzielenie obu wyrazów ſwoich przez tęż ſamę liczbę, odmienić wártości ſwoiéy niémoże.

Tak, ſtóſunek 3 : 12, ieſt ten ſam co 6 : 24 pochodzący z rozmnożenia obu wyrazów przez 2; albo 1:4. wynikaiący z rozdzielenia przez 3.

161. Ta właſność, ſłuży do prościéyſzego wyrażenia proporcyi, między ilościami.

Tak

Tak, gdybym miał uważać ſtóſunek długości dwóch armat, z których iedna ieſt długa $3\frac{2}{3}$ *ſt*, druga $4\frac{3}{4}$ *ſt*; obróciwſzy wſzyſtko na ułamek, mówię że ſtóſunek ten, ieſt tenże ſam, co $\frac{11}{3}$ do $\frac{19}{4}$, albo (przywiódłſzy ułamki do ſpólnego mianownika), tenże ſam co $\frac{44}{12}$ do $\frac{57}{12}$. albo naoſtatek mianownika odrzuciwſzy, (co na iedno wychodzi, iak gdybym oba wyrazy ſtóſunku przez 12 rozmnożył), ieſt tenże ſam co 44 do 57.

162. Gdy cztéry ilości ſą takie, że ſtóſunek dwòch piérwſzych ieſt tenże ſam, co dwóch oſtatnich; w ten czas mòwi ſię że te cztéry ilości czynią *proporcyą*; i ta proporcya, będzie arytmetyczna, albo jeometryczna, ieżeli ſtòſunek między niémi, będzie arytmetyczny, albo jeometryczny.

Cztéry ilości naſtępuiące, 7, 9, 12, 14, czynią proporcyą atytmetyczną; bo różnica dwóch piérwſzych ieſt taż ſama, co dwóch oſtatnich.

Zeby to wyrazić, że cztéry ilości ſą w proporcyi arytmetycznéy: piſać ſię tak zwykły 7.9:12.14. to ieſt, dwa wyrazy każdego ſtòſunku iedną kropką, a dwa ſtòſunki dwiema kropkami oddziélaią ſię. Kropka, oddziélaiąca dwa wyrazy każdego ſtóſunku, znaczy: *ma ſię do*, a dwie kropki oddziélaiące dwa ſtóſunki, znaczą, *iak*; dla tego chcąc wymòwić proporcyą wyżéy napiſaną, mòwi ſię 7, *ma ſię do* 9, iak 12 *ma ſię do* 14; co ieſzcze ſkròcić można tym ſpoſobém; 7 *ieſt do* 9 *iak* 12 *do* 14.

Cztéry naſtępuiące ilości, czynią proporcyą jeometryczną 3, 15, 4, 20, ponieważ 3 zawiéra ſię tyle razy w 15, ile 4 we 20.

Chcąc naznaczyć że takowe ilości ſą w proporcyi jeometrycznéy, naſtępuiącym ſpoſobém piſać ſię zwykły 3:15::4:20; to ieſt, dwa wyrazy każdego ſtóſunku dwiema kropkami, a dwa ſtóſunki cztérema kropkami, oddziélaią ſię. Dwie kropki znaczą *ma ſię do*, a cztéry kropki znaczą *iak;* tym ſpoſobém mówi ſię 3 *ma ſię do* 15, *iak* 4 *do* 20.

Trzeba tylko uważać, że w proporcyi arytmetycznéy, przed ſłowém *iak*: dodaie ſię ſłowo *arytmetycznie.*

163. Piérwſzy i oſtatni wyráz proporcyi, nazywaią ſię *skrayne* (extrema), drugi zaś i trzeci zowią ſię *śrzednie*, (media).

Jako w proporcyi znayduią ſię dwa ſtóſunki, a zatém dwa poprzédniki, i dwa naſtępniki; tak w piérwſzym ſtóſunku mówi ſię, *piérwſzy poprzédnik*, *piérwſzy naſtępnik;* w drugim, *drugi poprzédnik*, *drugi naſtępnik.*

164. Gdy w proporcyi dwa wyrazy śrzednie, ſą ròwne; w ten czas nazywa-

wa ſię *proporcya ciągła* (proportio continua).

3.7:7.11. czynią proporcyą ciągłą arytmetyczną; piſze ſię tak $\div$ 3.7.11; dwie kropki, i liniika między niémi przegradzaiąca, znaczą, że w wymawianiu, wyráz 7, dwa razy wymówić trzéba.

Proporcya 5:20::20:80 ieſt proporcya ciągła jeometryczna, która dla ſkrócenia piſać ſię zwykła $\ddot{\div}$ 5:20:80; użycie cztèrech kropęk, i linijki ich przegradzaiącèy, ieſt tož ſamo, iak w proporcyi ciągłéy arytmetycznéy, było użycie dwóch kropek.

165. Stąd cośmy do piéro powiedzieli, o proporcyach arytmetycznych i jeometrycznych, winika.

1ód. Ze w proporcyi arytmetycznéy, dodawſzy do każdego poprzédnika, albo (gdy poprzédnik będzie większy od naſtępnika), odiąwſzy od niego różnicę, w téy proporcyi panuiącą; każdy poprzédnik, ſtanie ſię ſwemu naſtępnikowi równy: to albowiém, nieieſt co inſzego, tylko dodać mniéyſzemu każdego ſtóſunku wyrazowi, co mu brakuie, do wyrównania ſwemu pobocznikowi; albo odiąć od większego to, czém ſwego pobocznika przewyżſza.

Tak w proporcyi 8.7:8.12, dodawſzy różnicę 4 do piérwſzego, i do trzeciego wyrazu; będzie 7.7:12.12; powſzechność téy prawdy łatwo poiąć ſię daie.

2re. Jeżeli w proporcyi jeometrycznéy, każdy naſtępnik rozmnoży ſię przez ſtóſunek; wſzyſtkie naſtępniki ſtaną ſię równémi ſwoim poprzédnikóm; albowiém mnożyć naſtępnika przez ſtòſunek, ieſt to brać go tyle razy, ile razy zawiéra ſię w ſwoim poprzédniku.

Tak w proporcyi 12:3::20:5, rozmnożywſzy 3 i 5, każde przez 4, będzie 12:12::20:20; podobnież w proporcyi 15:9::45:27: rozmnożywſzy 9 i 27, każde przez $\frac{15}{9}$, albo $\frac{5}{3}$, które ſą ſtóſunkiém, będzie 15:15::45:45.

Własności proporcyów Arytmetycznych.

166. Własność fundamentalna proporcyów Arytmetycznych ieſt, że *Summa ſkraynych, ieſt równa ſummie środnich.*

Np. w proporcyi 3.7:8.12. ſumma ſkraynych 3 i 12. iako téż środnich, 7, i 8. zarówno wynoſi 15.

O powſzechności téy własności, można ſię przekonać naſtępuiącym ſpoſobém.

Gdyby dwa piérwſze wyrazy między ſobą, i dwa oſtatnie także między ſobą były równémi, iak w niżéy położonéy proporcyi.

7. 7: 12. 12.

rzecz oczywiſta, że ſumma ſkraynych,

byłaby równą summie śrzednich

Każda zaś proporcya arytmetyczna, do tego stanu bydź może przyprowadzona (165), dodaiąc każdému poprzèdnikowi, albo odéymuiąc od niego stòsunek w proporcyi panuiący. Dodanie takowe, równie summę skraynych, iak śrzednich pomnażaiące, w równości dwóch summ nic odmiénić niémoże; a zatém ieżeli przez takowe dodanie, staią się równemi, toć były i przed dodaniém równémi. Toż samo pewiedziéć można o odéymówaniu.

167. Ponieważ w proporcyi ciągłéy, dwa śrzednie wyrazy są sobie równe, idzie zatém, cośmy dopiéro wywiedli, że w téyże saméy proporcyi, summa skraynych iest podwóyna, czyli, dwa razy tak wielka, iak wyráz śrzedni, albo że wyráż śrzedni, iest połową summy wyrazów skraynych.

Tak, chcąc miéć śrzodek arytmetyczny *np.* między 7 i 15; dodaię 7 do 15, i biorąc summy 22, połowę, mam wyráz śrzedni 11. albo proporcyą ÷ 7. 11. 15.

Własności proporcyów Jeometrycznych.

168. Własność fundamentalna proporcyi Jeometrycznéy, iest, że *mnogość skraynych, iest równa mnogości śrzednich*; *np.* w następuiącéy proporcyi 3:15::7:35; mnogść z 35 przez 3 i z 15 przez 7, czynią zarówno 105.

Że ta własność ma miéysce we wszystkich proporcyach, można się o tém przekonać, z niżéy położonych dowodów.

Gdyby poprzédniki były równe następnikom swoim, iak w téy proporcyi

3:3::7:7.

rzecz oczywista, że mnogość skraynych byłaby równa mnogości śrzednich.

Lecz do tego stanu można zawsze każdą proporcyą przyprowadzić (165), mnożąc dwa następniki przez stósunek; to rozmnożenie uczyni wprawdzie, że mnogość skraynych, będzie pewną liczbę razy większa, iakby inaczéy była, albo pewną liczbę razy mniéysza, ieżeli stósunek iest ułamkiém; lecz i w śrzednich toż samo zrobi: zatém, ponieważ po takiém rozmnożeniu, mnogość skraynych iest równa mnogośći śrzednich, więc te mnogości musiały bydź sobie równe, bez tego rozmnożenia.

Można więc, mnogość skraynych, wziąść za mnogość śrzednich, i odwrotnie.

Wniéśmy stąd, że *w proporcyi ciągłéy, mno-*

mnogość skraynych, ieſt równa kwadratowi wyrazu śrzedniego; że zatém wyráz śrzedni można wynaléśdź, wyciągnąwſzy piérwiaſtek kwadratowy, z mnogości ſkraynych.

Tak, chcąc mièć śrzodek proporcyonalny jeometryczny między 4 i 9; mnożę 4, przez 9, i piérwiaſtek kwadratowy 6, z mnogości 36, ieſt żądanym śrzodkiém proporcyonalnym.

169. Zatém, maiąc wiadome trzy piérwſze wyrazy proporcyi, gdyby trzeba było wynaléśdź czwarty; *należy rozmnożyć drugi wyráz przez trzeci, a mnogość rozdzielić przez piérwſzy*; mnogość albowiém z drugiégo przez trzeci, ieſt równa (168), mnogości z piérwſzego przez czwarty; więc rzecz pewna, że maiąc tę oſtatnią mnogość, i rozdzieliwſzy ią przez piérwſzy wyráz, wypaśdź powinien czwarty (67); więc podobnież znaléśdź można tenże czwarty wyráz, dzieląc przez piérwſzy, mnogość wynikaiącą z rozmnożenia drugiego, przez trzeci wyráz.

Tak, gdybym potrzebówał czwartego wyrazu proporcyi, w któréyby trzy pièrwſze były naſtępuiące, 3 : 8 :: 12; mnożę 8 przez 12, i mnogość 96, rozdziélam przez 3. Wieloráz 32, ieſt żądanym czwartym wyrazém; tak, że 3, 8, 12, 32, ſkładaią proporcyą: w rzeczy ſaméy piérwſzym ſtóſunkiém ſą $\frac{3}{8}$; a drugim $\frac{12}{32}$, którego oba wyrazy rozdzieliwſzy przez 4 (81), będzie także $\frac{3}{8}$.

Przez temu podobne rozumowanie, poiąć ſię daie, że maiąc trzy wyrazy wiadome, można zawſze wynaléśdź czwarty. *Jeżeli wyráz którego ſzuka ſię, ieſt ieden z skraynych, trzeba rozmnożyć dwa śrzednie, a przez wiadomy skrayny, rozdzielić takową mnogość; ieżeli zaś przeciwnie ſzuka ſię wyrazu śrzedniego, trzeba rozmnożyć dwa skrayne, a mnogość rozdzielić przez wiadomy śrzedni wyráz.*

170. Ta równość między mnogościami ſkraynych i śrzednich, niémoże mieć miéyſca, tylko w cztérech ilościach proporcyi jeometrycznéy. W rzeczy ſaméy gdyby były dane cztéry ilości, niebędące między ſobą w proporcyi jeometrycznéy; mnożąc naſtępniki, przez ſtóſunek dwóch ilościów piérwſzych, piérwſzy tylko poprzédnik, ſtałby ſię równy ſwemu naſtępnikowi; *np.* niechay będzie, 3, 12, 5, 10, mnożąc naſtępniki 12 i 10, przez ſtóſunek $\frac{1}{4}$, dwóch piérwſzych wyrazów 3 i 12, wypadnie 3, 3, 5, $\frac{10}{4}$; w których, rzecz oczywiſta, że mnogość ſkraynych, niémoże bydź równa mnogości śrzednich; a zatém te mnogości, niémogły między ſobą bydź równe, i przed

przed rozmnożeniém następników przez stósunek $\frac{1}{4}$.

Jaśnie widać, że to rozumowanie, w każdym razie użyć się daie.

Zatém, *ieżeli cztéry ilości są takie, że mnogość skraynych, iest równa mnogości śrzednich, te cztéry ilości są między sobą w proporcyi.*

171. *Jeżeli cztéry ilości są między sobą w proporcyi, zostaną ieszcze w téyże proporcyi, choćby skrayne były przestawione na miéysce śrzednich, a śrzednie na miéysce skraynych.*

172. Toż samo także ieszcze będzie, to iest, *że proporcya zachowana zostanie, choćby miéysca skraynych, albo miéysca śrzednich były przemiénione.*

Jakoż łatwo zobaczyć można, że w przypadkach dopiéro wymiénionych, mnogość skraynych zawsze będzie równa mnogości śrzednich.

Tak, z iednéy proporcyi 3 : 8 : : 12 : 32 można złożyć wszystkie następuiące proporcye, przez samo przestawiénie iéy wyrazów.

3 : 8 : : 12 : 32.
3 : 12 : : 8 : 32
32 : 12 : : 8 : 3
32 : 8 : : 12 : 3.
8 : 3 : : 32 : 12.
8 : 32 : : 3 : 12
12 : 3 : : 32 : 8
12 : 32 : : 3 : 8.

Toż

Toż samo rozumié się, o każdéy innéy proporcyi.

173. Ponieważ trzeci wyráz na miéysce drugiego przestawić można, i odwrotnie; należy stąd wniéść *że bez zniesiénia proporcyi, można rozmnożyć lub rozdzielić przez też samę liczbę, dwa poprzédniki; i że toż samo rozumiéć się ma o następnikach.* Bo tę przemianę czyniąc, dwa poprzédniki proporcyi zadanéy, składałyby piérwszy stósunek, a dwa następniki, drugi. A wtym razie, rzecz oczywista, że to iest rozdzielić dwa wyrazy stósunku, każdy przez też samę liczbę; co podług (160) nieodmiénia stósunku.

174. *Wszelka odmiana uczyniona w proporcyi, tak żeby summa poprzédnika i następnika, albo ich różnica, była przystósowana do poprzédnika, albo do następnika iednakowo w każdym stósunku, zawsze składać będzie proporcyą.*

Niech będzie dana proporcya *np.*

12 : 3 : : 32 : 8.

Można z niéy wniéść proporcye następuiące.

12 więcéy 3 : 3 : : 32 więcéy 8 : 8.
albo 12 mniéy 3 : 3 : : 32 mniéy 8 : 8.
albo 12 więcéy 3 : 12 : : 32 więcéy 8 : 32.
albo 12 mniéy 3 : 12 : : 32 mniéy 8 : 32.

Ponieważ, ieżeli do następnika stósuię, łatwo iest widziéć że poprzédnik zwięk-

szo

ſzony, albo zmniéyſzony naſtępnikiém, mieścić będzie w ſobie tego naſtępnika ráz więcéy, albo ráz mniéy iak piérwey; a iako to przyſtóſówanie, czyni ſię tymże ſpoſobém i w drugim ſtóſunku, który z natury proporcyi ieſt równy piérwſzemu, idzie zatém koniecznie, że dwa nowe ſtóſunki, muſzą także bydź równe między ſobą.

Jeżeli do poprzédnika czyni ſię przyſtóſówanie, tož ſamo rozumówanie, ieſzcze użyć ſię daie; wyſtawuiąc ſobie w proporcyi, z którą ſię takowa odmiana czyni, że poprzédnik każdego ſtóſunku, ieſt przeſtawiony na miéyſce naſtępnika, i odwrótnie naſtępnik, na miéyſce poprzédnika; co uczynić wolno (171).

175. Ponieważ przeſtawiaiąc trzeci wyráz proporcyi, na miéyſce drugiego, i odwrótnie; proporcya ieſzcze utrzymuie ſię (172), trzeba ſtąd wnióść, że dwa poprzédniki, mieſzczą ſię ieden w drugim tyle razy, ile razy naſtępniki w ſobie zawiéraią ſię.

A zatém *ſumma dwóch poprzédników każdéy proporcyi, zawiéra w ſobie ſummę dwóch naſtępników, albo w niéy ieſt zawarta, tyle razy, ile ieden z poprzédników, zawiéra w ſobie ſwego naſtępnika, albo w nim ieſt zawarty.*

Np. w tèy proporcyi
12 : 3 : : 32 : 8
12 więcéy 32 : 3 więcéy 8 : : 32 : 8. co oczywiſta.

Lecz żeby ſię w powſzechności o tém przekonać, zważyć tylko należy, że ieżeli piérwſzy poprzédnik, zawiéra w ſobie drugiego *np.* 4 razy, ſumma dwóch poprzédników, zawiérać w ſobie będzie drugiego pięć razy; i z téyże ſaméy przyczyny, ſumma dwóch naſtępników, mieścić także w ſobie będzie drugiego pięć razy; a zatém ſumma dwóch poprzédników, zawiérać w ſobie będzie ſummę naſtępników, iak pięciorakość iednego poprzédnika, mieści w ſobie pięciorakość ſwego naſtępnika, to ieſt (160), iak ieden poprzédnik, mieści w ſobie ſwego naſtępnika.

Stąd podobnież dowiéśćby można, że różnica poprzédników, tak ſię ma do różnicy naſtępników, iak ſię ma poprzédnik do ſwego naſtępnika.

176. Rzecz oczywiſta, że dopiéro wywiedzione *podanie* (propoſitio), na to wychodzi; gdyby zadane były dwa równe ſtoſunki.

 Np.

wſzy wyráz iednéy, przez piérwſzy wyráz drugiéy; drugi przez drugi, i tak daléy; cztéry mnogośći z takowego rozmnożenia wynikaiące, będą między ſobą w proporcyi.

Bo tym ſpoſobém mnożąc dwie proporcye, ieſt to mnożyć dwa ſtòſunki ròwne; a zatém dwa ſtòſunki złożone, z nich powſtaiące, powinny bydź ròwne, a przeto i cztéry mnogośći wynikaiące, muſzą bydź w proporcyi.

181. Wnieśmy ſtąd, *że kwadraty, ſześciany, i wſzyſtkie w powſzechnośći ſtopnie tym podobne, cztérech ilośćiow proporcyonalnych, będą także między ſobą w proporcyi:* albowiém, żeby podnieść iaką proporcyą do takowych ſtopniów, nietrzeba tylką ią rozmnożyć ſamę przez ſię pewną liczbę razy.

182. *Piérwiaſtki kwadratowe, ſześciénne, i wſzyſtkie w powſzechnośći tym podobne, cztérech ilośćiow proporcyonalnych, ſą między ſobą podobnież w proporcyi*; albowiém ſtòſunek piérwiaſtkòw kwadratowych, dwòch piérwſzych wyrazòw, nieieſt co inſzego, tylko piérwiaſtek kwadratowy ſtòſunku tychże wyrazòw (157 i 135); toż ſamo powiedzieć można, i o ſtòſunku piérwiaſtkòw kwadratowych, dwòch

dwóch oſtatnich wyrazów: zatém, ponieważ dwa ſtòſunki początkowe, rozumieią ſię bydź ròwne, ich piérwiaſtki kwadratowe ſą także ròwne; a przeto ſtòſunek piérwiaſtkòw kwadratowych, dwóch piérwſzych wyrazòw, będzie ròwny ſtòſunkowi piérwiaſtków kwadratowych, dwóch oſtatnich wyrazów. Tymże ſamym ſpoſobém możnaby dowieśdź téy prawdy, względém piérwiaſtków ſześciénnych, czwartych, piątych, i t. d.

Użycie Podań poprzédzaiących.

183. Podania dopiéro dowiedzione, i które nazywaią ſię *Regułami proporcyi*, we wſzyſtkie części Matematyki uſtawicznie wpływaią. W tém miéyſcu przeſtaniémy na tych, co do Arytmetyki należą, i poczniémy od téy, która wynika ſtąd, co ſię powiedziało (169), i która ieſt fundamentém prawie wſzyſtkich innych.

O Regule Trzech, proſtéy, i nieskładanéy.

184. Reguły *Trzech* ròżne naznaczaią ſię gatunki: wſzyſtkich ieſt célém, wynaléśdź ieden wyráz proporcyi, w ktoréy trzy wyrazy będą wiadome.

Re-

Reguła Trzech nazwana *proſta i nieskładana* (Regula trium directa ſimplex) zowie ſię *nieskładana*, ponieważ wyrażenie pytania, do którego używana bywa, nigdy więcéy nad cztéry ilości w ſobie niezawiéra; z których trzy ſą wiadome, a czwartéy potrzeba ſzukać.

Nazywa ſię *proſta*; ponieważ ſpomiędzy cztérech ilościòw, które w niéy uważaią ſię, zawſze znayduią ſię dwie, co nietylko do drugich dwóch należą, ale tym ſpoſobém od nich zawiſły, że ile razy iedna z ilościów, drugą w ſobie zawiéra, albo w niéy ieſt zawarta, tyle razy ilość z piérwſzą ilością związek maiąca, zawiéra w ſobie ilość należącą do drugiéy, albo w niéy ieſt zawarta; to ieſt kròcéy powiedziawſzy, że ilość i należąca do niéy, mogą bydź zawſze obie, albo poprzédnikami albo naſtępnikami w proporcyi. W takowym razie dwie ilości głòwne, nazywaią ſię *proſto proporcyonalne* ilościòm do nich należącym.

PRZYKŁAD I.

40 robotników w pewnym czaſie, wygotówali 268 ſążni roboty; pytam ſię 60 robotników w tymże czaſie wiele wygotówać powinni?

Rzecz oczywiſta, że liczba ſążniów, w proporcyi robotników powinna ſię pomnożyć; tak dalece, że ieżeli liczba robotników, będzie podwóyna, potróyna, poczwórna, i. t. d. liczba ſążniów po-

powinna bydź także podwóyna, potróyna, poczwórna, i. t. d. zatém widzieć daie ſię, że ſzukana liczba ſążniów, powinna zawiérać w ſobie 268, tyle razy, ile liczba 60, należąca do piérwſzey, zawiéra w ſobie liczbę 40, należącą do drugiéy; trzeba więc ſzukać czwartego wyrazu proporcyi, któraby przez te trzy poczynała ſię.

40 ; 60 : : 268:

albo rozdzieliwſzy piérwſze dwa wyrazy przez 20, co uczynić wolno (160)

2 : 3 : : 268 :

Tak podług danego przepiſu (169), mnożę 268 przez 3, a mnogość 804, dzielę przez 2, co mi daie wieloráz 402 *ſą*; a zatém 60 robotników wygotówać powinni roboty 402 *ſą*.

PRZYKŁAD II.

Wyprawa Artyleryi, w 6 dniach, 34 mile uſzła, pytam ſię, do odbycia 255 mil, w tychże okolicznościach, wiele by iéy czaſu potrzeba?

Rzecz oczywiſta, że w proporcyi liczby mil, więcéy czaſu potrzeba, a zatém liczba dni ſzukana, powinna zawiérać w ſobie 6 dni, tyle razy, ile 255 mil, zawiéraią w ſobie mil 34: trzeba więc ſzukać czwartego wyrazu proporcyi, któraby przez te trzy zaczynała ſię 34 : 255 : : 6.

Rozmnożywſzy 255 przez 6, i mnogość 1530 rozdzieliwſzy przez 34, mieć będę 45 dni.

PRZYKŁAD III.

Za 52 *ſ.* 4 *ſt.* 5 *cal.* roboty, zapłacono ieſt 168 *zł.* 9 *gr.* 2 *ſz.* pytam ſię wieleby zapłacić należało za 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *c.*?

Cena 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *cal.* powinna w ſobie zawiérać cenę 168 *złt.* 9 *gr.* 2 *ſz.* zapłaconą za roboty 52 *ſ.* 4 *ſt.* 5 *c.* tyle razy, ile 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *c.* zawiéraią

raią w ſobie 52 *ſ.* 4 *ſt.* 5 *c.* Trzeba więc ſzukać czwartego wyrazu proporcyi, któraby tak zaczynała ſię

52 *ſ.* 4 *ſt.* 5 *c.* : 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *c.* :: 168 *zł.* 9 g. 2 *ſz.*

to ieſt, trzeba rozmnożyć 168 *zł.* 9 g. 2 *ſz.* przez 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *c.* a mnogość rozdzielić przez 52 *ſq.* 4 *ſt.* 5 *c.* co uczynić można podług przepiſów (116 i 122).

Lecz łatwiéy ieſzcze będzie, piérwſze dwa wyrazy obrócić na naymniéyſzy gatunek, to ieſt na cale, po czém, ſzukać tylko będzie potrzeba czwartego wyrazu proporcyi, któraby poczynała ſię od tych trzech.

3797 : 5564 :: 168 *zł.* 9 g. 2 *ſz.*

natenczas mnożąc 168 *zł.* 9 g. 2 *ſz.* przez 5564 mieć będę 936792 *zł.* 4 gr; a rozdzieliwſzy tę mnogość przez 3797, wieloráz 246 *zł.* 21 gr 1 *ſ.* $\frac{3704}{3797}$ będzie ſummą, którą, za roboty 77 *ſ.* 1 *ſt.* 8 *c.* należałoby zapłacić.

Gdyby po obróceniu dwóch wyrazów iednego gatunku, na naymnièyſze iedności, znaydówały ſię ułamki, iak w tym przykładzie, ſtóſunek tych dwóch wyrazów można do prośćiéyſzego wyrażenia przyprowadzić, podług przepiſu (161).

O Regule Trzech odwrotnéy, nieskładanéy.

185. Reguła trzech *odwrotna nieskładana* (inverſa ſimplex): różni ſię od reguły trzech proſtéy, o któréy mòwiliśmy, w tém, że w regule odwrotnéy, iedna z cztérech ilościòw, ktòre wchodzą w wyrażenie zadania, tak zawiéra w ſobie drugą tegoż gatunku, iak odwrotnie ilość należąca do piérwſzey, ieſt zawarta w téy, co należy do drugiéy; to ieſt, że gdy po rozważeniu zagadniénia, tym cztérém ilościòm będzie dany przyzwoity porządek do złożenia proporcyi, iedna z tych dwòch głównych ilościów i do niéy należąca, dadzą ſkrayne, a druga ilość główna, i do niéy należąca, dadzą śrzednie wyrazy proporcyi. W takowym razie mówi ſię, że dwie główne ilości, ſą *odwrotnie proporcyonalne*, ilościóm do ſiebie należącym.

Wreſzcie, to nieczyni żadnéy ròżnicy w ſpoſobie działania; zawſze czwartego wyrazu potrzeba ſzukać, albo przynaymniéy zawſze do tego działania, rzecz można naprowadzić.

Niektòrzy Rachmiſtrze podaią regułę gruntuiącą ſię na wymówiéniu zagadniénia, lecz my niepòydziémy za ich przykładém; natura zagadniénia, a nie wymówiénie (ktòre bydź może częſtokroć błędne) powinna go rozwięzówać.

PRZYKŁAD I

30 Ludzi, pewną robotę w 25 dniach wygotówali, pytam ſię wieleby potrzeba ludzi, do wygotówania w 10 dniach téyże roboty? Rzecz widoczna, że w drugim razie, tém więcéy ludzi potrzeba, im ieſt liczba dni mniéyſza; a zatèm liczba

czba ludzi ſzukana, powinna zawiérać w ſobie liczbę 30 ludzi, tyle razy, ile liczba 25 dni im opowiadaiąca, zawiéra w ſobie liczbę 10 dni, tamtym odpowiadaiącą. Nieidzie tu więc rzecz, tylko o wynaleziénie czwartego wyrazu proporcyi, poczynaiącèy ſię od tych trzech.

10 *d.* : 25 *d.* : : 30 *lu:*

to ieſt, trzeba rozmnożyć 30 przez 25 a mnogość 750, rozdzielić przez 10, co uczyni 75 ludzi.

PRZYKŁAD II.

Stopa Londyńſka ma ſię do ſtopy Francuzkiéy : : 15 : 16. pytam ſię wiele uczynią ſtóp Francuzkich, Londyńſkich ſtóp 720.

Rzecz oczywiſta, że chcąc wymiérzyć długość zadaną, mniéy potrzeba ſtóp Francuzkich iak ſtóp Londyńſkich, w tymże ſtóſunku, w iakim ieſt piérwſza miara, odwrotnie więkſza od drugièy.; tak, że rozwięzuiąc zagadniénie, idzie, o wynaleziénie czwartego wyrazu proporcyi, któraby od tych trzech poczynała ſię.

16 : 15 : : 720 :

Rozmnożywſzy więc 720 przez 15, a mnogość rozdzieliwſzy przez 16, miéć będę 675, to ieſt liczbę ſtóp Francuzkich, które wyrównywaią 720 ſtopóm Londyńſkim.

PRZYKŁAD III.

Pewny konwóy, w 18 dniach, idąc 5 godzin na dzién, może odprawić pewną naznaczoną drogę; lecz potrzeba wyciąga, zeby ſtanął na miéyſcu w 12 dniach, odpoczynki odciągnąwſzy, pytam ſię wiele godzin ma czynić na dzień?

Rzecz oczywiſta, że każdego dnia, powinién uyśdź o tyle więcéy nad 5 godzin, ile liczba naznaczona 12 dni, ieſt odwrotnie mniéyſza od liczby 18 dni, którychby był użył, gdyby podróż niebyła przyſpieſzona. Tak więc, natura zagadniénia pokazuie, że trzeba wynaléśdź czwarty wyráz proporcyi poczynaiącéy ſię od trzech naſtępuiących.

12 : 18 : : 5 :

Rozmnożywſzy tedy 18 przez 5, i mnogość rozdzieliwſzy przez 12, mam $7 \frac{1}{2}$ to ieſt liczbę godzin, codziennéy podróży, tego konwoiu.

O Regule Trzech składanéy.

186. W dwóch regułach trzech, któreśmy opiſali, ilość ſzukana, i ilość tegóż gatunku, w wyrażenie zagadniénia wchodząca, maią między ſobą ſtóſunek nieſkładany, i wymiérzony przez ſtóſunek dwóch innych ilościów, podobnież wchodzących w wyrażenie zagadniénia.

W regule trzech ſkładanéy, ſtóſunek ilości ſzukanéy, do ilości tegóż gatunku, która wchodzi w wyrażenie zagadniénia nieieſt dany przez ieden tylko proſty ſtóſunek, dwóch innych ilościów, ale przez wiele proſtych ſtóſunków, które (177) po rozważeniu zagadniénia, potrzeba złożyć.

Kiedy zaś takowe ſtóſunki, ráz ſą złożone, natenczas reguła ſtaie ſię regułą nieſkładaną: lepiéy to obiaśnią naſtępuiące przykłady.

PRZY

PRZYKŁAD I.

30 ludzi, w 18 dniach, wygotówali roboty 132 sążni, pytam się wiele takowéy roboty wygotuią 54 ludzi w 28 dniach?

Rzecz iasna, że ta robota zawisła, nietylko od liczby ludzi, ale i od liczby dni.

Zeby na te obie rzeczy, miéć wzgląd przyzwoity, uważać trzeba, że 30 ludzi robiąc przez 18 dni, tyle tylko zrobią, co 18 razy 30 ludzi, to iest co 540 ludzi zrobią przez ieden dzień.

Podobnież 54 ludzi, robiąc przez 28 dni, niezrobią tylko tyle, co 28 razy 54 ludzi, albo 1512 ludzi, robiąc przez ieden dzień.

Więc to zagadnienie, odmiénia się w następuiące: 540 ludzi, zrobili 132 sążnie, pytam się wiele zrobią 1512 ludzi, w tymże samym czasie? to iest, szukać potrzeba czwartego wyrazu proporcyi, któraby od tych trzech poczynała się.

540 *l*: 1512 *l* : 132 *ſ* :

Rozmnożywszy 1512 przez 132, a mnogość rozdzieliwszy, przez 540, mam na rozwiązanie zagadnienia 369 *ſ*. 3 *ſt*. 7 *c*. 2 *l*. $\frac{2}{5}$.

PRZYKŁAD II

Człowiek ieden, idąc 7 godzin na dzień, potrzebówał 30 dni, do odbycia mil 230; gdyby 10 godzin szedł na dzień, w równym pośpiechu, pytam się wieleby potrzebówał dni do odbycia mil 600?

Gdyby w obu razach, szedł też samę liczbę godzin na dzień, rzecz iasna, żeby tém więcéy dni potrzebówał, im więcéy mil ma do odbycia; lecz ponieważ w drugim razie, większą liczbę godzin, każdego dnia ma do podróży, przeto mu też mniéy czasu potrzeba będzie; zatém działanie należy po części do reguły trzech prostéy, a po części do reguły trzech odwrotnéy.

Można go przywiéśdź do reguły trzech prostéy, uważaiąc, że iśdź przez 30 dni po 7 godzin na dzień, iesto iśdź 30 razy 7 godzin, albo 210 godzin; a tak to zagadnienie, można przemiénic w następuiące: Do odbycia 230 mil, potrzeba było 210 godzin, wiele godzin potrzeba będzie do odbycia mil 600? Wynalazłszy liczbę godzin, rozwiezuiących zagadnienie, rozdzielić ią potrzeba będzie przez 10; wieloraz pokaże dni żądane; człowiek albowiém, o którym mowa, przez 10 godzin dnia, powinien bydź w drodze.

Trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcyi, poczynaiącéy się od trzech następuiących.

230 *m* : 600 *m* : : 210 *g*.

Po odprawioném działaniu, czwarty wyraz wypadnie 547 godzin i $\frac{19}{23}$; te rozdzieliwszy przez 10, iako liczbę godzin, przez które ów człek codziennie idzie, będzie 54 dni i $\frac{180}{230}$, albo 54 *d*. $\frac{18}{23}$.

O Regule Spółki (societatis)

187. Reguła *Spółki*, iest tak nazwana dlatego, że służy do podzielénia między kilku spólników, zysku, albo straty, wynikaiącéy z ich spółki.

Celém iéy, iest rozdzielić zadaną liczbę, na części, maiące między sobą stósunki zadane.

Reguła tym końcém ułożona, zasadza się na tém cośmy ustanowili (176); obiaśniémy ią w następuiacym przykładzie.

PRZYKŁAD I.

Daymy że trzeba rozdzielić *np.* 120, na trzy części, któreby ten ſam ſtóſunek między ſobą miały, co liczby, 4, 3, 2. Wyrażenie zadania, daie naſtępuiące dwie proporcye.

4 : 3 :: piérwſza część do drugiéy
4 : 2 :: piérwſza część do trzeciéy
albo (172) te dwie naſtępuiące.
4 ieſt do piérwſzey części :: 3 do drugiéy
4 ieſt do piérwſzey części :: 2 do trzeciéy.

Tak, że mam te trzy ſtóſunki równe: 4 ieſt do piérwſzéy części, :: 3 do drugiéy :: 2 do trzeciéy.

Zatém widzieliśmy (176), że ſumma poprzédników kilku ſtóſunków równych, ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden podrzédnik do ſwego naſtępnika; można tu więc powiedziéć, że ſumma 9, trzech części proporcyonalnych tym, których ſzukamy, ma ſię do ſummy części ſzukanych 120; iak iedna którakolwiek z trzech części proporcyonalnych, do części odpowiadaiącéy.

Reguła więc, zawiſła na tém *1ód.* Zebrać w ſummę części proporcyonalne zadane; *2re.* Ułożyć tyle reguł trzech, ile części trzeba wynaléśdź; gdzie w każdéy, piérwſzym wyrazém będzie ſumma zadanych części proporcyonalnych, drugim, liczba do rozdzielénia zadana, a trzecim wyrazèm iedna z zadanych części proporcyonalnych: tak, w zadaniu, któreśmy za przykład wzięli, trzeba odprawić działanie, z trzema naſtępuiącèmi regułami.

9 : 120 :: 4 :
9 : 120 :: 3.
9 : 120 :: 2.

w których, czwarte wyrazy bydź pokażą ſię $53\frac{1}{3}$, 40, $26\frac{2}{3}$; maiące ſtóſunek żądany, między ſobą, i w rzeczy ſaméy ſkładaiące liczbę 120.

W re-

Wreſzcie łatwo ieſt domyślić ſię, iż niekoniecznie trzeba układać tyle reguł trzech, ile ieſt części do znaleziénia zadanych: bez oſtatniéy obéyśdź ſię można, odiąwſzy od zadanéy liczby, ſummę piérwſzych części wynalezionych.

PRZYKŁAD II.

Do trzech Fortéc, ma bydź rozdana liczba naczynia ſzańcowego, to ieſt 4500 *rydlòw*, 2500 *motyk minierſkich*, 4550 *kilofów*, 820 *kilofow głowiaſtych*, 820 *kilofów do ſkał*, 2200 *łopat*, 2210 *nożòw do chròſtu, i* 800 *ſiekiér*. To rozdanie każdego gatunku naczynia, ma bydź w proporcyi liczby, iak dawniéy te trzy miéyſca były opatrzone; to ieſt, piérwſza Fortéca miała 6000, druga 1400, a trzecia 1100; ieſt pytanie, wiele ſię każdému z tych miéysc, podług wyrażonéy dopiero proporcyi, każdego naczynia doſtać powinno?

Proporcya z dawnégo opatrzenia.

1a Fortéca	-	-	-	-	6000
2a	-	-	-	-	1400
3a	-	-	-	-	1100
			Summa	-	8500.

Ponieważ każdy gatunek naczynia, powinién bydź rozdany w proporcyi liczb 6000, 1400, i 1100, więc znaléśdź można wiele każdému miéyſcu, którego gatunku doſtanie ſię, *np.* motyk; wyrachówawſzy czwarty wyráz, naſtępuiących trzech proporcyów.

8500 : 4500 albo 85 : 45 :: 6000
85 : 45 :: 1400
85 : 45 :: 1100

Tymże ſpoſobèm poſtąpić ſobie będzie należało, w wyrachówaniu liczby kilofów, łopat i. t. d. któ-

re

re, na każde mieyſce bydź maią rozdane: po odprawioném działaniu, liczby podziału takowego, wypadną naſtępuiące.

Naczynia	*Fortéce* 1*a*	2*ga*	3*cia*,
4500 rydlów.	3177	741	582
2500 motyk minierſkich	1765	412	323
4550 kiloſow -	3212	749	589
820 kiloſów głowiaſt:	579	135	106
820 kiloſſ. do ſkał -	579	135	106
2200 łopat -	1553	362	285
2210 nożów do chróſtu	1560	364	286
800 ſiekiér - - -	565	132	103
18400	12990	3030	2380

P R Z Y K Ł A D III.

Trzech furmanów maią między ſiebie rozdzielić 1500 *złł.* Piérwſzy zawiózł pakę o 50 mil, ważącą *centt.* 20; drugi odwiózł 15 *centt.* o 75 mil; a trzeci 30 *centt.* o 60 mil. Pytam ſię co każdemu należy?

Żeby to zadanie, do poprzédzaiącéy reguły przyſtóſować, trzeba te różne przewozy, przemienić na iednę odległość.

20 *centt.* o 50 mil zawiezionych, powinny bydź zapłacone, iak 50 razy 20 *centt.* albo 1000 *centt.* zawiezione o iednę milę. Podobnież 15 *centt.* odwiezione o 75 mil, maią bydź zapłacone, iak 75 razy 15 *centt.* albo 1125 *centt.* odwiezione o iednę

dnę milę. Naoſtatek 30 *centt.* odwiezione o 60 mil, powinny bydź zapłacone, iak 60 razy, 30 *centt.* albo 1800 *centt.* odwiezione o iednę milę.

Zadanie więc, będzie tóż ſamo, iak gdyby trzech furmanów równie daleko zawiezli, piérwſzy 1000 *centt.* drugi 1125 *centt.* a trzeci 1800 *centt.* Trzeba więc rozdzielić 1500 *złł.* na 3 części proporcyonalne liczbóm 1000, 1125, i 1800, ſzukaiąc czwartego wyrazu proporcyów naſtępuiących.

3925 : 1500 :: 1000 : 382 *złł.*	4 *gr.*	2 *ſz.*	$\frac{142}{157}$.
3925 : 1500 :: 1125 : 429	28	0	$\frac{42}{157}$.
3925 : 1500 :: 1800 : 687	26	2	$\frac{82}{157}$.

P R Z Y K Ł A D IV.

Obóz Artyleryczny Woyſka, ſkłada ſię *np.* z 156 ſztuk armat; woyſko ma bydź na 3 części rozdzielone, tym ſpoſobém, żeby moc piérwſzéy części, była do drugiéy :: 5 : 4 a moc piérwſzéy do trzeciéy :: 7 : 3. Rzecz idzie o rozdzielenie Artyleryi, w téyże proporcyi.

Ponieważ moc piérwſzey części, ieſt wyrażona przez 5, w piérwſzym ſtóſunku, a w drugim przez 7, trzeba ią naprzód do tego ſtanu przyprowadzić, żeby w iednéy liczbie, w obu ſtóſunkach wyrażona bydź mogła; co ſię łatwo uczynić daie, dwa wyrazy piérwſzego ſtóſunku mnożąc przez 7, a dwa wyrazy drugiego, przez 5, co niеodmiènia ſtóſunków. Natenczas mocności, piérwſzéy, drugiéy, i trzeciéy części woyſka, będą między ſobą proporcyonalne tak, iak liczby: 35, 28, i 15.

Rzecz więc idzie, o rozdzielenie 156, na trzy części, proporcyonalne liczbóm 35, 28 i 15, co ſię wykona ſpoſobém w piérwſzym przykładzie danym, podług którego, wypadnie naſtępuiący podział 70, 56, i 30.

O Progreſſyach arytmetycznych.

188. Progreſſya arytmetyczna, ieſt ciągły rzęd wyrazów, z ktòrych każdy przewyżſza, albo ieſt przewyżſzony, od tego co go poprzédza, tąż ſamą ilością.

Np. rzęd naſtępuiący.

÷ 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37. i. t. d.

Jeſt progreſſya arytmetyczna, ponieważ każdy wyráz, przewyżſza ſwego poprzèdnika tąż ſamą ilością, która tu ieſt 3.

Dwie kropki liniiką przedzielone, ktòre na początku progreſſyi widziéć daią ſię, znaczą, że w wymawianiu progreſſyi, każdy wyráz powtarzać trzeba, oprócz piérwſzego i oſtatniego, iako to: 1, ma ſię do 4, iak 4 do 7, iak 7 do 10, i. t. d.

Progreſſya nazywa ſię *roſnąca* (creſcens), albo *ubywaiąca* (decreſcens), gdy wyrazy co ráz powiękſzaią ſię, lub umniéyſzaią; lecz iako obydwóch ſą też ſame własności, odmiéniwſzy tylko słowa, *więcéy* w *mniéy*, albo *dodanie* w *odéymówanie*, przeto uważać ią tu tylko będziémy iako roſnącą.

189. Z definicyi więc progreſſyi arytmetycznéy, pokazuie ſię iaśnie, że maiąc piérwſzy wyráz, i różnicę powſzechną, czyli ſtóſunek progreſſyi; wſzyſtkie inne wyrazy dadzą ſię złożyć, ten ſtóſunek przydawaiąc koléyno, a zatém:

Drugi wyráz, ieſt złożony z piérwſzego, więcéy ſtòſunek.

Trzeci, złożony z drugiego, więcéy ſtóſunek; a zatém z piérwſzego wyrazu, i podwóynego ſtóſunku.

Czwarty, złożony z trzeciego, więcéy ſtòſunek; a zatém z piérwſzego, więcéy, potróyny ſtòſunek, i. t. d.

190. Stąd w powſzechności powiedziéć można; *Że bądź ktòrykolwiek wyráz progreſſyi arytmetycznéy, ieſt złożony z piérwſzego, więcéy ſtòſunek tyle razy powtórzony, ile wyrazòw przed nim znayduie ſię.*

191. Przeto, ieżeli piérwſzym wyrazém ieſt zero, każdy inny wyráz progreſſyi, będzie w ſobie zawiérał ſtòſunek, tyle razy, ile wyrazòw przed nim znayduie ſię.

192. Ten fundament, może miéć dwa naſtępuiące użycia:

1ód. Służy do wynaleziénia, bądź ktòregokolwiek wyrazu progreſſyi, bez wyrachówania poprzédzaiących: gdyby *np.* po-

potrzeba było wynaléśdź 100*tny* wyráz, następuiącéy progreſſyi.

$\div$ 4. 9. 14. 19. 24. i. t. d.

Ponieważ żądany wyráz, ma bydź wyráz ſetny, ma więc 99 wyrazów przed ſobą; a będąc złożony z piérwſzego wyrazu 4; i ż ſtòſunku 5, powtórzonego 99 razy; będzie zatém 4, więcéy 495; to ieſt 499.

193. 2re. Tenże ſam fundament ſłuży ieſzcze, do związania, dwòch iakichkolwiek liczb, rzędém złożonym z tylu liczb, ile ſię podoba, tak *że* wſzyſtkie, ſkładać będą progreſſyą arytmetyczną; co ſię nazywa, *wciſnąć* między dwie zadane liczby, wiele *śrzodków proporcyonalnych arytmetycznych*, albo proſto, wiele *śrzodków arytmetycznych*.

Np. można związać 1, i 7, przez 5 liczb, które z liczbą 1, i 7, ſkładać będą progreſſyą arytmetyczną; liczby takowe ſą: 2, 3, 4, 5, 6; lecz ponieważ, niezawſze z piérwſzego weyźrzenia pomiarkówać ſię daie, które powinny bydź te liczby, przy pomocy wyżéy założonego fundamentu, wynaléśdź ie można zawſze, naſtępuiącym ſpoſobém.

W tym razie niepotrzeba więcéy, tylko znaléśdź ſtòſunek, ktòry ma w téy progreſſyi panować.

A

A ponieważ, większa z tych dwòch liczba, ma bydź oſtatnim wyrazém progreſſyi, powinna zatém bydź złożona z piérwſzéy, to ieſt z mniéyſzéy z tych liczb, więcéy ſtòſunek tyle razy wzięty, ile wyrazòw przed nią znayduie ſię; przeto, odiąwſzy od większéy z tych dwòch liczb, mniéyſzą, reſzta powinna bydź złożona, z ſtòſunku tyle razy powtórzonego, ile ma bydź wyrazów, przed większą liczbą; to ieſt że ta reſzta, ieſt mnogością wynikaiącą z rozmnożenia tego ſtóſunku, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących większą liczbę; a zatém (67) rozdzieliwſzy tę reſztę, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących większą liczbę, z wielorazu wypadnie ſtòſunek panuiący.

A że liczba wyrazòw, poprzédzaiących wyráz większy, ieſt o iednę iedność większa, od liczby wyrazòw śrzodkowych, ktòre wciſnąć potrzeba, między obydwa; przeto *chcąc między dwie zadane liczby, tyle ile ſię podoba wciſnąć śrzodków arytmetycznych, trzeba odciągnąć mnieyſzą z tych dwóch liczb, od większéy, a reſztę rozdzielić przez liczbę śrzodków, pomnożonych iedną iednością.*

Np.

Np. gdyby między 4 i 11, potrzeba było wciſnąć 8 śrzodków arytmetycznych; odciągam 4 od 11, zoſtaie mi 7, które rozdziélam przez 9, to ieſt przez liczbę śrzodków, pomnożoną o iednę iedność; wieloráz $\frac{7}{9}$, ieſt różnicą która w téy progreſſyi panować będzie, iako to

$$\div\ 4.\ 4\tfrac{7}{9}.\ 5\tfrac{3}{9}.\ 6\tfrac{3}{9}.\ 7\tfrac{1}{9}.\ 7\tfrac{8}{9}.\ 8\tfrac{6}{9}.\ 9\tfrac{4}{9}.\ 10\tfrac{2}{9}.\ 11.$$

Podobnież gdyby było zadano, znaléśdź dziewięć śrzodków arytmetycznych między 0, i 1; odiąwſzy 0, od 1, zoſtaie ſię 1; który rozdzielić trzeba przez 10, to ieſt przez liczbę śrzodków pomnożonych iednością; co daie $\frac{1}{10}$ albo 0,1 na różnicę, a zatém progreſſya wypadnie $\div$ 0. 0,1. 0,2. 0,3. 0,4. 0,5. 0,6. 0,7. 0,8. 0,9. 1.

194. Stąd widziéć można, że między dwiema liczbami, choćby między ſobą naybliżſzémi, można zawſze, tyle ile ſię podoba, wciſnąć śrzodków arytmetycznych.

Więcéy o Progreſſyach arytmetycznych nic niepowiémy; bo tylko dla Logarytmów o których niżéy, tu o nich wſpomnieliśmy; w inſzém miéyſcu znaydziémy okazyą powrócić do nich.

O Progreſſyach Jeometrycznych.

195. Progreſſya Jeometryczna, ieſt ciągły rzęd wyrazów, z których każdy zawiéra w ſobie poprzédzaiącégo, albo w nim ieſt zawarty, równą liczbę razy; *np.*

$$\because\ 3:6:12:24:48:96:192.$$

ieſt progreſſya jeometryczna; każdy albowiém wyráz, ſwego poprzédzaiącego, równą liczbę razy w ſobie zawiéra, to ieſt 2.

Takowa liczba razy, nazywa ſię ſtóſunkiém progreſſyi.

Cztéry kropki tę progreſſyą poprzédzaiące, toż ſamo znaczenie maią, co dwie kropki przed progreſſyą arytmetyczną położone. (188).

Progreſſya nazywa ſię *roſnąca*, albo *ubywaiąca*; gdy wyrazy co ráz powiękſzaią ſię lub umniéyſzaią.

Progreſſyą jeometryczną uważać będziémy zawſze, iako roſnącą; ponieważ właſności obydwóch ſą iednakowe, przeméniwſzy tylko ſłowo *mnożyć* w ſłowo *dzielić*, albo *zawiérać*, w ſłowo *bydź zawartym*.

Ponieważ drugi wyráz, zawiéra w ſobie piérwſzy, tyle razy, ile w ſtóſunku znayduie ſię iedności; więc ieſt złożony z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek.

Ponieważ trzeci wyráz, zawiéra w ſobie drugi, tyle razy, ile ieſt iedności w ſtóſunku, więc ieſt złożony z drugie-

go,

go, rozmnożonego przez ſtóſunek, a zatém, z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek, i ieſzcze ráz rozmnożonego przez ſtòſunék; to ieſt z piérwſzego, rozmnożonego, przez kwadrat, albo drugi ſtopién ſtòſunku.

Ponieważ cztwarty wyráz, zawiéra w ſobie trzeci, tyle razy, ile w ſtòſunku znayduie ſię iednościòw, ieſt więc złożony z trzeciego, rozmnożonego przez ſtóſunek, a zatém z piérwſzego, rozmnożonego przez kwadrat ſtóſunku, i ieſzcze ráz rozmnożonego przez ſtóſunek; to ieſt, rozmnożonego przez ſześcian, albo trzeci ſtopién ſtòſunku.

Np. w *progreſſyi wyżéy położonéy*, wyráz 6, ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez ſtóſunek 2; wyráz 12; ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez kwadrat 4, ſtóſunku 2; wyráz 24 ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez ſześcian 8, ſtóſunku 2.

196. W podobnym rozumówaniu daléy poſtępuiąc, widziéć daie ſię, *że wyráz bądź którykolwiek progreſſyi jeometryczněy, ieſt złożony z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek wynieſiony do ſtopnia, oznaczonego przez liczbę wyrazów*

zów, które poprzedzaią takowy którykolwiek wyráz.

Zatém idzie, że ieżeli piérwſzym wyrazém progreſſyi, ieſt iedność; każdy inny wyráz, będzie złożony, z ſamego ſtóſunku, wynieſionego do ſtopnia, oznaczonego przez liczbę wyrazów, które go poprzédzaią; bo mnożenie przez piérwſzy wyráz, który ieſt iednością, niepomnaża mnogości.

Chcąc wynieść iakową liczbę do ſtopnia któregokolwiek, *np.* do ſiódmego; podług tego, cośmy o tém wyżéy powiedzieli, trzeba tę liczbę rozmnożyć przez ſiebie, ſześć razy, ráz po ráz; tak, chcąc wynieść 2 do ſiódmego ſtopnia; mówię 2 razy 2, ſą 4; 2 razy 4, ſą 8; 2 razy 8, ſą 16; 2 razy 16, ſą 32; 2 razy 32, ſą 64; 2 razy 64, ſą 128; którato liczba, będzie ſiódmym ſtopniém liczby 2; lecz takowe działanie można ſkrócić różnèmi ſpoſobami; *np.* mogę zaráz kwadrować 2, co mi uczyni 4; podnieść do ſześcianu te 4, co mi da 64; i naoſtatek rozmnożyć przez 2, przez co mièć będę 128; albo téż mogę podnieść do ſześcianu 2, uczyni mi 8; kwadrować 8, uczyni mi 64; rozmnożywſzy 64 przez 2, wypadnie podobnież 128; ſłowém, mało na tém zależy iakim odprawi ſię to porządkièm, byleby 2 znaydòwały ſię bydź czynnikiém w mnogości, ſiedm razy.

197. Fundament dopiéro podany (196), do złożenia któregokolwiek wyrazu progreſſyi, i uwaga którąśmy dopié-

piéro uczynili, ſłużyć nam mogą, do wyrachówania, ktòregokolwiek zechcemy wyrazu progreſſyi, bez rachòwania poprzédzaiących.

Gdyby *np.* zadano było wyrachówać, iakiby był dwunaſty wyráz naſtępuiącéy progreſſyi

∺ 3:6:12:24 i. t. d.

Ponieważ wièm (196), że dwunaſty wyráz, powinien bydź złożony z pièrwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek, wynieſiony do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazów, dwunaſty wyráz poprzédzaiących; przeto widzę, że chcąc go złożyć, trzeba mi rozmnożyć 3, przez iedynaſty ſtopiéń ſtóſunkn 2; żebym ten iedynaſty ſtopiéń wynalázł, podnoſzę do ſześcianu 2, co mi daie 8 podnoſzę do ſześcianu te 8, i mam 512; to ieſt, dziewiąty ſtopiéń ſtóſunku: naoſtatek ten dziewięty ſtopiéń 512, rozmnażam przez 4, to ieſt, przez drugi ſtopiéń, i mam 2048, to ieſt iedynaſty ſtopiéń ſtóſunkn 2: mnożę więc 2048 przez 3, i wypadnie mi na dwunaſty wyráz progreſſyi 6144.

198. Drugie użycie tego fundamentu ieſt, że między dwiema zadanémi liczbami, można wynaléśdź tyle, ile ſię podoba ſrzodkòw proporcyonalnych. Gdyby zadano było wynaléśdź trzy ſrzodki jeometryczne, między 4, i 64; zaſtanowiwſzy ſię nad tém cokolwiek, widzieć można, że takowe ſrzodki jeometryczne byłyby 8, 16, 32, iakoż ∺ 4:8:16:32:64 czynią progreſſyą jeometryczną; lecz gdyby inſze liczby albo inſza liczba ſrzodkòw jeometrycznych zadane były, nietak łatwo dałyby ſię poſtrzédz.

Przeto, podług wyżéy założonych uwag, dadzą ſię wynaléśdź naſtępuiącym ſpoſobém.

Cała rzecz idzie, o wynaleziénie ſtòſunku, który ma w progreſſyi panować; bo ten znalazłſzy, koléynémi mnożeniami przez ten ſtòſunek, łatwo będzie złożyć wſzyſtkie wyrazy.

Niechay będzie *np.* zadano, żeby wynaléśdź dziewięc ſrzodkòw jeometrycznych między 2, i 2048.

Więc 2048, będą oſtatnim wyrazém progreſſyi jeometrycznéy, ktòra między piérwſzym i oſtatnim, ma miéć 9 wyrazòw; a zatém wyráz 2048, ieſt złożony, z piérwſzego wyrazu 2, rozmnożonego przez ſtòſunek, wynieſiony do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazòw, poprzédzaiących wyráz 2048; przeto (67), rozdzieliwſzy 2048 przez piérwſzy wyráz, wieloráz będzie ſtòſunkiém, wynieſionym do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących wyráz 2048; a zatém wynalazłſzy pièrwiaſtek tego ſtopnia, będzie i ſtòſunek progreſſyi wynaleziony: widzieć ieſt w tym

tym razie, że ten ſtopień powinien bydź dzieſiąty; bo ponieważ między 2 i 2048, dziewięć wyrazów ma znaydówać ſię, idzie zatém że ich przed wyrazém 2048, dzieſięć będzie; trzeba więc z wieloraẑu, który wypadnie po rozdzieleniu liczby 2048 przez 2, wyciągnąć dzieſiąty, czyli dzieſiątego ſtopnia piérwiaſtek.

199. Ponieważ w każdym innym razie, tegoż ſamego użyć można rozumòwania; wnieśmy więc w powſzechności, *że między dwie liczby zadane, chcąc wciſnąć tyle ile ſię podoba śrzodków jeometrycznych, trzeba rozdzielić więkſzy wyráz przez mniéyſzy, a z wieloraẑu, wyciągnąć piérwiaſtek tego ſtopnia, który oznacza liczba śrzodkòw, pomnożona o iednę iedność.*

Tak, do naſzego przykładu nazád wracaiąc, dzielę 2048 przez 2, co mi daie wieloráz 1024, tego wielorazu ſzukam dzieſiątego pièrwiaſtka,* który ieſt 2; zatém i ſtóſunkièm progreſſyi ſą 2; chcąc teráz złożyć śrzodki żądane, mnożę piérwſzy wyráz 2, przez koléyne ſtopnie ſtóſunku 2; tym ſpoſobém złożywſzy dziéwięć śrzodków, wpadam nakoniec na liczbę 2048 iak naſtępuie:

∺

* *Niepodaliśmy ſpoſobu wyciągniénia z liczby, dzieſiątego piérwiaſtka, z nim tak ſię ma, iak z kwadratowym lub ſześciénnym: piérwiaſtek kwadratowy niepowinién mieć tylko iednę cyſrę, gdy liczba*

∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048.

Podobnież, gdyby zadano było wynalèśdź cztèry śrzodki jeometryczne, między 6, i 48; rozdziélam 48 przez 6, i z wielorázu 8, wyciągam piérwiaſtek piąty; iako 8 nièmoże miéć pierwiaſtka piątego zupełnego, tak między 6 i 48, w liczbach niémożna naznaczyć doſkonałych cztèrech śrzodków jeometrycznych, lecz do tego piérwiaſtka, można ſię przybliżyć tak bliſko iak ſię podoba, ſpoſobém podobnym temu, któryśmy do piérwiaſtka kwadratowego i ſześciénnego opiſali, a który w Algebrze damy.

Tym czaſèm, doſyć ieſt natém żeby to poiąć, iż ſię może znaydówać liczba, która cztèry razy rozmnożona przez ſiebie, zbliża ſię co ráz bardziéy do oddania nazad 8*u*, i że toż ſamo o każdéy innéy liczbie, i każdym innym piérwiaſtku, rozumiéć trzeba; ſtąd wniéśmy, że między dwiema liczbami iakièmikolwiek, można zawſze tyle, ile ſię podoba wynalèśdź śrzodków jeometrycznych, bądźto doſkonałych, bądźto wziętych przez przybliżenia, pociągnione do takiego ſtopnia, iak zechcémy. To iuż mamy wſzyſtko, czego nam potrzeba było, żebyśmy do Logárytmów przyſtąpić mogli.

zadana niéma więcéy nad 2 cyfry; piérwiaſtek ſześciénny iednę tylko powinien mieć cyſrę, gdy liczba zadana, niezawiéra w ſobie więcéy nad trzy cyfry; podobnież piérwiaſtek dzieſiąty, niebędzie miál więcéy iak iednę cyſrę, gdy liczba zadana niebędzie miała więcéy nad 10; *toż ſamo i o innych piérwiaſtkach rozumiéć trzeba; trzydzieſty np. iednę tylko cyſrę mieć będzie, gdy liczba zadana,* 30 *cyfer nieprzechodzi; działania takowe, podobnymże ſpoſobém, iak z piérwiaſtkiem kwadratowym i ześciénnym uczyniło ſię, możnaby okazać. Lecz to iaśniéy w Algebrze zobaczymy.*

O Logarytmach.

200. *Logarytmy* ſą liczby w progreſſyi arytmetycznéy, odpowiadaiące każdému wyrazowi, rownegóż rzędu liczb, w progreſſyi jeometrycznéy położonych; maiąc *np.* progreſſyą jeometryczną i arytmetyczną naſtępuiące.

∺ 2:4:8:16:32:64:128:256: i. t. d.
÷ 3.5.7. 9.11.13. 15. 17. i. t. d.

Każdy wyráz niżſzego rzędu, nazywa ſię Logarytmém wyrazu, który na podobnymże miéyſcu w wyżſzym rzędzie ieſt położony.

201. Przeto, taż ſama liczba, może miéć nieſkończoną liczbę różnych logarytmów, ponieważ téyże ſaméy progreſſyi jeometrycznéy, niéſkończona liczba rożnych progreſſyów arytmetycznych odpowiadać może.

Ponieważ tu logarytmów uważać inaczéy niemyſlimy, tylko ile ſłużą do użycia w liczebnych rachunkach, przeto zaſtanawiać ſię niebędziémy, nad uważaniém różnych progreſſyów jeometrycznych i arytmetycznych, które do ſiebie mogłyby bydź przyſtóſowane; przyſtąpiémy proſto do tych progreſſyów, które obrano do złożenia tablic logarytmowych zwyczaynych.

202.

202. Za progreſſyą jeometryczną wzięto progreſſyą dzieſiątną; za progreſſyą zaś arytmetyczną, wzięto liczby, w porządku naturalnym idące; to ieſt, dwie naſtępuiące progreſſye.

∺ 1:10:100:1000:10000:100000:1000000: i. t. d.
÷ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. i. t. d.

A tak, zawſze łatwo będzie rozeznać, iaki ieſt logarytm liczby wyrażonéy przez iedność, po któréy naſtępuie tyle zerów ile ſię podoba. Logarytm takowy, zawiéra w ſobie zawſze tyle iedności, ile naſtępuie zerów, po iedności, odpowiadaiącego mu wyrazu.

203. Co ſię tyczé logarytmów należących do liczb pośrzednich, między wyrazami progreſſyi dzieſiątnéy, gdyby na nie niebyło innego ſpoſobu, iak przez ſamę arytmetykę, możnaby ie znaléśdź iak naſtępuie.

204. Po zrozumianéy definicyi logarytmów, rzecz iaſna, że chcąc miéć logarytm ktoréykolwiek liczby, *np.* *3ech*; trżeba żeby ta liczba mogła ſkładać część progreſſyi jeometrycznéy fundamentalnéy. A lubo 3, bydź niémogą częścią progreſſyi jeometrycznéy ∺ 1:10:100, i. t. d. przecięż daie ſię poiąć,

 że

że gdyby między 1, i 10, wcisnąć znaczną liczbę srzodków jeometrycznych (199); ponieważ w tym razie, od 1, do 10, postępowałoby się tém ściśléyszémi stopniami, im liczba takowych srzodków byłaby większa; przeto iedna z tych dwòch rzeczy trafićby się musiała: to iest, że albo ieden ktòry z tych srzodków, byłby właśnie liczbą 3, albo przynaymniéy znalazłyby się dwie liczby iedna po drugiéy, między ktòrémiby liczba 3 była umieszczona, i z ktòrych każda tém mniéy od 3 różniłaby się, imby większa liczba była srzodków wcisnionych.

To założywszy; gdyby podobnież między 0, i 1, wcisnąć tyle srzodków arytmetycznych, ile się wcisnęło srzodków jeometrycznych między 1, i 10, każdy wyráz progressyi jeometryczney, maiąc za logarytm swòy, wyráz odpowiadaiący w progressyi arytmetyczney, można by wziąść w dopiéro wymienionéy progressyi arytmetyczney, za logarytm *3ech*, liczbę, ktòraby znaydòwała się w podobném miéyscu, iak się znayduie liczba 3, w progressyi jeometryczney; albo gdyby 3, niebyły doskonałym wyrazém progressyi jeometryczney, możnaby wziąść w progressyi arytmetyczney, ten

ten wyráz, ktòryby odpowiadáł wyrazowi w progressyi jeometryczney, liczbie 3, naybliższému.

I tymto sposobém w rzeczy saméy, gdyby niebyło innych srzodkòw, iak które Arytmetyka podaie, możnaby logarytmy wynaléśdź. Bądź co chce, to iest pewna, że się na tém gruntuie logarytmòw wyrachòwanie.

205. Trzeba sobie więc w myśli wystawić, że między 1, i 10, wcisnąwszy 10000000 srzodków jeometrycznych, podobną ich liczbę między 10, i 100, podobnąż między 100, i 1000 i. t. d. takaż także liczba srzodków arytmetycznych między 0, i 1, między 1, i 2, między 2, i 3, i. t. d. wcisnięta była; że piérwsze wszystkie w iednym rzędzie napisawszy, a drugie także wszystkie, tymże porządkiém pod niémi; szukano w górnym rzędzie liczby, naybardziéy do 3 przybliżaiącéy się, i odpowiadaiącą iéy na dole liczbę, wzięto za logarytm trzech; podobnież w górnym rzędzie szukano liczby naybardziéy przybliżaiącéy się do 2; i odpowiadaiącą iéy liczbę z rzędu dolnego, wzięto za logarytm *2òch*; że toż samo na liczby 4, 5, 6, i. t. d. uczyniono; naostatek przeniosłszy w iednę kolumnę, iak w następu-

puiącéy tablicy zobaczyć można, liczby 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. w kolumnie pobocznéy przypiſano, wyrazy progreſſyi arytmetycznéy, ktòre znalazły ſię bydź im odpowiadaiące, albo przynaymniéy naybardziéy do nich przybliżaiące ſię; ſtąd poiąć można ułożenie logarytmòw, i porządek ich, iaki ſię znayduie w poſpolitych tablicach.

TABLICA Logarytmòw, liczb naturalnych od 1° aż do 200.

Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy
0	nieſk.prz:	24	1,380211	48	1,681241
1	0,000000	25	1,397940	49	1,690196
2	0,301030	26	1,414973	50	1,698970
3	0,477121	27	1,431364	51	1,707570
4	0,602060	28	1,447158	52	1,716003
5	0,698970	29	1,462398	53	1,724276
6	0,778151	30	1,477121	54	1,732394
7	0,845098	31	1,491362	55	1,740363
8	0,903090	32	1,505150	56	1,748188
9	0,954243	33	1,518514	57	1,755875
10	1,000000	34	1,531479	58	1,763428
11	1,041393	35	1,544068	59	1,770852
12	1,079181	36	1,556303	60	1,778151
13	1,113943	37	1,568202	61	1,785330
14	1,146128	38	1,579784	62	1,792392
15	1,176091	39	1,591065	63	1,799341
16	1,204120	40	1,602060	64	1,806180
17	1,230449	41	1,612784	65	1,812913
18	1,255273	42	1,623249	66	1,819544
19	1,278754	43	1,633468	67	1,826075
20	1,301030	44	1,643453	68	1,832509
21	1,322219	45	1,653213	69	1,838849
22	1,342423	46	1,662758	70	1,845098
23	1,361728	47	1,672098	71	1,851258

Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy
72	1,857332	115	2,060698	158	2,198657
73	1,863323	116	2,064458	159	2,201397
74	1,869232	117	2,068186	160	2,204120
75	1,875061	118	2,071882	161	2,206826
76	1,880814	119	2,075547	162	2,209515
77	1,886491	120	2,079181	163	2,212188
78	1,892095	121	2,082785	164	2,214844
79	1,897627	122	2,086360	165	2,217484
80	1,903090	123	2,089905	166	2,220108
81	1,908485	124	2,093422	167	2,222716
82	1,913814	125	2,096910	168	2,225309
83	1,919078	126	2,100371	169	2,227887
84	1,924279	127	2,103804	170	2,230449
85	1,929419	128	2,107210	171	2,232996
86	1,934498	129	2,110590	172	2,235528
87	1,939519	130	2,113943	173	2,238046
88	1,944483	131	2,117271	174	2,240549
89	1,949390	132	2,120574	175	2,243038
90	1,954243	133	2,123852	176	2,245513
91	1,959041	134	2,127105	177	2,247973
92	1,963788	135	2,130334	178	2,250420
93	1,968483	136	2,133539	179	2,252853
94	1,973128	137	2,136721	180	2,255273
95	1,977724	138	2,139879	181	2,257679
96	1,982271	139	2,143015	182	2,260071
97	1,986772	140	2,146128	183	2,262451
98	1,991226	141	2,149219	194	2,264818
99	1,995635	142	2,152288	185	2,267172
100	2,000000	143	2,155336	186	2,269513
101	2,004321	144	2,158362	187	2,271842
102	2,008600	145	2,161368	188	2,274158
103	2,012837	146	2,164353	189	2,276462
104	2,017033	147	2,167317	190	2,278754
105	2,021189	148	2,170262	191	2,281033
106	2,025306	149	2,173186	192	2,283301
107	2,029384	150	2,176091	193	2,285557
108	2,033424	151	2,178977	194	2,287802
109	2,037426	152	2,181844	195	2,290035
110	2,041393	153	2,184691	196	2,292256
111	2,045323	154	2,187521	197	2,294466
112	2,049218	155	2,190332	198	2,296665
113	2,053078	156	2,193125	199	2,298853
114	2,056905	157	2,195900	200	2,301030

206. Uważmy względêm tablic logarytmowych, że piérwſza cyfra każdego logarytmu, nazywa ſię *Cécha* (chara-

ċteriſtica); albowiém z téy cyfry dochodzić można, w którym dzieſiątku zawiéra ſię liczba, do którey ten logarytm należy. *Np.* ieżeli liczba iakowa ma cechę 3, zaráz wiém że należy do tyſiąców, bo logarytm 1000*ca* ieſt 3; a iako logarytm 10000*y* ieſt 4, tak każda liczba od 1000*ca* aż do 10000, niémoże mieć logarytmu tylko 3 i ułamek; ma więc za cechę 3, a drugie cyfry wyrażaią ułamek obrócony na dzieſiątne.

Własności Logarytmów.

Własności logarytmów, o których tu mówić będziémy, ſą po większéy części, właściwe takiému ułożeniu logarytmów, w którém progreſſya jeometryczna fundamentalna, poczyna ſię od iedności, a progreſſya, arytmetyczna od zero. Użycia ich, które ſtąd wnieſiémy, niebyłyby, też ſame, gdyby obie progreſſye, albo iedna z nich tylko, inaczéy ſię zaczynała: lecz to nienależy do zamyſłu naſzego.

207. Przyſtóſuymy więc progreſſyą jeometryczną którąkolwiek, lecz żeby iéy piérwſzym wyrazém była iedność, do progreſſyi arytmetycznéy, także iakiéy

kiéykolwiek, lecz żeby iéy piérwſzym wyrazém było zero.

Np. naſtępuiące dwie progreſſye:

$\div\!\div$ 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187 : 6561 : i. t. d.

$\div$ 0 . 4 . 8 . 12 . 16 . 20 . 24 . 28 . 32 . i. t. d.

Z natury i doſkonałéy wzaiémności, tych dwóch progreſſyów, pochodzi, że ile razy w piérwſzéy, ſtóſunek muſiał bydź czynnikiém do złożenia którégokolwiek wyrazu téy progreſſyi, tyle razy ſtóſunek drugiéy progreſſyi, muſiał bydź dodany, do złożenia wyrazu w tey progreſſyi, odpowiadaiącego progreſſyi jeometrycznéy; *np.* w wyrazie 2187, ſtóſunek 3, ieſt czynnikiém 7 razy, i w wyrazie 28, ſtóſunek 4, zawiéra ſię także 7 razy.

Jakóż, podług tego co ſię powiedziało (190 i 196), ſtóſunek ieſt czynnikiém w którymkolwiek wyrazie progreſſyi piérwſzéy, tyle razy, ile wyrazów przed nim znayduie ſię; w drugiéy zaś, wyráz którykolwiek, ſkłada ſię z ſtóſunku tyle razy wziętego, ile wyrazów ieſt przed nim. A że z obu ſtron ieſt równa liczba wyrazów; więc t. d.

Wnieśmy ſtąd, że którykolwiek bądź wyráz progreſſyi jeometrycznéy, będzie mieć zawſze w progreſſyi arytmetycznéy wyráz odpowiadaiący, który w ſobie zawierać będzie ſtóſunek tyle razy, ile razy, ſtóſunek progreſſyi jeometrycznéy, ieſt czynnikiém w wyrazie progreſſyi ſwoiéy.

208. A zatém, *Gdy dwa wyrazy progreſſyi jeometrycznéy rozmnożone będą*

dą ieden przez drugi, i oráz dwa wyrazy odpowiadaiące progreſſyi arytmetyczney gdy będą dodane ieden z drugim, takowa mnogość i ſumma, w tych progreſſyach będą ſobie odpowiadać.

Albowiém mnogość, będzie złożona z ſtòſunku, będącego tyle razy czynnikiém, ile razy mieści ſię, tak w iednym wyrazie rozmnożonym, iak w drugim; a ſumma dwòch wyrazòw dodanych, będzie złożona z ſtóſunku progreſſyi arytmetyczney, dodanego tyle razy, ile razy mieści ſię, tak w iednym wyrazie dodanym, iak w drugim; a tak, ponieważ ſą wzięte dwa wyrazy odpowiadaiące ſobie w obu progreſſyach, mnogość i ſumma, muſzą ſobie także wzaiemnie odpowiadać.

209. Zatém, przez dodanie dwòch wyrazów progreſſyi arytmetyczney, można dóyśdź mnogości wyrazòw odpowiadaiących, w progreſſyi jeometryczney, rozumieiąc że obie progreſſye ſą doſtatecznie przedłużone.

Np. dodawſzy dwa wyrazy 8 i 24, które odpowiadaią wyrazóm 9 i 729, mam 32, które znowu odpowiadaią wyrazowi 6561; ſkąd wnoſzę, że mnogość z 729 przez 9, ieſt 6561; iakóż tak ieſt w ſamey rzeczy.

210. Więc, ponieważ liczby naturalne ſkładaiące pierwſzą kolumnę wzwyż położoney tablicy, ſą wyciągnione z progreſſyi jeometryczney, zaczynaiącey ſię przez iedność, iako też ponieważ logarytmy ich, ſą wyrazami odpowiadaiącémi w progreſſyi arytmetyczney, poczynaiącey ſię przez zero; trzeba ſtąd wnieść, że *dodawſzy logarytmy dwóch liczb, wypadnie logarytm ich mnogości.*

Po tém, co ſię dotąd powiedziało, naſtępuiące użycia łatwo dadzą ſię poiąć,

Użycia Logarytmów.

211. Chcąc mnożyć przez logarytmy trzeba dodać logarytm mnożnego z logarytmém mnożnika, ſumma wypadłá, będzie logarytmém mnogości; przeto ſzukaiąc tey ſummy między logarytmami w tablicy, znaydzie ſię mnogość, obok położona.

Np. gdyby zadano było, rozmnożyć 14 przez 13. Znayduię w wyżey położoney tablicy że logarytm liczby 14 ieſt - - - 1,146128.
logarytm liczby 13 - - - 1,113943

Summa - 2,260071.

odpowiada w teyże tablicy liczbie 182, która ieſt w rzeczy ſamey mnogością, z 14*u* rozmnożonych przez 13.

212. Zeby ſkwadròwać iaką liczbę, doſyć ieſt logarytm iéy zdwoić; ponieważ, dla rozmnożenia liczby przez ſiebie ſamę, trzebaby dodać logarytm iéy z ſobą ſamym.

213. Na tymże fundamencie, chcąc podnieść do ſześcianu liczbę iakową, logarytm iéy potrzeba ſtroić; a powiedziawſzy w powſzechności, chcąc wynieść liczbę iakową, do iakiegokolwiek ſtopnia, trzeba wziąść tyle razy iéy logarytm, ile znayduie ſię iednościòw w liczbie, oznaczaiącéy ten ſtopiéń, to ieſt, rozmnożyć iéy logarytm przez liczbę, ktòra oznacza takowy ſtopiéń; *np.* żeby iaką liczbę wynieść do ſiódmego ſtopnia; trzeba logarytm iéy rozmnożyć przez 7.

214. A zatém chcąc wyciągnąć kwadratowy, ſześciénny, czwarty i. t. d. piérwiaſtek z liczby zadanéy; trzeba rozdzielić logarytm liczby takowéy, przez 2, 3, 4. i. t. d; to ieſt, w powſzechności mòwiąc, przez liczbę która oznacza ſtopiéń piérwiaſtka, iaki ma bydź wyciągniony.

Np. chcąc wynaléśdź piérwiaſtek kwadratowy liczby 144; znalazłſzy w tablicy logarytm téy liczby 2,158362, biorę iego połowę, 1,079181; ſzukam między logarytmami. w którém miéyſcu liczba 1,079181 znayduie ſię; widzę że odpowiada liczbie 12, a zatém 12 będą kwadratowym piérwiaſtkiém liczby 144.

Gdybym chciał mièć ſiódmy piérwiaſtek z liczby 128; ſzukam w tablicy, iéy logarytmu, i znayduię: 2,107210; biorę téy liczby ſiódmą część, albo ią dzielę przez 7; i patrzę, którèy liczbie, odpowiada wieloráz 0,301030; znayduię że odpowiada 2óm które ſą w rzeczy ſaméy ſiódmym piérwiaſtkiém liczby 128.

215. Chcąc wynaléśdź wieloráz, rozdzielonéy liczby iednéy przez drugą; trzeba odiąć logarytm dziélnika, od logarytmu dziélnego, zoſtaiącému logarytmowi, ſzukać w tablicy liczby odpowiadaiącéy; takowa, będzie żądanym wielorazém.

Np. chcąc rozdzielić 187 przez 17; ſzukam w tablicy, logarytmów tych dwóch liczb, i znayduię.

Logarytm liczby 187.	-	-	2,271842
Logarytm - 17	-	-	1,230449
		Różnica	- 1,041393.

która odpowiada w tablicy liczbie 11; zatém 11, ſą wielorazém żądanym.

Gdyby dzielenie niémogło bydź ſpełna odprawione, logarytm po odięciu reſztuiący, tylko po części byłby znaleziony w tablicy, lecz podamy potém ſpoſób, co w takowym razie czynić potrzeba.

Przy-

Przyczyna téy reguły, zaſadza ſię na tém, że iako wieloráz rozmnożony przez dziélnika, powinién nazád oddać dziélnego (68), tak logarytm wielorazu, dodany (210) do logarytmu dziélnika, powinién złożyć logarytm dziélnego; a zatém logarytm wielorazu, wárt tyle co logarytm dziélnego, mniéy logarytm dziélnika.

216. Po tém, cośmy dopiéro powiedzieli, łatwo widziéć ſię daie, że chcąc odprawić regułę trzech przez logarytmy; trzeba dodać logarytm drugiégo wyrazu, do logarytmu trzeciego, a od ſummy odiąć logarytm wyrazu piérwſzego.

217. Uważyć nam tu należy, że ſzukaiąc w tablicach poſpolitych logarytmu powſtaiącego z iakowych działań, zaſzłych z innémi logarytmami; ieżeli między ſzukanym logarytmém, a logarytmém w tablicach położonym, różnica niebędzie większa, nad iednę iedność oſtatniéy cyfry, różnicę takową za nic ſobie poczytać trzeba; logarytmy albowiém wſzyſtkich liczb pośrzednich, w progreſſyi dzieſiątnéy, nieſą tylko logarytmy przybliżone, prawie około o iednę połowę dzieſiątnéy, ſiódmego mieyſca, czyli dzieſięć milionowéy cząſtki.

O

O Liczbach, których Logarytmy nieznayduią ſię w Tablicy.

218. Ułamki, i cáłkowitki z ułamkami złączone, niémaią w tablicy ſwoich logarytmów, toż ſamo rozumiéć trzeba, o piérwiaſtkach kwadratowych, ſześciénnych, i. t. d. liczb, które nieſą doſkonałémi ſtopniami takowych piérwiaſtków. Gdyby potrzeba było znaléśdź, logarytm liczby całéy z ułamkiém złączonéy; trzeba naprzód wſzyſtko obrócić w ułamek, a potém odiąć logarytm mianowika, od logarytmu, nowo złożonego licznika.

Np. Chcąc miéć logarytm liczby $8\frac{3}{11}$; ſzukam logarytmu ułamka $\frac{91}{11}$, który znayduię, odéymuiąc logarytm 11ſtu, 1,041393, od logarytmu 91, 1,959041, reſzta pozoſtała 0,917648, ieſt logarytmém liczby $8\frac{3}{11}$; ponieważ $8\frac{3}{11}$, albo $\frac{91}{11}$ nieco innego ieſt, tylko 91, rozdzielone przez 11. (90).

219. Gdyby ułamek złączony z cáłkowitką, był dzieſiątnym ułamkiém; w tym razie, bez żadnego względu na kryſkę, która odłącza dzieſiątne w liczbie zadanéy, ſzukać potrzeba logarytmu takowéy liczby, który znalazłſzy, od céchy iego, odéymie ſię tyle iedności ów, ile cyfer dzieſiątnych, w zadanéy liczbie znaydówało ſię.

Np.

Np. Chcąc znaléśdź logarytm liczby 1,53; biorę logarytm liczby 153, który ieſt: 2,184691, lecz ponieważ ten logarytm, należy do liczby 100 razy większéy iak ieſt 1,53, przeto odéymuię od cèchy iego 2 iedności, które ſą logarytmém 100*u*, co (216) odpowiada rozdzieleniu przez 100, i mam 0,184691, to ieſt logarytm liczby 1,53.

220. Taż ſama przyczyna dowodzi, że chcąc miéć logarytm iakowego ułamka, trzeba podobnież odiąć logarytm mianowika, od logarytmu licznika; lecz ponieważ takowe odéymówanie nieda ſię uczynić, gdyż logarytm mianownika będzie więkſzy od logarytmu licznika; przeto przeciwnym ſpoſobém odiąć potrzeba będzie, logarytm licznika od logarytmu mianownika; reſzta która pokaże rożnicę, o wiele odéymowanie niémogło bydź uczynione, będzie logarytmém ułamka, dodawſzy takowéy reſzcie znak, oznaczaiący, że odéymowanie niebyło ſpełna zrobione. Znak takowy ieſt taki—, który wymawia ſię *mniéy*; tak logarytm ułamka $\frac{11}{91}$ będzie.

— 0,917648 *

221. Ten znak, ſłuży do przypomniénia w rachunkach, ze z logarytmami ułam-

* *Liczby przed którémi znak — ieſt położony, nazywaią ſię liczbami przéczącèmi (negativus). W Algebrze mówić o nich będziémy: tym czaſém oſtrzé-*

ułamków, w działaniach, wcale ſobie przeciwnie poſtąpić trzeba iak z logarytmami całkowitek, albo iak z logarytmami całkowitek z ułamkami złączonych; to ieſt, że ieżeliby trzeba mnożyć przez ułamek, to logarytm iego odiąć należy; maiąc zaś przeciwnie dzielić przez ułamek, to logarytm iego ma bydź dodany.

Co do mnożenia: przyczyna przepiſanego poſtępku na tém zawiſła, że mnożyć przez ułamek, ieſtto iedno, co rozmnożyć przez licznika, a rozdzielić przez mianowika; a zatém odprawuiąc działanie przez logarytmy, trzeba dodać logarytm licznika, a potém odiąć logarytm mianownika, albo co na iedno wychodzi, odiąć tylko, zbytek logarytmu mianownika nad logarytm licznika; więc ten zbytek ieſt właśnie logarytmém ułamka.

Co ſię tyczé dzielénia: przyczyna przepiſanego w téy miérze działania, niemniéy łatwo daie ſię poiąć; iakóż dzielić przez $\frac{3}{4}$ *np.* ieſt iedno (101) co rozmnożyć przez $\frac{4}{3}$, a zatém czyniąc to działanie przez logarytmy, trzeba dodać lo-

 ga-

gamy, że to byłoby, miéć fałſzywe ich wyobrażenie, ktoby ie poczytał za liczby mniéy wàrtuiące iak zero. Albowiém niémoże bydź nic mniéyſzego nad zero.

garytm liczby $\frac{4}{3}$, to ieſt różnicę między logarytmém 4ech, a logarytmém 3ech, albo między logarytmém mianownika zadanego ułamka, i logarytmém licznika iego.

222. Gdyby ułamek, którego logarytmu ſzuka ſię, był wyrażony w dzieſiątnych; natenczas takowego logarytmu ſzukać potrzeba, iak gdyby ułamek dzieſiątny zadany, niemiał kryſki, i odiąwſzy ten logarytm, od tylu iedności, ile było cyfer dzieſiątnych, pozoſtałéy reſzcie, trzeba dać znak —.

Np. Chcąc miéć logarytm liczby 0,03; ſzukam logarytmu liczby 3, który ieſt 0,477121; odéymuię go od 2, i reſzcie dodawſzy znak —, mam, —1,522879, albo logarytm liczby 0,03.

223. Może ſię trafić, iakóż ſię bardzo często przytrafia, że przemiéniwſzy w ieden ułamek, całkowitkę i ułamek, których logarytmu ſzuka ſię, licznik, granice tablic przechodzi.

Np. Szukaiąc logarytmu $53\frac{821}{5704}$; ta liczba przemiéniona w ułamek, uczyni $\frac{303133}{5704}$, którego licznik przechodzi granice nayobſzerniéyſzych tablic.

Należy więc wiedziéć, iakim ſpoſobém znaléśdź można w powſzechności, logarytm liczby, tablicę przewyżſzaiącéy. Spo-

Spoſòb ktòry podamy, nieieſt ściſły, lecz do użycia poſpolitego ieſt więcéy iak doſtateczny. Nim do opiſania go przyſtąpiémy, uważmy przodém.

224. 1ód. Ze dodaiąc 1, 2, 3, i. t. d. iednościów, do céchy logarytmu iakowéy liczby, ta liczba mnoży ſię przez 10, 100, 1000, i. t. d. ponieważ ieſt to dodać logarytm 10*u*, albo 100*u*, albo 1000*ca*, i. t. d. (202 i 211).

2re. Przeciwnym ſpoſobém, odiąć 1, 2, 3, i. t. d. iednościów, od céchy logarytmu, ieſt to rozdzielić liczbę odpowiadaiącą, przez 10, 100, 1000. i. t. d.

225. To założywſzy, niechay zadano będzie *np.* wynaléśdź logarytm liczby 357859.

Po prawéy ręce téy liczby, oddziélam kryſką tyle cyfer, ile potrzeba, żeby ſię reſzta mogła znaléśdź w tablicy *. W tym razie oddziélam *np.* dwie cyfry, co mi da 3578,59 to ieſt, liczbę ſto razy mnieyſzą, od zadanéy liczby 357859.

Szukam w tablicy, logarytmu liczby 3578, i znayduię 3,5536403; biorę oraz na boku tego logarytmu położoną różnicę ** 1214, między tym loga-

* *Rozumiémy tu poſpolite tablice logarytmów, które do 20000 albo do 10000 przynaymniéy idą. Tablice* Pa Rivard, *i* Xa de la Caille *ſą dobre i wygodne; a ieſzcze dokładniéyſze ſą* Pa Gardiner, *wydane z pomnożeniém w* Aweniionie R. 1770.

** *Te róznice znayduią ſię poſpolicie w tablicach, na boku ſamychże logarytmów.*

logarytmèm, a logarytmèm liczby 3579; to zrobiwſzy, układam naſtępuiącą regułę trzech: *Jeżeli różnica między dwiema liczbami* 3578 *i* 3579 *o iednę iedność, daie mi różnicę między ich logarytmami* 1214, *wiele mi da między dwiema liczbami* 3578,59 *i* 3578, *różnica* 0, 59? to ieſt, ſzukam czwartego wyrazu proporcyi, któraby ſię od tych trzech poczynała.

1 : 1214 : : 0,59

Takowy czwarty wyráz wypadnie 716,26, albo opuściwſzy dzieſiątne, proſto 716; dodaię więc 716 do logarytmu 3,5536403, który był logarytm liczby 3578, i mam 3,5537119; to ieſt, logarytm liczby 3578,59: teráz żeby mieć logarytm liczby 357859, nietrzeba więcéy tylko dodać dwie iedności. do céchy wynależionego logarytmu, i będzie żądany logarytm 5,5537119; liczba albowiém 357859, ieſt ſto razy większa, od liczby 3578,59.

Gdyby cyfry, które po prawéy ręce oddzielić potrzeba, były wſzyſtkie zera; znalazłſzy w tablicy logarytm części po lewéy ręce pozoſtałéy, nietrzeba więcéy nic czynić, tylko do céchy tyle iednościów dodać, ile zerów odłączyło ſię.

O Logarytmach, których liczby nieznayduią ſię w Tablicy.

226. Ta wiadomość niémniéy ieſt potrzebna, od poprzédzaiącéy. W dzieleniu *np.* rzadko trafia ſię, żeby wieloráz był liczbą całą; zatém czyniąc działanie przez logarytmy, w tablicy nieda ſię znaléśdź logarytm reſztuiący, chyba w ten czas, gdy wieloráz ieſt liczbą całą: i tyſiąc innych podobnych przypadków trafić ſię może.

227.

227. Niech nam zadano będzie znaléśdź, iakiéy liczbie odpowiada logarytm zadany, bądźto że przechodzi tablicę, bądź téż że wpada między dwa logarytmy w tablicy.

Od céchy, odiąć potrzeba tyle cyfer ile należy, ażeby znaléśdź można w tablicy, piérwſze cyfry logarytmu zadanego. Po tém przygotówaniu, ieżeli wſzyſtkie cyfry znayduią ſię w tablicy, liczba ſzukana, będzie taż ſama, która na boku w tablicach ieſt położona, lecz iéy na końcu tyle zerów przydać potrzeba, ile iednościów od céchy odięło ſię.

Np. logarytm 7,2273467 znayduie ſię w tablicy, odiąwſzy trzy iedności od céchy, i odpowiada liczbie 16879; wnoſzę więc ſtąd, że logarytm zadany 7,2273467 odpowiada liczbie 16879000.

Jeżeli w tablicy, tylko piérwſze cyfry logarytmu znayduią ſię, poſtąpić ſobie potrzeba, iak w naſtępuiącym przykładzie.

Zeby znaléśdź, do którey liczby należy logarytm 5,2432768, odéymuię od céchy dwie iedności; natenczas logarytm 3,2432768 wpada między logarytmy liczby 1750 i 1751, liczba więc, któréy ten logarytm odpowiada, ieſt 1750 i ułamek.

Zebym tego ułamka doſzedł, odcinam od mego logarytmu 3,2432768, logarytm liczby 1750, to ieſt 3,242768, i mieć będę różnicę 2388.

Biorę także w tablicy różnicę 2481, między logarytmém 1751 i 1750, potém układam regułę trzech naſtępuiącą.

Jeżeli 2481, *różnica między logarytmami* 1751 *a* 1750, *daie iednę iedność różnicy, między témi liczbami;*

Jaką róznicę dać powinna, różnica 2388, *między moim logarytmém, a logarytmém liczby* 1750?

Znayduię czwarty wyraz $\frac{2388}{2481}$; a tak logarytm 3,2432768, odpowiada liczbie $1750\frac{2388}{2481}$ około; a zatém logarytm zadany, należący do liczby sto razy większéy, będzie miał liczbę sobie odpowiadaiącą $175000\frac{238800}{2481}$, to iest $175096\frac{624}{2481}$; a na dziesiątne obróciwszy, odpowiadaiąca liczba wypadnie 175096,25.

228. Gdyby logarytm zadany, wpadał między logarytmy położone w tablicy, nietrzeba odéymować z céchy żadnéy iedności, a zatém i żadnych zerów na końcu działania dodawać; wreszcie tymże samym sposobém iak wyżéy, postąpić sobie będzie należało.

229. Lecz ponieważ proporcya któréy w tym sposobie używamy, nieiest (ściśle ią wziąwszy) doskonała * i nieprzybliża się do prawdy, tylko gdy liczby których szukamy są wielkie; przeto gdyby logarytm zadany był niższy, od logarytmu liczby 1500, dla większéy doskonałości, trzebaby do céchy dodać tyle iednościów, ile można żeby logarytm tablic nieprzeszedł; i znalazłszy liczbę w tablicy do odpowiadania naybliższą, po prawéy ręce iéy, odłączy się tyle cyfer kryską, ile iednościów do céchy dodało się, na czém przestać można nayczęściéy; lecz chcąc mieć więcéy dziesiątnych, trzeba ułożyć proporcyą iak wyżéy (227), i czwarty wyraz na dziesiątne obróciwszy, takowe przypisać, do dziesiątnych znalezionych w tablicy.

* *Ta proporcya iest wzięta, iak gdyby różnice logarytmów, były doskonale proporcyonalne, różnicom liczb; co nigdy doskonale nieprawdzi się, lecz w większych nieco liczbach, do doskonałości dosyć się przybliża; na czém można przestać, w użyciach pospolitych.*

Np. Gdyby zadano było, logarytm 0,5432725, iakiéy liczbie odpowiada? ponieważ ten logarytm, wpada między logarytmy *3ech* i *4ech*, a zatém liczba, do którey należy, iest daleko niższa od 1500; przeto przydawszy trzy iedności do iego céchy, szukam tego logarytmu, to iest logarytmu 3,5432725; znayduię że wpada między logarytmy 3493 i 3494, stąd wnoszę że liczba szukana, iest 3,493, z różnicą tylko, o iednę tysiączną około. Lecz ieżeli na takowym przybliżeniu się, ieszcze niedosyć; wezmę różnicę między moim logarytmém, i logarytmém liczby 3493, to iest 739; wezmę podobnież różnicę między logarytmami liczb, 3493 i 3494, i szukać będę, rozumuiąc iak wyżéy (227), czwartego wyrazu proporcyi, od następuiących trzech, poczynaiącéy się.

$$1243 : 1 :: 739$$

Ten czwarty wyraz obrócony na dziesiątne, uczyni 0,594; a zatém liczba żądana będzie 3,493594.

Wreszcie, takowe powtórne przybliżenie się, ma także swoie granice; ponieważ logarytmy tablic, niebędąc doskonałe około o pół iedności dziesiątnéy siódmego miéysca, różnice, tym maleńkim błędém są podobnież zarażone; lecz przybliżenie można zawsze pociągnąć bespiecznie aż na trzy dziesiątne:

ſiątne: wreſzcie, rzadko trafia ſię potrzeba, tak dalekiego przybliżenia; uwaga którąśmy tu podali, powinna niemnièy ſłużyć, w użyciach tèyże ſamèy proporcyi, wyżèy położonych (225 i 227).

230. Chcąc miéć ułamek, któremu odpowiada logarytm zadany *przèczący*; ten logarytm odiąć potrzeba, od 1, 2, 3, albo 4, i. t. d. iednościów, podług rozległości tablic; a znalazłſzy liczbę odpowiadaiącą pozoſtałemu logarytmowi, po prawèy ręce ièy oddzielić trzeba kryſką, tyle cyfer, od wielu iednościów, był odciągniony òw logarytm.

Np. Chcąc wynaléśdź iakièmu ułamkowi odpowiada logarytm — 1,5327325; odèymuię logarytm 1,5327325 od 4, i zoſtaie mi 2,4672675; który w tablicach, znayduie ſię między logarytmami liczb 293 i 294; wnoſzę ſtąd że ułamek żądany ieſt między 0,0293 i 0,0294; to ieſt, że ieſt 0,0293 przybliżony o iednę dzieſięćtyſiączną.

Wrzeczy ſamèy, odiąć od 4, logarytm zadany 1,5327325, ieſtto (221), rozmnożyć 10000 przez ułamek, do którego należy tenże zadany logarytm, albo co na iedno wychodzi, ieſtto rozmnożyć ten ułamek przez 10000; a zatèm liczba znaleziona, ieſt 10000 razy większa; trzeba ią więc, rachować za dzieſięćtyſiączne.

Tego wſzyſtkiego, cośmy dotąd mòwili, znaydziémy niżèy bardzo częſte użycia. Teráz nam doſyć na tém będzie, gdy podamy niektóre przykłady, które by

by nas przekonáły o użyteczności logarytmów, co do łatwości i prędkości w rachówaniu.

PRZYKŁAD I.

Mam ſzukać *np.* Wielorazu liczby 17954. rozdzielonèy przez 12836, przybliżonego aż o iednę tyſiączną.

Logarytm 17954 - - - 4, 2541612.
Logarytm 12836 - - - 4, 1084297.

Reſzta 0, 1457315.

Tèy reſzty ſzukaiąc w tablicach, z cèchą mocnièyſzą o 4 iedności, znayduię liczbę odpowiadaiącą 13987; a zatèm wieloráz żądany ieſt 1, 3987.

PRZYKŁAD II.

Zadano mi ieſt wyciągnąć pièrwiaſtek ſześciènny, przybliżony o iednę tyſiączną, z liczby 53.

Logarytm 53*ech* ieſt - - - 1, 7242759.
Trzecia część, albo tróyka iego (215) 0, 5747586.

Którèy ſzukaiąc w tablicy, z cèchą mocnièyſzą o 8 iedności; znayduię liczbę odpowiadaiącą 3756, a zatèm żądany pièrwiaſtek będzie 3, 756.

Zeby poznać użyteczność Logarytmów, nietrzeba tylko poſzukać takowego pièrwiaſtka podług podanego wyżèy ſpoſobu (146).

PRZYKŁAD III.

Niechay będzie zadano, rozmnożyć 4, 53 przez 0, 527.

(219) Logarytm 4, 53 - - - 0, 6560982.
(222) Logarytm 0, 527 - - - 0, 2781894.

więc (221) - - - - - - 0, 3779088.

który ieſt (227) logarytmèm liczby 2, 38731.
Wreſzcie, w tym i tym podobnych przykładach, nièma potzeby udawać ſię do reguł danych (219 i 222), do-

dosyć iest, dodać razém logarytmy dwóch liczb zadanych, iak gdyby dziesiątnych niebyło, a znalazłszy liczbę odpowiadaiącą, odłączyć (64) tyle dziesiątnych, ile ich było w obu czynnikach.

PRZYKŁAD IV.

Jest zadano, znaléśdź cztéry śrzódki proporcyonalne Jeometryczne, między liczbami $2\frac{2}{3}$ i $5\frac{3}{4}$.

Trzebaby podług (99) dla wynaleziénia stósunku progressyi, rozdzielić $5\frac{3}{4}$ przez $3\frac{2}{3}$, i z wielorazu wyciągnąć piąty piérwiastek.

Przez logarytmy, iest działanie prościeysze; szukam logarytmów liczb $5\frac{3}{4}$ albo $\frac{23}{4}$, i $2\frac{2}{3}$, albo $\frac{8}{3}$; Znayduię, 0,7596678 i 0,4259687. Odéymuię ten ostatni, od pierwszego (216), i reszty (215) biorę piątą część; która będzie, 0,0667398, to iest logarytm szukanego stósunku. Liczba, temu logarytmowi odpowiadaiąca iest 1,1661, przybliżona o iednę dziesięć tysiączną. A tak, chcąc mieć śrzodki proporcyonalne żądane, nietrzeba nic więcéy, tylko rozmnożyć piérwszy wyráz $2\frac{2}{3}$, przez 1,1661: a potém mnogość znowu przez 1,1661, i. t. d.

Lecz do prędkiego odprawiènia takowych mnożeń, ieszcze użyć można logarytmów; dosyć iest dodać koléyno wynaleziony logarytm stósunku, ráz, dwa, i t. d. wzięty, do logarytmu piérwszego wyrazu $2\frac{2}{3}$ także wynalezionego, wypadki będą następuiące.

		srzodki proporcyonalne odpowiadai:
Log: $2\frac{2}{3}$ -	0,4259687,	
więcèy log: stósunku	0,4927085.	3,109
więcèy 2 razy log: stósunku	0,5594483.	3,626
więcéy 3 razy log: stósunku	0,6261881.	4,228
więcéy 4 razy log: stósunku	0,6929279.	4,931

O

O Dopełniéniu arytmetyczném i użyciu onego.

231. Kiedy w działaniu czynionêm przez logarytmy, znayduią się logarytmy, które trzeba odéymować; przez następuiącą uwagę działanie uczynić można prościéyszém. Maiąc odéymować liczbę bądź iakąkolwiek, od drugiéy, ktòra iest iednością, po sobie tyle zerów maiącą, ile w pierwszéy cyfer znaydzie się; działanie wychodzi, na napisanie tylko różnicy między 9, i każdą cyfrą liczby zadanéy, oprócz ostatniéy, w któréy pisze się; różnica między 10, i ostatnią cyfrą.

Np. maiąc 526927, odiąć od 1000000; odéymuię koléyno cyfry 5, 2, 6, 9, 2 od 9, ostatnią zaś cyfrę 7, odéymuię od 10, i mieć będę resztę 473073.

Ta reszta, nazywa się *dopełniéniém arytmetycznêm* (complementum arithmeticum) liczby zadanéy.

Odéymowánie tym sposobém zrobione, iest tak proste, że go za działanie liczyć niémożna; idzie zatém, że chcąc złożyć wypadek iakowy, z dodania i odięcia kilku liczb wynikaiący, działanie da się zawsze przemiénić w samo dodawanie.

Np. trzeba dodać dwie liczby 672736 i 426452, a od ich summy odiąć dwie liczby 432752, i 118675; to to działanie wyciąga dwoyga dodania, i iednego odéymowania; zamiaſt których działań, używam naſtępuiącego: - - - 672736

	426452
Dopełniénie arytmetyczne liczby 432752	567248
Dopełniénie arytmetyczne liczby 118675	881325
Summa	~~2~~547761

to ieſt, dodaię razèm dwie piérwſze liczby zadane, i dopełniénia arytmetyczne dwóch oſtatnich; ſumma wypadnie 2547761; pierwſzą cyfrę 2, od lewéy ręki poczynaiąc, przemazać trzeba, a pozoſtałe cyfry 547761 będą żądanym wypadkiém.

Przyczyna tego działania łatwo poiąć ſię daie; uważaiąc że zamiaſt odięcia liczby 432752, iak zadano było, dodaię dopełniénie iéy arytmetyczne, to ieſt 1000000, mniéy 432752; czynię więc oraz odięcie zadane, i pomnożenie o 1000000, to ieſt o ieden dzieſiątek pierwſzéy cyfry wypadku; a zatém ile dopełniéniów arytmetycznych przydam, tyle mieć będę dzieſiątków zawiele, względém pierwſzéy cyfry wypadku.

Użycie tego w logarytmach, ieſt oczywiſte.

PRZYKŁAD I.

Niech zadano będzie rozdzielić 3760 przez 79; trzebaby odiąć logarytm liczby 79, od logarytmu liczby 3760; zamiaſt tego działania piſzę.

Log: 3760. - - - -	3,5751878.
Dopełn: arytm: log: 79 -	8,1023729.
Summa	~~1~~1,6775607.

A tak 1,6775607, ieſt logarytmém wielorazu, który odpowiada liczbie 47,59 przybliżonéy o iednę ſetną.

PRZYKŁAD II.

Gdyby potrzeba było rozmnożyć $\frac{675}{527}$, przez $\frac{952}{377}$; należałoby (97) rozmnożyć 675 przez 952, i 527 przez 377, a potèm rozdzielić piérwſzą mnogość przez drugą. Przez logarytmy, działanie ſkończy ſię na tém, co naſtępuie.

Log:

Log: 675 - - - - -	2,8293038.
Log: 952 - - - - -	2,9786369.
Dopeł: arytm: Logarytmu 527	7,2781894.
Dopeł: arytm: Logarytmu 377	7,4236596.
Summa	~~2~~0,5097897.

A zatém, logarytm mnogości ieſt 0,5097897, którego ſzukaiąc z céchą większą o trzy iedności, odpowié liczbie 3,234.

Dopełniénie arytmetyczne użyć ſię daie, do wyrażenia logatytmów ułamkowych, pod tąż poſtacią iak liczb całych, i do użycia ich w rachunkach tymże ſpoſobém. Przez co, uniknąć można różności logarytmów *przéczących* i logatytmów *twiérdzących* (poſitivus). Pamiętać tylko potrzeba że cécha logarytmu ułamków właściwie rzeczonych, o 10 iednościów będzie zamocna.

Np. chcąc miéć logarytm ułamka $\frac{3}{4}$, który (89) nieieſt co innego tylko 3, rozdzielone przez 4; zamiaſt odięcia logarytmu 4*rech* od logarytmu 3, to ieſt, zamiaſt odięcia logarytmu 3, od logarytmu 4, i dania reſzcie (220) znaku —; dodaię do logarytmu 3, dopełniénie arytmetyczne logarytmu 4;

Log: 3. - - -	0,4771213.
Dopeł: arytm: logarytmu 4. -	9,3979400.
Summa	9,8750613.

Summa, ieſt logarytmém ułamka $\frac{3}{4}$, którego cécha o 10 iednościów ieſt zamocna. Zmniéyſzenia takowego, niéma potrzeby zaráz czynić; można to odłożyć na koniec działań, które będą z tym logarytmém przedſięwzięte.

Taż

Taż ſama reguła ſłuży do ułamków dzieſiątnych. Tak, chcąc mieć logarytm ułamka 0,575, który nieieſt co innego tylko $\frac{575}{1000}$; do logarytmu 575, dodaię dopełniénie arytmetyczne logarytmu 1000*ca*, co w ogólności mówiąc, na iedno wychodzi, iak wziąść logarytm ilości dzieſiątnéy zadanéy, iak gdyby w téy ilości kryſki niebyło, i do céchy tego logarytmu dodać tyle iednościów, ile czyni różnica między 10, i liczbą cyfer dzieſiątnych. W niniéyſzém zadaniu *np.* do céchy logarytmu 2,7596678, liczby 575, dodam 7, to ieſt różnicę między 10, i liczbą 3*ech* dzieſiętnych, znayduiących ſię w ilości 0,575; i mieć będę logarytm 9,7596678, to ieſt logarytm ułamka 0,575; tego nieprzepominaiąc że cécha o 10 iednościów będzie zamocna.

Dopełniéniów arytmetycznych tak używaiąc, zamiaſt przéczących logarytmów ułamkowych; nieieſt trudniéy znaléśdź w tablicy, wártości dzieſiątne tychże ułamków. Wiedząc że logarytm zadany, ieſt albo zawiéra w ſobie iedno lub kilka dopełniéniów arytmetycznych; wiém że cécha iego będzie zamocna o tyle dzieſiątków, wiele weń wchodzi dopełniéniów arytmetycznych; a tak, ieżeli liczbę tych dzieſiątków przechodzi, łatwo ią będzie zmniéyſzyć, i znaléśdź liczbę iakiéy logarytm odpowiada, i która będzie albo ſama cała, albo cała z ułamkiém złączona.

Lecz ieżeli cécha będzie mniéyſza, iak liczba dzieſiątków, o które ieſt zawielka; logarytm należeć zapewne będzie do ułam-

ułamka, który znaydę naſtępuiącym ſpoſobém. Szukam podług (226 i daléy), którey liczbie logarytm zadany odpowiada; a znalazłſzy, oddzielę kryſką po prawéy ręce, tyle dzieſiątków cyfer, ile cécha, ma w ſobie dzieſiątków zbytnich.

Np. gdyby mi był zadany logarytm 8,7322350 wynikły z działania, w które weſzło iedno dopełniénie arytmetyczne; ponieważ cécha mniéy waży iak 10, widzę że ten logarytm odpowiada ułamkowi. Szukam naprzód (227) iakiéy liczbie odpowiada 8,7322350, uważaiąc ią iako logarytm liczby całéy; znayduię że odpowiada liczbie 539802600; oddzieliwſzy 10 cyfer, mam 0,0539802600, wártość przybliżoną ułamka, logarytmowi odpowiadaiącégo.

Lecz ponieważ bardzo rzadko trafia ſię, żeby potrzeba było ułamków, w tak wyſokim ſtopniu przybliżonych, można działanie ſkrócić; zmniéyſzaiąc zaráz céchę zadanego logarytmu, o tyle ile potrzeba, żeby ią znaléśdź można było w tablicach, i biorąc tylko liczbę odpowiadaiącą, oddzieli ſię tyle cyfer mniéy, iak przepiſuie poprzédzaiąca reguła, ile iednościów od céchy odięło ſię.

Tak, w danym wyżéy przykładzie, céchę o 5 iednościów zmniéyſzam, i znalazłſzy liczbę odpowiadaiącą 5398, oddziélam 5 cyfer tylko, i mam 0,05398.

W

W podnoſzeniu liczby do ſtopniów, uważać trzeba (213) że mnożąc logarytm przez liczbę, która oznacza ſtopień podnieſienia, mnożyć ſię także będzie ten zbytek, o który cécha była zawielka; a zatém, wynoſząc do trzeciego ſtopnia *np*, ieżeli w logarytm zadany wchodzi dopełnienie arytmetyczne, to ieſt, ieżeli cécha o 10 iednościów ieſt za wielka; cécha logarytmu ſześcianu będzie o 30 iednościów zawielka, i tak o innych; łatwo ią więc, do należytéy wartości zaraz przyprowadzić można, albo téż to potém nadgrodzić.

W wyciąganiu pierwiaſtków, gdy wchodzą dopełnienia arytmetyczne w logarytmy użyte; żeby uniknąć wſzelkiéy omyłki, trzeba pamiętać dodać i odiąć od céchy tyle dzieſiątków ile potrzeba, ażeby to, o wiele będzie zamocna czyniło tyle dzieſiątków, ile znayduie ſię iednościów w liczbie, oznaczaiącéy ſtopień pierwiaſtka; i podług reguły poſpolitéy rozdzieliwſzy przez liczbę, oznaczaiącą ſtopień pierwiaſtka, cécha będzie właśnie o 10 iednościów zamocna.

Np. gdyby potrzeba było ſześciénnego pierwiaſtka ułamka $\frac{276}{547}$; do logarytmu 276, dodaię dopełnienie arytmetyczne logarytmu 547.

Logarytm 276	- -	2,440901.
Dopeł: arytm: logarytmu liczby 547		7,2620127.
	Summa	9,7029218.
Do któreyto céchy dodaię	- -	20.
		29,7029218.

ażeby ſtała ſię o trzy 10tki zamocną, i mam 29,7029218, którego logarytmu wzięta iedna tróyka 9,9009773, ieſt logarytmém żądanego ſześciénnego pierwiaſtka, lecz z céchą o 10 iednościów zamocną; przeto podług tego co ſię wyżéy powiedziało, znayduię pierwiaſtek ſześciénny o iednę dzieſięć tyſiączną przybliżony 0,7961.

FUN-

TABLICA

WAG i MIAR

W ARYTMETYCE UŻYWANYCH

TUDZIEŻ CHARAKTERY SŁUŻĄCE DO OZNACZENIA ICH.

MONETA.

Charaktery *Poddziały.*

L. znaczy Liwra Francnzka
s. . . . . . Sold Francuzki.
d. . . . . Denar Francuzki.

		denarów
1. Sold		12
1. Liwra	20	240

Czas

d. znaczy . . . . . dzién.
g. . . . . . . godzina.
I. . . . . . . minuta.
II. . . . . . . minuta wtóra

			min: wtóre.
1. min:			60
1. godz:		60	3600
1. dzień	24	1440	86400

WAGA

Waga grzywiénna Paryzka (Poids de marc)

ft. znaczy . . . . . funt
G. . . . . . . grzywna
U. . . . . . . uncya.
D. . . . . . . dragma.
S. . . . . . . ſkrupuł.
Z. . . . . . . ziarno.

)I(

Ziar-

					Ziarna
1 ſkrup:					24
1 drag:				3	72
1 unc:			8	24	576
1 grzyw:		8	64	192	4608
1 funt	2	16	128	384	9216

Waga Angielſka (de Troy)

Téy wagi używaią w Anglii, do ważenia rzeczy drobnych i drogich, uncya waży $585\frac{1}{12}$ ziarn, wagi Paryzkiéy.

				Ziarna
1 ſkrup:				20
1 drag:			3	60
1 unc:		8	24	480
1 funt	12	96	288	5760

Waga Angielſka, (Avoir du poids)

Téy wagi używaią w Anglii, do ciężarów, i wielkich rzeczy, ieſt także w użyciu w Artyleryi; uncya waży $533\frac{5}{8}$ ziarn, wagi Paryzkiéy.

			dragmy
1 unc:			16
1 funt		16	256
1 Cent:	112	1792	28672

Mia-

s. znaczy . . . . . ſążeń
ſt. . . . . ſtopa
c. . . . . cal
l. . . . . linia
p. . . . . punkt

				Punkta
1 linia				12
1 cal			12	144
1 ſtopa		12	144	1728
1 ſążeń	6	72	864	10368

Każda kratka w téy tablicy, oznacza wiele mieści ſię iednościów, wyżéy napiſanego gatunku, w iedności pierwſzéy, od ktoréy liſtwa poczyna ſię, i takowe iedności, ſą po prawéy ręce w kratkach położone, w linii poziemnéy z główną iednością.

Krok poſpolity zawiéra w ſobie . . . . $2\frac{1}{2}$ ſt.
Krok Geometryczny . . . . 5 ſt.
Łokieć Paryzki . . . . 3 ſt. 7 cal: 10 l. $\frac{4}{5}$
Stopa Paryzka rozdzielona na. . . . . 1440 części.
Stopa Londyńſka ma takichże . . . . . 1351, 7.
Stopa Reńſka . . . . 1392.

Przydatek wag i miar kraiowych poſpoliciéy używanych, tudzież monet zagranicznych.

WAGA.

Szyfunt waży Kam: 13. albo 416. funtów.

						1. Cwierćł:
1 Połłoć:						2
1 Łót					2	4
1 Grzyw:				16	32	64
1 funt			2	32	64	128
1 Kam:		32	64	1024	2048	4096
1 Cetn:	5	160	320	5120	10240	20480

Mia-

Łokieć Warszawski ma w sobie części 2632, takich na iakich 1440. stopa Francuzka rozumié się bydź podzielona.

Łokieć Litewski iest równy dwóm stopóm Paryzkim.

Poddziały Łokcia.

				1 Punkt
			1 Liniia	12
		1 Cal.	12	144
	1 Stopa	12	144	1728
1 Łokieć.	2	24	288	3456

Poddziały Sznura miérniczego.

					Linii
				1 Cal.	12
			1 Stopa	12	144
		1 Łokieć	2	24	288
	1 Pręt	7 ½	15	180	2160
1 Sznur.	70	75	150	1800	21600

w Litwie Pręt poddziéla się ieszcze na 10. pręcików

MONETA.

We Francyi.

Luidor, iest sztuka złotá, wártuiąca 24. liwry.
Wielki talar, sztuka śrzébrna, wárta 6. liwrów.
Mały talar, sztuka śrzébrna, wartá 3. liwry.
Kupcy Warszawscy, rachuią na czerwony Złoty 10. liwr: i 12. soldów.

w Hol-

w Hollandyi.

Czerw: złot: daie się pospolicie w 5. zł: i 5. stywr. a w banku waży tylko 5. złot.

						Den: Holl:
					1. Fenik.	8
				1. Styw:	2	16
			1. Szyling	6	12	96
		1. Złot.	3 ⅓	20	40	320
	1. Taler.	2 ½	8 ⅓	50	100	800
1. Liwr.	2 ⅖	6	20	120	240	1920

Piéniądze Bankowe, w Amszterdamie różnią się, od piéniędzy biegu zwyczaynego, tak że 104. albo 105. Złł, w zwyczaynym biegu, nieważą tylko 100. Złł: w Banku.

w Anglii.

			Denarów
		1. Sold a. Szeling.	12
	1. Liwr-sterling.	20	240
1. Gwinea	1 $\frac{3}{40}$	21 ½	258

Kupcy Warszawscy, biorą Liwr-sterling, za 40. Złł. Poll.

w Niemczech.

w Wiédniu, Pradze, Frakforcie nad Meném, w Norymberdze w Augszpurgu; na Monetę Państwa Cesarskiego

Czerw: zł: waży 4. złot. 10. gr: (m. l. w.)

			Feników
		1. Grayc.	4
	1. Złoty	60	240
1. Taler	1 ½	90	360

w Sa-

w SAXONII.

			Feników	
1. Dbry grosz.			12	
1. Taler.		24	288	
1. Czerw: złot:	2 $\frac{3}{4}$	66	792	czasém mniéy czasém więcéy.

w Berlinie, Frakf: nad Odrą, Magdeburg: i Margr: Brandeb: Przed ustanowiéniém Banku R. 1765, rachówano iak w Saxonii

zaś po ustanowiéniu Banku.

			Denary.
1. Sold.			12
1. Liwr.		30	360
1. Czerw: Zł:	2 $\frac{1}{5}$	66-68	792

w WROCŁAWIU i SLĄSKU PRUSKIM.

Rachuią także na pieniądze *Sląskie*; Taler zwyczayny czyni 1 $\frac{1}{8}$. tal: Sląs.

		Denary.
1. Grosz.		20
1. Taler.	30	600

w HAMBURGU.

Takich 116. soldów, nieczynią w Banku, tylko 100. sold.

			Denary.
1. Sold.			12
1. Grzyw.		16	192
1. Taler.	3	48	576

w KRO-

w KROLEWCU, MEMMELU, GDANSKU,

w Gdańsku iest moneta Gdańska i Pruska: na Pruską Czerw: Zł: waży 9. Zł: na Gdańską, zł: 9. i 20. gr. (m. l. w.)

				Feniki.
1. Szeląg				6
1. Grosz			3	18
1. Złoty.		30	90	540
1. Taler.	3	90	270	1620

w MOSKWIE.

w Hollandyi biorą rubla za 50. soldów; a w banku za 48. soldów.

			Moskwiewki
1. Kopiyka			2
1. Grzyw:		10	20
1. Rubel.	10	100	200

w KURLANDYI.

Czerw: zł: waży 2, talery albo 6. złot.

		Groszy
1. Złoty.		30
1. Taler.	3	90

w RZYMIE.

Szkud złoty, waży 15 24. półkwadry:

					Pół kwadryn.
1. Kwadr:					2
1. Baiok.				5	10
1. Paul.			10	50	100
1. Teston		3	30	150	300
1. Szkud.	3 $\frac{1}{3}$	10	100	500	1000

Czerw: zł: Pap: waży 21. Paulów. (m. l. w.)

w WE-

w WENECYI.

			Denary
1. Sold.			12
1. Lira.		20	240
1. Dukat.	$6\frac{1}{5}$	124	1488

Dukaty Bankowe ſą inſze; 100. duk: bank: ważą 960. lirów Duka bank: dzieli ſię na 24. gr. w Hollandyi biorą go za 90. fen: Flamm: Czerwony złoty zaś Hollenderſki, waży 2 $\frac{2}{9}$ duk: bank: Weneckie. (m. l. w.)

w GENUYI.

		Denary
1. Sold		12
1. Lira	20	240

100. Lirów bankowych. waży 115. Lir: zwyczaynych. Czerw: zł: wypada na 13. lir: i 8. ſold.

Szkud złoty waży 1. Lir 8. ſold.
Szkud śrzébrny 7. 12.
Piaſtr. - - - 5.
Szkud w wexlach 4.

w KONSTANTYNOPOLU.

Cz: zł: oſzacowany ieſt .. na 160. Paras, ale podług ceny wexlowéy w Amſzterdamie, waży 150. Par: Cekin oſzacowano na 155, Paraſ: ſą téż i piaſtry; ważące po 100. Aſprów.

							Manteiry
1. Aſper							4
1. Paras.						3	12
1. Beslik.					$3\frac{2}{3}$	5	20
1. Olik.				2	$3\frac{1}{3}$	10	40
1. Now: ślot.			8	16	$26\frac{2}{3}$	80	320
1. Star: ślot.		$1\frac{1}{8}$	9	18	30	90	360
1. Piaſtr.	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	12	24	40	120	480

Dla porównania wártości tych monet, z kraiową, doſyć będzie wiedzieć. że 3. złote Polſkie ważą.

we Francyi	. 2.	Liwry.
w Hollandyi	. 149.	Denarów.
w Anglii	. 22.	Denarów.
w Wiédniu	. 45.	Graycarów.
w Saxonii	. 12.	Dobrych gros.
w Berlinie	. 11.	Soldów.
w Slą ſku	. 45.	Graycarów.
w Hamburgu	18.	Soldów bank.
w Krolewcu	44.	Groſzy 2. ſzel.
w Petersburgu	38.	Kopików.
w Rzymie	192.	Baioków.
w Wenecyi	4.	Liry.
w Genui	592.	Denarów.
w Koſtantynopol:	80.	Aſprów.

Téy ewaluacyi iednakże, nielubią trzymać ſię kupcy; iako o tém mieliśmy okazyą, dokładniéy powiedzieć na inſzém miéyſcu.

TREŚĆ

TREŚĆ FUNDAMENTOW.

Ilość, ieſt to wſzyſtko, cokolwiek daie ſię zwiękſzyć albo zmniéyſzyć. l. 1.

Arytmetyka ieſt nauka liczebna. . . . . l. 2.

Iedność, ieſt wyráz przyſtóſowania wſzelkiéy ilości, do drugiéy ilości, tegóż gatunku. . . . . l. 4.

Liczba wyraża wiele ieſt iedności ów, albo cześci iednościów, w iakiéy ilości. l. 5.

Liczba niemianówana, ieſt która żadnego gatunku niewyraża. . . . . l. 6.

Liczba mianówana, ieſt która iakowy gatunek rzeczy wyraża. . . . l. 6.

Liczenie, ieſt nauka wymawiania, i wyſtawiania liczb. 7.

Praktyka liczenia, gruntuie ſię na tym fundamencie powſzechnéy zgody, że gdy ieſt wiele cyfer w iednéy linii napiſanych, z iednościów wyrażonych przez każdą z takowych cyfer, każda wárta dzieſięć razy więcéy, iak iedność cyfry, po prawéy ręce będącéy, a dzieſięć razy mniéy, iak iedność cyfry, po lewéy ręce położonéy. l. 15.

Liczby ſamotne, niémaią w ſobie tylko ieden gatunek iednościów. . . l. 18.

Liczby wielorakie wyrażaią ilości, których części ſą do różnych iednościów przyſtóſówane. . . l. 18.

Dzieſiątne, ſą części, coráz dzieſięć razy mniéyſze, iak iedność; wyrażaią ſię przez cyfry po prawéy ręce iednościów położone; od tychże iednościów kryſką będąc oddzielone. . . . l. 21.

Li-

Liczbą, ſtaie ſię dzieſięć razy większą lub mniéyſzą, gdy ſię kryſka o iedno miéyſce, na prawą poſuwa, albo na lewą coſa. . . l. 28.

2– Dodawanie, ieſt działanie, przez które w iedney ſzczególnie liczbie, wyraża ſię wartość całkowita, wielu liczb iednego gatunku. l. 32.

Odéymowanie, ieſt działanie, przez które wynayduie ſię reſzta, zbytek, albo różnica, między dwiema liczbami, iednakowego gatunku. . . . . . l. 34.

Mnożenie, ieſt działanie, przez które, powtarza ſię liczba tyle razy, ile ieſt iednościów w drugiéy liczbie. l. 40.

Liczba, która ſię powtarza, nazywa ſię mnożny, ta zaś co wſkazuie, wiele razy liczba piérwſza była powtórzona, nazywa ſię mnożnik; wypadek zaś z mnożenia, nazywa ſię mnogość. l. 41.

Czynnikami, nazywaią ſię liczby, które ſię mnożą iedna przez drugą. . l. 42.

Mnożenie, ieſt powtórzone dodanie mnożnego, tyle razy, ile ſię znayduie iednościów w mnożniku. l. 43.

Mnogość, ieſt zawſze téyże ſaméy natury, co mnożny. . . . . l. 47.

W mnożeniu części dzieſiątnych, mnogość powinna miéć, tyle cyfer dzieſiątnych, ile ich znayduie ſię w obu czynnikach. . l. 54.

Dzielenie, ieſt działanie, przez które ſzuka ſię, wiele razy iedna liczba, w drugiéy zawiera ſię. . . l. 58.

Liczba, która ſię dzieli, nazywa ſią dziélny, przez którą ſię dzieli, ieſt dziélnik, á ta co ſię znayduie, nazywa ſię wieloráz. l. 58.

Dziélny, ieſt zawſze równy mnogości wynikaiącéy, z rozmnożenia dziélnika przez wieloráz. . l. 58.

Natura iednościów wielorazu, niémoże być w powſzechności naznaczona, tylko przez rodzay zadania, które ieſt okazyą dzielenia. l. 59.

Dzielenie części dzieſiątnych, ieſt toż ſamo, co liczb całych, uważaiąc tylko, żeby liczbę dzieſiątnych dziélnego, zrównać z liczbą dzieſiątnych dziélnika. l. 65.

3– Ułamek, nazywa ſię, iedna, albo wiele części iedności, podzielonéy, na iakąkolwiek liczbę równych części. . . . . . l. 74.

Ułamek, wyraża ſię przez dwie liczby, z których iedna wſkazuie, na wiele części iedność ieſt podzielona, i nazywa ſię mianownik; druga znaczy wiele takowych części wchodzi w wártość ułamka

ka

ka, i nazywa ſię licznik. l. 76.

Licznik i mianownik nazywaią ſię dwa wyrazy ułamka. . . . . . l. 78.

Wyrażenie ułamkowe, którego licznik ieſt większy od mianownika, ieſt warto więcéy iak iedność. l. 79.

Kiedy wyrażenie ułamkowe, więcéy wárto iak iedność, wártości iego dóyśdź można, dzieląc licznika przez mianownika. . . l. 80.

Liczbę całą, można przemiénić w ułamek gatunku naznaczonego, mnożąc ią przez mianownika tego ułamka. . . . . . l. 80.

Wártość ułamka niéodmiénia ſię, mnożąc, lub dzieląc, oba wyrazy przez tęż ſamę liczbę. . . l. 81. 82.

Na tym fundamencie, można dać przyczynę przywiedzenia, wielu ułamków do ſpólnego mianownika; albo do nayprościéyſzego wyrażenia. . . l. 83. 84. 86.

Liczba piérwſza, ieſt ta, która niéma innego dziélnika, tylko iedność, albo ſiebie ſamę. . . l. 87.

Ułamek można uważać, iako wieloráz pochodzący z podzielenia, w którym licznik był dziélnym, a mianownik dziélnikiém. l. 89.

4– Ułamek można przemiénić na dzieſiątne, dzieląc licznika przez mianownika, przydawſzy mu wprzód, tyle zerów, ile zechcę miéć dzieſiątnych. . . . l. 92.

Chcąc dodać ułamki, albo ie odiąć, trzeba wprzód żeby były przywiedzione do ſpólnego mianownika; potém dodaią ſię lub odéymuią liczniki, a ſummie lub reſzcie, przydaie ſię mianownik ſpólny. l. 94. i 95.

Chcąc rozmnożyć ułamek przez ułamek, trzeba rozmnożyć licznika przez licznika, i mianownika, przez mianownika. . . . . l. 97.

Chcąc rozdzielić ułamek, przez ułamek, trzeba ie rozmnożyć, ale, ułamek dziélnika, wprzód przewróciwſzy. . . . . l. 101.

Dóyśdź wártości ułamka, ieſt to ſzukać, wiele wárt, w częściach pomniéyſzych, głownéy iedności, któréy część wyraża. . l. 104.

Ułamek ułamka, ieſt równy mnogości wſzyſtkich ułamków, które wchodzą w iego wyrażenie. l. 108.

Dodawanie, i odéymowanie liczb wielorakich, nieróżni ſię od liczb ſamotnych, tylko przez rozmaite poddziały iedności. l. 110. 111. –5–

Liczba, ieſt częścią wielokrotną drugiéy, gdy w

niéy

KONIEC

Treści Fundamentów.

FUNDAMENTA JEOMETRYI.

FUNDAMENTA
IEOMETRYI.

1 Rozległość, w ktòréy ciało iakowe mieści ſię, ma zawſze trzy wymiary; *długość*, *ſzérokość* i *głębokość* albo *grubość*.

Lubo te trzy wymiary razém zawſze znayduią ſię, we wſzyſtkiém co tylko ieſt ciałém, przecież częſto trafia ſię że ie w umyśle odłączamy; tak gdy myſlimy o głębokości rzéki, rowu, i. t. d, długość ich, albo ſzérokość nas niezatrudnia, podobnież ſądząc, wiele *wiązek chróſtowych*, (faſcine) na *powłokę działobitni* potrzeba (chemiſe de la batterie) nieuważamy tylko długość iéy i ſzérokość, bez żadnego względu na grubość.

Trzy tedy gatunki rozległości mamy uważać to ieſt:

Rozległość w długości tylko, co nazywamy *liniią*.

Rozległość w długości i ſzérokości tylko, co nazwiémy *powiérzchnią* (ſuperficies) *równią*, albo *płaſzczyzną*.

Nakoniec rozległość w długości ſzérokości i głębokości, którą nazwiémy, *pełnością*, *bryłą* albo *ciałém* (ſolidum)

Rozbierzemy koléyno właſności tych trzech gatunków rozległości; i to ieſt celém téy nauki którą Jeometryą nazywamy,

---

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O Liniiach.

2. Końce linij nazywaią ſię *punkta*. Toż

Toż imię maią miéyſca, w których liniia ieſt przecięta; albo gdzie ſię linie ſchodzą.

Punkt uważać można, iako cząſteczkę rozległości, która ma nieſkończenie mało, długości, ſzérokości, i głębokości.

Ślád, iednego punktu, któryby ſię tak ruſzał, żeby zawſze ku iednemu i temuż ſamemu punktowi dążył, ieſt, co ſię nazywa *liniią proſtą*.

Naykrótſza droga, od iednego punktu do drugiego *AB*. (fig. 1) ieſt liniia proſta. *fig. 1.*

Przeciwnie nazywa ſię *liniią krzywą* ſlád punktu, któryby w ſwoim ruchu za kazdym ſtąpiéniém, nieſkończenie mało, na bok zwracał ſię.

Jawna ieſt, że ieden ieſt tylko gatunek linij proſtéy, a nieſkończona liczba gatunków, różnyhc linij krzywych.

Liniie proſte albo krzywe, które na papiérze, lub na iakiéykolwiék innéy równi ciągniémy, niemogą ſię obéyśdź bez iakowéyś ſzérokości; ołówek albowiém, pióro, ſłowém każde narzędzie którego do tego używamy, niekończy ſię nigdy taką oſtrością, żeby ta mogła bydź bez wſzelkiéy długości, i ſzérokości uważana. A zatém liniie takowe, tył-ki, rowu, i. t. d, długość ich, albo ſzérokość nas niezatrudnia, podobnież ſądząc, wiele *wiązek chróſtowych*, (faſcine) na *powłokę dziáłobitni* potrzeba (chemiſe de la batterie) nieuważamy tylko długość iéy i ſzérokość, bez żadnego względu na grubość.

Trzy tedy gatunki rozległości mamy uważać to ieſt:

Rozległość w długości tylko, co nazywamy *liniią*.

Rozległość w długości i ſzérokości tylko, co nazwiémy *powiérſzchnią* (ſuperficies) *rówmią*, albo *płaſzczyzną*.

Nakoniec rozległość w długości ſzérokości i głębokości, którą nazwiémy, *pełnością*, *brylą* albo *ciałém* (ſolidum)

Rozbierzemy koléyno włáſności tych trzech gatunków rozległości; i to ieſt celém téy nauki którą Jeometryą nazywamy,

---

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O Liniiach.

2. Końce linij nazywaią ſię *punkta*. Toż

Toż imię maią miéyſca, w których liniia ieſt przecięta; albo gdzie ſię liniie ſchodzą.

Punkt uważać można, iako cząſteczkę rozległości, która ma nieſkończenie mało, długości, ſzérokości, i głębokości.

Slád, iednego punktu, któryby ſię tak ruſzał, żeby zawſze ku iednemu i temuż ſamemu punktowi dążył, ieſt, co ſię nazywa *liniią proſtą*.

Naykròtſza droga, od iednego punktu do drugiego *AB*. (fig. 1) ieſt liniia proſta. *fig. 1.*

Przeciwnie nazywa ſię *liniią krzywą* ſlád punktu, ktòryby w ſwoim ruchu za kazdym ſtąpiénióm, nieſkończenie mało, na bok zwracáł ſię.

Jawna ieſt, że ieden ieſt tylko gatunek linij proſtéy, a nieſkończona liczba gatunków, ròżnyhc linij krzywych.

Liniie proſte albo krzywe, które na papiérze, lub na iakiéykolwiek innéy równi ciągniémy, niemogą ſię obéyśdź bez iakowéyś ſzérokości; ołówek albowièm, pióro, ſłowém każde narzędzie którego do tego używamy, niekończy ſię nigdy taką oſtrością, żeby ta mogła bydź bez wſzelkiéy długości, i ſzérokości uważana. A zatém liniie takowe, tyl- ko ko za wyobrażenie linij właściwych, bydź poczytane powinny.

fig. 1 3. Chcąc wyciągnąć liniią proſtą miérnéy długości, *np.* gdyby ią prowadzić potrzeba było, na papiérze przez punkta *A* i *B*. (fig. 1.) wiémy, że ſię używa do tego liniiału który przykłada ſię na dwa punkta, albo bardzo bliſko *A* i *B*, żeby od obu punktów równo odſtawał, i ołówkièm albo piórèm, wdłuż tego linijału powiedzionèm, kryſli ſię liniia *AB*.

Lecz gdy nieco przydłużſzą liniią wyciągnąć trzeba, w punkcie *A* przyczépia ſię koniec ſznurka, krédą uſmarówanego, a drugi koniec przytwiérdziwſzy do *B*, wypręża ſię ſznurek, do góry podnieſiony nad *AB*, który tęgo ſpuſzczony, na równią przyległſzy, zoſtawia ſlád; ten będzie żądaną liniią proſtą.

Gdy o liniią bardzo długą rzecz idzie, lecz któréy końce od iednego, do drugiego punktu widzieć ſię daią, na tém ſię przeſtawać zwykło, że między iéy końcami, znaczy ſię tylko pewna liczba punktów takowéy linij.

fig 2. *Np.* chcąc wytknąć liniią w polu; na iednym końcu *B*. (fig 2.) ſtawia ſię laſka *BD*, która przy pomocy pionu, ile możności proſtopadle bydź utwiérdzona powinna; tymże ſamym ſpoſobém na drugim końcu *A*, ſtawia ſię druga laſka *AD*; potém ſtąnąwſzy przy tymże punkcie *A*, kilka lub kilkanaście różnych innych laſek, w różne punkta *C*, *C*, i. t. d. między *A* i *B* utwiérdzić trzeba, tak, żeby przyłożywſzy oko iak nayblizéy można do *AD*, i poglądaiąc na laſkę *BD*, żeby mówię laſka *CD*, która ma bydź wſtawiona, proſto w *BD* wpadała;

naten-

natenczas wſzyſtkie punkta *C*, *C*, *C*, tym ſpoſobém wynalezione będą na linij *AB* znaydować ſię.

Tymże ſamym ſpoſobém trzebaby ſobie poſtąpić, gdyby liniia proſta *AB* miała bydź przedłużona.

Gdy oba końce *A* i *B*, niémogą bydź ieden od drugiego widziane, trzeba ſię udać do ſpoſobów które podamy niżéy.

4. Liniie miérzyć ſię zwykły, przez drugie liniie; lecz powiedziawſzy w powſzechności miara powſpolita linij, ieſt linija proſta. Miérzyć iaką liniją proſtą, lub krzywą, lub też bądź iakąkolwiék odległość, ieſt to ſzukać, wiele razy takowa linija albo takowa odległość, mieści w ſobie liniią proſtą wiadomą, określonéy długości, która w takowym razie uważa ſię iako iedność.

Ta iedność, wcale od upodobania zawiſła. Dla tego też ieſt bardzo wiele gatunków miar, do miérzenia takowych linij; na końcu tego tomu, widzieć można tablicę miar, do wiadomości naypotrzebniéyſzych.

5. Dla tém łatwiéyſzego zrozumiénia tego co o linijach powiedzieć mamy, daymy że figury, w któ-

ktòrych ie uważać będziémy, ſą wytknięte, na powiérſzchni płaſkiéy. Nazywa ſię tak powiérszchnia ta, na którą przyłożyć można liniją proſtą, w każdym rozumiéniu, to ieſt że takowa równia wſzędzie będzie od linij proſtéy dotknięta.

6. Spomiędzy wſzyſtkich linij krzywych, w tych fundamentach, uważać tylko będziémy *okrąg kóła* (periferia circuli). Nazywa ſię tak li-
fig 3. nija krzywa *BCEFDG*. (fig 3) któréy wſzyſtkie punkta, ſą ròwno oddalone od iednego punktu *A*, wziętego na ròwni, na któréy ieſt opiſana. Punkt *A* nazywa ſię *ſrzodek* (centrum); linije proſte *AB*, *AC*, *AF*, i. t. d. które idą od tego punktu do okręgu, nazywaią ſię *promiénie* (radius), i te wſzyſtkie promiémie ſą ròwne, ponieważ miérzą odległość od śrzodka, do każdego punktu okręgu.

Linije iak *BD*, ktòre przechodząc przez śrzodek, kończą ſię z obu ſtron na okręgu nazywaią ſię *śrzednicami* (diameter); ponieważ każda śrzednica ſkłada ſię z dwòch promiéni, wſzyſtkie zatém śrzednice

ce w iednymże kole ſą ſobie równe. Jawna ieſt oprócz tego, że każda śrzednica dzieli okrąg na dwie części doſkonale równe; albowiém zmyśliwſzy ſobie figurę tak złożoną, żeby ſamo zagięcie przez śrzednicę *BD* przechodziło, wſzyſtkie punkta *BGD*, powinny ſię ſchodzić z punktami *BCED*: inaczéy znaydòwałyby ſię punkta w okręgu, ktòre od śrzodka byłyby nieròwno oddalone.

Części *BC*, *CE*, *ED*, i. t. d. w okręgu, nazywaią ſię *łukami*, (arcus); co ſię zaś nazywa *kołém* (circulus) ieſt ſama płaſzczyzna, okręgiém *BCFDGB* obwiedziona.

Linija proſta *DF*, która ſię rościąga od końca łuku *D*, do drugiego końca *F*, nazywa ſię *cięciwa* tego łuku. (chorda).

7. Łatwo widziéć ſię daie, *że cięciwy równe, tegóż ſamego okręgu, albo okręgów rówuych, podcinaią łuki rówue, i odwrotnie.* Albowiém, ieżeli cięciwa *DG* ieſt ròwna cięciwie *DF*, wyſtawmy ſobie, przenieſioną cięciwę *DG* i z łukiém; przyłożywſzy cięciwę *DG*, na cięciwę

ciwę *DF*, rzecz oczywiſta, że ponieważ punkt *D*, ieſt ſpólny, punkt *G* padaiąc, na punkt *F*, wſzyſtkie punkta łuku *DG*, powinny przypaśdź na łuk *DF*; bo gdyby który z tych punktów, nieprzypádł na łuk *DF*, łuk *DG*, niemiáłby wſzyſtkich punktów, równo oddalonych od środka *A*.

8. Zgodzono ſię na to powſzechnie, żeby cały okrąg koła wielkiego lub małego dzielić na 360 równych części, którym dano nazwiſko *ſtopniów* (gradus); ſtopień dzieli ſię znowu na 60 równych części, które nazywaią ſię *minutami*, każda minuta dzieli ſię na 60 równych części, nazwanych *minutami wtóremi*, poddziélaiąc zawſze po 60, części doſtaią koléyne nazwiſka, *minut piérwſzych wtórych, trzecich*, *czwartych*, i. t. d.

Znak ſtopnia ieſt.	- - .	$^{\underline{o}}$
Znak minuty piérwſzéy	- -	$'$
wtoréy	-	$''$
trzeciéy	-	$'''$
czwartèy	-	$''''$

Tak chcąc naznaczyć 3 ſtopnie, 24 minut, 55 wtórych, piſze ſię $3^{\underline{o}}24'55.''$

O kątach i miarze ich

9. Dwie linije *AB*, *AC*, które ſię zbiégaią z ſobą, mogą między ſobą
fig. czynić większą lub mniéyſzą otwar-
4.6.7. tość iako widzieć ſię daie w *figurach* 4, 6 i 7.

Otwar-

Otwartość takowa *BAC*, ieſt to co ſię nazywa *kątém* (angulus), i ten kąt nazywa ſię *proſtokryslny* (rectilineus) albo *krzywokryslny* (curvilineus) lub tez *różnokryslny* (mixtilineus), gdy linije które go obéymuią, ſą albo obie proſte, albo obie krzywe, albo téż iedna proſta a druga krzywa.

Niemowimy tu teráz, tylko o kątach proſtokryſlnych.

10. Żeby doſkonałe kąta wyobrażenie powziąć, trzeba ſobie zmyślić że linija proſta *AB*, była naprzòd do linij *AC* przyłożona, i żeby ią do położenia iak ſię znayduie *AB* przyprowadzić, obrócono ią na punkcie A (iak ſię obraca noga cyrkla na ſwoiéy oſi); ilość tedy ta, o którą linija *AB* ieſt podnieſiona, nazywa ſię właściwie *kątém*.

To wyrozumiawſzy, poiąć można, że wielkość kąta niezawiſła od wielkości iego ramion, tak dalece, ze kąt uczyniony przez linije *AC*,
AB (fig 4) ieſt wcale tenże ſam, *fig 4.*
który zrobiły linije *AF*, i *AE* przedłużone; iakóż linija *AB* i linija *AE*,

każda

każda o iednęż ilość obrócić ſię muſiała, nim przyſzła do tego położenia.

Puntk *A*, gdzie ſię obie linije *AB* i *AC* ſchodzą, nazywa ſię *wiérſzchołkiém kąta* (vertex) dwie zaś linije *AB* i *AC*, ſą *ramionami* iego (crura)

W naznacczeniu kąta używać będziémy trzech liter, z których iedna znaczy wiérſzchołek, a drugie dwie wzdłuż ramion ſą położone; w wymawianiu zaś takowych liter, literę wiérſzchołek znaczącą, umieſzczemy zawſze we śrzodku; tak oznaczaiąc kąt między dwiema linijami *AB, AC*, zawarty, powiémy kąt, *CAB* albo *BAC*.

Baczność ta, ieſt oſobliwiéy potrzebna, gdy kilka kątów maią ſwóy wiérſzchołek w iednymże punkcie; bo gdyby *np.*
fig 4. w fig 4, powiedziano było kąt *A*, niémożnaby wiedziéć, czy o kącie *BAC*, lub téż, o kącie *BAD*, mowa; lecz gdy ſię oſobno ieden kąt tylko znayduie, iak *np. w fig.* 5.
fig. 5. można powiedziéć proſto kąt *a*; to ieſt oznaczyć go literą iego wiérſzchołka.

fig 4. 11. Ponieważ kąt *BAC* (fig 4) nieieſt co innego, tylko ilość, o którą ramię *AB*, muſiało na punkcie *A* obrócić ſię, żeby z położenia *AC*, do położenia *AB* przyſzło, i ponieważ w takowym obrocie, każdy punkt

puntk linij *AB*, *np*. puntk *B*, zawſze w iednéyże odległości od *A* będący, koniecznie czynić muſi łuk koła, który powiękſza ſię lub zmniéyſza, właſnie w tymże ſamym ſtóſunku, iak i kąt zmniéyſza ſię albo powiękſza, zatém naturalnie łuk takowy należy wziąść za miarę; lecz ponieważ każdy punkt linij *AB*, czyni łuk rozmaitéy długości, przeto nieſamę długość łuku brać trzeba, lecz liczbę ſtopniów i części ſtopnia, które w każdym łuku, uczynionym przez każdy punkt linij *AB*, będą zawſze też ſame; albowiém te wſzyſtkie punkta, zaczynaiąc, poſtępuiąc, i kończąc bieg ſwóy w iednymże czaſie, czynić powinny iednaką liczbę niby kroków, cała różnica na tém zawiſła, że punkta, od puntku *A* bardziéy oddalone, ſą krokami niby, więkſzémi. Można zatém powiedziéć:

12. Ze *kąt którykolwiek BAC* (fig 4) *ma za miarę liczbę ſtopniów i części ſtopnia, łuku między* fig.
ramionami tegóż kąta zawartego, i 4.
z wiérſzchołka iego, iako ze śrzodka nakryślonego.

Tak

Tak gdy w dalſzym przeciągu mówić ſię będzie ten i ów kąt, ma za miarę, ten albo ów łuk: rozumiéć trzeba, że ma za miarę liczbę ſtopniów i części ſtopnia takowego łuku.

13. Zatèm *chcąc rozdzielić kąt na kilka równych części*, nietrzeba więcéy, tylko rozdzielić łuk, który mu za miarę ſłuży, na tyle równych części, ile potrzeba, i przez punkta podzielenia, linije do wièrſzchołka kąta tego wyciągnąć. O podziale łuków niżèy mówić będziémy.

14. Jako téż *chcąc zrobić kąt równy dru-*
fig. 5. *giému; np* z punktu *a*, linij *ac* (fig 5)
4. chcąc zrobić równy kąt, kątowi *BAC* (fig 4); trzeba, otwartością cyrkla upodobaną, z puktu *a* iako ze śrzodka, nakryślić łuk nieokréslony *cb*; wſtawiwſzy potém iednę nogę cyrkla w wièrſzchołek *A* danego kąta *BAC*, tąż ſamą otwartością, ryſuy łuk *BC*, między dwoma ramionami kąta tego zawarty, a wziąwſzy cyrklém odległość od *C* do *B*, przenieś ią z *c* w *b*, co ci da punkt *b*, przez który, i przez punkt *a*, wyciągnąwſzy liniją *ab*, będzieſz miał kąt *bac*, równy kątowi *BAC*.

W rzeczy ſaméy kąt *bac*, ma za miarę *bc* (12) a kąt *BAC*, ma za miarę *BC*. Lecz te dwa łuki ſą równe, ponieważ należąc do okręgów równych, maią oprócz tego cięciwy równe (7); odległość albowièm od *b* do *c* była zrobiona tąż ſama co odległość od *B* do *C*. więc, t. d.

fig. 6, 15. Kąt *BAC* (fig 6) nazywa ſię kąt *proſty* (rectus), gdy iedno z iego ramion *AB*, nienakłania ſię ku

ku drugiému raméniu *AC*, ani ku przedłużeniu iego *AD*.

Nazywa ſię kąt *oſtry* (acutus) fig 4.
(fig 4), gdy iedno ramię iego AB nakłania ſię bardziéy ku raméniu AC, aniżeli ku przedłużeniu iego AD.

Nakoniec nazywa ſię kąt *rozwarty* (obtuſus) (fig 7), gdy ie- fig. 7.
dno ramię iego AB, nakłania ſię bardziéy ku przedłużeniu iego AD, aniżeli ku ſamemu raméniu AC.

16. Wniéśmy ſtąd co ſię powiedziało o miarze kątów (12) *iód że kąt proſty ma za miarę* 90°, *że kąt oſtry ma mniéy iak* 90°, *że kąt rozwarty ma więcéy iak* 90°.

Jeżeli albowiém linija AE (fig 3), fig 3.
nienakłania ſię ku raméniu AB, ani ku przedłużeniu iego AD, dwa kąty BAE, DAE, ſą równe, a zatém łuki BE i DE za miarę im ſłużące, ſą także równe; a ponieważ te dwa łuki, ſkładaiąc razém pół okręgu, ſą warte 180°, więc każdy znich ma 90°, a zatém téż, i dwa kąty BAE, DAE, każdy z nich ma 90°.

Stąd

Stąd pokazuie się iaśnie, że BAC, ma mniéy, a BAF więcéy iak 90°.

17. 2re. *Dwa kąty* BAC, BAD
fig 6. i 7. (fig 4, 6 i 7) *które czyni linija prosta* AB *padaiąca na drugą liniją prostą* CD *są warte razém wzięte* 180°.
fig 4. Punkt albowiém A (fig 4), można zawsze uważać za środek koła, ktòrego natenczas CD, iest średnicą; a poniewaz dwa kąty BAC i BAD, maią za miarę dwa łuki BC i BD które razém składaią połowę okręgu, więc ważą razem 180°, albo tyle, co dwa kąty proste.

18. 3cie. *Ze z tegoż samego punktu* A,
fig 3. (fig 3) *wyciągnąwszy tyle linij prostych ile się podoba* AC, AE, AF, AD, i. t. d. *wszystkie kąty* BAC, CAE, EAF, FAD, DAG, GAB, *między niémi zawarte, nigdy więcéy nieuczynią tylko* 360°, niémogą albowiém miéć więcéy iak cały okrąg.

19. Dwa kąty, takie iák BAC i
fig 4. BAD (fig 4), które razém wzięte czynią 180°, nazywaią się *spełniéniém* (supplementum) ieden drudiego; tak BAC iest spełniéniém kąta BAD, i BAD iest spełniéniém kąta

kąta *BAC*; ponieważ ieden z tych kątów, ma tyle coby potrzeba przydać drugiému, żeby 180° uczyniło.

Kąty równe, maią spełniénia równe, i te które maią spełniénia równe, są równe.

20. Wnieśmy stąd, *że kąty BAC*, fig. 8.
EAD (fig 8.) *których wierzchołki na przeciw siebie są położone, i uczynione przez dwie linie proste* BD i EC, *są równe.*

Albowiém *BAC* ma za spełniénie CAD, i EAD, ma także za spełniénie CAD.

21. Nazywa się *dopełniéniém*(complementum) kąta albo łuku, to, o co ten łuk iest mniéyszy, albo większy iak 90°. Tak (fig. 3.) kąt BAC, fig. 3.
ma dopełniénie CAE; kąt BAF, ma dopełniénie FAE. Dopełniénie więc, iest to, co potrzeba przydać do kąta, albo odiąć, żeby był wárt 90°.

Kąty ostre, maiące dopełniénia równe, będą równe, i odwrotnie; tòż samo o kątach rozwartych rozumiéć trzeba.

Trafiaią się kąty, prawie zawsze, tak w teoryi iak i w praktyce. Przez kąty wynaydówać zwykliśmy, położenia róznych miéysc iednych na przeciw drugim; kąty *narożnikowe* ('flanqués), kąty *ramiénne* (d'epaule) i *ſkrzydelne* (de courtine), ſłużą do naznaczenia kierónku różnym liniòm Fortyfikacyi. Strſzelenie armaty, funduie ſię na kącie, który czyni liniia célu, z liniią przédłużenia oſi armatnéy.

Narżędzia ſłużące do miérzenia, albo do robienia takich kątów iakich żądamy, bywaią różne; tu mówić niebędziémy tylko o *przenoſniku* (transportator); na końcu tego tomu w Trygonometryi. znalèśdź można opiſanie innych narzędziów, do célu naſzego zmièrzaiących.

22. Narzędzie w *figurze* 9 naryſówane, na-
fig. 9. zywaiące ſię przenośnik, ſłużу do mièrzenia na papiérze, lub do zrobiénia także na papièrze, kątów potrzebnych. Użycie iego ieſt wygodne i częſte. Jeſt to pół koła z moſiądzu, lub z rogu zrobione, na 180° podzielone. Śrźodek narzędzia małém wyrznięciém ieſt naznaczony w *B*. Chcąc miérzyć kąt *np.* *BAC* (fig. 4, 6 i 7), przykłada ſię śrźodek iego *B*,
fig. 4. do wiérſzchołka *A*, w kącie który ma bydź
6. 7. miérzony, promiéń zaś *CB* tegoż narzędzia, na iedno ramię *AC*, tegóż kąta; natenczas bok *AB* przedłużony, iezli potrzeba, daie poznać na podziale narzędzia, przez który przechodzi, wiele ſtopniów wynoſi, łuk przenośnika zawarty między ramionami kąta *BAC*; a zatém (12) kąt *BAC*, wiele ma ſtopniów.

Chcąc przy pomocy tegóż ſamego narzędzia, zrobić kąt, maiący pewną liczbę ſtopniów; przykładam promiéń narzędzia *CB*, na liniią która ma ſłużyć za ramię żądanemu kątowi, tak, żeby ſię śrźodek *B* znaydó-

wáł

wáł w tym punkcie, gdzie ma bydź kąta wièrſzchołek; ſzukaiąc potém na podziale narzędzia, liczby ſtopniów żądanych; to mièyſce na papièrze punktém naznaczam; przez takowy punkt i przez wiérſzchołek, ciągnę liniią proſtą, która z pièrwſzą, uczyni mi kąt żądany.

O Proſtopadłych i pochyłych.

23. Powiedzieleśmy (15) że liniia AB (fig. 6.) która ſię ani ku fig. 6.
AC, ani ku AD nienakłania, czyni po obu ſtronach kąty, które nazywaią ſię *proſtémi*.

Taż ſama liniia AB, ieſt ieſzcze, która nazywa ſię *proſtopadła* (perpendicularis) linii AC, albo DC, albo AD.

Po téy definicyi, trzeba uznać za prawdy oczywiſte, trzy naſtępuiące podania.

24 *Tód. Gdy liniia* AB (fig. 10.)
ieſt proſtopadła drugiéy linii CD, *ta* fig.
wzaiémnie będzie proſtopadła, linii 10.
AB.

Albowiém gdy *AB* ieſt proſtopadła na *CD*, kąty *AEC*, *AED* ſą równe; a ponieważ AED ieſt równy kątowi BEC (20), więc AEC, ieſt równy BEC, a zatém liniia CE

 albo

albo CD, nienakłania się ani ku AE, ani ku BE; więc iest prostopadła linii AB.

25. 2re *Z iednegoż punktu E, wzięte go na linii CD, niémożna wyciągnąć tylko iednę liniią prostopadłą téyże linii CD.*

26 3cie. *Z iednegoż punktu* A, *zewnątrz linii CD wziętego, niémożna spuścić tylko iednę liniią prostopadłą, téyże linii CD.*

Bo inaczéy, nieiest do poięcia, żeby liniia przechodząc przez punkt E, albo przez punkt A nienakłaniała się ani ku ED, ani ku EC.

27. *Linie, które poczynaiąc się z punktu* A, *równo od prostopadłéy oddalać się będą, będą równe; i im bardziéy te linie, od prostopadłéy oddalą się, tém dłuższe będą, a zatém liniia prostopadła, iest ze wszystkich naykrótsza.*

Daymy że dalekość EG, iest równa EF; przewróciwszy figurę AEG, na figurę AEF, liniia AE będąc obywdóm spólna, rzecz oczywista, że ponieważ kąt AEG, iest równy kątowi AEF, liniia EG, przystanie na EF, i punkt G, padnie na punkt F; gdyż

gdyż liniia EG, rozumié się bydź równą linii EF, a zatém AG, przystanie zupełnie na AF; a przeto te obie linie są sobie równe. Co do drugiéy części podania, rzecz oczywista że punkt C linii CE, będąc więcéy oddalony od AB, iak punkt F téyże saméy linii CE; będzie także więcéy oddalony, od któregokolwiek punktu linii AB, iak iest punkt F od tegoż samego punktu; a zatém liniia AC iest dłuższa iak AF; więc prostopadła, iest ze wszystkich naykrótsza.

28. Linie AF, AC, AG, względém prostopadłéy AE i linii CD, nazywaią się *pochyłe* (obliqua). W powszechności, liniia iest pochyła względém drugiéy, gdy robi z tą linią kąt ostry, albo rozwarty.

29. Ponieważ (27) pochyłe AF, AG, są sobie równe, gdy równo od prostopadłéy są oddalone, trzeba stąd wnieść; że *gdy liniia na środku E, drugiéy linii FG, iest prostopadła, każdy z iéy punktów, tak iest oddalony od konca F, iak od konca G;* rzecz albowiém iest oczywista, że co się powiedziało o punkcie A, to

to można do każdgo innego punktu linii AE, albo AB, przystósować.

30. Niemniéy rzecz oczywista, że *niéma innych punktów, tylko punkta linii prostopadłéy AE na śrzodku F G, które mogą bydź równo oddalone, tak od F iak od G;* każdy albowiém inny punkt, po prawéy albo po lewéy ręce prostopadłéy, iest oczywiście bliższy iednego z tych punktów, iak drugiego.

A zatém ażeby liniia była prostopadła na drugiéy; dosyć iest ażeby przechodziła przez dwa punkta, z którychby każdy, od dwóch wziętych na piérwszéy linii punktów, równo był oddalony.

31. Wnieśmy stąd iód. Ze *chcąc wyciągnąć prostopadłą ze śrzodka linii AB* (fig. 11.), trzeba zostawić iednę nogę cyrkla w
fig. 11. *B*, i otwartością większą nad połowę *AB*, rysówać łuk *IK*; potém, zostawić iednę nogę cyrkla w *A*, i tąż samą otwartością rysówać łuk *LM*, który przecina piérwszy łuk w *C*; ten punkt *C*. od *A* i *B* będzie równo oddalony. Tymże samym sposobém, drugi punkt *D*, pod liniią *AB*, albo nad nią, wynalèśdz można, biorąc też samę lub inną otwartość cyrkla. Nakoniec przez punkta *C* i *D* wyciągnąwszy liniią, ta liniia *CD*, będzie prostopadłą linii *AB* (30).

32. 2re. *Z punktu E, wziętego zewnątrsz linii*

linii AB, chcąc téyże linii wyciągnąć prosto-
padłą, (fig. 12); wstaw iednę nogę cyrkla w
E. i otwartością iego większą. iak naybliż- fig.
sza odległość do linii *AB*, rysuy drugą no- 12.
gą, dwa małe łuczki, któreby liniią *AB*
w punktach *C* i *D* przecięły; potém z tych
dwóch punktów iako ze śrzodków, i otwar-
tością cyrkla większą iak połowa *CD*, ry-
suy znowu dwa łuki, które się w punkcie
F przetną; przez ten punkt *F* i przez punkt
E, ciągniy liniią *EF*, która linii *AB*, bę-
dzie prostopadła (30): ponieważ będzie mia-
ła dwa punkta *E* i *F*, równolegle, każdy
od punktów *C* i *D*, na linii *AB* będących.

33. Gdyby punkt *E*, przez który prostopa-
dła ma przechodzić, znaydówał się na saméyże
linii *AB*, tymże samym sposobèm postąpić-
by sobie trzeba. *Zobacz fig.* 13. fig.

Naostatek, gdyby punkt *E*, znaydował się 13.
tak położony, żeby tylko ieden z punktów
C albo *E*, wznaczyć wygodnie można; w
tym razie, trzebaby przedłużyć liniią *AB*;
a tak działanie wyńdzie na toż samo, iak
w poprzédzaiących przypadkach. *Zobacz fig.* fig.
14. i 15. W fig. 15 widzieć można, spo- 14, 15.
sób wyciągniènia prostopadłéy z końca linii
AB.

34. Gdy wiele prostopadłych wyciągnąć
trzeba; dla skrócenia roboty, i oráz dla uni-
knienia omyłki, któraby z wielości ciągów
wyniknąć mogła, używa się narzędzia, zro-
bionego. i wyprobówanego podług podanych
sposobów poprzédzaiących; narzędzie takowe
iest, *węgiélnica* (norma), która zrobiona by-
wa, iużto z dwóch linii prostopadłych ie-
dna drugiéy, i składaiących się na osi, dla
wygody: iuż też z iedny sztuki drzewa, lub
mosiądzu, którego dwa boki, są ieden dru-

 giému

giému proſtopadłe. Jedna z linii, albo ieden z boków węgiélnicy, przykłada ſię na liniią zadaną, poſuwaiąc ten bok póty, póki drugi bok na punkt zadany właśnie nieprzypadnie; dopiéro, wzdłuż tego drugiego boku wegiélnicy, ołówkiém lub piórèm liñią pociągnąwſzy, mièć będzieſz proſtopadłą żądaną.

35. Na polu, gdzie działanie odprawia ſię w wielkości, zamiaſt cyrkla, używać ſię zwykło laſek, łańcuchów, lub ſznurów; lecz w użyciu ſznurów, trzeba dać baczność, żeby w iednymże działaniu, ile możności iednakowo były natężone. Zebyśmy tu użycia ich, powzięli poięcie, daymy że trzeba,
fig. 16 uſtanowić na dziáłobitni *oporę* (fig. 16.) (heurtoir).

Ponieważ to ieſt ſztuka drzewa, o którą koła łoża opièrać ſię powinny, gdy ſię armata na dziáłobitni ſtawia, więc ta ſztuka, linii ſztrzału, muſi bydź proſtopadła, a zatém linii, która przez śrzodek *ſtrzelnicy* (embraſure) przechodzi.

Zeby więc téy oporze dać położenie takowe; na płaſzczyznie wierſzchnèy, równolegle z długością iéy, naryſówać trzeba liniią *BC*, na któréy wezmą ſię do upodobania równe części *AB* i *AC*, i punkt *A* na linii ſtrzału uſtanówi ſię. To zrobiwſzy, w punktach *B* i *C*, zaczép dwa ſznury iednakowéy długośći, oporę na punkcie *A* obracay, póki końce ſznurów, w iedenże punkt *D*, na linii ſtrzału nieprzypadną. A tak opora *BC*, będzie linii ſtrzału proſtopadłą.

O *Rownoległych* (parallela).

36. Dwie liniie proſte, na téyże

ſaméy

ſaméy powiérſzchni wyciągnięte, nazywaią ſię *równoległe*, gdy, choćby nieſkończenie daleko wyciągnięte były, nigdy zniyśdź ſię z ſobą niémogą.

Zatém dwie liniie równoległe, między ſobą nieczynią kąta.

Więc *dwie równoległe, ſą wſzędzie równo oddalone iedna od drugiéy;* to ieſt, że proſtopadła między niémi wyciągnięta, ieſt wſzędzie proſtopadła; rzecz albowiém oczywiſta, że gdyby ſię w iakowém miéyſcu, bliżéy ſiebie, iak w innym znaydówały, byłyby iedna ku drugiéy nachylone, a zatém mogłyby ſię kiedy zniyśdź z ſobą

To założywſzy, naſtępuiące pięć podań łatwo uſtanowić ſię daią.

37. 1ód. *Gdy dwie liniie równo-* fig.
ległe AB i CD, (fig. 17.) *ſą prze-* 17.
cięte przez trzecią liniią EF, która natenczas zowie ſię ſieczną, (ſecans) kąty BGE, DHE, albo AGH, CHF, które czynią liniie równoległe z ſieczną po iednéyże ſtronie, ſą ſobie równe; liniie albowiém AB i CD, żadnego nakłoniénia (36) ku ſobie niémaiąc, powinny bydź ko-

niekoniecznie, równo z téyże ſamey ſtrony nakłonione, każda, względém każdéy linii, do któréy będzie przyſtóſowana.

38. 2re. *Kąty* AGH, GHD *ſą ſobie równe*; widzieliśmy albowiém dopiéro, że kąt AGH ieſt równy kątowi CHF; a ponieważ kąt CHF, (20) ieſt równy kątowi GHD; więc AGH ieſt równy kątowi GHD.

39. 3cie. *Kąty* BGE, CHF *ſą ſobie równe*; albowiém BGE ieſt równy, AGH (20); a ponieważ widzieliśmy (37) że AGH, ieſt równy kątowi CHF, więc BGE, ieſt równy kątowi CHF.

40. 4te. *Kąty* BGH, DHG, albo AGH, CHG, *ſą ſpełniéniém ieden drugiego*; albowiém BGH ieſt ſpełniéniém kąta BGE, który ieſt równy (37) kątowi DHG.

41. 5te. *Kąty* BGE, DHF, albo AGE, CHF, *ſą ſpełniéniém ieden drugiego*; ponieważ *DHF*, ma za ſpełniénie kąt *DHG*, który (37) ieſt równy kątowi *BGE*.

42. Każda z tych pięciu właſności ma miéyſce, gdy dwie linije równoległe ſą od trzeciéy przecięte: i od-

i odwrotnie, *ile razy dwie linie proſte będąc przecięte od trzeciéy, maią którąkolwiek z tych właſność, należy wnieść, że ſą równoległe*; to, właśnie podobnymże ſpoſobém iak wyżéy, dowiéśdźby można.

Tym kątóm, których rozebraliśmy właſności, nadano pewne nazwiſka, a to ażeby właſności wyżéy wyrażone, w pamięci tym lepiéy utwierdziły ſię. Kąty *BGE* i *FHC*, nazywaią ſię, *zewnętrſzne na przemian* (externus alternus); ponieważ ſą z przeciwnych ſtron linii *EF*, i zewnątrſz równoległych położone. Kąty *AGH*, *GHD* nazywaią ſię, *wnętrſzne na przemian* (alternus internus); ponieważ ſą z przeciwnych ſtron linii *EF*, i wewnątrſz równoległych leżące; Kąty *BGH*, *DHG*, nazywaią ſię *wnętrſzne iednoſtronne*; ſą albowiém wewnątrſz równoległych, i po iednéyże ſtronie ſiecznéy *EF* leżące. Nakoniec kąty *BGE*, *DHF*, nazywaią ſię *zewnętrſzne iednoſtronne*; ponieważ zewnątrſz równoległych, i po iednéyże ſtronie ſiecznéy przypadaią.

43. Z właſnościów które wyliczyliśmy, wnieść można, *że gdy dwa kąty ABC, DEF* (fig. 18) *ku iednéyże ſtronie obrócone, maią ramiona równoległe, takowe kąty, ſobie ſą równe*; zmyśliwſzy ſobie albowiém ramię *DE* przedłużone, tak żeby liniią *BC*, w *G* dotknęło, kąty *ABC*, fig. 18.
DGC,

DGC, będą równe, (37) i z téyże ſaméy przyczyny, kąt *DGC*, kątowi *DEF* będzie równy; a zatém i *ABC*, kątowi *DEF* muſi bydż równy.

44. Z tychże ſamych własności wnieść ieſzcze można, że *chcąc przez punkt dany C, liniią CD, równoległą linii AB (fig. 19)
fig. 19. wyciągnąć*; trzeba przez punkt *C*, wyciągnąć do upodobania, liniią nieokrèśloną *CEF*, którąby liniią *AB*, w którymkolwiek puncie, *E np.* przecięła, a potém podług przepiſania (14) przez ten punkt *C*, wyciągnąć liniią *CD*, którąby z liniią *CE*, kąt *ECD*, równy kątowi *FEB* czyniła; liniia *CD*, tym ſpoſobém wyciągnięta, będzie linii *AB* równoległa (37).

45. Maiąc wiele równoległych ciągnąć, dla krótkości, i uniknienia wielorakości ciągów, można użyć węgielnicy naſtępuiącym ſpoſobém.

Jeden bok węgielnicy, przyłóż na lniią proſtą zadaną, a drugi bok tzymaiąc wſparty, na liniii nieruchoméy, poſuway węgielnicę wzdłuż téy linii, aż piérwſzy bok przyidzie na punkt zadany, liniia naryſowana wzdłuż tego boku, będzie żądana równoległa.

46. Na polu chcąc wyciągnąć równoległą linii danèy, poſpolicie tak ſię czynić zwykło, ażeby dwie liniie były proſtopadłe trzeciéy. Tak gdyby *potrzeba było, wyciągnąć rownoległą iednemu z czół* (face) na-
fig. 20. rożnika (baſtion) (fig. 20) w odległości na 200 ſążni; na przedłużeniu czoła tego narożnika, obièram ſobie punkt *F*, z którego natymże przedłużeniu, ſpuſzczam proſtopadłą *FA*, długą na 200 ſążni, z któréy końca *A* wyciągam znowu proſtopadłą *AB*, i ta będzie równoległą żądaną.

O liniiach proſtych uważanych względém okręgów koła; i o okręgach koła, uważanych iedne na przeciw drugim.

47. Krzywość iednokſztáłtna koła, bez dokładnieyſzego wywodu oczywiście wnieść każe

1ód. *Ze liniia proſta niémoże dotknąć okręgu, w więcéy iak we dwóch punktach.*

2re. *Ze w kole, naywiękſza cięciwa, podcina naywiękſzy łuk, i odwrotnie.*

Nazywa ſię w powſzechności *ſieczna* (ſecans) (fig. 21), każda lini- fig. 21.
ia, iak *DE*, która dotykaiąc koła we dwòch punktach, części iéy znayduią ſię zewnątrſz tegòż koła; nazywa ſię *ſtyczna* (tangens) ktòra tylko do okręgu przykłada ſię, iak *AB*.

48. *Styczna niémóże okręgu dotknąć tylko w iednym punkcie.*

Gdyby go albowiém we dwòch pun-

punktach dotykała, wchodziłaby w koło; gdyż poymòwać ſię daie, że z tych dwóch punktow, możnaby wyciągnąć do śrzodka linii, albo promiénie równe, między ktòremi, można poiąć zawſze proſtopadłą, wyciągniętą na linii, ktòra te oba punkta łączy: a iako takowa proſtopadła, (27.) ieſt krótſza, od każdego z tych promiéni, pokazuie ſię iawnie, że ſtyczna miałaby punkta bliżſze śrzodka, iak ſą te, w których koła dotyka, a zatém wchodziłaby w koło; co ſię ſprzeciwia definicyi, wzwyż założonéy.

Styczna, niémaiąc tylko ieden
fig. 22. punkt z kolém ſpòlny, idzie zatém, że promiéń CA (fig. 22) ktòry do punktu dotknięcia ieſt wyciągnięty, ieſt naykrótſzą liniią, ktòra ze śrzodka, do ſtycznéy bydź może wyciągnięta; a zatém (27) ieſt téyże ſtycznéy proſtopadły. A przeto *wzaiémnie, ſtyczna w iednym, ktòrymkolwiek punkcie koła A, ieſt proſtopadła końcowi promiénia CA, ktòry przez ten punkt przechodzi.*

49. Rzecz tedy iaſna, że *chcąc wyciągnąć ſtyczną, do punktu A zadanego w kole,* trzeba

ba do tego punktu wyciągnąć promiéń CA, i na końcu iego poſtawić proſtopadłą, podług podanego ſpoſobu (33).

50. Więc, *ieżeli wiele kół* (fig. 23) fig. 23.
maią śrzodki ſwoie na téyże linii proſtéy CA, i wſzyſtkie przez tenże punkt A przechodzą, będą miéć wſzyſtkie ſpólną ſtyczną TG, proſtopadłą linii CA; a zatém wſzyſtkie dotykać ſię będą.

51. Tak, *chcąc naryſówać koło pewnéy wielkości, i któreby dotykało koła zadanego BAD* fig. 24.
(fig. 24) w punkcie zadanym A; trzeba przez śrzodek C, i przez punkt A, wyciągnąć promiéń CA, który do upodobania przedłużyć można; potém z punktu A ku T, albo ku V, (ieżeli zechcę żeby iedno z kół, obéymowało drugie, lub nie,) wnieść promiéń drugiego koła; dopiéro ze śrzodka T albo V, i rozwartością promiénia TA, lub VA, naryſówać okrąg EF.

52. *Proſtopadła, przez śrzodek cięciwy wyciągnięta, przechodzi zawſze przez śrzodek koła, i przez śrzodek łuku, przez też cięciwę podciętego* (fig. 25). fig. 25.

Powinna albowiém przechodzić przez wſzyſtkie punkta ròwno oddalone od końców A i B (30); a ponieważ rzecz oczywiſta, że śrzodek,

dek, ieſt równo oddalony od dwòch końców *A* i *B*, które ſą okręgu punktami; więc przez śrzodek przechodzić muſi.

Niémniéy rzecz iaſna, że przez śrzodek łuku, przechodzić także powinna; albowiém ieżeli *E* ieſt śrzodkiém łuku, łuki ròwne *AE*, *BE*, maią cięciwy ròwne (7), więc punkt *E*, ieſt ròwno oddalony od *A* i od *B*; a zatém proſtopadła, przez punkt *E* przechodzić muſi.

53. Srzodek, połowa łuku, i połowa cięciwy, będąc położone wſzyſtkie na iednéyże linii proſtéy, zawſze, ile razy iaka liniia proſta, przechodzić będzie przez dwa z tych punktów, można wnieść, że i przez trzeci przechodzi.

A iako ze śrzodka cięciwy, iednę tylko proſtopadłą wyciągnąć można, pronależy ieſzcze wnieść, że ieżeli ſtopadła wyciągnięta na cięciwie, przechodzi przez którykolwiek z tych trzech punktów, przez drugie dwa, także koniecznie przechodzić muſi.

Z takowych własnościów wnieść dalèy można.

54. 1ód. *Spoſób dzielenia kąta, lub łuku, na dwie równe części.*

Chcąc rozdzielić kąt *BAC* (fig. 26) na *fig. 26.*
dwie równe części; ryſuy z wièrſzchołka iego *A* iako ze śrzodka, promièniém do upodobania wziętym, łuk *DE*; potém z punktów *D* i *E*, wziętych koléyno za śrzodek, ryſuy dwa łuczki, które ſię w punkcie *G* przecinaią; przez ten punkt *G* i przez punkt *A*, wyciągniy liniią *AG*, która (30) będąc na połowie cięciwy *DE* proſtopadłą, łuk *DIE* (52) na dwie równe części przedzièli, a zatém i kąt *BAC*; ponieważ te dwa kąty (12) mieć będą za miarę, dwa równe łuki *DI* i *EI*.

55. 2re. *Spoſób opiſania okręgu koła, przez trzy zadane punkta, które nieſą w linii proſtéy położone.*

Niech będą te punkta, *A*, *B*, *C*, (fig. *fig.*
27); wyciągnąwſzy liniie proſte *AB*, i *BC*, *27.*
mieć będzieſz dwie cięciwy, należące do koła, o którèm mowa.

Wyciągniy z połowy *AB* (31) proſtopadłą; toż ſamo uczyń z połowy *BC*; punkt *I* gdzie ſię te obie proſtopadłe przecinać będą, będzie śrzodkiém koła. Srzodek albowiém ten, muſi bydź na linii *DE* (52) i z tèyże ſaméy przyczyny, muſi także bydź na linii *FG*, muſi więc bydź tam, gdzie ſię obie ſchodzą, to ieſt w *I*, który ieſt punktèm ſpólnym obydwóm liniióm.

56. Gdyby protzeba wyciągała, *znaléśdź śrzodek koła, lub łuku iuż gotowego*; rzecz iaſna, żeby tylko trzy punkta na tym łuku do upodobania wzięte, naznaczyć trzeba, i działanie iak wyżéy przepiſano odprawić.

57. Ponieważ ieden tylko punkt *I*, znayduie ſię który rozwięzuie zagadnienie, trze-

dek, ieſt równo oddalony od dwòch końców *A* i *B*, które ſą okręgu punktami; więc przez śrzodek przechodzić muſi.

Niémniéy rzecz iaſna, że przez śrzodek łuku, przechodzić także powinna; albowiém ieżeli *E* ieſt śrzodkiém łuku, łuki ròwne *AE*, *BE*, maią cięciwy ròwne (7), więc punkt *E*, ieſt ròwno oddalony od *A* i od *B*; a zatém proſtopadła, przez punkt *E* przechodzić muſi.

53. Srzodek, połowa łuku, i połowa cięciwy, będąc położone wſzyſtkie na iednéyże linii proſtéy, zawſze, ile razy iaka liniia proſta, przechodzić będzie przez dwa z tych punktów, można wnieść, że i przez trzeci przechodzi.

A iako ze śrzodka cięciwy, iednę tylko proſtopadłą wyciągnąć można, należy ieſzcze wnieść, że ieżeli proſtopadła wyciągnięta na cięciwie, przechodzi przez którykolwiek z tych trzech punktów, przez drugie dwa, także koniecznie przechodzić muſi.

Z takowych właſnościów wnieść daléy można.

54. 1ód. *Spoſób dzielenia kąta, lub łuku, na dwie równe części.*

Chcąc rozdzielić kąt *BAC* (fig. 26) na dwie równe części; ryſuy z wièrſzchołka iego *A* iako ze śrzodka, promièniem do upodobania wziętym, łuk *DE*; potém z punktów *D* i *E*, wziętych koléyno za śrzodek, ryſuy dwa łuczki, które ſię w punkcie *G* przecinaią; przez ten punkt *G* i przez punkt *A*, wyciągniy liniią *AG*. która (30) będąc na połowie cięciwy *DE* proſtopadłą, łuk *DIE* (52) na dwie równe części przedzièli, a zatém i kąt *BAC*; ponieważ te dwa kąty (12) mieć będą za miarę, dwa równe łuki *DI* i *EI*. *fig. 26.*

55. 2re. *Spoſób opiſania okręgu koła, przez trzy zadane punkta, które nieſą w linii proſtéy położone.*

Niech będą te punkta, *A*, *B*, *C*, (fig. 27); wyciągnąwſzy liniie proſte *AB*, i *BC*, mieć będzieſz dwie cięciwy, należące do koła, o którèm mowa. *fig. 27.*

Wyciągniy z połowy *AB* (31) proſtopadłą; toż ſamo uczyń z połowy *BC*; punkt *I* gdzie ſię te obie proſtopadłe przecinać będą, będzie śrzodkiém koła. Srzodek albowiém ten, muſi bydź na linii *DE* (52) i z tèyże ſaméy przyczyny, muſi także bydź na linii *FG*, muſi więc bydź tam, gdzie ſię obie ſchodzą, to ieſt w *I*, który ieſt punktèm ſpólnym obydwóm liniióm.

56. Gdyby protzeba wyciągała, *znaléśdź śrzodek koła, lub łuku iuż gotowego*; rzecz iaſna, żeby tylko trzy punkta na tym łuku do upodobania wzięte, naznaczyć trzeba, i działanie iak wyżéy przepiſano odprawić.

57. Ponieważ ieden tylko punkt *I*, znayduie ſię który rozwięzuie zagadniènie, trze-

ba ſtąd wnièść, że przez trzy punkta dane, tylko iedno koło obwiéśdź można, a zatèm że *dwa okręgi koła, niémogą zniyśdź ſię w trzech punktach, bez złączenia ſię w iedno.*

fig. 28. 29. 58. 3cie. *Spoſòb opiſania koła przez punkt zadany* B (fig. 28 *i* 29), *ktòreby dotykało drugiego koła w punkcie zadanym* A.

Przez śrzodek C, danego okręgu, i przez punkt A, który od drugiego koła ma bydź dotknięty, wyciągniy promiéń CA, z obu ſtron podług potrzeby przedłużony; punkt A złącz z punktém B, przez który maſz żądany okrąg przeprowadzić; ze śrzodka AB, ſpuść proſtopadłą MN, która liniią AC, albo przedłużenie iéy, w D przetnie; punkt ten D, będzie śrzodkiém koła; zaś AD i BD, będą żądanego koła promiéniami; bo ponieważ okrąg żądany, ma przechodzić przez punkt A i przez punkt B, śrzodek iego powinién bydź na MN (52); nadto, ponieważ tenże okrąg ma dotykać w A, śrzodek iego powinién bydź na linii CA, (50) albo na iéy przedłużeniu; a zatém muſi ſię znaydówać w punkcie przecięcia linii CA i MN.

fig. 30. 59. Gdyby zamiaſt okręgu, potrzeba było, żeby linii proſtéy w punkcie zadanym A (fig. 30) okrąg przechodzący przez punkt B, dotykał ſię; działanie zoſtanie tož ſamo, z tą tylko róznicą, że liniia AC, będzie proſtopadła, z punktu A na téy linii proſtèy wyciągnięta.

fig. 31. 60. 4te. *Dwie cięciwy równoległe* AB, CD, (*fig.* 31) *zachwytuią między ſobą łuki ròwne* AC, BD.

Proſtopadła albowiém GI, ze śrzo-

śrzodka G, na AB ſpuſzczona, łuki oba AIB, CID, na dwie równe części dzielić powinna (52); ponieważ będzie proſtopadłą, niemniéy na AB, iak na iéy równoległą CD; zatém, ieżeli od dwóch łuków równych AI i BI, odetnę dwa łuki równe, CI i DI, łuki pozoſtałe AC, BD, muſzą bydź równe.

Wnieśmy ſtąd, że gdy ſtyczna HK, ieſt równoległa cięciwie AB, punkt dotknięcia I, przypadnie właśnie w połowie łuku AIB.

61. Założone podania (50, 58, i 59) ſłużą w Fortyfikacyi, w ryſówaniu dział, i różnych ſprzętów Artylerycznych, gdzie często bywa potrzeba łuków, które z ſobą dotykać ſię maią, albo dotykać linii proſtych, i przez zadane punkta przechodzić.

O Kątach uważanych w kolė.

62. Widzieliśmy wyżéy (12), iaka ieſt miara kątów w powſzechności. Tu nieieſt myśl naſza, podawać nowy ſpoſób ich miérzenia, ale tylko wyłożyć niektòre właſności, które nam w czaſie wielce użyteczne bydź mogą, iużto do odprawiénia pewnych działań, iuż téż do uła-

twiénia niektórych dowodzéń.

fig. 32. 33. 63. *Kąt MAN (fig. 32 i 33) któ- ry ma ſwóy wiérſzchołek na okręgu, a ieſt uczyniony przez dwie cięciwy, albo przez iednę cięciwę, i iednę ſtyczną, ma za miarę zawſze, połowę łuku BFED, zawartego między ramionami iego.*

Jeżeli śrzodek *C*, ieſt między ramionami kąta położony; ciągniy przez śrzodek *C*, śrzednicę *FH*, ramiéniowi AM równoległą, i śrzednicę *GE*, ramiéniowi AN także rownoległą. Kąt MAN (43), ieſt równy kątówi *FCE*; będzie zatém miał też ſamę miarę, iak ten, co ma ſwòy wiérſzchołek we śrzodku koła, to ieſt, że będzie miał za miarę łuk *FE*; nietrzeba więc tylko dowiéśdź, że łuk *FE*, ieſt połową łuku *BFED*. Przeto, ponieważ łuk *BF*, ieſt równy łukowi AH (60), z przyczyny równoległych AM, *HF*; tudzież z przyczyny ròwnoległych AN, *GE*, łuk *ED* ieſt ròwny łukowi AG; więc *ED*, więcéy *BF*, tyle ważą co AG, więcéy AH, to ieſt *GH*; lecz *GH*, iako miara kąta *GCH*, powinna bydź równa łukowi *FE*, to ieſt miarze kąta *FCE*, ktòry (20) ieſt ròwny kątowi *GCH*; więc *FB* więcéy *ED*, ważą tyle co *FE*; więc *FE* ieſt połową *BFED*; więc kąt MAN, ma za miarę połowę łuku *BFED*, między ramionami ſwémi zawartego.

Lecz gdyby śrzodek koła, nieznaydówał ſię między dwoma ramionami kąta, ale na ſtronie iako w kącie MAN (37) widziéć ſię fig. daie; niémniéy ieſzcze prawda 37. będzie, że kąt ten, będzie miał za miarę, połowę łuku *BD*, między ramionami ſwémi zawartego. Albowiém, zmyśliwſzy ſobie ſtyczną AE; kąt MAN, waży tyle co MAE, mniéy NAE; ma więc za miarę różnicę miar tych dwóch kątów; to ieſt (ponieważ śrzodek ieſt między ramionami ich), połowę łuku BFA, mniéy połowa DFA; albo co ieſt iedno, połowę *BD*.

64. A zatém 1ód. *Wſzyſtkie kąty* fig. BAE, *BCE*, *BDE*, (fig. 34), *któ-* 34. *re maiąc wiérſzchołki na okręgu, między ramionami ſwoiémi, tenże ſam łuk, albo ròwne łuki zawiérać będą; będą ſobie równe.* Ponieważ każ-

każdy z nich będzie miał za miarę, połowę iednegóż łuku *BE* (63).

fig. 35. 65. 2re. *Każdy kąt* BAC (fig. 35) *maiący wierſzchołek na okręgu, i którego ramiona, przechodzić będą przez końce ſrzednicy; będzie kąt proſty, czyli* 90° *maiący*: bo między ramionami ſwémi zawiérać będzie, pòł okręgu *BOC*, 180° wártuiącego; a że miarą iego bydź powinna połowa tego łuku (63), więc mieć będzie 90°.

66. Podanie (65) wywiedzione, między wielu innémi użyciami, mieć może dwa naſtępuiące.

fig. 36. 67. 1òd. *Chcąc wyciągnąć proſtopadłą z końca B, linii FB (fig. 36)*, gdy linii takowéy przedłużyć doſtatecznie niémożna, żeby ſię działanie wyżéy (33) opiſane, wykonać dało; poſtąpić ſobie trzeba naſtępuiącym ſpoſobèm.

Z punktu *D*, zewnątrſz linii *FB*, do upodobania wziętego, i otwartością cyrkla równą *DB*, ciągniy okrąg *ABCH*, który liniią *FB*, przetnie w iakowym punkcie *A*; przez ten punkt i przez ſrzodek *D*, ciągniy ſrzednicę *ADC*; z piérwſzego punktu *C*, gdzie ſrzednica tęn okrąg przecina, ſpuść do punktu *B*, liniią *CB*, która linii *FB* będzie proſtopadłą; kąt albowièm *CBA*, uczyniony z liniią *FB*, ma wièrſzchołek ſwóy na okręgu, i ramiona iego przez końce ſrzednicy

AC przechodzą, więc kąt ten, ieſt proſty (65); a zatém liniia *CB*, ieſt linii *FB* proſtopadła.

68. 2re. *Z punktu E* (fig. 38) *zewnątrſz koła ABD, chcąc okręgowi tego koła wyciągnąć ſtyczną*; złącz ſrzodek *C* i punkt *E*, przez liniią proſtą *CE*; z linii *CE* iako z ſrzednicy, ryſuy okrąg *CAED*; który przetnie piérwſzy okrąg *ABD*, we dwóch puntkach *A* i *D*; przez każdy z tych punktów, i przez punkt *E*, wyciągnąwſzy liniie *DE*, *AE*, mieć będzieſz dwie ſtyczne; które z punktu *E*, do okręgu *ABD* wyciągnąć można. *fig. 38.*

Zeby ſię przekonać, o tém, iż te liniie, prawdziwie ſą ſtycznémi, nietrzeba tylko wyciągnąć promiènie *CD*, i *CA*; dwa kąty *CDE*, *CAE*, każdy maią wiérſzchołek ſwóy na okręku *ACDE*, i dwa ramiona każdego, przechodzą przez końce ſrzednicy *CE*; a zatém (65) te kąty ſą proſte; więc *DE* i *AE*, ſą proſtopadłe końcóm promiéni *CD* i *CA*; więc te liniie ſą ſtycznémi w *D* i w *A*.

69. Przedłużywſzy ramię BA (fig. 32) do upodobania ku I, zrobi ſię kąt NAI, maiący ſwóy wiérſzchołek na okręgu. Kąt ten, który nie z dwóch cięciw, ale tylko z iednéy cięciwy, i przedłużenia drugiéy ſkłada ſię, niebędzie miał za miarę połowy łuku AD, między ramionami iego zawartego, ale połowę ſummy dwóch łuków AD i AB *fig. 32.*

 pod-

podciętych przez ramię AD, i przez ramię IA przedłużone. Albowiém DAI, z kątém DAB, ważąc razém dwa proſte kąty; te oba kąty powinny mieć za miarę razém, połowę okręgu; lecz widzieliśmy (63) że kąt DAB, ma za miarę pół DB; więc DAI, będzie mieć za miarę pół AD i pół AB.

fig. 39, 70. *Kąt* BAC (fig. 39), *maiący wiérſzchołek ſwóy między środkiém i okręgiém, ma za miarę połowę łuku BC, między ramionami ſwémi zawartego, więcéy połowa łuku DE, między témiż przedłużonémi ramionami zawartego.*

Z punktu D, gdzie ramię przedłużone CA, ſtyka ſię z okręgiém, wyciągniy DF równoległą linii AB; kąt BAC, ieſt równy FDC (37), a zatém, też ſamę mieć będzie miarę iak tamten, to ieſt połowę łuku FBC (63), albo połowę łuku BC, więcéy połowa BF; albo ponieważ (60), BF ieſt łuk równy łukowi DE, połowę BC, więcéy połowa DE.

fig. 40. 71. *Kąt* BAC (fig. 40), *maiący ſwóy wiérſzchołek zewnątrz koła, ma za miarę, połowę łuku wklękłego BC, mniéy połowa łuku wypukłego*

kłego ED, między ramionami iego zawartych.

Z punktu D, gdzie liniia CA z okręgiém ſchodzi ſię, ciągniy DF równoległą linii AB.

Kąt BAC, ieſt równy kątowi FDC (37), a zatém też ſamę mieć będzie miarę co i ten, to ieſt połowę łuku CF, albo połowę łuku CB, mniéy połowa BF, albo, (z przyczyny równości BF (60) i ED), połowę łuku CB, mniéy połowa ED.

72. Rzecz tedy iaſna, że gdy ramiona iakiego kąta, zachwytuią między ſobą łuk okręgu, ieżeli kąt takowy ma za miarę połowę łuku, między ramionami ſwémi zawartego, wiérſzchołek ſwóy zapewne mieć będzie na okręgu: gdyby go albowiém, miał gdzie indziéy, podania wywiédzione (70 i 71) pokazałyby, że niéma połowy łuku takowego, za miarę. Więc iakimkolwiék ſpoſobém bądź, niech ten kąt będzie położony, ieżeli ramiona iego (fig. 34), przechodzą zawſze przez też ſame punkta okręgu *B* i *E*, *fig. 34.* wiérſzchołek iego zawſze będzie, na iakowym punkcie okręgu. Przeto gdy dwie liniie *AM, AN* (fig. 41), nieruchomie z ſobą ſpoione, na téyże równi obracaią ſię razém, tak żeby zawſze dwóch punktów *fig. 41.* ſtałych *B* i *C* dotykały, wiérſzchołek *A*, nakryśli okrąg koła, który przez dwa punkta *B* i *C*, przechodzić będzie.

To

To służyć może 10ćd. *Do narysowania koła, któreby przez trzy dane punkta A, B, C,*
fig. 41. (fig. 41) *przechodziło, gdy do środka zbliżyć się niemożna.*

Punkt *A* z dwoma punktami *B* i *C*, przez dwie liniie *AM*, *AN* złączyć potrzeba, i te liniie, tak umocnić, żeby się iedna od drugiéy oddalić niémogła, dopiéro powoduy kąt *BAC*, tak, ażeby liniie *AM*, *AN*, zawsze punktów *B* i *C*, dotykały, wièrszchołek *A* nakryśli żądany okrąg.

2re. *Zeby narysować łuk koła, maiący liczbę stopniów zadaną, i ktòryby przechodził przez dwa zadane punkta B i C*; co w praktyce możę bydź potrzebne.

To maiąc zrobić; odetniy od 360 stopniów, liczbę stopniów, którą miéć ma łuk żądany, i wziąwszy reszty połowę, rostwórz dwie liniie, tak żeby czyniły ów kąt, równy téy połowie. Dopiéro te linie z sobą umocniwszy, i obracaiąc ie około punktów stałych *B* i *C*, łuk *BAC*, który w takowym obrocie wiérszchołka nakryśli się, będzie łukiém podług liczby zadanych stopniów obwiedzionym.

Łatwo widziéć się daie, dlaczego robi się kąt *BAC*, równy połowie reszty; to iest, bo ma za miarę połowę łuku *BC*, który iest róznicą między całym okręgièm, i łukiém *BAC*.

O Liniiach prostych rozległość zamykaiących.

73. Do zamknięcia iakowéy rozległości, niémożna użyć mniéy nad trzy liniie proste; natenczas, rozległość

ległość takowa nazywa się, *tróykąt prostokryślny* (triangulam rectilineum), albo prosto tylko *tróykąt*. fig. 42.
ABC (fig. 42) iest tróykąt; ponieważ iest rozległością, trzema liniiami zamkniętą, albo raczéy, ponieważ iest figura, maiąca tylko trzy kąty.

Rzecz oczywista, że w każdym tróykącie, summa dwòch boków, wzięta iak się podoba, iest zawsze większa, iak trzeci bok. AB więcéy BC *np.* ważą więcéy iak AC; ponieważ AC, będąc liniią prostą, od A od C idącą, iest oráz naykròtsza drogą, od iednego z tych punktów do drugiego.

Tróykąt, którego trzy boki są sobie równe, nazywa się tròykąt *równoboczny* (æquilaterum) (fig. 44.). fig. 44.

Ten, ktorego dwa boki tylko, są ròwne, nazywa się tróykąt *równoramiénny* (isosceles) (fig. 45). fig. 45.

Ten zaś, ktòrego wszystkie trzy boki są nierówne, nazywa się tròykąt *różnoboczny* (scalenum) (fig. 43). fig. 43.

74. *Summa trzech kątów, każde-*
go

go prostokryślnego tróykąta, czyni dwa kąty proste, albo 180°.

Przedłuż do upodobania bok AC, ku E (fig. 43), i wyciągniy liniią CD, linii AB równoległą. fig. 43.

Kąt BAC, iest równy kątowi DCE (37), ponieważ liniie AB i CD są równoległe. Kąt ABC, iest równy kątowi BCD, na fundamencie drugiéy własności równoległych (38); a zatém dwa kąty BAC i ABC, są wárte razém tyle, co dwa kąty BCD, i DCE, to iest tyle co kąt BCE; lecz kąt BCE, iest spełniéniém (17 i 19) kąta BCA; więc dwa kąty BAC i ABC, czynią razém spełniénie kąta BCA; więc trzy kąty razém czynią 180°.

75. Dopiéro uczyniony wywód, pokazuie oráz, *że kąt zewnętrszny BCE tróykąta ABC, wynosi tyle, co summa dwóch kątów wnętrsznych BAC i ABC naprzeciw niego położonych.*

Wniéśmy stąd co się powiedziało (74) 1ód. *Ze tróykąt prostokryślny, niémoże miéć tylko ieden kąt prosty*; i w ten czas nazywa się *tróy-*

kąt

kąt prostokątny, (rectangulum). (fig. 46). fig. 46.

2re. Tém bardziéy, *niémoże miéć tylko ieden kąt rozwarty*; i w ten czas nazywa się *tróykąt rozwartokątny* (obtusangulum) (fig. 47). fig. 47.

3cie. Lecz *może miéć wszystkie trzy kąty ostre*, i nazywa się *tróykąt ostrokątny* (acutangulum) (fig. 45). fig. 45.

4te. Ze *maiąc wiadome dwa kąty, albo tylko summę dwóch kątów w tróykącie, trzeci kąt także będzie wiadomy*; od 180°, odiąwszy summę dwoch wiadomych kątów.

5te. Gdy *dwa kąty w tróykącie, są równe dwóm kątóm drugiego tróykąta, trzeci kąt każdego tróykąta, musi koniecznie bydź także równy*; ponięważ trzy kąty każdego czynią 180°.

6te. Ze *dwa kąty ostre w prostokątnym tròykącie, są zawsze dopełniéniém (21) ieden drugiego*. Albowiém gdy ieden z kątów tròykąta ma 90°; na drugie dwa niezostaie się więcéy tylko 90°.

76. Widzieliśmy wyżéy (55) że przez trzy punkta, ktore niesą

w liw linii proftéy, można zawfzé opifać okrąg koła; wnieśmy teráz ftąd. Ze można zawfze opifać okrąg koła, przez wiérfzchołki trzech kątów tròykąta. To nazywa fię: *opifać koło na tróykącie* (triangulo circulum circumfcribere).

77. Stąd łatwo daléy wnieść fię daie, *iód*. *Ze ieżeli dwa kąty w tróykącie fą równe, boki które im fą przeciwne będą także równe;* i odwrotnie, *ieżeli dwa boki w tróykącie fą ròwne, kąty im przeciwne, także fobie fą równe.*

Opifawfzy albowiém okrąg przez trzy kąty A, B, C, (fig. 48) ieżeli kąty ABC, ACB, fą fobie równe, łuki ADC, AEB, których połowy flużą im za miarę (63), będą koniecznie ròwne; a zatèm cięciwy (7) AC, AB, będą równe. I odwrotnie ieżeli boki AB, AC fą równe, łuki ADC, AEB, będą także równe; a zatém kąty ABC, ACB, maiące za miarę połowę tych łuków, będą fobie równe.

fig. 48.

A zatém trzy kąty tròykąta ròwnobocznego fą równe, i każdy z

nich

nich wárt trzecią część 180°, to ieft 60°.

78. *2re.* W *iednymże tróykącie ABC (fig. 49) naywiękfzy bok, ieft naprzeciw nayiwiękfzego kąta, naymniéyfzy bok, naprzeciw naymniéyfzego; i odwrotnie.* *fig. 49.*

Jeżeli albowièm kąt ABC ieft większy iak kąt ACB, łuk AC, będzie większy iak łuk AB, a zatèm cięciwa AC, większa iak cięciwa AB. Odwrotnego podania, podobnymże fpofobèm, możnaby dowieśdź.

O równości tròykątów.

79. Jeft wiele podań, ktòrych dowodzenie gruntuie fię na równości pewnych trò ykątòw, iakie w takowych podaniach uważać trzeba; rzecz tedy przyzwoita, żebyśmy podali znaki, po ktòrych ròwność tròykątòw rozeznać można. Jeft ich trzy.

80. *Dwa tròykąty fą fobie doskonale równe, gdy maią ieden kąt ròwny, zawarty między dwoma bokami, ròwnémi każdy każdému.*

Niech będzie kąt B, tròykąta BAC

fig. 50. BAC (fig. 50), ròwny kątowi E, tròykąta EDF, niech bok AB, będzie ròwny bokowi DE, i bok BC, ròwny bokowi EF; że te dwa tròykąty ſą ſobie ròwne, można ſię przekonać naſtępuiącym ſpoſobèm.

Zmyślmy ſobie figurę ABC, przyłożoną na figurę DEF, tak, żeby bok AB, na bok ròwny ſobie DE doſkonale przyſtawał; ponieważ kąt B, ieſt ròwny kątowi E, bok BC padnie na EF, a punkt C, padnie na punkt F; gdyż rozumié ſię, że bok BC ieſt ròwny bokowi EF. Gdy zatèm punkt A, ieſt na punkcie D, i punkt C, na punkcie F, rzecz oczywiſta, że AC przyſtaie doſkonale do DF, zatèm idzie, że dwa tròykąty ſchodzą ſię doſkonale.

fig. 50. Przeto, chcąc nakryślić tróykąt, którego mi ſą wiadome dwa boki, i kąt między niémi zawarty (fig. 50), wyciągnę liniią *DE*, równą iednemu z wiadomych boków; na téy linii (14), naznaczę kąt *DEF*, równy wiadomému kątowi, i zrobiwſzy liniią *EF*, równą drugiému bokowi wiadomému, ſciągnę razèm *DF*, co mi zupełnie ſkończy żądany tróykąt.

81. *Dwa tròykąty ſą ſobie doskonale*

nale ròwne, gdy maią ieden bok ròwny, przyległy do dwóch kątów ròwnych, każdy każdému.

Niechay bok AB (fig 50), będzie ròwny bokowi DE, kąt B, ròwny kątowi E, i kąt A, równy kątowi D. fig. 50.

Zmyślmy ſobie bok AB przyſtaiący doſkonale na bok DE; BC przyſtanie na EF, ponieważ kąt B ieſt równy kątowi E; podobnież ponieważ kąt A ieſt równy kątowi D, bok AC, przyſtanie na DF; a zatém AC i BC, zniydą ſię w punkcie F; więc oba tròykąty ſą ſobie ròwne.

Przeto chcąc naryſówać tróykąt którego ieden bok, i dwa kąty przyległe mu, będą wiadome (fig 50); wyciągnę liniią *DE*, równą wiadomému bokowi; na końcach téy linii, wznaczę (14), kąty *E* i *D*, dwóm kątóm wiadomym równe; boki *EF* i *DF*, takowych kątów, zſzedłſzy ſię razém, żądany tróykąt dokończą. fig 50.

82. Podanie (81), ſłużyć może chcąc dowieśdź, *że części AC, BD, (fig 51), dwóch rownoległych, zachwycone między dwiema innémi ròwnoległémi AB, CD, ſą ſobie ròwne.* fig. 51.

Spuść dwie proſtopadłe AE, BF; kąty AEC, BFD ſą ròwne, bo ſą

 pro-

proſte; z przyczyny zaś ròwnoległych, AC i BD, AE i BF, kąt EAC ieſt ròwny kątowi FBD (43). Nadto AE, ieſt ròwna linii BF (36); więc dwa tróykąty AEC, BFD ſą równe; ponieważ maią bok równy, przyległy do dwòch kątów ròwnych, kazdy każdemu; więc AC, ieſt równa linii BD.

Podobnież dowiéśdź można, że ieżeli AC, ieſt ròwna, i równoległa linii BD, AB będzie także równa i ròwnoległa linii CD; bo oprócz boku AC, ròwnego bokowi BD, i kąta proſtego tak w E, iako téż w F, kąt ACE, będzie równy kątowi BDF, ponieważ AC, równoległa linii BD (38); więc (75) trzeci kąt EAC, będzie rowny trzeciému kątowi DBF, a zatém oba tròykąty będą miały ieden bok równy, przyległy dwòm kątòm równym, każdy każdému; więc będą ròwne; przeto liniia AE ieſt równa linii BF, i obie ſą ſobie rònoległe; ſtąd więc, i z wyżéy położonego wywodu (82) naſtępuie że AB, ieſt ròwna linii *CD*.

83. *Dwa tróykąty ſą ſobie doſkonale równe, gdy maią trzy boki ròwne, każdy każdému.*

Niechay będzie bok AB (fig 50) ròwny bokowi DE, bok BC ròwny bokowi EF, i AC ròwny bokowi DF. *fig. 50.*

Zmyślmy ſobie bok AB, doſkonale na DE przyſtaiący, i ròwnią BAC na ròwnią figury EDF przyłożoną; mòwię że punkt C, przypadnie na punkt F.

Z punktòw D i E iako ze śrzodkòw, promiéniami DF i EF, ryſuy dwa łuczki IK, i HG, ktòre w F przecinaią ſię; rzecz oczywiſta, że punkt C, muſi przypaśdź na iakowy punkt łuczku IK, ponieważ AC, ieſt ròwna linii DF; z podobnéyże przyczyny punkt C, muſi przypaśdź na iaki punkt GH, ponieważ BC ieſt ròwna linii EF, muſi więc koniecznie przypaśdź w punkcie F, ktòry ieſt ſam tylko ſpólny, obydwòm łukòm; a zatém dwa tròykąty, przyſtaią doſkonale ieden na drugi; więc ſą ſobie doſkonale ròwne.

fig 50 Przeto chcąc narysówać tróykąt którego trzy boki będą wiadome (fig 50); wyciągniy liniią prostą *DE*, równą iednému z wiadomych boków; z punktu *D* iako ze śrzodka, i promièniém równym drugiému wiadomèmu bokowi, rysuy łuczek *IK*; podobnież z punktu *E*, iako ze śrzodka, i promièniém równym trzeciému wiadomému bokowi, rysuy łuk *GH*; nakoniec z punktu przecięcia *F*, do punktów *D* i *E*, wyciągniy liniie proste *FD* i *FE*.

O *Wielokątach* (polygonum)

85. Figura, wiele bokòw a zatém i kątòw maiąca, nazywa się ogólnie *wielokątiém.*

Kiedy ma trzy boki, nazywa się.		*Tròykąt*	(Triangulum)
Gdy ma boków	4	*Czworokąt*	(Quadrilaterum)
	5	*Pięciokąt*	(Pentagon)
	6	*Sześciokąt*	(Hexagon)
	7	*Siedmiokąt*	(Heptagon)
	8	*Ośmiokąt*	(Octogon)
	9	*Dziewiąciokąt*	(Enneagon)
	10	*Dziesiąciokąt*	(Decagon)
	11	*Jedynastokąt*	(Endecagon)
	12	*Dwunastokąt*	(Dodecagon)

Z tablicą takowych nazwisk daléy nierościągamy się, iako mniéy użyteczną. Łatwo inne wielokąty na kształt tych wymiénić się dadzą.

Nazywa się kąt *wyskakuiący* (procurrens) ktòrego wiérszchołek iest

iest zewnątrsz figury położony; (fig *fig.*
52.) ma wszystkie swoie kąty wy- *52.*
skakuiące.

Kąt *wklękły* (regrediens) przeciwnie, iest ten, ktòrego wiérszchołek w figurę wchodzi; kąt CDE *fig.*
(fig 53) iest kąt wklękły. *53.*

Własności wielokątów, w Fortyfikacyi maią częste użycia. Nazwiska *kąta wyskakuiącégo*, *kąta wklękłego* trafiaią się osobliwièy, w kątach *ukrytèy drogi* (chemin couvert) i w liniiach *okopowych* (retranchement)

Nazywa się *przekątna* (diagonalis) liniia wyciągnięta z iednego kąta do drugiego w iakiéykolwiek figurze; AD, AC (fig 52) są prze- *fig*
kątne. *52.*

85. *Każdy wielokąt przez przekątne wyciągnęte z iednego kąta, może bydź podzielony, na tyle tróykątów mniéy dwa, wiele ten wielokąt ma bokòw.*

Spoyźrzawszy na figury 52 i 53, *fig*
można się przekonać o powszechno- *52.*
ści téy prawdy. *53.*

86. *A zatém chcąc miéć summę wszystkich wnętrsznych kątòw, iakiegokolwiek wielokąta, trzeba wziąść*

180° tyle razy mniéy dwa, wiele znayduie się boków.

Rzecz albowiém iest oczywista, że summa kątów wnętrsznych w
fig. 52. 53. wielokątach ABCDE (fig 52), i AB CDEF (fig 53), iest taż sama, co summa kątów, zawartych w tròykątach ABC, ACD, i. t. d. A ponieważ summa, trzech kątów, każdego z tych tròykąta, czyni 180°, trzeba więc wziąść 180° tyle razy, ile iest tròykątow, to iest (85) tyle razy mniéy dwa razy, wiele iest boków.

fig 53 W *figurze* 53, kąt *CDE* żeby mógł należeć do podania poprzédzaiącego, powinien bydź wzięty, nie względém części *CDE* wielokątowi zewnętrszney, lecz względém części *CDE*, złożoney z kątów *ADE*, *ADC*; iest to kąt więcey iak 180° maiący, który iednak niemniéy za kąt poczytać trzeba, iak każdy inny kąt mniéyszy od 180°; kąt albowiém w ogólności, nieco innego iest, (10) tylko ilość o którą liniia, około stałego punktu obróciła się.

87. *Przedłużywszy ku iednéyże stronie, boki wielokąta wklękłych kątów niémaiącego, summa wszystkich zewnętrsznych kątów, wárta będzie*
fig 52. *360°, liczba boków niech będzie iaka chce w wielokącie* (fig 52)

Ka-

Każdy albowiém kąt zewnętrszny iest spełniéniém kąta wnętrsznego iému przyległego; przeto kąty tak wnętrszne iak zewnętrszne, czynią tyle razy 180°, ile boków znayduie się; lecz (86) wnętrszne wszystkie kąty, nieróżnią się od téy summy, tylko o dwa razy 180, albo 360°, zostaie więc na kąty zewnętrszne 360°.

88. Nazywa się wielokąt *regularny* albo *foremny*, który wszystkie kąty i wszystkie boki ma równe *fig. 54.*
zobacz (fig 54)

Łatwo tedy zawsze dóyśdź można, wiele waży każdy wnętrszny kąt wielokąta regularnego; znalazłszy albowiém przez podanie wyżéy położone, (86) wártość wszystkich razém wnętrsznych kątów, przez liczbę boków rozdzielić ią potrzeba; *np.* gdyby zadano było, wiele wárt każdy kąt wnętrszny regularnego pięciokąta; ponieważ znayduie się pięć boków, biorę 180° pięć razy, mniéy dwa razy, to iest trzy razy, co mi daie wártość 540° piąciu kątów wnętrsznych; a ponieważ wszystkie są równe, każdy musi bydź wárt piątą część 540°, to iest 108°.

89. Z definicyi wielokata regularnego wnieść należy, *iż przez wszystkie kąty regularnego wielokąta*

ta

ta, opiſać można iedenże okrąg koła.

fig 54. Albowiém dowiedziono ieſt (55) że przez trzy punkta ABC (fig 54) okrąg koła opiſać można; ſtąd wnoſzę, że tenże okrąg przez koniec boku CD także przechodzić muſi: iakóż łatwo ieſt dowiéśdź że punkt D, gdzie takowy okrąg powinien boku CD dotykać, ieſt od C, o ròwną odległość BC oddalony; ponieważ kąt ABC, będąc równy kątowi BCD, łuki AEC, BFD, których połowy, ſą miarą takowych kątów (63), powinny bydź równe; odiąwſzy od każdego łuk ſpólny AFED, łuki zoſtaiące CD i AB muſzą bydź równe; więc (7) i cięciwy CD i AB ſą także równe; więc punkt D, gdzie bok CD wpada w okrąg przechodzący przez ABC, ieſt tymże ſamym punktém, którym i wiérſzchołek kąta wielokątu. Względém kątów EF uczynićby można tenże ſam wywód.

90. Rzecz tedy iaſna, że chcąc przez wielokąt regularny, okrąg opiſać, nietrzeba tylko przez wiérſzchołki trzech kątów iego okrąg naryſować; o czém iuz było wyżéy (55).

91. *Wſzyſtkie proſtopadłe ſpuſzczone ze śrzodka wielokąta regularnego na boki iego, ſą ſobie równe.* Bo ponieważ te proſtopadłe OH, OL, na połowę każdego boku padać muſzą (52), liniie AH i AL będą ſobie równe; a że liniia AO, ieſt obydwóm tròykątòm OHA i OLA, ſpòlna; nadto z przyczyny tròykątów ABO, AOF, które wſzyſtkie boki ſwoie maią równe, każdy każdemu; kąty OAH, OAL, będą równe; więc dwa tròykąty OAH, OAL maiąc kąt równy, zawarty między dwoma bokami rownémi, każdy każdému, ſą ròwne (80); więc liniia OH ieſt ròwna linii OL.

Przeto pomiéniém równym, iednéy z tych proſtopadłych, oprowadzony okrąg, wſzyſtkich boków dotykać będzie, i okrąg ten, nazywa ſię *w wielokącie wpiſany* (circulus polygono inſcriptus).

Proſtopadła OH, OL nazywa ſię każda, *proſtopadła na bok wielokąta.*

82. Rzecz oczywiſta że ze śrzodka wielokąta regularnego, wyciągnąwſzy liniie do wſzyſtkich kątów,

te linije będą między ſobą zawiérać kąty równe; ponieważ będą miały za miarę łuki, które ſą przez równe cięciwy podcięte; a przeto, *chcąc miéć kąt ſrzodkowy regularnego wielokąta, trzeba rozdzielić 360° przez liczbę boków.* Albowiém te równe kąty, wſzyſtkie razém, maią za miarę cały okrąg. *Np.* w ſześciokącie, każdy kąt ſrzodkowy będzie miáł ſzóſtą część z 360°, to ieſt 60°.

93. Za tém idzie, *że bok ſześciokąta, ieſt równy promiéniowi koła opiſanego.* Wyciągnąwſzy albowiém promiénie AO i BO, tròykąt AOB, będzie ròwnoboczny, a zatém (77) dwa kąty BAO, i ABO, będą ſobie równe; a iako kąt AOB ieſt od 60°, dwa pozoſtałe kąty powinny czynić razém 120° (75); więc każdy z nich ma 60°; więc te trzy kąty ſą ſobie ròwne, a przeto tròykąt ieſt rownoboczny (77): więc linija AB, ieſt równa promiéniowi AO.

94. To oſtatnie podanie, ſłużyć może do podziału okręgu po 15°.

fig. 55. Wyciągniy dwie średnice *AB*, *DE* (fig 55) iedna drugiéy proſtopadłe, i wziąwſzy

otwartość cyrkla, równą promiéniowi *CE*, wnieś ią koléyno, z *E* w *F* i z *A* w *G*; tym ſpoſobém cwiérć okręgu *AE*, będzie na trzy części równe rozdzielona *AF*, *FG*, *GE*; bo ponieważ wzięła ſię długość promiènia na otwartość cyrkla, idzie zatém, ſtąd co ſię powiedziało (93), że łuk *EF* ieſt od 60°; a że *EA* ieſt od 90°, więc *AF*, ieſt od 30°. Z téyże ſaméy przyczyny *AG* ieſt od 60°; a iako *AE* ieſt od 90°, więc *GE* ieſt od 30°. Naoſtatek, ieżeli łuk całkowity ieſt od 90°, odetnieſz łuki *AF* i *GE*, ważące razém 60°, zoſtaiący łuk *FG*, bydź muſi od 30°. Cwièrć okręgu na takowe łuki każdy od 30° podzieliwſzy, łuk od 15° łatwo miéć można, każdy z łuków *AF*, *FG*, i *GE* na dwié równe części rozdzieliwſzy, ſpoſobèm wyżéy (54) podanym. Tož ſamo działanie z trzema innèmi ćwierciami *AD*, *DB*, i *BE* uczynić mozna.

Chcąc zrobić podział takowy aż do iednego ſtopnia, trzebaby użyć długiego próbówania i macania, pókiby na takowe części nienatrafiło ſię; albowiém niemaſz na to Jeometrycznego ſpoſobu. Jeſt atoli ſpoſób Jeometryczny, do wynależiénia łuków od 3°; lecz ponieważ podania do tego działania wiodące, do niczego więcéy niémogą nam bydź użyteczne, przeto ie pominiémy.

Uważyć należy, że przez działania Jeometryczne rozumièmy tu, te wykryślenia, którémi, można wykonać zadaną rzecz w pewnéy okrèślonéy liczbie działań, tylko przy pomocy liniiału i cyrkla.

O Liniiach proporcyonalnych.

95. Nim wnidziémy w rzecz o li-

niiach proporcyonalnych, założémy tu wprzód niektòre podania, które ſą nieuchybnym wnioſkiém tego, cośmy w Arytmetyce przepiſali. Lecz żebyśmy wymawiania ſpoſòb ſkrócili, odtąd, gdy dwie ilości będą miały bydź iedna z drugą dodane, działanie takowe znakiém + oznaczémy, który tyle wárt będzie, co ſłowo *więcéy*; tak 4+3, znaczyć będzie, 4 *więcéy* 3, albo 4, dodane do 3, albo 3 dodane do 4. Podobnież w oznaczeniu odéymowania, znaku — użyiémy, ktòry iedno uczyni, co ſłowo *mniéy*; tak 5—2, znaczyć ma, 5 *mniéy* 2, albo, że 2 odiąć trzeba od 5. Jako niezawſze wyciąga potrzeba, żeby działania były w rzeczy ſaméy odprawione, gdy tylko przychodzi rozumówać o okolicznościach tych działań, tak częſtokroć użyteczniéy ieſt działania takowe tylko naznaczyć, aniżeli wypadek znich piſać.

W oznaczeniu mnożenia używać będziémy znaku X, co na iedno wychodzi, iak gdyby było powiedziano, *rozmnożone przez*, tak 5X4, znaczy, 5 *rozmnożone przez* 4.

Wo-

W oznaczeniu dzielenia poſtąpiémy ſobie iak w Arytmetyce; dziélnego i dziélnika w poſtaci ułamka piſać będziémy, którego dziélny będzie licznikiém, a mianownikiém dziélnik; tak $\frac{12}{7}$ znaczyć ma 12 rozdzielone przez 7.

To założywſzy, widzieliśmy w Arytmetyce (175), że w każdéy proporcyi, ſumma poprzédnikòw, ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden poprzédnik do ſwego naſtępnika, i że toż ſamo ma ſię z różnicą poprzédnikòw, przyſtòſowaną do różnicy naſtępnikòw.

96. Zatém, ſtąd wniéść możémy, *że w każdéy proporcyi, ſumma poprzédników ma ſię do ſummy naſtępników, iak ſię ma różnica poprzédników, do ròżnicy naſtępników*; bo ponieważ w proporcyi 48 : 16 : : 12 : 4 *np.* mòwić daie ſię (w Arytm. 175)

$$48+12 : 16+4 :: 12 : 4$$
$$\text{i } 48-12 : 16-4 :: 12 : 4.$$

rzecz oczywiſta (z przyczyny ſpólnego ſtòſunku 12:4) że można wniéść, 48+12:16+4::48—12: 16—4. Rozumówanie ieſt toż ſamo mo względém każdéy innéy proporcyi.

97. Można zatém w téy oſtatniéy proporcyi, trzeci wyráz na miéyſce drugiego, a drugi na miéyſce trzeciego przeſtawiwſzy (co uczynić wolno) (Arytm. 171) powiedziéć także, *że ſumma poprzédników, ma ſię do ich różnicy, iak ſumma naſtępnikòw, do ich także różnicy.*

98. W proporcyi $48:16::12:4$ miéyſca dwòch śrzednich przemiéniwſzy, będzie, $48:12::16:4$; i ſtòſuiąc do niéy podanie (96) wywiedzione, wypadnie, $48+16:12+4::48-16:12-4$, co względém proporcyi $48:16::12:4$ daie naſtępuiące podanie. *Summa dwóch piérwſzych wyrazów proporcyi, ma ſię do dwóch oſtatnich wyrazów, iak różnica dwóch piérwſzych, do różnicy dwòch oſtatnich;* albo (trzeci wyráz na miéyſce drugiego, i drugi na miéyſce trzeciego przełożywſzy) *Summa dwóch piérwſzych wyrazów, ma ſię do ich różnicy, iak ſumma dwóch oſtatnich wyrazów, do ich także różnicy.*

99. *Jeżeli ſtóſunek ieſt złożony z mnogości wiélu innych ſtóſunków, na miéyſce każdego z tych składaiących ſtòſunków, można położyć ſtòſunek w innych wyrazach zawarty, byleby te dwa wyrazy, miały tenże ſtòſunek, co owe, na ktòrych miéyſce przychodzą.*

Np. w ſtóſunkù $6\times10:2\times5$, można zamiaſt czynników 6 i 2, położyć 3 i 1, co da ſtóſunek złożony $3\times10:1\times5$, i uczyni tenże ſtóſunek, iak $6\times10:2\times5$. Jakóż ponieważ $6:2::3:1$ można bez odmièniènia proporcyi (Arytm. 173) rozmnożyć poprzédników przez 10, a naſtępników przez 5, natenczas wypadnie $6\times10:2\times5::3\times10:1\times5$.

Łatwo widziéć daie ſię, że to rozumówanie, do każdego innego ſtóſunku miéć może przyſtóſówanie.

100. Jeżeli dwie albo więcéy proporcyòw znayduie ſię takowych, że w piérwſzym ſtóſunku iednéy, poprzédnik ieſt równy naſtępnikowi w drugiéy, gdy te proporcye porządnie rozmnożyć potrzeba będzie, można opuścić wyrazy które znaydą ſię ſpólne w poprzédniku i w naſtępniku; maiąc *np.* te dwie proporcye:

6 : 4 : : 12 : 8
4 : 3 : : 20 : 15

można wnieść 6 : 3 : : 12 X 20 : 8 X 15

Przypuściwſzy albowiém mnożnika ſpólnego 4, ſtóſunek 6 X 4 do 4 X 3, ktòry wypadnie; nieròżniłby ſię od ſtóſunku 6 do 3 (Aryt. 160) ktòry wynika, opuściwſzy tego czynnika.

Podobnież maiąc 6 : 4 : : 12 : 8
4 : 3 : : 20 : 15
3 : 7 : : 21 : 49.

wnieść można 6 : 7 : : 12X20X21 : 8X15X49.

Toż ſamo i z téyże ſaméy przyczyny, o inſzych ſtòſunkach rozumiéć trzeba.

Ta uwaga, ieſt użyteczna chcąc znaléśdź ſtòſunek dwòch ilościòw; gdy ten ſtóſunek ma bydź ſkładany; natenczas albowiém, każda z tych ilościòw, ſtòſuie ſię do drugich ilościòw, ktòrych tylko używa ſię na pomoc, a które po dowodzie zoſtać ſię niepowinny.

Wiadomości ktoreśmy w liczbach zaſiągnęli o proporcyach, teráz ſłużyć nam maią do liniòw. Zeby zaś dowodzenia naſze były tém krótſze, i po-

powſzechniéyſze, tym liniòm żadnèy oſobnéy wártości nienaznaczémy, chyba, w niektòrych przyſtòſówaniach: wreſzcie można ſię zawſze poratòwać tém, co ſię powiedziało o liczbach.

Stòſunki ktòre tu uważać mamy, ſą Jeometryczne. Tak, gdy ſię powié, ta albo owa liniia, ma ſię do téy lub owéy, iak 5 do 4 *np*; rozumiéć trzeba, że piérwſza zawièra w ſobie drugą, iak liczba 5 zawiéra w ſobie 4.

101. *Jeżeli naiakiém ramiéniu AZ iakiegokolwiék kąta ZAX* (fig 56) *naznaczyſz części równe AB, BC, CD, DE, i. t. d. takiéy wielkości i liczby iak ſię podoba; i wyciągnąwſzy podług upodobania, przez ieden z punktów podzielonych F, liniią FL, która z ramiéniém AX w L zniydzie ſię; ieżeli wyciągnieſz przez drugie punkta podzielone, liniie BG, CH, DI, EK, i. t. d. ròwnoległe linii FL: mòwię że części AG, GH, HI, i. t. d. na ramiéniu AX, będą także między ſobą równémi.* *fig 56.*

Wyciągniy przez punkta G, H, I, i. t. d. liniie GS, HM, IN, i. t. d. linii AZ rówonoległe; tròykąty ABG, GSH,

GSH, HMI, INK, i. t. d. będą wſzyſtkie ſobie równe; albowiém 1ód. liniie GS, HM, IN, i. t. d. ſą każda, równe linii AB; ponieważ (82) ſą równe liniom BC, CD, DE, i. t. d. 2re. kąty GSH, HMI, INK, i. t. d. ſą wſzyſtkie między ſobą równe, gdyż wſzyſtkie ſą równe kątowi ABG (43). 3cie. kąty SGH, MHI, NIK, i. t. d. ſą wſzyſtkie ſobie równe, ponieważ wſzyſtkie ſą równe kątowi BAG (43).

Więc wſzyſtkie tròykąty BAG, SGH, MHI, maią ieden bok równy przyległy dwóm równym kątóm, każdy każdemu, a zatém wſzyſtkie ſą ſobie równe; więc boki AG, GH, HI, i. t. d. tych tròykątów, ſą także wſzyſtkie między ſobą równe; ſkąd iawna ieſt, że liniia AX ieſt w iſtocie ſamèy, na równe części podzielona przez liniie równoległe.

Rzecz tedy oczywiſta, gdy AB ieſt iakową częścią linii AG; BC będzie podobną częścią, części GH; CD będzie także podobnąż częścią, części HI; ieżeli *np.* AB ieſt $\frac{2}{3}$ linii AG; BC będzie $\frac{2}{3}$ lini GH, i.t.d.

Toż

Toż ſamo rozumiéć ſię ma, o 2, 3, 4, i. t. d. częściach linii AF, przyſtòſòwanych do 2, 3, 4, i. t. d. części linii AL; więc oddział iakikolwiek AD albo DF, linii AF, ieſt tąż ſamą częścią oddziału odpowiadaiącego AI, albo IL, linii AL, iaką ieſt AB, linii AG; to ieſt że

$$AD : AI :: AB : AG.$$
$$\text{i } DF : IL :: AB : AG.$$

Można także powiédziéć że AF : AL :: AB ; AG.

Więc (z przyczyny ſtòſunku AB : AG, ſpòlnego tym wſzyſtkim trzem proporcyóm), można powiedziéć

$$AD : AI :: DF : IL$$
$$\text{i } AD : AI :: AF : AL$$

102. *Więc przez punkt D* (fig 57), *na iednym z boków AF, tróykąta AFL, do upodobania obrany, wyciągnąwſzy liniią DI, równoległą bokowi FL; dwa boki AF, AL, będą proporcyonalnie przecięte; to ieſt że naſtępuiąca proporcya zawſze wyniknie.* *fig. 57.*

$$AD : AI :: DF : IL$$
$$\text{i } AD : AI :: AF : AL$$

albo, śrzodkow miéyſca przemieniwſzy (Aryt. 171)

 AD

$AD : DF :: AI : IL$
i $AD : AF :: AI : AL$
Kąt FAL, niechay będzie iaki chce.

Zawſze albowiém poiąć ſię daie, że liniia AF, może bydź na tak wiele części podzielona, żeby punkt D, na którą z takowych części przypádł. Przez wſzyſtkie tedy takowe punkta, wyſtawiwſzy ſobie równoległe linii FL; liniia DI, będzie iedną z takowych równoległych; natenczas dowiéśdź można, poprzédzaiącym właſnie ſpoſobém (101), że każda z tych proporcyów ma miéyſce.

103. *Więc 1ód. Jeżeli z punktu*
fig. *A, zewnątrſz linii GL* (fig 60 i 61)
60. *do upodobania wziętego, do różnych*
61. *punktów téy linii, liniie AG, AH, AI, AK, AL powyciągaſz; każda równoległa BF linii GL, te wſzyſtkie liniie, przetnie na części proporcyonalne; to ieſt że mieć będziéſz:*

$AB:BG::AC:CH::AD:DI::AE:EK::AF:FL.$
i $AB:AG::AC:AH::AD:AI::AE:AK::AF:AL$

Uważaiąc albowiém koléyno, kąty GAH, GAI, GAK, GAL, iak
fig. ſię uważało kąt FAL (fig 57); tym-
57. że ſamym ſpoſobèm dowiéśdź można,

żna, że te wſzyſtkie ſtòſunki, ſą ſobie równe.

104. 2re. *Liniia AD* (fig 58), fig.
która dzieli kąt BAC na dwie ró- 58.
wne części w tròykącie, ſtronę przeciwną BC, przecina na dwie części BD, CD, proporcyonalne bokóm odpowiadaiącym AB, AC; to ieſt że BD: DC :: AB: AC

Albowiém ieżeli przez punkt B wyciągnieſz liniią BE, linii AD równoległą, któraby zeſzła ſię z liniią CA, do E przedłużoną; natenczas, liniie CE, CB, będąc proporcyonalnie przecięte (102), mieć będzieſz BD:CD::AE:AC

Ze zaś AE, ieſt ròwna linii AB, łatwo widziéć ſię daie; ponieważ z przyczyny ròwnoległych AD, i BE, kąt E ieſt równy kątowi DAC (37), i kąt EBA, ieſt równy ſwemu na przemian BAD (38), a zatém ponieważ DAC, i BAD, ſą ſobie równe, iako połowy kąta BAC, kąty E, i EBA będą także ſobie ròwne; a zatém boki AE, i AB, ſą ſobie podobnież rowne; więc proporcya BD:CD::AE:AC, odmiénia ſię w tę, BD:CD::AB:AC.

 Tego

Tego podania użyć można, chcąc wynaléśdź punkta przedłużenia linii *główney Narożnika* (Capitale du Baſtion).

fig 59. Na przedłużeniach *czół BD*, i *BE* (fig 59), obiérz ſobie dwa punkta *D* i *E*, a zmiérzywſzy *BD*, i *BE*, albo kiedy zmiérzyć niémożna, znalazłſzy ich długości, ſpoſobami niżéy podaném, zmiérz także *DE*; natenczas, ponieważ liniia główna, dzieli kąt *ABC*, i iemu przyległy *DBE*, na dwie równe części, miéć będzieſz *DB*: *BE*:: *DF*: *EF*, co podług (Arytm. 174), odmiénić można ſna, *DB*+*BE*:*BE*::*DE*:*EF*; tym ſpoſobém więc, miéć będzieſz *EF*, a zatém i punkt *F*.

105. *Jeżeli liniie AF, i AL*
fig. 57. (fig 57), *przetnieſz proporcyonalnie w punktach D i I, to ieſt tak, że* AF:AD::AL:AI; *liniia DI, będzie linii FL równoległa.*

Albowiém część AI odcięta przez równąległą z punktu D wyciągniętą, powinna ſię mieścić w AL (102) tyle razy, ile ſię mieści AD w AF; lecz rozumié ſię, że AI, mieści ſię w AL tyleż razy; więc ta część niémoże bydź inſza iak AI.

106. *Więc przeciąwſzy proporcyonalnie* (fig 60), *w punktach B, C*
fig. 60. *D, E, F, linii* AG, AH, AI, AK, AL, *wyciągnięte z punktu A, do różnych*

żnych punktów linii GL, liniia BC DEF, przez te wſzyſtkie punkta przechodząca, będzie liniia proſta, linii GL równoległa.

107. Podania (101 i daléy) wywiedzione, niemniéy ſą prawdziwe, gdy liniia BF, zamiaſt między punktém A, i liniią GL znaydowania ſię, iak w *figurze* 60, ieſt położona fig. 60.
zewnątrſz punktu A, iak w fig: 61. 61.
Wſzyſtko albowiém, co ſię o figurze 56 powiedziało, i co ſłuży za fundament podaniòm wywiedzionym (101 i daléy), może bydź przyſtóſowano do równoległych, ZA i XA przedłużonych, w fig 56.

O Podobiénſtwie Tróykątów.

108. Nazywaią ſię boki *odpowiadaiące* (latera homologa) dwóch tróykątów, albo w powſzechności dwóch figur ſobie podobnych, te, które maią położenie podobne, każdy, w figurze do którey należy.

Kiedy ſię mówi, dwa tróykąty albo dwie figury, maią boki proporcyonalne, rozumié ſię, że każdy bok piérwſzéy figury, mieści w ſobie odpowiedaiący bok drugiéy, zawſze też ſamę liczbę razy; tak, że w proporcyach ſtąd wynikaiących, przyſtóſo-

 wa-

Tegó podania użyć można, chcąc wynaléśdź punkta przedłużenia linii *główney Narożnika* (Capitale du Baſtion).

fig 59. Na przedłużeniach *czół BD*, i *BE* (fig
59), obiérz ſobie dwa punkta *D* i *E*, a
zmiérzywſzy *BD*, i *BE*, albo kiedy zmiérzyć niémożna, znalazłſzy ich długości, ſpoſobami niżéy podanémi, zmiérz także *DE*; natenczas, ponieważ liniia główna, dzieli kąt *ABC*, i iemu przyległy *DBE*, na dwie równe części, mieć będzieſz *DB*: *BE*:: *DF*: *EF*, co podług (Arytm. 174), odmiénić można ſna, *DB*+*BE*:*BE*::*DE*:*EF*; tym ſpoſobém więc, mieć będzieſz *EF*, a zatém i punkt *F*.

105. *Jeżeli liniie AF, i AL*
fig. (fig 57), *przetnieſz proporcyonal-*
57. *nie w punktcch D i I, to ieſt tak, że*
AF:AD::AL:AI; *liniia DI, będzie linii FL równoległa.*

Albowiém część AI odcięta przez równąległą z punktu D wyciągniętą, powinna ſię mieścić w AL (102) tyle razy, ile ſię mieści AD w AF; lecz rozumié ſię, że AI, mieści ſię w AL tyleż razy; więc ta część niémoże bydź inſza iak AI.

106. *Więc przeciąwſzy propor-*
fig. *cyonalnie* (fig 60), *w punktach B, C*
60. *D, E, F, liniie* AG, AH, AI, AK,
AL, *wyciągnięte z punktu A, do różnych punktów linii GL, liniia BC DEF, przez te wſzyſtkie punkta przechodząca, będzie liniia proſta, linii GL równoległa.*

107. Podania (101 i daléy) wywiedzione, niemniéy ſą prawdziwe,
gdy liniia BF, zamiaſt między pun-
ktém A, i linią GL znaydowania
ſię, iak w *figurze* 60, ieſt położona fig.
zewnątrſz punktu A, iak w fig: 61. 60.
Wſzyſtko albowiém, co ſię o figu- 61.
rze 56 powiedziało, i co ſłuży za fundament podaniom wywiedzionym (101 i daléy), może bydź przyſtoſowano do równoległych, ZA i XA przedłużonych, w fig 56.

O Podobiénſtwie Tróykątów.

108. Nazywaią ſię boki *odpowiadaiące* (latera homologa) dwóch tróykątów, albo w powſzechności dwóch figur ſobie podobnych, te, które maią położenie podobne, każdy, w figurze do którey należy.

Kiedy ſię mówi, dwa tróykąty albo dwie figury, maią boki proporcyonalne, rozumié ſię, że każdy bok piérwſzéy figury, mieści w ſobie odpowiedaiący bok drugiéy, zawſze tęż ſamę liczbę razy; tak, że w proporcyach ſtąd wynikaiących, przyſtoſowawawſzy bok piérwſzéy, do boku odpowiadaiącego drugiéy; drugi ſtóſunek ſkładać trzeba, ſtóſuiąc podobnież drugi bok piérwſzéy, do boku odpowiadaiącego drugiéy: albo, ieżeli zaráz dwa boki piérwſzéy figury, przyſtóſówane były ieden do drugiego; dwa boki które maią bydź przyſtóſówane dla złożenia drugiego ſtóſunku, powinny bydź odpowiadaiące, czyli maiące tożſamo położenie co tamte, i w tymże porządku wzięte; to ieſt że poprzédnikiém drugiego ſtóſunku, powinien bydź bok odpowiadaiący, poprzédnika piérwſzego ſtóſunku.

109. *Dwa tróykąty, które maią kąty rowne, każdy każdému, maią boki odpowiadaiące proporcyonalne, a zatém ſą ſobie podobne.*

Jeżeli dwa tróykąty ADI, AFE
fig. (fig 62), ſą takie, że kąt A piér-
62. wſzego, ieſt rowny kątowi A drugiego, kąt D, rowny kątowi F, i kąt I rowny kątowi E; mówię, że miéć będę AD : AF :: AI : AE :: DI : FE.

Bo ponieważ kąt A piérwſzego tróykąta, ieſt rowny kątowi A drugiego, te dwa tróykąty można przy-
fig. łożyć ieden na drugi, iak w fig 57;
57. natenczas, ponieważ kat D, ieſt rowny kątowi F, linüe DI, i FE będą rownoległe (37); więc na funda-

da-

damencie tego, co ſię powiedziało (102), miéć będę, AD : AF :: AI : AE.

Wyciągniymy teráz przez punkt I (fig. 57) liniią proſtą IH, linii *fig.*
AF rownoległą; podług tego co *57.*
ſię powiedziało (102), miéć będziém AI : AL :: FH : FL, albo z przyczyny rowności linii FH, z liniią DI (82), :: DI : FL; więc AD : AF :: AI : AL :: DI : FL

Ze zaś miéyſca ſrzodków przemiénić można, można więc także powiedziéć AD : AI :: AF : AL; i AI : DI :: AL : FL

110. Ponieważ (75), gdy dwa kąty tróykąta ſą rowne, dwóm kątom drugiego tróykąta, trzeci kąt muſi bydź trzeciému koniecznie rowny; wnieśmy ſtąd: *Że dwa tròykąty ſą ſobie podobne, gdy maią dwa kąty rowne, każdy każdému.*

111. Widzieliśmy (43), że dwa kąty, które maią boki rownoległe, i ſą ku iednéyże ſtronie obrocone, ſą ſobie rowne; *więc dwa tròykąty, które maią boki rownoległe, maią także kąty rowne, każdy każdé-*

mu

mu, a zatém (109), *i boki proporcyonalne.*

Więc podobnież *dwa tróykąty, które maią boki proſtopadłe, każdy każdému, maią także też ſame boki proporcyonalne*; albowiém ieden z tych tròykątow, na ćwiérć okręgu wkoło obròciwſzy, boki iego, ſtaną ſię ròwnoległémi drugiému tròykątowi.

112. *Jeżeli z kąta proſtego* A,
fig. *tróykąta proſtokątnego*, *BAC* (fig
46. 46), *ſpuſciſz proſtopadłą* A*D*, *na przeciwny bok BC, która zowie ſię przeciwproſtkątna* (Hipotenuza) *1ód. Dwa tróykąty* A*DB*, A*DC*, *będą ſobie podobne, i tróykątowi BAC. 2re. Proſtopadła* A*D będzie śrzednią proporcyonalną między dwiema częściami przeciwproſtkątnéy BD i DC. 3cie. Każdy bok AB, albo* A*C, proſtego kąta, będzie śrzednim proporcyonalnym, między przeciwproſtkątną i odcinkiém odpowiadaiącym BD, albo DC.*

Albowiém dwa troykąty ADB, ADC, każdy z nich ma kąt proſty w D, iak go tróykąt BAC, ma w A; nadto, każdy z nich ma ieden kąt

kąt ſpòlny z tymże troykątém BAC; ponieważ kąt B, niemniéy należy do tróykąta ADB, iak do BAC; podobnież kąt C, niemniéy należy do tròykąta ADC, iak do tròykąta BAC; więc (109) te trzy tróykąty ſą ſobie podobne; więc ſtóſuiąc boki odpowiadaiące iedne z drugiémi, tych dwòch tròykątòw ADB i ADC, miéć będę

$$BD : AD :: AD : DC.$$

tróykątów zaś *ADB*, *BAC*, boki odpowiadaiące ſtóſuiąc; wypadnie proporcya:

$$BD : AB :: AB : BC$$

naoſtatek, tróykątów *ADC*, *BAC*, boki odpowiadaiące ſtóſuiąc, będzie proporcya:

$$CD : AC :: AC : BC.$$

Skąd pokazuie ſię, że *AD* (Arytm. 164), ieſt śrzednią proporcyonalną, między *BD* i *DC*; *AB* śrzednią proporcyonalną, między *BD*, i *BC*; i nakoniec *AC*, śrzednią proporcyonalną między *CD* i *BC*

113. *Dwa tróykąty, które maią kąt równy, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty, maią także drugie dwa kąty równe, zatém ſą ſobie podobne.*

Jeżeli dwa tròykąty ADI, AFE
(fig 62) ſą takie, że kąt A piér- fig.
wſzego, ieſt równy kątowi A dru- 62.
giego, i że oráz, boki zawiéraiące tako-

takowe kąty, ſą także takie, że AD: AF:: AI: AE; mòwię że ſobie będą podobne; to ieſt, że będą mieć drugie kąty także ſobie ròwne, każdy każdému, i onych trzecie boki DI i FE, będą w tymże ſamym z sobą ſtòſunku, co AD i AF albo AI i AE.

Albowiém kąt A, tróykąta ADI, można przyłożyć na kąt A, tróykąta AFE, ſpoſobém w *figurze* 57 wyrażonym. A że rozumié ſię, iż AD: AF:: AI: AE, dwie liniie proſte AF i AE, będą przecięte proporcyonalnie w punktach D i I; więc DI ieſt równoległa linii FE (105); więc (37) kąt AFE, ieſt ròwny kątowi ADI, i kąt AEF równy kątowi AID.

Stąd, iako téż z tego co ſię powiedziało (109) naſtępuie, że DI: FE:: AD: AF:: AI: AE

114. *Dwa tròykąty, które maią ſwoie trzy boki odpowiadaiące, proporcyonalne, maią także kąty równe, każdy każdému, a zatém ſą ſobie podobne.*

fig. 63. Daymy (fig 63), że DE: AB:: EF: BC:: DF: AC: mówię, że kąt D

D, ieſt ròwny kątowi A, kąt E, równy kątowi B, i kąt F, ròwny kątowi C.

Zmyślmy ſobie na DE, naryſòwany tróykąt DGE, ktòrego kąt DEG, ieſt ròwny kątowi B, i kąt GDE, ròwny kątowi A; tróykąt DEG, będzie podobny tròykątowi ABC (109), więc (109) mieć będzieſz DE: AB:: GE: BC:: DG: AC; lecz rozumié ſię że DE: AB:: EF: BC:: DF: AC; zaczém z przyczyny ſpólnego ſtòſunku DE: AB, mieć będzieſz GE: BC:: EF: BC:: DG: AC:: DF: AC; ſkąd wnieść można te dwie proporcye

$$GE : BC :: EF : BC$$
$$\text{i} \quad DG : AC :: DF : AC.$$

Więc ponieważ w tych obu proporcyach, dwa naſtępniki ſą ſobie równe; poprzédniki między ſobą, także muſzą bydź ròwne; zatém poprzédnik GE, będzie ròwny poprzédnikowi EF, i DG równy DF. Przeto tròykąt DEG, ma ſwoie trzy boki, ròwne tròykątowi DEF; ieſt więc (83) ròwny temu tróykątowi DEF; a iako dopiéro wi-

dzie-

dzieliśmy, że tróykąt DEG, ieſt podobny tróykątowi ABC, tak tróykąt DEF, będzie także podobny tròykątowi ABC.

115. Dowiedliśmy wyżéy (109),
fig. że gdy liniia DI (fig 57), ieſt linii
57. FL równoległa, dwa tròykąty ADI,
i AFL ſą ſobie podobne. Ponieważ ta prawda ma miéyſce, chociażby kąt A był iakiéykolwiek wiel-
fig. kości, trzeba ſtąd wnieść (fig 60),
60. że tròykąty AGH, AHI, AIK, AKL, ſą podobne tróykątòm ABC, ACD, ADE, AEF, każdy każdemu; i że zatém (109), KL : EF :: AK : AE :: KI : DE :: AI : AD :: IH : CD :: AH : AC :: GH : BC; więc z ciągu tych ſtóſunkòw niebiorąc tylko te ſtóſunki, ktòre ſą zamknięte w częściach linii GL i BF, mieć będzieſz KL : EF :: KI : DE :: IH : CD :: GH : BC; to ieſt, *że ieżeli z iednego punktu A, do różnych punktòw linii proſtéy GL, wyciągnieſz wiele innych linii proſtych, te liniie, każdą liniią, linii GL równoległą, przetną tymże ſamym ſpoſobém, iak przecinaią GL; to ieſt na części, któ-*

które będą miały między ſobą też ſame ſtóſunki, iak części na linii GL odpowiadaiące.

116. Z podania (101) wywiédzionego, wynika ſpoſób podzielenia linii danéy na części równe, albo na części, któreby miały między ſobą ſtóſunki żądane. Daymy że *AR* (fig 56), ieſt liniia, która ma bydź *fig 56.*
na dwie części podzielona, takie, żeby miały między ſobą ſtóſunek dany *np.* 7 : 3. Przez punkt *A*, w otwartości takiego kąta iak ſię podoba, wyciągniy liniią *AZ* do upodobania, i wziąwſzy także do upodobania, otwartość cyrkla *AB*, wnieś ią dziesięć razy wzdłuż linii *AZ*; daymy że *Q*, będzie punktém oſtatniéy części: punkta *Q* i *R* linii *AQ*, i linii danèy *AR*, złącz razém; natenczas ieżeli przez punkt *D*, gdzie trzeci przedział kończy ſię, wyciągnieſz liniią *DI*, linii *QR* równoległą; liniia *AR*, będzie rozdzielona na dwie części *RI* i *AI*, które będą między ſobą :: 7 : 3; albowiém (101 i 102) maią ſię do ſiebie :: *DQ* : *AD*, które były zrobione od 7, i od 3 części.

Stąd pokazuie ſię, że gdyby liniią *AR*, na większą liczbę części rozdzielić potrzeba było, *np.* na 5 części, któreby były między ſobą iak liczby, 7, 5, 4, 3, 2, te wſzyſtkie liczby, z ſobą dodaćby trzeba, coby uczyniło 21; potèm na liniią *AZ*, dwadzieścia i iednę otwartościów cyrkla równych, wnieśćby należało; a dopiéro przez przedziały 7, 5, 4, 3, 2. pociągnąć równoległe linii *QR*.

Gdyby ſtóſunek był w liniiach zadany, te wſzyſtkie liniie iedna za drugą, na liniią *AZ* wnieśćby potrzeba.

Ła-

Łatwo tedy poiąć można, coby czynić należało, gdyby liniia *AR*, na części równe miała bydź podzielona.

Lecz gdy części, na które liniia ma bydź podzielona, wypadaią zamałe, albo że liniia sama ieſt mała, naymnieyſza niedoſkonałość w równoległych, nazbyt wpływa w równość, lub nierówność takowych części; dla czego niebędzie od rzeczy, podać ſpoſób naſtępuiący.

fig 64. 117. *f g.* (fig 64) Jeſt liniia do rozdzielenia zadana, *np.* na *6* części równych. Wyciągniy do upodobania liniią *BC*; na którą wnieś ſześć równych otwartościów cyrkla do woli wziętych: niech będzie liniia *BC*, na którey ſię te ſześć części znayduią; na *BC*, naryſuy tróykąt równoboczny *BAC*, zrobiwſzy z punktów *B* i *C* iako ze środków, otwartością *BC* iako promieniém, dwa łuki, które przetną ſię w *A*. Na bokach *AB*, *AC*, weźmiy części *AF*, *AG*, każdą, równą linii *f g*; a wyciągnąwſzy liniią *FG*, będzieſz ią miał równą linii *f g*. Z punktu *A*, do wſzyſtkich punktów, przedziałów linii *BC*, liniie proſte wyciągnąwſzy, mieć będzieſz liniią *FG*, przeciętą tym ſamym ſpoſobém, iak ieſt liniia *BC*.

Albowiém, liniie *AF*, *AG*, będąc ſobie równe, iako też *AB*, *AC*, także ſobie równe, $AB:AF::AC:AG$; więc *AB* i *AC*, ſą proporcyonalnie przecięte w *F*, i w *G*; więc *FG*, ieſt równoległa linii *BC*; a zatém (113), tróykąt *FAG*, ieſt podobny tróykątowi *BAC*, więc tróykąt *FAG* ieſt równoboczny; więc liniia *FG*, ieſt równa linii *AF*, a zatèm i linii *f g*; nadto *FG*, będąc linii *BC* równoległą, te dwie liniie (115), powinny bydź proporcyonalnie przecięte,

cięte,

cięte przez liniie wyciągnięte z punktu A, do linii proſtéy BC.

To cośmy dopiero opiſali, ſłużyć może, do zrobiénia *podziałki* (ſcala). ſłużącéy do przenieſiénia figury, z wielkiego na małe; miara takowa, w bardzo wielu działaniach, naywygodnieyſza ieſt ta, którą nazywaią *dzieſiątną*, robi ſię naſtępuiącym ſpoſobém. Z końców A i B linii AB (fig. 65), która ma bydź na 100 *fig. 65.*
części rozdzielona: wyciągniy proſtopadłe, AC, BD; na każdą z nich, wnieś dzieſięć otwartościów cyrkla, równych między ſobą, lecz upodobanéy wielkości; ściągnąwſzy CD, rozdziél AB, na 10 równych części, i takowe części także na CD, przenieś, potém wyciągniy ukośne, iak w figurze widziſz; przez punkta przedziałów odpowiadaiących na CA i BD, wyciągniy także liniie proſte, które linii AB będą równoległe; co tyle uczyni, iak gdyby liniia AB, była na 100 części podzielona. Chcąc *np.* mieć 47 części takich, iakich linia AB ma 100 w ſobie, wezmieſz na linii która przechodzi przez lic: 7, część 7 H, od CA aż do ukośnéy przez lic: 40 przechodzącéy; i tak z każdą inną liczbą uczyniſz.

Iakóż, z przyczyny tróykątów podobnych Cv 7, CA*x*, rzecz oczywiſta: że 7 v, mieści w ſobie 7 części takich, iakich Ax zawiéra w ſobie 10; więc ponieważ v H, zaymuie cztéry przedziały, każdy z nich równy przedziałowi Ax, liniia cała 7 H, waży 47 części takich, iakich Ax zawiéra w ſobie 10, to ieſt 47 takich części, iakich liniia AB, mieści w ſobie 100.

118. Podanie (102) wywiedzione, ſłużyć może *do wynaleziénia, czwartéy proporcyonalnéy trzem liniióm zadanym* ab, cd, ef. (fig. 57), *fig. 57.*
to ieſt, linii którąby była, czwartym wyrazém proporcyi, od tych trzech poczynaiącéy ſię:

F a

ab, *cd*, *ef*. Tym końcém wyciągnąwszy do upodobania dwie linije proste AF, AL, które by bądź iakikolwiek kąt między sobą czyniły, wnieś *ab*, z A w D, i *cd*, z A w F; wnieś podobnież *ef*, z A w I; punkta D, I, prostą liniią DI złączywszy, przez punkt F, wyciągniy liniią FL, linii DI równoległą; liniia AL, będzie czwartą proporcyonalną żądaną.

Na fundamencie podania (109) wywiedzionego, można sobie także w tém postąpić innym następuiącym sposobém. Weźmiy na linii do upodobania wziętéy AF (fig. 57), dwie części AD i AF, równe liniióm *ab*, *cd*, każda każdéy; i wyciągnąwszy liniią DI, rowną linii *ef*, czyniącą taki kąt iak się podoba, przez punkt A i I, rysuy liniią prostą AIL, którą przetniesz przez liniią FL, linii DI równoległą; ta równoległa, będzie żądanym czwartym wyrazém.

Gdy dwa śrzednie wyrazy proporcyi, są sobie równe, natenczas czwarty wyraz nazywa się, *trzecim proporcyonalnym*; dla tego iż w takiéy proporcyi, tylko trzy wielkości różne, znayduią się. Tak, chcąc mieć trzecią proporcyonalną dwóm liniióm zadanym, trzeba rozumieć, że się szuka czwartego wyrazu proporcyi, w któréy, druga z dwóch zadanych linii, miéysce dwóch śrzodków zastępuie, i działanie wychodzi, na toż samo, co się dopiéro opisało.

Teorya linii proporcyonalnych, i tróykątów podobnych, iest fundamentém, bardzo wielu działań, w Jeometryi praktycznéy. Opiszemy potém nayglównieysze, teraz o tych tylko mówić będziémy, które bez miérzenia kątów daią się odbyć; to iest szczególnie przy pomocy kołków i sznura. O innych zaś damy wiadomość, gdy z okazyi Try-

Trygonometryi, opiszemy narzędzia służące do miérzenia kątów.

1*óé* Daymy że potrzeba na rzece iakiéy rzucić most; dla czego przodém wiedziéć należy szérokość téy rzeki AB (fig. 66.) *fig. 66.*

W kiérónku (directio) linii AB, i w odległości BC, która przynaymniéy trzecią część szérokości AB, wziętéy na oko, ważyć powinna, zatknąwszy kołek C, zmiérzysz liniią BC. Po prawéy lub po léwey, stronie linii BC, i w upodobanym kierónku, odmiérzysz iaką zechcesz odległość *np.* CE, (im dłuższa tém będzie lepsza). Połowę téy linii CE naznaczysz w D, i naznaczywszy oraz punkt F, który niemniéy w kierónku BE, iak w kierónku AD znaydówać się powinién, zmiérzysz BF i FE. Przez następuiącą proporcyą, dóydziesz długości AB; to iest FE — BF : $\frac{1}{2}$ BC; : : BF : AB.

Jakóż, zmyślmy sobie w połowie D liniią DG, równoległą linii AB; punkt G, gdzie się złączy z liniią BE, będzie (102) połową linii BE, a zatém FG, będzie równą linii FE — BF. Lecz tróykąty FGD i ABF sobie podobne, z przyczyny równoległych, daią proporcyą, FG : GD : : BF : AB. Nadto z przyczyny tróykątów podobnych EDG, ECB, DG iést połową CB; bo ED iest połową EC; więc FG, albo FE — FB : $\frac{1}{2}$ BC : : BF : AB.

2*re* W miérzeniu odległości, można sobie także postąpić innym, a to następuiącym sposobém.

Daymy że potrzeba wyciąga, zmiérzyć odległość od punktu przykopu (tranchée) B (fig. 67), wziętego na przedłużeniu *linii głównéy Półxiężyca* (Demilune), do wiérzchołka A, kąta wyskakuiącego ukrytéy drogi. *fig. 67.*

Na linii AB, wyciągnieſz próſtopadłą BC, upodobanéy długości; w punkcie E, na linii BC, zatkniy kołek, tak ażeby liniia CE była równą linii BE, albo częścią iéy wielokrotną, iakoto połową, ćwiercią, i. t. d; to zrobiwſzy, na linii CD, proſtopadłéy linii BC, oddalay ſię aż do punktu D, z którego mogłbyś widziéć, kołek E, i punkt A, w proſtym kierónku. W ten czas, AB będzie równa linii CD, ieżeliś liniią CE wziął równą linii BE; lub téż AB, będzie dwa razy, albo cztéry razy tak wielką iak CD, ieżeli na CE, połowa, albo ćwierć linii BE wzięta była. To pokazuie ſię oczywiście, uważaiąc że liniie CD i AB będąc równoległe, tróykąty ABE, i ECD, będą ſobie podobne.

3*cie* Ieżeliby potrzeba zmiérzyć odległość
fig. 68. nieprzyſtępną AB (fig. 68). Obierz ſobie punkt C, tak położony, ażebyś z niego widziéć mógł oba punkta A i B, i w tym kierónku, odmiérzyć części CD i CE, długościóm linii AC i BC, ile możności naybliżſze; lubo ściśle biorąc, mogą bydź małe, względém linii AC i BC.

Spoſobami wyżéy podanémi, albo innémi tym podobnémi, które na fundaméncie tamtych wymyślić można, znaydziéſz długość CA i CB; potém w kierónku CA i CB, kołki D, E, zatknieſz; tak, żéby CD miała ſię do CE :: CA : CB, (co ieſt łatwo, maiąc wiadomą długość CA i CB, a CD obrać ſobie mogąc do upodobania); to zrobiwſzy zmiérzyſz DE, i miéć będzieſz odległość AB, przez naſtępuiącą proporcyą CD : DE :: CA : AB; ponieważ dwa tróykąty CAB, CDE maiąc kąt równy, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty,. ſą ſobie podobne (113).

4*te*

4*te* Ieżeli przez punkt C (fig. 70), trzeba *fig.* 70.
wytknąć na polu liniią, równoległą linii AB, (niémaiąc tylko kołki przy ſobie).

Punkt D do upodobania obrawſzy, w kierónku AD, naznaczyſz punkt E, króryby ſię oráz w kierónku BC znaydówał; z tego punktu E wyciągniy EG, linii przyſtępnéy DB równoległą; potém z punktu C, prowadź GCF, linii AD równoległą, która z liniią BD w punkcie F zniydzie ſię. Na linii EG, naznaczyſz punkt H, w kierónku FA położony. Liniia KCHI, przez takowe punkta przeprowadzona, będzie żądaną równoległą.

Albowiém z przyczyny równoległych FG i AD; tróykąty FHG, i FAD ſą ſobie podobne, i daią proporcyą, FG albo ED : GH :: AD : FD. Z téyże ſaméy przyczyny, tróykąty ECG, BED, daią EG albo DF : GC :: BD : DE. Te obie proporcye maiąc też ſame ſkrayne, mnogość śrzednich, będzie równa w obydwóch, a zatém z tych cztérech ilościów (Arytm: 170.) można ułożyć proporcyą naſtępuiącą, GC : GH :: AD : BD; więc dwa tróykąty GCH, ABD, maią kąt równy między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty; rzecz albowiém ieſt oczywiſta, z przyczyny równoległych GE, DF, że kąt G ieſt równy kątowi D. Więc kat GCH, albo przeciwny iego KCF, iéſt równy kątowi BAD; więc CF będąc równoległą bokowi AD; CK muſi bydź także bokowi AB koniecznie równoległą.

5*te* Maiąc wiadomą grubość *przedpierſiénia* (epaulement) (fig. 69) otwartość zewnętrſzną HK, i wnętrſzną AB ſtrſzelnicy którą otworzyć trzeba, iak wynaléśdź kierónek *policzków* HA i KB? (joues).

Wyſtawiwſzy ſobie w myśli że P ieſt punkt, w którym ſię zniyśdź powinny takowe policz-

 ki

kł przedłużone; tróykąty podobne HKP, ABP dadzą proporcyą, HK : AB :: HP : AP. A ieżeli przez połowy G i C, wyſtawiémy ſobie znowu liniią ſtrſzału GCP, tróykąty podobne HGP, ACP, dadzą HP : AP :: GP : CP; więc HK : AB :: GP : CP; a zatém (Arytm: 174.) HK — AB : AB :: GC : CP; dóydzieſz więc linii CP, to ieſt ilości, o którą ſię trzeba oddalić, od śrzodka otwartości C, proſtopadle linii AB, żeby mieć punkt P, któryby z punktami A i B był w kierónku, iaki mieć powinny policzki AH, BK.

6te Przez podobne temu przyſtóſowanie, tróykątów ſobie podobnych, wynaléśdź mo-
fig. 71. żna punkt C (fig: 71), w którym liniia célu wziętego przez metal, z przedłużeniém osi armatnéy przecina ſię.

Kula wyſzedłſzy z kanału działa, przez ważność ſwoię, oddala ſię od tego kierónku w którym z armaty była wypędzona; tak że gdyby liniia célu GH, była równoległa oſi armatnéy, kula uderzyłaby zawſze niżéy punktu, na cél wziętego. Żeby temu zapobiédz; linii célu GH, daie ſię pewne nachylenie takie, ażeby ta liniia zeſzła ſię z oſią, w odległości AC, mniéſzéy, iak ieſt ta, w któréy kula będzie mogła zniyśdź ſię z liniią célu przedłużoną. Chcąc odległość takowego punktu C wynaléśdź; nietrzeba tylko miéć wiadomą długość oſi armatnéy AB, zawartéy między dwoma punktami célu G i H, tudzież wyſokości GA i HB tychże dwóch punktów nad oſią. Natenczas, tróykąty podobne GAC i HBC, dadzą proporcyą GA : HB :: AC : BC, ſkąd (Arytm. 174) wnieść można GA—HB : HB :: AB : BC, gdzie wſzyſtko oprócz BC było wiadomo.

O Liniiach proporcyonalnych, uważanych w Kole.

119. Dwie liniie, nazywaią ſię przecięte *w ſtoſunku odwrotnym* (in ratione inverſa, reciproca); gdy chcąc złożyć proporcyą z części tych linii, dwie części pierwſzéy, wypadaią ſkraynémi, a dwie części drugiéy, śrzedniémi téyże proporcyi wyrazami.

Dwie liniie, nazywaią ſię bydź *odwrotnie częściom ſwoim proporcyonalne*; gdy iedna z tych linii i iéy część, ſkładaią ſkrayné, druga zaś liniia i iéy część ſkładaią, śrzednie wyrazy proporcyi.

120. *Dwie cięciwy AC i BD (fig: 72), przecinaiące ſię w kole, w* *fig.* 72.
którymkolwiek bądź punkcie E, i w otwartości bądź iakiego chce kąta, przecinaią ſię zawſze w ſtóſunku odwrotnym; to ieſt, że AE : BE :: DE : CE.

Albowiém, wyciągnąwſzy cięciwy AB, CD, zrobią ſię dwa tròykąty BEA, CED, których podobieńſtwo łatwo daie ſię dowiéśdź; ponieważ oprócz kąta BEA, równégo kątowi CED (20), kąt ABE, albo ABD, ieſt równy kątowi DCE, albo DCA;

bo oba, maią wiérſzchołki na okręgu, i na iednymże łuku AD, opiéraią ſię (64). Więc tróykąty BEA i CED ſą ſobie podobne (109); więc boki odpowiadaiące maią proporcyonalne, to ieſt AE : BE :: DE : CE; gdzie rzecz iaſna, że części cięciwy AC, ſą ſkraynémi, a części cięciwy BD, ſą śrzedniémi wyrazami.

121. Ponieważ podanie dopiéro wywiedzione, ma miéyſce, choćby punkt E, bądź gdzie chce znaydował ſię, i choćby dwie cięciwy AC, i BD, w otwartości bądź iakiego chce kąta przecinały ſię; więc to podanie będzie ieſzcze miéć miéy-
fig. 73. ſce, gdy dwie cięciwy (fig. 73) będą ſobie proſtopadłe, i gdy iedna z nich *np.* AC, przez śrzodek koła przechodzić będzie; w takowym razie cięciwa BD będąc na dwie równe części przecięta (52), dwa wyrazy śrzednie proporcyi AE : BE :: DE : CE, ſtaią ſię równe, i proporcya odmiénia ſię w tę proporcyą, AE : BE :: BE : CE; *więc każda proſtopadła BE, ſpuſzczona z punktu B okręgu, na śrzednicę, ieſt śrze-*

dnią

dnią proporcyonalną, między dwiema częściami AE, CE, téy śrzednicy.

122. To podanie, miéć może wiele przyſtóſówań użytecznych. Teraz przeſtaniémy tylko na iednem, a to ieſt, iak *znaléźdź śrzednią proporcyonalną między dwiema zadanémi liniiami* ae i ec (fig. 74.) *fig.* 74.

Wyciągniy liniią proſtą AC, upodobanéy długości, na którą przenieś, iedna po drugiéy liniie AE i EC, równe liniom *ca ec*; i na całéy linii AC, iako na śrzednicy, naryſówawſzy pół koła ABC, z punktu ſtycznego E, wyciągniy na linii AC, proſtopadłą EB; ta proſtopadła, będzie śrzednią proporcyonalną żądaną,

123. *Dwie ſieczne AB, AC* (fig: 75), *z iednegoż punktu A, ze-* *fig.* 75. *wnątrſz koła poczynaiące ſię, i na części wklękłéy okręgu kończące ſię, ſą zawſze odwrotnie proporcyonalne, częściom ſwoim zewnętrſznym AD i AE; punkt A zewnątrſz koła, niech gdzie chce znayduie ſię, i dwie ſieczne niech czynią między ſobą kąt, bądź iaki chce.*

Zmyśliwſzy ſobie cięciwy CD i BE, miéć będzieſz dwa tróykąty ADC, i AEB, w których 1ód Kąt A ieſt ſpólny. 2re Kąt B ieſt równy kątowi C; ponieważ oba, maią wiérſzchołki na okręgu, i obéymuią tenże ſam łuk DE (64); więc

(109)

(109) te dwa tróykąty ſą ſobie podobne, i maią boki proporcyonalne; więc AB:AC::AE:AD; gdzie widzieć można, że ſieczna AB, i iéy część zewnętrſzna AD, ſkładaią ſkrayne; ſieczna zaś AC, i część iéy zewnętrſzna AE, ſkładaią śrzednie wyrazy proporcyi.

124. Ponieważ to podanie ieſt prawdziwe, choćby kąt BAC był iaki chce; więc zmyśliwſzy ſobie, bok AB nieruchomy, a bok AC, żeby ſię na punkcie A obracáł, i od AB oddaláł; w tym razie dwa punkta przecięcia E i C, coráz ieden do drugiego zbliżać ſię będą, aż nakoniec, liniia proſta AC, wpadłſzy na ſtyczną AF, te dwa punkta zniydą ſię w ieden, i AC, AE, każda z nich, ſtanie ſię równą linii AF; tak, że proporcya AB : AC :: AE : AD odmiéni ſię w proporcyą AB : AF :: AF : AD; więc

Jeżeli z punktu, A, wziętégo zewnątrſz koła, wyciągnieſz iakąkolwiek ſieczną AB i ſtyczną AF, ta ſtyczna będzie śrzednią proporcyonalną, między ſieczną AB, i częścią zewnętrſzną AD, téyże ſiecznéy.

125.

125. To podanie, między innémi użyciami, ſłużyć może do przecięcia linii *w śrzednim i ſkraynym ſtóſunku* (in ratione media & extrema). Mówi ſię że liniia AB (fig. 76), *fig. 76.*
ieſt przecięta w śrzednim i ſkraynym ſtóſunku; gdy ieſt przecięta na dwie części AC i BC takie, że iedna z nich BC, ieſt śrzednią proporcyonalną, między liniią całą AB, i drugą częścią AC, to ieſt, gdy ſą w takiéy proporcyi: AC : BC :: BC : AB.

W przecięciu takowém, poſtąpić ſobie trzeba naſtępuiącym ſpoſobém. Z iednego końca A, podnieś proſtopadłą AD, równą połowie linii AB; z punktu D, iako ze śrzodka, promiéniém równym linii AD, ryſuy okrąg, który w E, przetnie liniią BD, łączącą dwa punkta B i D. Nakoniec, przenieś BE z B w C; liniia AB w punkcie C, będzie w śrzednim i ſkraynym ſtóſunku przecięta.

Iakóż, liniia AB, będąc linii AD proſtopadła, ieſt przez to ſamo ſtyczną (49); a ponieważ BF, ieſt ſieczną, wypada proporcya (124) BF : AB :: AB : BE albo BC. Więc (Arytm: 175), BF — AB : AB — BC :: AB : BC; a że AB, ieſt równa linii FE; gdyż AB ieſt podwóynością linii AD; więc BF — AB, ieſt równa linii BE, albo BC; a iako AB — BC, ieſt AC; więc BC : AC :: AB : BC; albo (Arytm. 171) AC : BC :: BC : AB.

O Figurach ſobie podobnych.

126. Dwie figury, maiące iednęż liczbę boków, nazywaią ſię ſobie podobne; gdy kąty odpowiadaiące, maią równe, i boki odpowiadaiące, proporcyonalne.

Dwie

Dwie figury ABCDE, abcde
fig. 77. (fig. 77), ſą ſobie podobne, ieżeli kąt A, ieſt rowny kątowi a; kąt B, rowny kątowi b; kąt C, rowny kątowi c; i. t. d. i ieżeli oráz bok AB, mieści w ſobie ab, tyle razy, ile bok BC mieści bc; ile CD mieści cd, i. t. d.

W figurach, maiących więcéy iak trzy boki, te oba warunki ſą potrzebne; tylko w ſamych tróykątach, doſyć ieſt na iednym z tych warunkow; bo w nich koniecznie ieden z drugiego wynika. (109 i 114).

127. *Ieżeli z dwóch kątów odpowiadaiących, A, a, w dwóch wielokątach ſobie podobnych, wyciągnieſz przekątne AC, AD, ac, ad, do drugich kątów; oba wielokąty, będą przedzielone, na też ſame liczbę trôykątów ſobie podobnych, każdy każdemu.*

Albowiém, kąt B rozumié ſię bydź rowny kątowi b. i bok AB : ab :: BC : bc; więc te dwa tróykąty ABC, abc, maiące kąt rowny, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty, ſą ſobie podobné (113); więc kąt BCA, ieſt rowny kątowi bca, i AC : ac :: BC : bc.

Je-

Jeżeli od kątow rownych BCD, *bcd*, odetnieſz kąty rowne BCA, *bca*, pozoſtałe kąty ACD, *acd* będą także rowne. Lecz BC : *bc* :: CD : *cd*, więc ponieważ ſię dopiéro dowiodło, że BC : *bc* :: AC : *ac*, mieć będzieſz także CD : *cd* :: AC : *ac*; a zatém, dwa tróykąty ACD, *acd*, ſą także ſobie podobne; ponieważ maią kąt rowny, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty. Toż ſamo, i tymże ſamym ſpoſobém, co do trôykątow ADE, *ade*, i do wſzyſtkich innych, któreby po nich naſtępowały, daie ſię dowiéśdź; gdyby zadane wielokąty, z większéy liczby bokow były złożone.

128. *Ieżeli dwa wielokąty AB CDE, abcde, ſą złożone z iednéyże liczby trôykątów ſobie podobnych, każdy każdemu, i podobnie położonych; będą ſobie podobne.*

Albowiém, kąt B i E ſą rowne kątom *b* i *e*; z przyczyny że tróykąty ſą ſobie podobne: i z téyże ſaméy przyczyny, kąty cząſtkowe BCA, ACD, CDA, ADE, ſą rowne kątóm cząſtkowym *bca*, *acd*, *cda* *ade*; więc także kąty całe BCD, CDE

CDE, ſą równe kątóm całym *bcd*, *cde*, każdy każdému. Nadto podobiéńſtwo tròykątów, daie naſtępuiący ciąg równych ſtóſunków AB : *ab* :: BC : *bc* :: AC : *ac* :: CD : *cd* :: AD : *ad* :: DE : *de* :: AE : *ae*; niebiorąc z tego ciągu, tylko ſtòſunki boków ſtycznych w tych wielokątach, miéć będę: AB : *ab* :: BC : *bc* :: CD : *cd* :: DE : *de* :: AE : *ae*. Więc te wielokąty, maią także boki proporcyonalne; więc ſą ſobie podobne.

Zatém, żeby naryſówać figurę podobną
fig. 77. figurze zadanéy ABCDE (fig. 77) któréyby, bok odpowiadaiący bokowi AB, miał długość zadaną; takową liniią daną, wznacz na linii AB, z A w *f*; liniią *fg* wyciągniy równolegle linii BC, i która liniią AC przetnie w g; przez punkt g, ciągniy znowu liniią *gh*, linii CD równoległą, i która liniią AD przetnie w *h*; wyciągniy daléy przez punkt *h* liniią *hi*, linii ED równoległą, i będzieſz miał wielokąt *Afghi*, podobny wielokątowi ABCDE.

129. *Obwody dwóch figur podobnych, ſą między ſobą, iak boki odpowiadaiące tychże Figur;* to ieſt, że ſumma boków figury ABCDE zawiéra w ſobie ſummę boków figury *abcde* tyle razy, ile bok AB zawiéra w ſobie bok *ab*.

Al-

Albowiém w ciągu równych ſtóſunków AB : *ab* :: BC : *bc* :: CD : *cd* :: DE : *de* :: AE : *ae*, ſumma poprzédników (Arytm: 175), ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden poprzédnik, do ſwego naſtępnika :: AB : *ab*; rzecz oczywiſta, że te ſummy nieco innego ſą, tylko obwody figur.

130. Zmyśl ſobie, okrąg ABCD EFGH (fig 78) podzielony na ta- *fig.* 78.
liczbę części równych, iak zechceſz; wyciągnąwſzy ze śrzodka I do punktów podzielonych, promiénie IA, IB i. t. d; drugim promiéniém *Ia*, ryſuy okrąg *abcdefgh*, który będzie przecięty od tych promiéni w punktach *a, b, c, d, e, f, g, h*; rzecz oczywiſta, że ieżeli w każdym okręgu, punkta przedziału, cięciwami połączyſz, zrobią ſię dwa wielokąty ſobie podobne; gdyż tròykąty ABI, *abI*, i. t. d. ſą ſobie podobne, bo maią kąt ſpòlny I, zawarty między dwoma bokami proporcyonalnémi; albowiém IA, ieſt równa linii IB, a *Ia*, równa linii *Ib*, więc oczywiście maſz proporcyą, AI : BI :: *aI* : *bI*; toż ſamo względém innych tròykątów, możnaby dowiéśdź. Stąd, i co ſię powiedziało

ło (129) wnieść należy, że obwód ABCDEFGH ma się do obwodu *abcdefgh* :: AB : *ab*; albo (z przyczyny tróykątów podobnych ABI, *abi*) :: AI : *aI*

Ponieważ to podobieństwo, niezawisło od liczby boków wielokąta, więc ieszcze mieć będzie mieysce, choćby każdy bok był rozmnożony nieskończenie; a w takowym razie poiąć się daie, że między okręgiém, a takowym, z nieskończonéy liczby boków złożonym wielokątém, żadney różnicy niémasz; więc i okręgi AB CDEFGH, *abcdefgh*, są między sobą :: AI : *aI*, to iest iak ich promiénie, a zatém iak ich śrzednice.

131. Wnieśmy stąd 1^{ód} *Ze okrąg koła uważać można, iako wielokąt foremny, czyli regularny, z nieskończonéy liczby boków złożony.*

2re *Koła są figury sobie podobne.*

3^{cie} *Okręgi kołowe, są między sobą, iak ich promiénie albo iak ich śrzednice.*

132. W powszechności, ieżeli w w dwóch wielokątach sobie podobnych, wyciągniesz dwie liniie, iednakowo ku bokòm odpowiadaiącym nakłonione, i kończące się w pun-

punktach podobnie położonych, względém tych boków; te liniie które nazywaią się liniie odpowiadaiące, będą między sobą, w stósunku dwóch boków odpowiadaiących którychkolwiek. Albowiém iak tylko czynią kąty równe z dwoma drugiémi odpowiadaiącémi bokami ktòrémikolwiek, czynić także koniecznie muszą kąty równe, z dwoma innémi bokami odpowiadaiącémi ktòrémikolwiek; bo kąty dwòch wielokątów podobnych, są równe każdy każdému: przeto gdyby się nieznaydòwały bydź w iednakowym stósunku, z dwoma bokami odpowiadaiącémi, łatwo poiąć można, że punkta gdzie się kończą, niemogłyby bydź podobnie położone, iak się rozumié.

ROZDZIAŁ DRUGI.

O Powiérzchniach.

133. Przystępuiemy teráz do rozebrania, drugiego z trzech gatunków rozległościów, ktòreśmy wyżéy rozróżnili; to iest do rozległości w długości i szérokości.

W tym Rozdziale mówić niebędziémy, tylko o *powiérſzchniach płaskich*, przeſtaniémy nawet tylko na figurach proſtokryślnych i na kole.

Miara powiérſzchniów, czyni ſię przez tròykąty, albo przez *czworokąty*.

Czworokąty dzielą ſię, na czworokąty proſto rzeczone, na *nieróznoległoboki* (trapezium), i na *rówznoległoboki* (parallelogramum).

Figura czworokątna, ktòra proſto nazywa ſię *czworokątém*, ieſt ta, w któréy żaden bok, nieznayduie ſię
fig. 83. ròwnoległy drugiému (Zob: fig: 83.)

Nieròwnoległobok, ieſt czworokąt, w ktòrym dwa boki tylko, ſą ſobie
fig. 84. ròwnoległe (fig: 84.)

Ròwnoległobok, ieſt czworokąt, w którym przeciwne boki, ſą ſobie równoległe (fig: 79. 80, 81, 82, 88, 89). Ròwnoległoboków naznaczaią ſię cztéry gatunki; *Równolegległobok ukośny* (rhomboides), *kwadrat ukośny*, (rhombus), *proſtokąt* (rectangulum), i *kwadrat* (quadratum.)

figura 79. 80. 81. 82. 88. 89.

Ròwnoległobok ukośny ieſt, ktòrego boki, i kąty przyległe ſą niéròwne (fig. 79.)
fig. 79.

Kwadrat ukośny ieſt, w którym boki ſą równe, ale kąty nieròwne (fig. 80.) fig. 80.

Proſtokąt ieſt, którego kąty ſą ròwne, a boki przyległe nierówne (fig. 81.) fig. 81.

Kwadrat ieſt, ktòrego boki i kąty wſzyſtkie, ſą równe (fig. 82.) fig. 82.

Gdy kąty, w czworokącie ſą równe, muſzą bydź koniecznie proſte; ponieważ cztéry kąty każdego czworokąta, ſą wárte razém cztéry kąty proſte (86).

Proſtopadła EF (fig. 79) między dwoma bokami przeciwnémi, w ròwnoległoboku wywiedziona, nazywa ſię *wyſokością* tego równoległoboku; a bok BC, na ktòry ta proſtopadła pada, nazywa ſię *podſtawa* (baſis). fig. 79.

Wyſokością tróykąta ABC (fig. 85, 86 i 87), ieſt proſtopadła AD, ſpuſzczona z kąta A tego tròykąta, na bok przeciwny BC, przedłużony ieżli potrzeba; i bok BC nazywa ſię natenczas *podſtawą*. fig. 85. 86. 87.

134. *Któryko'wiek tròykąt proſtokryślny ABC (fig. 87), ieſt zawſze* fig. 87.

 po-

połową równoległoboku, też podstawę, i też wysokość maiącego.

Zawsze albowiém poiąć się daie, że przez wiérzchołek kąta C, można wyciągnąć liniią CE, bokowi BA równoległą, tudzież przez wiérzchołek kąta A, liniią AE, bokowi BC równoległą; przez co z boków AB i BC złoży się równoległobok ABCE, też podstawę i też wysokość maiący, co tróykąt ABC: to założywszy, łatwo pokazuiè się, że dwa tróykąty ABC, CAE, są sobie równe, z przyczyny równoległych (38). Z téyże samey przyczyny, kąty BCA i CAE, także sobie są równe; więc te dwa tróykąty, maiące bok równy, przyległy dwóm kątóm równym każdy każdému, są sobie równe; więc tróykąt ABC iest połową równoległoboku ABCE.

135. *Równoległoboki ABCD,*
fig. 88. 89. *EBCF (fig. 88. 89), iednéyże podstawy i iednéyże wysokości, są sobie równe co do powiérzchni.*

Dwa równoległoboki ABCD,
fig. 88. EBCF (fig. 88), maią część spólną EBCD; a tak równość ich niezawisła, tylko od równości tróykątów ABE, DCF; łatwo zaś dowiéśdź można, że te tróykąty są sobie równe; albowiém, bok AB iest równy bokowi CD; te liniie będąc równoległe, między równoległémi zawarte (82); z téyże samey przyczyny, bok BE, iest równy bokowi CF; nadto (43) kąt ABE, iest równy kątowi DCF; przeto te dwa tróykąty maią kąt równy, między dwoma bokami równémi zawarty, każdy każdému; więc sobie są równe; *a przeto równoległobok ABCD, iest równy równoległobokowi EBCF.*

W figurze 89, tymże samym sposobém dowiéśdź można, że dwa tróykąty, ABE, DCF, są sobie równe; fig. 89.
więc odiąwszy od każdego tróykąt DIE, dwa nierównoległoboki pozostałe ABID, EICF, muszą sobie bydź równe; naostatek, dodaiąc do każdego z tych nierównoległoboków tróykąt BIC, równoległobok ABCD i równoległobok EBCF stąd powstaiące, muszą sobie bydź także, koniecznie równe.

136. Więc także powiedzieć można; *Że tróykąty, też podstawę, i też wysokość, albo podstawy równe, i wysokości*

ſokości równe maiące, ſą ſobie równe. Albowiém, ſą połowami równoległoboków maiących też podſtawę i też wyſokość, co równoległoboki, których ſą połowami.

Z tego oſtatniego podania, wnieść można; *Ze każdy wielokąt, może bydź przemieniony w tróykąt, maiący też powiérſzchnią iaką miał wielokąt.*

Niech będzie *np.* dany pięciokąt ABCDE (fig. 90); ieżeli wyciągnieſz przekątną EC, przez dwa końce dwóch boków przyległych ED, DC, i linią DF linii EC równoległą, która z bokiém AE przedłużonym, zniydzie ſię w F; nakryśliwſzy linią CF, miéć będzieſz czworokąt ABCF, równy co do powiérſzchni pięciokątowi ABCDE; ponieważ dwa tróykąty ECD, ECF, maiąc podſtawę ſpólną EC, i między równoległémi EC, DF, zawarté będąc, maią iednęż wyſokość; więc ſobie ſą równe; przeto do każdego z nich dodawſzy czworokąt EABC, miéć będzieſz pięciokąt ABCDE, równy czworokątowi ABCF. fig. 90.

Tym

Tym ſamym ſpoſobém, iakośmy pięciokąt przemiénili w czworokąt, można przemiénić także, i czworokąt w tróykąt; więc i. t. d.

Chcąc przemiénić tróykąt w czworokąt, maiący też ſamę powiérſzchnią; nietrzeba więcéy (122), tylko wziąść śrzednią proporcyonalną, między podſtawą, i połową wyſokości; ponieważ (Arytm: 168) kwadrat téy śrzedniéy proporcyonaléy, będzie równy mnogości z tych dwóch czynników.

Można więc bądź iaką chce figurę, przemiénić w kwadrat maiący też powiérſzchnią co zadana figura.

O miérzeniu Powiérſzchniów.

138. *Miérzyć powiérſzchnią*, ieſt to wynaléśdź wiele razy ta powiérſzchnia, mieści w ſobie inną powiérſzchnią wiadomą.

Miary w używaniu będące, ſą poſpolicie kwadraty; czaſém też ſą proſtokąty; tak, miérzyć powierſzchnią ABCD (fig. 91), ieſt to wynaléśdź wiele ta powiérſzchnia, mieści w ſobie kwadratów takich, iak *abcd*, albo proſtokątów takich, iak *abcd*; ieżeli bok *ab*, kwadratu *abcd*, ieſt na iednę ſtopę, to nazywa ſię wynaléśdź, wiele ma w ſobie ſtóp kwadratowych, powiérſzchnia ABCD; ieżeli bok *ab* proſtokątu *abcd*, ieſt na ie- fig. 91.

iednę ſtopę, a bok *bc* ieſt na trzy ſtopy, to nazywa ſię wynaléśdź, wiele zawiéra w ſobie, powiérſzchnia ABCD, poroſtokątòw, trzy ſtopy długich, a iednę ſtopę ſzérokich.

Chcąc zmiérzyć na części kwadratowe powiérſzchnią proſtokąta AB CD; trzeba ſzukać, wiele razy bok AB, mieści w ſobie bok *ab*, kwadratu *abcd*, który ſłuży za iedność miary; ſzukać oráz, wiele razy bok BC, mieści w ſobie bok *ab*; i natenczas rozmnożywſzy te dwie liczby iednę przez drugą, mieć będzieſz liczbę kwadratòw takich, iak ieſt *abcd*, które powiérſzchnia ABCD w ſobie zawiéra.

Np. ieżeli AB, mieści w ſobie *ab* cztéry razy; ieżeli BC, mieści w ſobie *ab* ſiedm razy, mnożę 7 przez 4, a mnogość 28, znaczy że proſtokąt ABCD, mieści w ſobie 28 kwadratów takich, iak *abcd*.

Albowiém, ieżeli przez punkta podziałów E, F, G, wyciągnieſz równoległe linii BC, mieć będzieſz cztéry proſtokąty równe, z których każdy będzie mógł mieścić w ſobie tyle kwadratów takich iak ieſt *abcd*, wiele ſię znayduie części równych bokowi *ab*, w boku BC; więc kwadraty zawarte w iednym z tych proſtokątów, trzeba tyle razy powtórzyć, ile takowych proſtokątów znayduie ſię, to ieſt tyle razy, ile razy bok AB mieści w ſobie *ab*; a ponieważ liczba kwadratów, w każdym proſtokącie zawartych, ieſt taż ſama, co liczba części znayduiących ſię w BC; więc rzecz ieſt oczywiſta, że mnożąc liczbę części mieſzczących ſię w BC, przez liczbę części równych mieſzczących ſię w AB, wyniknąć muſi liczba kwadratów takich, iak ieſt *abcd*, które w proſtokącie ABCD zmieścić ſię mogą.

Lubośmy, w dopiéro poprzédzaiącém rozumówaniu uważali, że boki AB, BC, ſpełna w ſobie mieſzczą liczbę iakową miar *ab*, to rozumówanie atoli, niemniéy ſłuży, choćby miara *ab*, niemieściła ſię ſpełna.

Np. ieżeli bok BC, niemieścił w ſobie tylko $6\frac{1}{2}$ miary, każdy inny proſtokąt mieścić niebędzie tylko $6\frac{1}{2}$ miary; i ieżeli bok AB, niemieścił w ſobie tylko $3\frac{1}{3}$ miary, niebędzie tylko $3\frac{1}{3}$ proſtokątów, każdy z $6\frac{1}{2}$ kwadratów złożony; trzebaby więc rozmnożyć $6\frac{1}{2}$ przez $3\frac{1}{3}$, to ieſt liczbę miar mieſzczących ſię na BC, przez liczbę miar mieſzczących ſię na AB.

Jeżeli zamiaſt wymiérzenia powiérſzchni ABCD (fig: 91) na części kwadratowe, chciałbyś ią wymiérzyć na części proſtokątne *abcd*; rozumòwanie podobneż pokazuie, że AB zmiérzyć potrzeba na części takie iak *ab*; a BC na części takie iak *bc*, i liczbę części oboiego gatunku, rozmnożyć iednę przez drugą. *fig. 91.*

Np.

Np. chcąc wiedziéć, wiele potrzeba wiązek *chroſtowych* (ſauciſſons) na 18 ſtóp długich, a 11 calów grubych, na powleczenie wnętrſzne, *działobitni* (baterie) *mozdziérzowéy, długiéy* 21 *ſążniów, wyſokiéy na* 7 *ſtóp i* 4 *cale*; widziéć daie ſię, że grubość 11*u* calów mieści ſię 8 razy, w wyſokości 7*u* ſtóp i 4 calów; i że długość 18*ſt*. mieści ſię 7 razy, w długości 21 ſążniów; trzeba więc rozmnożyć 7 przez 8, a mnogość 56, pokaże ſzukaną liczbę wiązek chróſtowych.

Wreſzcie, gdy potrzeba wyciąga miérzyć powierſzchnią na części proſtokątne, można toż ſamo wykonać, miérząc naprzód na części kwadratowe, a potém liczbę takowych części, dzieląc przez liczbę miar kwadratowych podobnychże, iaką w ſobie zawiéra, miara proſtokąta użytego.

139. Ponieważ równoległobok
figura 88. 89. proſtokątny (135) ABCD (fig: 88. i 89), ieſt równy równoległobokowi EBCF, też podſtawę, i też wyſokość maiącému; idzie zatém, że chcąc miéć powierſzchnią iego, trzeba rozmnożyć liczbę części mieſzczących ſię w podſtawie BC, przez liczbę części zawiéraiących ſię w wyſokości BA, można więc w powſzechności powiedzieć.

Ze

Ze chcąc miéć liczbę miar kwadratowych, w powiérſzchni równoległoboku iakiegokolwiek ABCD zawartych, (fig: 79.) *trzeba zmiérzyć podſtawę BC i wyſokość EF, tąż ſamą miarą, i liczbę miar podſtawy, rozmnożyć przez liczbę miar wyſokości.* *fig.* 79.

Pokazuie ſię więc, ſtąd co ſię powiedziało (138), że chcąc obrachówać wártość powiérſzchni ABCD (fig. 91), nic więcéy czynić nietrzeba, tylko powiérſzchnią GBCH, albo liczbę kwadratów w niéy zawartych, powtórzyć tyle razy, ile razy bok GB mieści ſię w boku AB; a tak mnożny, ieſt powierſzchnią mianowaną, mnożnik zaś ieſt liczbą niemianowaną która tylko oznacza, wiele razy trzeba powtórzyć mnożnego. *fig.* 91.

Mówi ſię atoli bardzo poſpolicie; *że chcąc miéć powiérſzchnią równoległoboku, trzeba rozmnożyć iego podſtawę przez wyſokość*; lecz to trzeba poczytać za ſkrócony ſpoſób mówienia, w którym dorozumiéwa ſię liczba kwadratów odpowiadaiących częściom podſtawy, i liczba wyrażaiąca wyſokość. Słowém, niémożna mówić, że ſię mnoży liniia przez liniią. Mnożyć, ieſt to brać pewną liczbę razy; tak dalece że mnożąc liniią, niémożna nigdy miéć więcéy iak liniią; a mnożąc powiérſzchnią, niémożna nigdy miéć więcéy, iak powiérſzchnią. Powiérſzchnia niémoże

z

z czego innego powſtawać, iak z powiérſz-
chni; i lubo częſtokroć mówi ſię, że kwa-
fig. 79. drat ABCD (fig. 79.) może bydź uważany,
iak gdyby był złożony z tylu linii równych,
równoległych linii BC, ile w wyſokości EF,
punktów znayduie ſię; trzeba rozumiéć że
te liniie maią nieſkończenie małą ſzerokość,
(liniie albowiém bez ſzérokości, niémogą
złożyć powiérſzchni); zatém, natenczas ka-
żda z takowych linii ieſt powiérſzchnią, któ-
ra będąc powtórzona tyle razy, ile iéy wy-
ſokość w wyſokości EF mieści ſię, daie po-
wiérſzchnią ABCD.

Będziémy iednak używać tego wyrażenia, to ieſt *rozmnożyć liniią przez liniią;* lecz przepominać nietrzeba, że to ieſt tylko ſkrócony mówiénia ſpoſób. Tak mówić ſię będzie, że mnogość z dwóch linii, wyraża powiérſzchnią, lubo w rzeczy ſamey mówićby należało, że liczba części mieſzczących ſię na linii, rozmnożona przez liczbę części drugiéy linii, wyraża liczbę części kwadratowych, zawiéraiących ſię w równoległoboku, któregoby iedna z tych linii, była wyſokością, a druga podſtawą.

Maiąc naznaczyć powiérſzchnią równole-
fig. 79. głoboku ABCD (fig. 79) piſać będziémy BC
fig. 81. ×EF; w *figurze* 81. piſać będziémy AB×BC;
fig. 82. a w *figurze* 82, gdzie oba boki AB i BC ſą
ſobie równe, zamiaſt AB× BC albo AB× AB
piſać będziemy $\overline{AB}^2$; tak że $\overline{AB}^2$, znaczyć ma, liniią AB rozmnożoną przez ſiebie ſamę, albo powiérſzchnią kwadratu, na linii AB zrobionego; tudzież maiąc naznaczyć że liniia AB ieſt podnieſiona do trzeciego ſtopnia, piſać będziémy $\overline{AB}^3$, co iedno uczyni iak gdyby napiſano było AB×AB×AB, albo $\overline{AB}^2$ × AB.

140.

140. Idzie za tém cośmy powiedzieli; iż ażeby dwa równoległoboki były ſobie równe w powierſzchni, doſyć ieſt, ażeby mnogość z podſtawy iednego, rozmnożonéy przez wyſokość, była równa mnogości z podſtawy drugiego, rozmnożonéy także przez wyſokość. *Więc, gdy dwa równoległoboki, w powiérſzchni ſą ſobie równe, podſtawy ich ſą odwrotnie ich wyſokościóm proporcyonalne;* to ieſt, że podſtawę i wyſokość piérwſzego, uważać można iako ſkrayne proporcyi, w któréy podſtawa drugiego, i wyſokość, ſkładać będą śrzednie wyrazy; albowiém uważaiąc ie tym ſpoſobém, mnogość ſkraynych będzie równa mnogości śrzednich; a w tym razie, proporcya koniecznie zachodzić muſi (Arytm. 170).

Wreſzcie ta prawda oczywiście poiąć ſię daie; uważaiąc że ieżeli podſtawa iednego ieſt mniéyſza *np.* od drugiego, wyſokość iego za to muſi bydź tém więkſza, żeby dały też ſamę mnogość.

141. Ponieważ tróykąt ieſt połową równoległoboku, też podſtawę,

wę, i tęż wyſokość maiącego (134), przeto, idzie za tém co ſię powiedziało (139), *że chcąc mieć powiérzchnią tróykąta, trzeba rozmnożyć podſtawę iego przez wyſokość, i wziąść połowę téy mnogości.*

figura 85. 86. Tak, ieżeli wyſokość AD (fig: 85, i 86.) ma 34 ſtopy, a podſtawa BC 25 ſtóp; powiérzchnia mieć w ſobie będzie 884 ſtóp kwadratowych, to ieſt połowę mnogości, z 52 przez 34.

Nierozumiémy tu bydź potrzebno dodawać, że taż ſama mnogość ieſzcze wyniknie, mnożąc podſtawę przez połowę wyſokości, albo wyſokość przez połowę podſtawy.

142. Więc 1ód *Chcąc mieć powiérzchnią nieròwnoległoboku;* trzeba dodać z ſobą oba boki równoległe, wziąść połowę téy ſummy, i rozmnożyć ią przez proſtopadłą, między témi dwiema ròwnoléglemi wywiedzioną. Jeżeli albowiém wyciąg- fig: 84. gnieſz przekątną BD (fig. 84), mieć będzieſz dwa tròykąty ABD, BDC, których wyſokość ieſt ſpòlna EF. Zeby mieć powiérzchnią tròykątá ABD, trzebaby rozmnożyć połowę AD przez EF; w tróykącie zaś BDC, trzebaby rozmnożyć połowę

łowę BC także przez EF; więc powiérzchnia nierownoległoboku, waży tyle, co połowa AD rozmnożona przez EF, więcéy połowa BC rozmnożona także przez EF; to ieſt tyle, co połowa ſummy AD więcéy BC, rozmnożona przez EF.

Jeżeli przez środek G linii AB, wyciągnieſz liniią GH, linii BC ròwnoległą, ta liniia GH będzie połową ſummy, linii AD i BC. Albowiém, niech będzie I punktém, w którym liniia GH, przecina przekątną BD; troykąty BAD, BGI, ſobie-podobne, z przyczyny ròwnoléglych AD i GI, daią poznać (109) że GI, ieſt połową AD, ponieważ BG, ieſt połową AB.

Nadto, GH będąc ròwnoległą linii BC i AD; DC (102) ieſt przecięta tymże ſamym ſpoſobém, iak AB; więc dowiéśdź można podobnież, że IH ieſt połową BC, zważaiąc podobne ſobie tróykąty BDC i IDH.

Więc na fundamencie tego co ſię wyżéy powiedziało, można mòwić; *Że powiérzchnia nieròwnoległoboku ABCD, ieſt równa mnògości wynikaią-*

kaiącéy z rozmnożénia wyſokości EF, przez liniią GH, wyciągniętą w rówenéy odległości, od dwóch podſtaw na przeciw ſobie położonych.

143. 2^re^ *Żeby mieć powiérſzchnią wielokąta iakiegokolwiek;* trzeba go podzielić na tróykąty, przez linie wyciągnięte z iednegóż punktu, do każdego z iego kątów; potém wyrachowáć oſobną powiérſzchnią każdego z tych tróykątów, a złączywſzy te wſzyſtkie mnogości, wypadnie powiérſzchnia całego wielokąta. Lecz żeby mieć iak naymniéyſzą liczbę tróykątów, naylepiéy będzie, te wſzyſtkie linie z iednego kąta wyciągnąć; *Zobacz*
fig: 53. fig. 53.

144. *Jeżeli wielokąt ieſt regular-*
fig: 78. *ny* (fig. 78); ponieważ w nim wſzyſtkie boki ſą równe, i wſzyſtkie proſtopadłe ze śrżodka wywiedzione ſą także równé; uważaiąc go iako złożony z tróykątów, maiących wiérſzchołki ſwoie w śrzodku, mieć będzieſz powiérſzchnią iego, rozmnożywſzy ieden bok, przez połowę proſtopadłéy, a potém mnogość wypadłą, przez liczbę boków; albo co

co na iedno wychodzi, rozmnożywſzy obwód wielokąta przez połowę proſtopadłéy.

145. Ponieważ koło (131), uważać ſię daie, iako wielokąt regularny złożony z nieſkończonéy liczby boków; przeto należy ſtąd wnieść *że chcąc mieć powiérſzchnią koła, trzeba rozmnożyć okrąg przez połowę promiénia.*

Albowiém proſtodadła; na ieden z takowych boków ſpuſzczona, nieróżni ſię od promiénia, wyſtawiwſzy ſobie w myśli liczbę boków nieſkończoną.

146. Ponieważ okręgi kół, maią ſię do ſiebie, iak promiénie ich, albo iak śrzednice (131); rzecz oczywiſta, że maiąc wiadomy okrąg koła wiadoméy śrzednicy, łatwo wynaléśdźby można, okrąg każdego innego koła, któregoby była wiadoma śrzednica; ponieważ tylkoby rzecz ſzła, o wynaleziénie czwartego wyrazu téy proporcyi: *Srzednica okręgu wiadomego, ma ſię do tegóż okręgu, iak ſię ma śrzednica okręgu ſzukanego, do tego drugiégo okręgu.*

Stóſunek śrzednicy do okręgu, nieieſt nam doſkonale wiadomy; lecz mamy wártości iego doſtatecznie przybliżone, tak dalece, że można powiedziéć, iż doſkonalſzy ſtóſunek, w praktyce wcaleby ſię na nic nieprzydáł.

Archimedes wynalázł, że koło maiące w śrzednicy 7 ſtóp, w okręgu miéć będzie 22

 ſtóp,

ſtóp, z rożnicą bardzo małą. Tak gdyby
zadano było, wynaléśdź okrąg koła, któ-
regoby śrzednica miała 20 ſtóp; trzeba ſzu-
kać (Arytm: 169) czwartego wyrazu pro-
porcyi, któréyby trzy piérwſze były takowe:

7 : 22 : : 20.

Ten czwarty wyráz da $62\frac{6}{7}$, to ieſt dłu-
gość okręgu koła, któregoby śrzednica by-
ła na 20 ſtóp długa, z różnicą bardzo małą.
Mówię z różnicą bardzo małą; albowiém
trzeba żeby śrzednica koła była na 800 ſtóp
długa, ażeby w okręgu, podług tego ſtóſun-
ku 7 do 22 wynalezionym, błąd, iednę ſto-
pę wynoſił. Wreſzcie, używaiąc ſtóſunku
7 : 22, można ſię obéyśdź bez układania
proporcyi; doſyć ieſt ſtroić śrzednicę, i do-
dać do mnogości, ſiodmą część téyże śrze-
dnicy; albowiem $3\frac{1}{7}$, ieſt liczba razy, mie-
ſzczenia ſię *7u* w *22óch.*

Adryan Metius dał ſtóſunek daleko bliż-
ſzy; to ieſt 113 : 355; który ieſt taki, że
potrzeba, ażeby śrzednica koła była przy-
naymniéy 3000000 ſtóp długa, żeby tego
ſtóſunku używaiąc, błąd w wynalezionym
okręgu, iednę ſtopę wynoſił. * Naoſtatek,
chcąc mieć z większą ieſzcze doſkonałością
długość okręgu, można użyć ſtóſunku, 1 do
3.14159265358979 32, który daleko przecho-
dzi poſpolitego użycia potrzebę, i w którym,
mniéy lub więcéy cyfér, po prawéy ręce od-
rzucić można, im mniéyſzéy lub większéy
potrzebuie ſię w okręgu doſkonałości. Po-
nieważ w tym ſtóſunku, piérwſzym wyra-

* *Zeby ten ſtóſunek łatwo pamiętać było,
trzeba uważać że liczby ſkładaiące go, znay-
duią ſię, przedzieliwſzy na dwie połowy ró-
wnie, piérwſze trzy liczby nieparzyſte* 1, 3, 5,
każdą dwa razy napiſaną; iako to 113355.

zém ieſt iedność, przeto ieſt doſyć wygo-
dny; bo ſzukaiąc obwodu zadanego koła,
działanie kończy ſię na rozmnożeniu liczby
3,1415926, przez śrzednicę zadaną koła.

Łatwo więc w rzeczy ſaméy, znaléśdź
można powiérſzchnią danego koła, przynay-
mniéy tak doſkonale, iak nayobſzérniéyſza
potrzeba, w praktyce wyciągać może.

Gdyby zadano było wynaléśdź, wiele ſtóp
kwadratowych znayduie ſię w powiérſzchni
koła, któregoby śrzednica była 20 ſtóp dłu-
ga; rachuię, naprzód okrąg iego, iák wy-
żéy, a znalazłſzy $62\frac{6}{7}$ ſtóp, mnożę $62\frac{6}{7}$
przez 5, które ſą połową promiénia (145),
i mam $314\frac{2}{7}$ ſtóp kwadratowych.

147. Nazywa ſię *wycinek koła*,
(ſector), powiérſzchnia zawarta mię-
dzy dwoma promiéniami IA, IB, i
między łukiém AVB (fig. 78). *Od-* fig. 78.
cinek zaś (ſegmentum), nazywa ſię
powiérſzchnia między łukiém AVB,
i cięciwą iego AB.

Ponieważ koło uważać można,
iako wielokąt regularny z nieſkoń-
czonéy liczby boków złożony, prze-
to wycinek koła uważać można, iak
część wielokąta regularnego, a po-
wierſzchnią iego, iako złożoną, z
niekończonéy liczby tróykątów,
wiérſzchołki ſwoie maiących w
śrzodku, a za wyſokość promień.
Więc chcąc mieć powiérſzchnią wy-

cinka kołowego trzeba rozmnożyć łuk iego, służący mu za podstawę przez połowę promiénia.

148. Względém odcinka, rzecz iasna, że chcąc miéć iego powiérzchnią, trzeba odiąć powiérzchnią tróykąta IAB, od powiérzchni wycinka IAVB.

149. Rzecz oczywista, że w tymże samym kole, długości łuków, są proporcyonalne liczbie stopniów, a zatém maiąc wiadomą długość okręgu, można miéć i długość łuku od tylu stopniów ile mi się podoba, przy pomocy téy proporcyi: 360 *stopniów, maią się do liczby stopniów łuku, którego długości szukam, iak się ma długość okręgu, do długości szukanego łuku.*

150. Jeżeli potrzeba znaléśdź powiérzchnią wycinka; którego liczba stopniów i promień są wiadome; szukać należy przez proporcyą dopiéro daną, długości łuku, który iest podstawą tego wycinka, a znalazłszy, rozmnożyć ią przez połowę promiénia. Niech *np.* będzie zadano, znaléśdź powiérzchiną wycinka, od $32^{\circ}40'$, w kole którego śrzédnica ma 20 stóp; Znayduię naprzód iak wyżéy (146), okrąg od $62\frac{6}{7}$ stóp; szukam potém czwartego wyrazu proporcyi od następuiących trzech poczynaiącéy się $360^{\circ} : 32^{\circ}40' :: 62\frac{6}{7}$: takowy czwarty wyraz wypadnie $5\frac{19}{27}$, i będzie długością łuku od $32^{\circ}40'$; którą to długość, rozmnożywszy przez 5, to iest przez połowę promiénia, miéć będę na powiérzchnią wycinka $28\frac{14}{27}$, którego łuk był od $32^{\circ}40'$.

O sążniówaniu Powiérzchniów.

151. **R**ozumié się przez *sążniówanie*, sposób mnożenia, potrzebnego do znaleziénia wartości powiérzchniów, gdy się miérzyło przez sążnie i części sążnia.

Są dwa sposoby, do obrachówania powiérzchniów na sążnie kwadratowe i części sążnia kwadratowégo.

W piérwszym, rachuie się na sążnie kwadratowe, na stopy kwadratowe, na cale kwadratowe, na linie kwadratowe i. t. d.

Sążéń kwadratowy, zawiéra w sobie 36 stóp kwadratowych; będąc prostokątém, maiącym 6 stóp długości, i 6 stóp szérokości.

Stopa kwadratowa, zawiéra w sobie 144 calów kwadratowych; iest to albowiém znowu prostokąt, 12 calów długości i 12 calów szérokości maiący. Z podobnéyże przyczyny, cal kwadratowy ma w sobie 144 linii kwadratowych, i. t. d.

Tak więc, chcąc znaléśdź wártość powiérſzchni, w ſążniach kwadratowych, i częściach ſążnia kwadratowego; niétrzeba więcéy, tylko liczbę miár obydwóch, które maią bydź mnożóne, obrócić każdą z nich, na naymnieyſzy gatunek (na liniie, ieżeli linié ſą naymniéyſzym gatunkiem); po odprawiéniu zaś mnożenia, potrzeba przemiénić mnogość na cale kwadratowe, daléy na ſtopy kwadratowe, a nakoniéc na ſążnie kwadratowe, dzieląc porządkiém przez 144. 144 i 36.

Np. chcąc znaléśdź powiérſzchnią proſtokąta, którыby był 2 *S.* 3 *st.* 5 *c.* długi, a 0 *S.* 4 *st.* 6 *c.* ſzéroki, poſtępuię ſobie iak naſtępuié

2 *S.* 3 *st.* 5 *c.* czynią . . 185 c.
0 4 6 czynią . . 54

740
925

z których, mnogość ieſt 9990 *cal. kwadrat.*

dzieląc przez 144 9990 / 144
1350 | 69 *ſtóp kwadratow.*
54

dzieląc 69 przez 36 . 69 / 36
33 | 1 *ſążeń kwadrat.*

A tak powiérſzchnia mieć będzie 1 *SS.* 33 *ss.* 54 *cc.*

152. W drugim ſpoſobie wyrachòwania powiérſzchniów na ſążnie kwadratowe i części ſążnia kwadratowego; ſążéń kwadratowy uważa ſię, iakby był złożony z ſześciu proſtokątów, które wſzyſtkie maią ſążéń wyſokości, a ſtopę podſtawy,

dla

dla czego też nazywaią ſię, *ſążnioſto-*
py, (Toiſes pieds); każda ſążnioſtopa
poddziéla ſię na 12 części, albo pro-
ſtokątów, z których każdy ma ſążéń
wyſokości, a ieden cal podſtawy, dla
czego nazywaią ſię *ſążniocale* (toiſes
pouces); każdy z tych, znowu pod-
dziéla ſię na 12 części, z których
każda ma ſążéń wyſokości, a iednę
liniią podſtawy, i nazywaią ſię *ſą-*
żniolinie; ſłowém wyſtawić ſobie w
myśli trzeba, ſążéń rozdzielony, i
popoddziélany wciąż, na proſtoką-
ty, które zawſze maią ieden ſą-
żéń wyſokości, a iednę ſtopę, ieden
cal, iednę liniią, albo ieden punkt
podſtawy. Poddziáły punkt prze-
chodzące, znaczą ſię iak minuty
wtóre, trzecie, i. t. d. w ſtopniach;
oprócz że przed znakiém ich, kła-
dzie ſię *S.* znak ſążnia.

Więc kiedy przyidzie mnożyć części dwóch linii, dla obrachòwania wártości powiérſzchni; trzeba ſobie zmyślić, że ſążnie mnożnego, ſą ſążniami kwadratowémi; ſtopy, ſą ſążnioſtopami; cale, ſożniocalami; i. t. d; co ſię tyczé mnożnika, ten zawſze znaczyć będzie, wiele

ra-

razy wziąść potrzeba mnożnego. To poiąwſzy, nietrzeba więcéy, tylko użyć reguł w Arytmetyce podanych, do mnożenia liczb wielorakich.

PRZYKŁAD.

Jeſt zadano wynaléśdź powiérſzchnią proſtokąta, który ma 52*S*. 4*ſt*. 5*c*. długości, a 44*S*. 4*ſt*. 8*c*. ſzérokości.

Uważam 52*S*. 4*ſt*. 5*c*. iako 52*SS*. 4*Ss*. 5*Sc*. a mnożnika, 44*S*. 4*ſt*. 8*c*. iako liczbę niemianówaną i odprawiam działanie iak naſtępuie

	52*SS*.	4*Ss*.	5*Sc*.		
	44*S*.	4*s*.	8*c*.		
	208*SS*.	0*Ss*.	0*Sc*.	0*Sl*.	0*Sp*.
	208				
Za 3*Ss*. . .	22				
Za 1*Ss*. . .	7	2			
Za 4*Sc*. . .	2	2	8		
Za 1*Sc*. . .	0	3	8		
Za 3*ſt*. . .	26	2	2	6	
Za 1*ſt*. . .	8	4	8	10	
Za 4*c*. . .	2	5	6	11	4
Za 4*c*. . .	2	5	6	11	4
	2361*SS*.	2*Sſt*.	5*Sc*.	2*Sl*.	8*Sp*.

143. Tym ſpoſobém znalazłſzy wártość powiérſzchni, w ſążniach kwadratowych, ſążnioſtopach, w ſążniocalach, i. t. d, bardzo łatwo będzie przemiénić ią, na ſążnie kwadratowe, ſtopy kwadratowe, cale kwadratowe,

towe, i. t. d. Pod częściami ſążnia na przemian piſać potrzeba, dwie liczby 6 i $\frac{1}{2}$, zacząwſzy od ſążnioſtóp, iak widziéć niżey; rozmnożyć każdą część przez liczbę odpowiadaiącą na ſpodzie położoną, a mnogość z dwóch liczb po ſobie naſtępuiących, w téyże ſaméy kolumnie piſać; gdy w mnożeniu przez $\frac{1}{2}$, zoſtanie 1, napiſz 72 pod tym mnożnikiém $\frac{1}{2}$, na początek drugiéy kolumny.

Tak, chcąc obrócić na ſążnie kwadratowe, ſtopy kwadratowe, cale kwadratowe, i. t. d, części mnogości wyżey wynalezionę; piſzę

2361*SS*.	2*Ss*.	5*Sc*.	2*Sl*.	8*Sp*.
	6	$\frac{1}{2}$	6	$\frac{1}{2}$
2361*SS*.	12*ss*,	72*cc*.		
	2	12		
		4		
2361 *SS*.	14*ss*.	88*cc*.		

Mnożę ſążnioſtopy przez 6; ponieważ iedna ſążnioſtopa waży 6 ſtóp kwadratowych, iako maiąca 6 ſtóp wyſokości i iednę ſtopę podſtawy.

Mnożę ſążniocale przez $\frac{1}{2}$, i przenoſzę dwie całkowitki z tego mnożenia wypadłe, w rzęd ſtóp kwadratowych; ponieważ ſążniocal, będąc dwunaſtą częścią ſążnioſtopy, powinién ważyć 12*ſtą* część *6ciu* ſtóp kwadratowych, to ieſt $\frac{1}{2}$ ſtopy kwadratowéy; więc 5 ſążniocale, ważą dwie ſtopy kwadratowe i pół; a iako pół ſtopy kwadratowéy waży 72 calów, zamiaſt połowy, piſzę 72; po-

potém przemiéniaiąc ſążnioliniie, mnożę ie przez 6; ponieważ ſążnioliniia będąc 12*ſtą* częścią ſążniocala, powinna ważyć 12*ſtą* część 72*óch* calów kwadratowych, to ieſt 6 calów kwadratowych; rozumówanie podobncż dowodzi, że trzeba potém mnożyć przez $\frac{1}{2}$, potém przez 6, i. t. d, iak dopiéro powiedzieliśmy.

154. Przeto wzaiemnie, chcąc części kwadratowe kwadratowego ſążnia, przemiénić na ſążnioſtopy, ſążniocale, i. t. d, działanie na tém zależy $1^{\text{ód}}$ Wziąść ſzòſtą część liczby ſtòp kwadratowych, co mi da ſążnioſtopy. 2^{re} Zdwoić reſztę ieżeli ſię iaka zoſtała, i dodać iéy iedność, ieżeli liczba ſtóp kwadratowych ieſt albo przechodzi 72, co mi da ſążniocale. 3^{cie} Odiąwſzy 72, od liczby calòw kwadratowych, kiedy ta liczba wynoſić będzie, albo przechodzić 72; reſztę rozmnożywſzy przez 6, miéć będę ſążnioliniie 4^{te} Reſztę zdwoić potrzeba, i dodać do niéy iedność, ieżeli liczba linii kwadratowych, 72 przechodzi; ſkąd ſążniopunkta wypadną. Stąd pokazuie ſię, iak ſobie należy daléy poſtąpić, chcąc miéć naſtępuiące części, ieżeli ſię znayduią.

Tak

Tak gdyby zadano było obrocić, 52 *SS.* 25 *ss.* 87 *cc.* 92 *ll.* na ſążnioſtopy, ſążniocale, i. t. d; rozdziélam 25 przez 6, i mam 4 *Ss.* i 1 reſzty; dwoię takową reſztą 1, i dodaię do niéy iednę iedność, ponieważ liczba calów kwadratowych, przechodzi 72; mam więc 3 *Sc*; odéymuię 72 od 87, i reſztę 15 dzielę przez 6, co mi daie 2 *Sl.* i 3 reſzty. Dwoię takową reſztę, i do niéy, dodaię iedność, ponieważ liczba linii kwadratowych przechodzi 72 mam 7 *Sp*; odéymuię 72 od 92, i reſztę 20 dzielę przez 6; mam 3 *S'*. i zoſtaie mi 2 reſzty; dwoię takową reſztę i mam 4 *S''*; tak, że mi całkowita ſumma wypadnie 52 *SS.* 4 *Ss.* 3 *Sc.* 2 *Sl.* 7 *Sp.* 3 *S'*. 4 *S''*.

155. Ponieważ, chcąc miéć powiérſzchnią ròwnoległoboku, trzeba rozmnożyć liczbę miar podſtawy, przez liczbę miar wyſokości; idzie zatém (Arytm: 67), że maiąc wiadomą powiérſzchnią, i liczbę miar wyſokości, albo podſtawy, trzeba rozdzielić liczbę wyrażaiącą powiérſzchnią, przez liczbę wiadomą, która wyraża wyſokość, albo podſtawę. Lecz uważać zawſze należy, że to nieieſt powiérſzchnia, która ſię dzieli przez liniią; dzielenie pòwiérſzchni przez liniią, niemniéy ieſt himeryczne, iak mnożenie linii przez liniią. W iſtocie ſaméy, w takowym razie, dzieli ſię powiérſzchnia przez powiérſzchnią.

Ja-

Jakóż, podług tego cośmy powiedzieli (139) przy obrachówaniu powiérſzchni proſtokąta
fig. 91. ABCD (fig. 91); powiérſzchnia proſtokąta ED, téyże podſtawy, i którego wyſokością, ieſt iedność miary główney AE, powtarza ſię tyle razy, ile razy wyſokość AE mieści ſię w wyſokości AB; przeto chcąc mieć wiadomą liczbę miar AB, albo liczbę iednośców AE, zawartych w AB; trzeba ſzukać, wiele razy powiérſzchnia ABCD, mieści w ſobie powiérſzchnią proſtokąta ED. Więc ieżeli powiérſzchnia ABCD ieſt wyrażona przez 361 *SS*. 2 *Ss*. 5 *Sc*. 2 *Sl*. 8 *Sp*; podſtawa zaś AD przez 4 *S*. 3 *s*. 6 *c*; chcąc mieć wyſokość AB, trzeba ſobie zmyślić iakoby 361 *SS*. 2 *Ss*. 5 *Sc*. 2 *Sl*. 8 *Sp*. rozdzielić trzeba, nie przez 4 *S*. 3 *s*. 6 *cl*. ale przez 4 *SS*. 3 *Ss*. 6 *Sc*; a iako ſążéń, ieſt natenczas ſpólnym czynnikièm w dzielnym, i w dzièlniku, tak rzecz ieſt oczywiſta, że wieloráz, będzie tenże ſam, iak gdyby oba, to ieſt dziélny i dziélnik, wyrażały ſążnie, i części ſążnia liniiowego; więc działanie na tém zależy: żeby rodziedlić 361 *S*. 2 *s*. i. t. d. przez 4 *S*. 3 *s*. i. t. d. To ieſt, że uważać trzeba dziélnego i dziélnika, iakoby wyrażały ſążnie liniiowe, a zatém iako będące iednakowego gatunku; a ponieważ rodzay zagadniénia pokazuie, że wieloráz powinién bydź tegoż gatunku, to ieſt, że ma wyrażać ſążnie i części ſążnia liniiowégo, idzie zatém, że dzielenie ma bydź odprawione, właśnie podług przepiſanéy reguły (Arytm 120. i 122).

Gdyby powiérſzchnia, była zadana w ſążniach kwadratowych, i częściach ſążnia kwadratowégo; natenczas, dla prościéyſzego wyrażénia, takowe części, ſpoſobém opiſanym (154) na ſążnioſtopy, ſążniocale, i. t. d. obrócićby trzeba, a potém poſtąpić ſobie, iak

iak w poprzédzaiącym razie. *Np*. chcąc mieć wyſokość równoległóboku, lub proſtokąta, któregoby podſtawa miała, 2 *S*. 5 *s*. a powiérſzchnia, 120 *SS*. 29 *ss*. 54 *cc*. Przèmieniam (154) tę powiérſzchnią na 120 *SS*. 4 *Ss*. 10 *Sc*. 9 *Sl*; i zadanie, podług tego co ſię rzekło, rozwięzuie ſię rozdzieleniém ilości, 120 *S*. 4 *s*. 10 *c*. 9 *l*. przez 2 *S*. 5 *s*; co wykonawſzy podług reguły danéy (Arytm: 120 i 122) wypadnie 42 *S*. 3 *s*. 10 *c*. 1 *l*. $\frac{13}{17}$.

O ſtóſunku między Powiérſzchniami.

156. *Powiérſzchnie równoległoboków w powſzechności, maią ſię do ſiebie, iak mnogości z podſtaw przez wyſokości.*

To ieſt, że powiérſzchnia równoległoboku, miéści w ſobie powiérſzchnią drugiégo równoległoboku, tak, iak mnogość z podſtawy przez wyſokość piérwſzego, mieści w ſobie mnogość z podſtawy przez wyſokość drugiégo.

I to ieſt oczywiſta; ponieważ każdy równoległobok, ieſt równy mnogości, z ſwoiéy podſtawy przez wyſokość.

Stąd, łatwo wnieść daie ſię, *że gdy dwa równoległoboki ſą iednakowéy wyſokości, w ten czas maią ſię do ſiebie, iak ich podſtawy; kiedy zaś*

zaś ſą iednakowéy podſtawy, w ten czas maią ſię do ſiebie, iak ich wyſokości. Albowiém ſtoſunek mnogośćiów, nieodmiénia ſię, wyrzuciwſzy z każdéy mnogości ſpólnego czynnika (Arytm: 160).

157. Podług tego co ſię powiedziało (145), powiérſzchnia koła, ieſt równa powiérſzchni tróykąta, ktòregoby wyſokością był promiéń, a podſtawą okrąg; przeto ieſt równa powiérſzchni proſtokąta, ktòregoby wyſokością był promiéń, a podſtawą połowa okręgu. Więc ten proſtokąt, przyſtòſowawſzy do kwadratu promiénia, który ieſt proſtokątém téyże ſaméy wyſokości, oczywiście pokaże ſię (156) *że kwadrat promiénia, ma ſię do powiérſzchni koła, iak ſię ma promiéń do pół okręgu.* Przeto chcąc miéć powiérſzchnią koła, doſyć ieſt, rozmnożyć kwadrat promiénia, przez ſtoſunek pół okręgu do promiénia; albo całego okręgu do śrzednicy.

Tak w przykładzie (146) żadanym, mnożę 100, iako kwadrat promiénia 10, przez $\frac{22}{7}$, co mi uczyni $\frac{2200}{7}$, albo $314\frac{2}{7}$ ſtóp kwadratowych, na powiérzchnią koła, maiącego w śrzednicy 20 ſtóp.

158.

158 Ponieważ tróykąty (134), ſą połową równoległoboków téyże podſtawy i téyże wyſokości, należy ſtąd wnieść, *że tròykąty iednéyże wyſokości, ſą między ſobą iak ich podſtawy, tróykąty zaś iednéyże podſtawy, ſą między ſobą, iak ich wyſokości.*

159. *Powiérſzchnie równoległoboków albo tróykątów ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty boków odpowiadaiących.*

Albowiém powiérſzchnie dwóch równoległoboków ABCD i *abcd*, (fig. 92), ſą między ſobą (156) iak *fig. 92.* mnogości z ich podſtaw przez ichże wyſokości; to ieſt że ABCD : *abcd* :: BC X AE : *bc* X *ae*; Ze żaś równoległoboki ABCD i *abcd*, ſą ſobie podobne, tróykąty AEB, *aeb*, będą ſobie także podobne; ponieważ oprócz kąta proſtego E i *e*, kąty B i *b* nadto muſzą miéć równe, a zatém ſtąd wyniknie (109) AE : *ae* :: AB : *ab*.

Prócz tego z przyczyny równoległobobów podobnych, BC : *bc* :: AB : *ab*; więc te obie proporcye rozmnożywſzy (Arytm. 180), wypadnie $BC \times AE : bc \times ae :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$; więc $ABCD : abcd :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$.

160.

160. Co ſię tyczé tròykątòw ſobie podobnych, rzecz oczywiſta że maią też ſamę własność, będąc połową równoległoboków téyże podſtawy, i téyże wyſokości.

161. W ogòlności, *Powiérſzchnie dwóch figur bądź iakichkolwiék ſobie podobnych, maią ſię do ſiebie, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadaiących w takowych figurach.*

Bo powiérſzchnie dwoch figur ſobie podobnych, mogą bydź zawſze uważane, iak gdyby były złożone z iednéyże liczby tróykątów ſobie podobnych, każdy każdému; natenczas powiérſzchnia każdego tróykąta piérwſzéy figury, miéć ſię będzie do powiérſzchni tróykąta odpowiadaiącégo w drugiéy figurze, iak kwadrat iednego boku piérwſzey figury, do kwadratu boku odpowiadaiącégo, w drugiéy (160); więc, ponieważ wſzyſtkie boki odpowiadaiące ſą w iednakowym ſtòſunku, ich kwadraty, muſzą bydź także w iédnakowym ſtòſunku; i (Arytm. 181), każdy tròykąt piérwſzego wielokąta, miéć ſię będzie do odpowiadaiącégo tròykąta w drugim, iak ſię

ſię ma kwadrat boku, któregokolwiek w piérwſzym wielokącie, do kwadratu boku odpowiadaiącégo w drugim; więc (Arytm. 176), ſumma wſzyſtkich tróykątòw, w piérwſzym wièlokącie, miéć ſię będzie do ſummy wſzyſtkich tróykątów, w drugim, albo powiérſzchnia piérwſzego, miéć ſię będzie do powiérſzchni drugiégo, w tymże ſamym ſtòſunku.

162. Więc *powiérſzchnie kòł, ſą także między ſobą, iak kwadraty ich promiéni, albo ich śrzednic.*

Koła albowiém, ſą figury ſobie podobne (131), więc promiénie ich i śrzednice ſą liniiami odpowiadaiącémi.

Toż ſamo o wycinkach i odcinkach téyże liczby ſtopniòw, rozumiéć trzeba.

Stąd pokazuie ſię, że z powiérſzchniami figur podobnych, nietak dzieie ſię, iak z obwodami onych; obwody ſą między ſobą w proſtym ſtóſunku boków (129); to ieſt że w dwóch figurach ſobie podobnych, ieżeli ieden bók iednéy ieſt podwóyny, potróyny, albo poczwórny i. t. d. względém boku odpowiadaiącégo drugiéy figury, obwód piérwſzéy, będzie także podwóyny, potróyny, poczwórny; i. t. d. względém obwodu drugiéy; lecz z powiérſzchniami dzieie ſię inaczéy; bo powiérſzchnia piérwſzey figûry w takowém wzięciu, byłaby 4 razy, 9 razy, 16 razy, i. t. d. więkſza, iak powiérſzchnia drugiéy.

163. Chcąc zatém zrobić figurę, drugiéy podobną, któréyby powiérſzchnia miała ſię do piérwſzéy w zadanym ſtóſunku *np.* iak 2 do 3; nietrzeba robić boków odpowiadaiących w zadanym ſtóſunku 2 do 3, bo w tym rázie powiérſzchnie wypadłyby iak 9 do 4, ale należy zrobić boki takiéy wiélkości, żeby ich kwadraty były między ſobą :: 2 : 3; to ieſt daymy że bok zadanéy figury ma 50 *ſt*: żeby miéć bok odpowiadaiący żądanéy figury x, trzeba wynaléśdź czwarty wyráz proporcyi, któraby od tych trzèch poczynała ſię, $3 : 2 :: 50 \times 50$ do czwartégo wyrazu; takowy czwárty wyráz wypadły $1666 \frac{2}{3}$, ieſt kwadratém boku krórego ſzukam; dla czego z $1666 \frac{2}{3}$, piérwiaſtek kwadrátowy wyciągnąwſzy (Arytm: 137), znaydę 40,824 *ſt*. to ieſt, około 40 *ſt* 9 *c* 10 *l.* na długość boku żądanégo Maiąc zaś ieden bok w figurze, łatwo ieſt całą figurę zrobić, podług przepiſania (128).

Tenże ſam ſpoſób użyć daie ſię, chcąc *wynaléśdź promiéń koła, któryby miał powiérſzchnią zadaną.*

Weźmiy do upodobania liczbę, którą iako promiéń koła uważaiąc, wyrachuieſz iego powiérſzchnią podług (145); potém proporcyą ułożyſz: *Powiérſzchnia wyrachòwana, ma ſię do zadanéy powiérſzchni, iak ſię ma kwadrat promiénia wiadomégo, piérwſzéy, do kwadratu promiénia niewiadomégo, drugiéy powiérſzchni.*

Można także ten promiéń znaléśdź przez podanie (157).

164. *Jeżeli na trzech bokach AB, BC, AC, tróykąta proſtokątnégo ABC, (fig. 93), zrobiſz trzy kwa-* fig. 93;
draty BEFA, BGHC, AILC; kwadrat na przeciwproſtkątnéy poſtawiony, wárt zawſze ſummę dwóch drugich.

Spuśćmy z proſtego kąta B, naprzeciwproſtkątną AC, proſtopadłą BD; dwa tróykąty BDA, BDC, będą każdy z nich podobne tròykątowi ABC (112); a zatém, powiérſzchnie tych trzech tróykątów, będą między ſobą, iak kwadraty bokòw ich odpowiadaiących; a zatém wypadnie ten ciąg ſtóſunków ròwnych, $ABD : \overline{AB}^2 :: BDC : \overline{BC}^2 :: ABC : \overline{AC}^2$; álbo $ABD : ABEF :: BDC : BGHC :: ABC : AILC$; więc (Arytm. 176), $ABD + BDC :: ABEF + BGHC :: ABC : AILC$.

A ponieważ rzecz oczywiſta, że część ABC, wárta tyle, co dwie części ABD + BDC; więc kwadrat AILC, wárt ABEF + BGHC; co można ieſzcze tym ſpoſobém wyrazić, $\overline{AC}^2$ wárt tyle, co $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$.

165. Ponieważ kwadrat przeciwproſtkątnéy, wárt ſummę kwadratów dwòch boków proſtego kąta, wnieśmy ſtąd: *że kwadrat iédnego boku proſtégo kąta, wárt tyle, co kwadrat proſtkątnéy, mniéy kwadrat drugiego boku;* to ieſt że $\overline{BC}^2$, *wart* $\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2$; zaś $\overline{AB}^2$, wárt $\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2$.

166. *Więc, maiąc wiadome dwa boki w tròykącie proſtokątnym, można záwſze wyrachówać trzeci bok.*

Daymy *np.* że mi potrzeba wiedziéć, długość *ſpadziſtości* wewnętrznéy wału (talud), którégo podſtawa ma 18 ſtóp, a wyſokość 12 *ſt.*

Dodaię kwadrat 18	. .	324.
Do kwadratu 12	. .	144.
Summa	.	468.

To ieſt kwadrat długości ſpadziſtości, krórego piérwiaſték 21, będzie ſzukaną długością.

Daymy ieſzcze na drugi przykład, że A
fig. 94. (fig. 94), ieſt *piec podkopowy* (fourneau de mine), do krórego idzie przechód przez *galeryą* (gallerie) DB, i przez *ganek* (rameau) BA, na 9 ſtóp długi.

Skutek prochu rozumié ſię bydź taki, że na wſzyſtkie ſtrony równo, to ieſt na 25 ſtóp roſciąga ſię; trzeba tedy wynaléśdź, iaką część galeryi BC, należy zatarafówać, ażeby galerya uczyniła tenże odpór, co nietykana ziemia.

Rzecz oczywiſta, że tak daleko zataraſówać trzeba, żeby liniia AC, miała ſtóp 25; BC ieſt bok kąta proſtego, tróykąta proſtokątnego ABC, więc odległość takowa BC wynaydzie ſię, podług naſtępuiącego działania.

Od kwadratu 25*u*		625
odéymuię kwadrat 9*u*		81
zoſtanie mi		544.

To ieſt kwadrat boku BC, którego piérwiaſtek ieſt 23,3, daiący długość, którą miéć powinna liniia BC.

167. Właſności, kwadratu przeciwproſtkątnéy, użyć ieſzcze można, chcąc na linii proſtéy, w punkcie danym, wyciągnąć linią proſtopadłą.

Np. daymy że na przedłużeniu czołá *narożnika* (fig. 95), trzeba założyć proſto- *fig.* 95.
padle działobitnią w punkcie A; zrobiſz ſznurém tróykąt proſtokątny ABC, biorąc *np.* liniią AB na 3 ſążnie długą, AC na 4 ſążnie, i BC na 5 ſążniów, co łatwo da ſię wykonać. Natenczas AC, będzie proſtopadłą, na AB; bo kwadrat 5*ciu*, wárt tyle co kwadrat 4*ech*, więcéy kwadrat 3*ech*.

168. Ponieważ kwadrat przeciwproſtkątnéy, wárt tyle, co ſumma kwadratów dwóch boków proſtego kąta, idzie zatém, że ieżeli tróykąt proſtokątny, ieſt równoramiénny, iaki *np.* traſia ſię w kwadracie, przeciwproſtkątną AC, w nim, wyciągnąwſzy (fig. 96) *fig.* 96.
natenczas kwadrat przeciwproſtkątnéy, będzie podwóyny względém kwadratu iednego z boków: przeto powiérſzchnia kwadratu, ma ſię do powiérſzchni kwadratu przeciwproſtkątnéy iego, iak 1, do 2; więc (Arytm. 182), bok kwadratu ma ſię do ſwoiéy przeciwproſtkątnéy, iak 1, do piérwiaſtka kwadratowego 2óch; a ponieważ takowy piérwiaſtek nieda ſię zupełnie w liczbie wyrazić, idzie zatém, że w liczbie niémożna miéć ſtóſunku doſkonałego, ale tylko przybliżony, między bokiém kwadratu, a przeciwproſtkątną iego.

169. Właſność trzech boków proſtokątnego tròykąta, wywiedziona, niemniéy ſłuży kwadratóm na tąkowych bokach zrobionym, iak i innym figuròm; w powſzechności, *Ieżeli na trzech bokach tróykąta proſtokątnego króregokolwiek, zrobiſz trzy figury podobne iakiekolwiek* np. *trzy tróykąty, i trzy koła, i. t. d. figura zrobiona na przeciwproſtkątnéy, wárta będzie tyle, co ſumma dwòch figur podobnych, zrobionych na drugich dwòch bokach.*

To właśnie tymże ſamym ſpoſobém dowodzi ſię, co i kwadraty; polégaiąc na tymże fundamencie (161), że powiérſzchnie figur ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty ich bokòw odpowiadaiących.

170. A zatém powiérſzchnia iakiéykolwiek figury, zrobionéy na iednym z bokòw proſtego kąta, ieſt równa różnicy dwóch figur podobnych, z ktòrych iedna, zrobiona naprzeciwproſtokątnéy, a druga na drugim boku kąta proſtego.

171. W dowodzie (164) widzieliśmy, że podobiéńſtwo tròykątów, *fig.* 93. ABC, ABD, CDB, (fig. 93), daie proporcyą, $ABC : \overline{AC}^2 :: ADB : \overline{AB}^2 :: BDC : \overline{BC}^2$; albo $ABC : ADB : BDC :: \overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$; a ponieważ tròykąty ABC, ADB, BDC, będąc wſzyſtkie trzy iednéyże wyſokości, maią ſię do ſiebie iak ich podſtawy (158), więc $ABC : ABD : BDC :: AC : AD : DC$; więc także $\overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: AC : AD : DC$. Przeto, *kwadrat zrobiony naprzeciwproſtkątnéy, ma ſię do każdego z kwadratów zrobionych na dwòch drugich bokach, iak ſię ma przeciwproſtkątna, do każdego odcinka, tym bokóm odpowiadaiącego.*

172. Stąd wnieść można ſpoſób, zrobiénia przez liniie tego, cośmy nauczyli przez liczbę, (163); to ieſt, iak zrobić figurę podobną zadanéy drugiéy figurze, któreyby powiérſzchnia miała ſię do piérwſzéy, w zadanym ſtóſunku.

Wyciągniy liniią DE (fig. 97), nieokréślonéy długości, na któréy wznacz dwie części DP i PE, takie, żeby ſię miała DP do PE, iak ſię ma mieć powiérſzchnia figury zadanéy, do powiérſzchni figury ſzukanéy; to ieſt :: 3 : 2 ieżeli chceſz mieć drugą figurę na $\frac{2}{3}$ki pierwſzéy. Z DE iako śrzednicy, ryſuy pół koła DBE; i z punktu P, proſtopadłą PB wyciągnąwſzy, z punktu B, gdzie proſtopadła, ſtyka ſię z kołém, wyciągniy do dwóch końców śrzednicy, cięciwy DB, BE. Na linii DB weźmiy BA, to ieſt długość równą bokowi *fig.* 97.

kowi AB figury danéy, i wyciągnąwſzy AC, linii DE równoległą, będzieſz miał BC, na bok odpowiadaiący figury, któréy ſzukaſz; ten maiąc, figurę podług przepiſania (128) wyciągnąć możeſz. Przyczyna tego ieſt następuiąca: powiérſzchnia figury zadanéy, powinna ſię mieć do powiérſzchni ſzukanéy figury, jak ſię ma kwadrat boku AB, do kwadratu boku ſzukanego, który niech ſię nazywa x, to ieſt $:: \overline{AB}^2 : \overline{x}^2$; nadto potrzeba ieſzcze, żeby te powiérſzchnie miały ſię do ſiebie :: 3 : 2 trzeba więc, ażeby $\overline{AB}^2 : \overline{x}^2 :: 3 : 2$; lecz $AB : BC :: BD : BE$ a zatém (Arytm. 181), $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{BE}^2$; a że tróykąt DBE, ieſt proſtokątny, więc (171) $\overline{BD}^2 : \overline{BE}^2 :: DP : PE$, to iéſt iak 3 : 2; więc $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: 3 : 2$; więc także $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{AB}^2 : \overline{x}^2$, więc ſzukany bok x, powinien bydź równy linii BC.

173. Z tego cośmy powiedzieli (171), wynika ieſzcze, *że kwadraty cięciw AC, AD, i. t. d. wyciągniętych* fig. 98. *przez koncę, ſrzednicy AB (fig. 98), ſą między ſobą, iak części AP, AO, które na téyże ſrzednicy ſą odcięte przez proſtopadłe, z koncòw takowych cięciw ſpuſzczone.*

Wyciągnąwſzy albowiém cięciwy BC, i BD, miéć będzieſz (171), w tróykącie proſtokątnym ACB.

AB

$$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: AB : AP.$$

i w tróykącie proſtokątnym ADB

$$\overline{AD}^2 : \overline{AB}^2 : AO : AB$$

więc $\overline{AD}^2 : \overline{AC}^2 :: AO : AP.$

O Ròwniách [Planum]

174. Ustanowiwſzy miarę i ſtòſunki powiérſzchniów płaſkich, niezoſtaie nam więcéy, przed przyſtąpieniém do brył, iak tylko rozebrać własności linii proſtych, w różnych położeniach względém ròwniòw, i liniie ròwniòw w różnych położeniach, iedne na przeciw drugim; do czegò właśnie, teráz przyſtępuiémy.

Rowniom o ktôrych tu mowa, nienaznaczamy żadnéy wielkości, ani żadnéy pewnéy figury, rozumiémy ie bydź rozległe w wſzelkiém rozumiéniu, bez żadnego wymiaru; figury, które im tu w ryſunkach daliśmy, tylko do łatwiéyſzego wyobrażenia ſłużyć powinny.

175. *Liniia proſta, niémoże bydź po części na ròwni, a po części podnieſiona, lub ſpuſzczona względém téyże ròwni.*

Ròwnia albowiém (5), ieſt powiérſzchnia, na krórą liniia proſta doſkonale przyſtaie.

176.

176. *Tóż ſamo ma ſię rózumiéć o równi względém drugiéy równi.*

Albowiém liniia proſta, wyciągnięta na części płaſkiéy, ſpolnéy tym obóm równióm, mogąc bydź przedłużona bez miary, na téy lub owéy równi, muſiała by bydź po części na iednéy z tych równiów, a poczęsci podwyżſzona albo ſpuſzczona, względém niéy, co bydź niémoże (175).

177. *Dwie liniie AB i CD (fig.*
fig. 99. *99), które ſię przecinaią, ſą położone na iednéyże równi.*

Rzecz albowiém ieſt oczywiſta, że przez iednę z tych linii AB, można przeprowadzić równią, i oráz przez ieden punkt wzięty do upodobania w drugiéy; a iako punkt przecięcia E, ile należący do AB, ieſt na téyże ſaméy równi, więc liniia CD, ma dwa punkta na téyże równi, więc cała na niéy znayduie ſię.

178. *Zniyście ſię albo przecięcie dwóch równiów, niémoże bydź tylko liniia proſta.*

Rzecz oczywiſta że muſi bydź liniią, ponieważ żadna z dwóch równiów niéma grubości; nadto muſi bydź liniią proſtą, ponieważ liniia, przez dwa punkta takowego przecięcia wyciągnięta, muſi bydź koniecznie cała w każdéy z tych równiów; więc ieſt ſamym przecięciém.

Zatém przez tęż ſamę liniią proſtą, można przeprowadzić nieskończoną liczbę różnych równiów.

179. *Proſtopadła AB, na równi GE (fig. 100), ieſt wſzyſtkim liniióm BC, BC, BC, i. t. d. proſtopadła, które przez ſpód iéy na téyże równi wyciągnąć można;* albowiém gdyby ſię znaydówała iedna z nich, któréyby niebyła proſtopadłą, muſiałaby ſię nakłaniać ku téy linii, a zatém i ku równi. figura 100.

181. *Liniia AB (fig. 101) będąc proſtopadła równi GE, ieżeli przez ſpód iéy B, będzie wyciągnięta liniia BC, na równi GE, zmyśliwſzy ſobie, że równia ABC obraca ſię około AB; powiadam że w tym obrocie, liniia BC, z równi GE niezniydzie.* figura 101.

Zmyślmy ſobie, że równia ABC, przyſzła do położenia iakiegokolwiek ABD; gdyby liniia BC, która natenczas znayduie ſię na BD, nieznaydówałała ſię na równi GE, równia ABD zeſzłaby ſię z równią GE, w linii proſtéy BF, któréyby AB była proſtopadła (180); więc BF byłaby także proſtòpadła na AB, AB, w tymże ſamym punkcie B; poſzłoby tedy zatém, że w tymże ſamym punkcie B, i na téyże ſaméy równi ABD, możnaby wyciągnąć dwie proſtopadłe na AB, co bydź niémoże (25); więc liniia BF niémoże bydź różna od BD; więc BC w ſwoim obrocie około AB niémoże zéyśdź z ròwni GE.

figura 101. 182 *Więc żeby liniia proſta AB (fig. 101), była proſtopadłą równi GE, doſyć ieſt ażeby była proſtopadła dwóm liniióm BC i BD, które u ſpodu iéy, ſchodzą ſię na téyże równi.*

Zmyśliwſzy ſobie albowiém, że równia proſtego kąta ABC, obraca ſię około linii AB, liniia BC nakryśli równią (181), któréy liniia AB, będzie proſtopadłą; mówię tedy, że ta równia niémoże bydź inſza, tylko równia GE, dwóch linii BC i BD; albowiém kąt ABD, będąc proſty, tak iak kąt ABC, liniia BC obracaiąc ſię około AB przyiśdź muſi koniecznie kiedy, w położenie linii BD; więc BD ieſt na równi nakryślonéy przez BC; więc AB ieſt proſtopadłą, równi CBD.

183. *Ieżeli z iednego punktu A, linii*
proſtéy AI, pochyłéy względém równi
figura 102. *GF (fig. 102), ſpuściſz proſtopadłą AB na tę ròwnią, i złączywſzy punkta B i I, proſtopadłéy i pochyłéy, przez liniią proſtą BI, wyciągnieſz do téy proſtéy, liniią proſtopadłą CD, na równi GF; mówię że AI, będzie także, linii CD proſtopadła.*

Weźmy począwſzy od punktu I, części równe IC, ID, i wyciągniymy linie BC i BD; te oſtatnie dwie linie będą ſobie rowne (27); więc dwa tròkąty ABC, ABD, będą ròwne; albowiém opròcz kąta ABC, ròwnego kątowi ABD, będąc oba proſte, bok AB ieſt im ſpólny, i liniia BC równa linii BD, podług tego cośmy wyżéy dowiedli; maią więc ieden kąt równy zawarty między dwoma równémi bokami, każdy każdemu, zatém ſą ſobie ròwne; więc liniia AD ieſt równa linii AC; więc liniia AI, ma dwa punkta A i I, ktòre ſą ròwno oddalone od punktu C i D; ieſt więc proſtopadła na linii CD (30).

184. Ròwnia, *nazywa ſię drugiéy równi proſtopadła*, ieżeli ku żadnéy ſtronie téyże drugiéy ròwni, nienakłania ſię.

185 *Więc przez tęż ſamę liniią CD (fig. 103), wziętą na równi GE, niémożna więcéy iak iednę równią przeprowadzić, ktòraby była ròwni GE proſtopadła.* figura 103.

186. *Rówenia CK, ieſt drugiéy róweni GE proſtopadła, gdy przechodzi*

dzi przez liniią proſtą AB, téyże rówini proſtopadłą; rzecz albowiém oczywiſta, że ku iednéy ſtronie równi GE niémoże nakłaniać ſię.

187. *Ieżeli przez ieden punkt A obrany na rówini CK, proſtopadłéy na rówinią GE, wyciągnieſz proſtopadłą AB, do ſpólnego przecięcia CD, ta liniia będzie także rówini GE proſtoſtadła.*

Gdyby albowiém taka niebyła, możnaby przez punkt B, gdzie pada, wyciągnąć proſtopadłą do równi GE; i przez tę proſtopadłą, iako téż przez ſpólne przecięcie CD, wyprowadzić równią (186), ktòraby równi GE była proſtopadła; możnaby więc, przez iednęż liniią CD, wziętą na równi GE, wyprowadzić dwie rówie proſtopadłe téy równi GE; co bydź niémoże (185); więc AB, ieſt równi GE proſtopadła.

188. *Zatém gdy rówinia CK, ieſt rówini GE proſtopadła; proſtopadła BA, na rówini GE wywiedziona przez punkt B ſpólnego przecięcia, muſi koniecznie znaydować ſię na rówini CK.*

Z tego podania wnieść trzeba, że *dwie proſtopadłe BA, LM, na téyże rówini GE, ſą ſobie rówinoległe.*

Złączywſzy albowiém ich ſpody, B, i L, liniią BL, i przez tę liniią, iako téż przez AB, wywiódłſzy rownią CK, ta rownia będzie rowni GE proſtopadła (186); i ponieważ LM ieſt natenczas rowni GE proſtopadłą, wywiedzioną przez punkt L rowni CK; więc będzie na rowni CK (188); przeto, ponieważ dwie liniie AB, LM, ſą obie na iednéyże rowni i téyże linii BL proſtopadłe; więc ſą ſobie równoległe (36 i 37).

189. *Więc iézli dwie liniie proſte AB, CD, (fig. 105), ſą rownoległe każda z nich, trzeciéy linii HE, ſą także i ſobie rownoległe;* albowiém liniie AB, HE, będąc rownoległe, mogą bydź obie proſtopadłe rowni GF; z téyże ſaméy przyczyny CD i EH mogą bydź proſtopadłe téyże rowni GF; więc AB i CD będąc proſtopadłe téyże rowni, będą ſobie rownoległe. *figura* 105.

190. *Ieżeli dwie rówinie CK, NL, (fig. 104), ſą trzeciéy rówini GE proſtopadłe, ich ſpólne przecięcie AB, będzie także rówini GE, proſtopadłe.* *figura* 104.

Albowiém proſtopadła wyprowadzona przez punkt B na równi GE, powinnna bydź na każdéy z tych dwóch równiów (188); niemoże więc bydź inſza, tylko ſpólne przecięcie.

191. Nazywa ſię *kąt płaski* (angulus planus), roſtwòr dwóch równiów GF, GE, (fig. 106), które ſię z ſobą ſchodzą; ten kąt nazywa ſię także *nachylenie* iednéy równi względém drugiéy.

Kąt płaſki przez dwie ròwnie GF, GE, uczyniony, nieco innego ieſt, tylko ilość, o którą równia GF, muſiała ſię obrocić około AG, ażeby do tego położenia była przyſzła, ieżeli z początku do ròwni GE przylégała.

Stąd łatwo widziéć daie ſię, że ieżeli przez punkt B, wzięty w ſpólnym przecięciu AG, na równi GE, będzie wyprowadzona proſtopadła BD, względém linii AG; kąt przez dwie równie zrobiony, ieſt tenże ſam, co kąt przez dwie liniie BD i BC, albo AE i AF, uczyniony, łatwo albowiém widziéć można, że pod czas obrotu równi GF, liniia BC albo AF, oddala ſię od linii BD albo AE, do któréy z początku obrotu przylégała, oddala ſię mówię od AE albo BD, właśnie témże ſamém prawém i ſpoſobém, iak ſię oddala równia GF od równi GE.

192. *A zatém, kąt płaski ma tęż ſamę miarę, co kąt proſtokryślny, zawarty między dwiema liniiami, na każdéy z dwóch równiów które ten kąt czynią, wyciągniętémi, proſtopadle ſpólnému przecięciu, i z tegóż ſamego punktu téyże linii.*

Stąd

Stąd łatwo wnieść można podania naſtępuiące, które tu tylko proſto wyrazimy bez wywodów.

193. *Ròwnia, która na drugą równią pada, czyni dwa kąty, które wzięte razém czynią 180º.*

194. *Kąty zrobione przez tak wiele równiów iak ſię podoba, które przez tęż ſamą liniią proſtą przechodzą, wárte ſą wſzyſtkie razém 360º.*

195. *Dwie rówąnie przecinaiące ſię, kąty przeciwne wiérſzchołkowe, maią równe.*

196. Nazywaią ſię *równie równoległe*, które nigdy zniyśdź ſię z ſobą niémogą, choćby iak naydaléy były przedłużone.

Więc równie równoległe, ſą wſzędzie od ſiebie równo oddalone.

197. *Ieżeli dwie ròwnie równoległe ſą przez trzecią równią przecięte (fig. 107), przecięcia AB, CD, będą dwie liniie proſte równoległe*; figura 107. bo ponieważ ſą na téyże równi ABCD, muſiałyby ſię zniyśdź gdyby niebyły równoległe, a natenczas rzecz oczywiſta, że i równie zniyśdźby ſię także z ſobą muſiały.

198. *Dwie równie równoległe, przez trzecią równią przecięte, maią też ſame własności w kątach, które czynią z tą trzecią równią, co dwie liniie proſte ròwnoległe, względém trzeciéy proſtéy, która ie przecina.*

Jeſt

Jeſt to nie uchybny wnioſek z tego co ſię powiedziało (192).

Własności linii proſtych przeciętych przez równie równoległe.

199. *Jeżeli z punktu I, wziętego zewnątrz równi GE (fig. 108), wyciągnieſz do różnych punktów téy równi K, L, M, linie proſte IK, IL, IM, i ieżeli te linie proſte przetnieſz przez równią* ge, *równoległą równi GE; mówię 1ód że te linie proſte będą proporcyonalnie przecięte; 2re że figura* k l m, *będzie podobna figurze K L M.*

figura 108.

Zmyślmy ſobie naprzód trzy punkta K,L,M. Ponieważ linie proſte; *kl*, *lm*, *mk*, ſą przecięciami równiów IKL, ILM, IKM z równią *ge*, więc ſą równoległe liniióm proſtym KL, LM, MK, które ſą przecięciami tychże równiów z równią GE (197); więc tróykąty IKL, ILM, IMK, ſą podobne tróykątom *Ikl*, *Ilm*, *Ikm*, każdy każdému: więc IK : *Ik* :: KL : *kl* :: IL : *Il* :: IM : *Im* :: MK : *mk*; przeto 1ód z tego ciągu równych ſtoſunków wyciągnąwſzy tylko te, które zawiéraią w ſobie linie proſte z pun-

punktu I wyciągnięte, miéć będzieſz: IK : *Ik* :: IL : *Il* :: IM : *Im*; więc linie proſte IK, IL, IM ſą proporcyonie przecięte.

2re Jeżeli z tegoż piérwſzego ciągu ſtoſunków równych, wyciągnieſz te, które zawiéraią w ſobie tylko linie, między dwiema równiami równoległemi zamknięte, miéć będzieſz KL : *kl* :: LM : *lm* :: KM : *km*; więc dwa tróykąty KLM, *klm*, ſą ſobie podobne, ponieważ maią boki proporcyonalne.

Daymy teráz niech będzie taka liczba punktów, iak ſię podoba A,B, C,D,E,F, i.t.d; tymże ſamym ſpoſobem właśnie dowiéśdź można, że linie proſte IA,IB,IC, i.t.d. ſą proporcyonalnie przecięte; zmyśliwſzy ſobie przekątne AC, AD, i.t.d. wyciągnięte z dwóch kątów odpowiadaiących *A*,*a*, podobnież dowiéśdź daie ſię, że tróykąty ABC, ACD, i.t.d. ſą podobne tróykątom *abc*, *acd*, i.t.d, każdy każdému; więc dwa wielokąty ABCDF, *abcdf*, będąc złożone z téyże liczby tróykątów podobnych każdy każdému, i podobnie położonych, ſą ſobie podobne (128).

200. Poniewaź dwie figury KLM, *klm*, ſą ſobie podobne, wnieśmy ſtąd, że kąt KLM, ieſt równy kątowi *klm*, a zatém *ieżeli dwie liniie proſte KL, LM, które zawiéraią między ſobą kąt KLM, ſą równoległe dwóm liniióm proſtym*, kl, lm, *zawiéraiącym między ſobą kąt* klm, *kąt KLM, będzie równy kątowi* klm, *natenczas nawet, gdy te dwa kąty niebędą znaydowa: ſię na iednéyże równi:* toż ſamo podanie daliśmy iuż (43); ale tam, oba kąty na iednéyże równi położone rozumieliśmy.

201. Z podobiéńſtwa dwóch figur ABCDF i *abcdf*, iako téż z podobiéńſtwa dwóch figur KLM, *klm*, wynika ieſzcze, że powiérſzchnie dwóch przecięciów *abcdf*, *klm*, ſą między ſobą, iak powiérſzchnie dwóch figur ABCDF, KLM.

Albowiém ABCDF : *abcdf* :: $\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$ (161).
Tróykąty zaś podobne IAB, *Iab* daią proporcyą AB : *ab* :: IA : *Ia*. A zatém (Arytm. 181) $\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 :: \overline{IA}^2 : \overline{Ia}^2$; albo (199) :: $\overline{IM}^2$ :: $\overline{Im}^2$, albo (z przyczyny tróykątów podobnych IML, *Iml*) $\overline{LM}^2 :: \overline{lm}^2$, a za tém (161), :: KLM : *klm*; więc ABCDF : *abcdf* :: KLM : *klm*, albo (Arytm 171) ABCDF : KLM :: *abcdf* : *klm*.

202. Ten dowód dowodzi oráz że powierſzchnie ABCDF, *abcdf*, ſą między ſobą, iak kwadraty dwóch linii proſtych IA, *Ia* wyciągniętych z punktów, w tych dwóch figurach ſobie odpowiadaiących; a zatém (199), iak kwadraty wyſokościów, albo proſtopadłych IP, *Ip*, z punktu I na równie GE i *ge* ſpuſzczonych.

Wnieśmy więc 1ód że gdyby dwie powiérſzchnie ABCDF, KLM, były ſobie równe; drugie dwie powiérſzchnie *abcdf*, *klm*, będą także ſobie rowne.

2re Że to wſzytko cośmy dopiéro powiedzieli, ieſzcze miéć będzie miéyſce, choćby punkt I, zamiaſt że ieſt ſpólny liniióm proſtym IA, IB, IC, i. t. d. i proſtym IM, IL, i. t. d; choćby mówię, był do każdéy figury oſobny, byleby nad równią *ge*, w iednéyże wyſokości był położony.

ROZDZIAŁ TRZECI.

O Bryłach.

203. Nazwaliśmy *bryłą* albo *ciałém*, wſzyſtko cokolwiek ma te trzy rozległości *długość*, *ſzérokość*, *i głębokość*.

Miarą i ſtóſunkami brył, teráz zabawimy ſię.

Uważać będziémy bryły, kończące ſię płaſkiémi powiérſzchniami; z tych zaś co maią krzywe powiérſzchnie uważać niebędziémy, tylko *wálek* (cylinder), *ſtożek* (conus), i *kulę* (ſphæra).

Bryły zamknięte powiérſzchniami płaſkiémi, różnią ſię w powſzechności liczbą, i kſztałtém równiów, w których ſię zawiéraią: takowych równiów w bryle przynaymniéy cztéry znaydówáć ſię powinno.

204. Bryła, w któréy dwie na przećiw ſobie położone ściany, ſą równiami ſobie równémi, i równoległémi, inne zaś wſzyſtkie ściany, ſą złożone z równoległoboków, nazywa ſię w ogólności *wielościan* (priſma), fig. 109, 110, 111, 112.

figura 109. 110. 111. 112.

Więc wielościan można ſobie wyſtawić, iakoby był uczyniony przez równią BDF, któraby, równolegle ſobie ſaméy poſtępuiąc, prześliznęła ſię wzdłuż linii proſtéy AB (fig. 109). *figura* 109.

Dwie równie równoległe, nazywaią ſię *podſtawami wielościanu*; proſto-

ſtopadła zaś LM, z iednego punktu tych równiów wywiedziona, na drugą równią, názywa ſię wyſokością.

Z tego opiſania wielościanu wnieść należy, że bądź w którémkolwiek miéyſcu, będzie przecięty wielościan takowy, przez równią podſtawie ſwoiéy równoległą, to przecięcie, będzie zawſze równią, doſkonale równą podſtawie wielościanu.

Linie takie iak AB, w których dwa równoległoboki przyległe ſchodzą ſię, nazywaią ſię *krawędziami* wielościanu (arête).

Wielościan ieſt *proſty* (priſma rectum), gdy iego krawędzie ſą proſtopadłe podſtawie; i w takowym razie wſzyſtkie ſą równe wyſokości. *figura* 110. 112. *Zobacz* fig. 110, 112.

Wielościan nazywa ſię *ukośny*, (priſma obliquum), gdy krawędzie na podſtawie ſą nachylone.

Wielościany, różnią ſię liczbą kątów, w podſtawie znayduiących ſię; ieżeli podſtawą ieſt tróykąt, wielościan nazywa ſię *tróykątny* (fig. 109); *figura* 109. ieżeli podſtawą ieſt czworokąt, nazywa ſię *czworokątny* (fig. 110); i. t. d. *figura* 110.

Między wielościanami czworokątnémi, uważamy fzczególniéy, równoległościan (parallelopipedum) i fześcian (cubus).

Rownoległościan, ieft wielościan czworokątny, w ktòrym podftawy a zatém i wfzyftkie fciany, fą równoległobokami; a kiedy rownoległobok fłużący za podftawę ieft proftokąt, a oráz wiolościan ieft profty, nazywa fię *rownoległościan proftokątny*; Zobacz fig. 110.

Rownoległościan proftokątny, bierze nazwifko *fześcianu*, gdy podftawa iego ieft kwadratém, i krawędź
figura 112. AB (fig. 112), ieft równa bokowi tego kwadratu.

Sześcian tedy, ieft bryłą między fześcią równemi kwadratami zawartą; i tąto bryłą, wfzyftkie inne, iak zobaczymy wkrótce, miérzyć fię zwykły.

205. *Wálek*, ieft bryła, między dwoma kołami równémi, i równoległémi zawarta, którą można fobie wyftawić, iakoby była uczyniona przez powiérfzchnią, powftaiącą
figura 113. 114. z przebieżenia linii proftéy AB (fig. 113. 114) fobie faméy równolegle,

legle, wzdłuż dwóch okręgów. *Wálek profty* ieft, gdy liniia GF (fig. 113); która łączy dwie podftawy, na przeciw fobie położone, ieft tym kołom proftopadła; liniia CF nazywa fię *ofią wálka* (axis); wálek zaś ieft *ukośny*, gdy taż liniia CF ieft nachylona ku podftawie.

Wálek profty uważać można, iakoby powftaiący, z obrotu równoległoboku proftokątnego FCDE, obracaiącégo fię około boku fwego CF.

206. *Piramida*, ieft bryła, pod kilką powiérfzchniami zawarta, z tych iedna która nazywa fię podftawą, może bydź iakimkolwiek wielokątém, a drugie, które fą wfzyftkie tróykątami, maią za podftawy, boki tego wielokąta, i wfzyftkie, maią wiérfzchołki fwoie złączone w iednym punkcie, który nazywa fię *wiérfzchołkiém piramidy*; Zobacz fig. 115, 116, 117.

Proftopadła AM, wywiedziona figura 115. 116. 117.
z wiérfzchołka, na równią fłużącą za podftawę, nazywa fię *wyfokością* piramidy.

Piramidy różnią fię liczbą kątów, w podftawach znayduiących fię; tak iż ta, co ma za podftawę tróykąt, na-

nazywa ſię *piramida tróykątna* (tetraedrum), ta co ma za podſtawę czworokąt, *piramida czworokątna*, (quadrangularis) i. t. d.

Piramida ieſt *foremna* albo *regularna*, gdy wielokąt ſłużący iéy za podſtawę, ieſt regularny, i gdy oráz figura 117. proſtopadła AM (fig. 117), z wiérſzchołka wywiedziona, przechodzi przez ſrzódek wielokąta.

Proſtopadła AE, ſpuſzczona z wiérſzchołka A, na ieden z boków podſtawy DE, nazywa ſię *proſtopadła powiérſzchna* piramidy (apotheme).

Rzecz oczywiſta, że wſzyſtkie tróykąty ſchodzące ſię w punkcie A, ſą ſobie równe, i równoramiénne; wſzyſtkie albowiém maią podſtawy równe, i krawędzie, AB, AC, AD, i. t. d, ſą wſzyſtkie równe; ſąto bowiém wſzyſtkie pochyłe od proſtopadłéy AM, równo oddalone (27).

Niémniéy rzecz oczywiſta, że wſzyſtkie proſtopadłe powiérſzchne, ſą ſobie równe.

figura 118. 119. 207. *Stożek* (fig. 118 i 119), ieſt bryła zamknięta przez równią kołową BGDH, która nazywa ſię podſtawą ſtożka, i przez powiérſzchnią, którąby uczyniła liniia AB, obracaiąca ſię około punktu ſtałego A, i ſtrychuiąca okrąg BGDH.

Punkt

Punkt A nazywa ſię wiérſzchołkiém ſtożka.

Proſtopadła, wywiedziona z wiérſzchołka na równią podſtawy, nazywa ſię wyſokością ſtożka; ſtożek ieſt *proſty* albo *ukośny*, gdy takowa proſtopadła przechodzi (fig. 118), lub nie, (fig. 119), przez ſrzodek podſtawy. figura 119.

Można ſobie wyſtawić ſtożek proſty, iako powſtaiący, z obrotu tróykąta proſtokątnego ACD (fig. 118), figura 118. obracaiącego ſię około boku AC.

208. *Kula*, ieſt bryła, kończąca ſię ze wſzyſtkich ſtron przez powiérſzchnią, któréy wſzyſtkie punkta, ſą od iednego i tegóż punktu, równo odległe.

Można ſobie wyſtawić kulę, iako bryłę powſtaiącą z półkoła ABD (fig. 121), obracaiącego ſię około figura 121. ſrzednicy AD.

Rzecz oczywiſta, że wſzelkie przecięcie kuli przez równią, ieſt kołém; Ieżeli równia przechodzi przez ſrzodek, przecięcie nazywa ſię *naywiękſze koło* kuli (circulus maximus). Przeciwnie nazywa ſię *małém kołém* (circulus minor), każde inne

prze-

przecięcie kuli przez równią, która przez środek nieprzechodzi.

Wycinek kuli, ieſt bryła, powſtaiąca z wycinka kołowego BCA, obracaiącégo ſię około promienia AC; powiérſzchnia ktoraby okryślił łuk AB, w takowym obrocie, nazywa ſię *czaſzka kuli* (ſuperficies ſegmenti).

Odcinek kuli, ieſt bryła, powſtaiąca z półodcinka kołowego AFB, obracaiącego ſię około części promiénia AF.

O Bryłach ſobie podobnych.

209. *Bryły podobne*, ſą te, które ſą złożone z iednéyże liczby ścian, podobnych każda każdéy, i w obu bryłach podobnie położonych; *Zobacz* fig. 125.
figura 125.

210. *Krawędzie odpowiadaiące, i wiérſzchołki kątów bryłaſtych* (ſolidus) *odpowiadaiących, ſąto linie i punkta podobnie położone w obu bryłach;* albowiém krawędzie odpowiadaiące, wiérſzchołki kątów bryłaſtych odpowiadaiących, ſą linie, i punkta podobnie położone, względém ścian do ktorych należą; gdyż ta-

takowe ściany, rozumieią ſię bydź ſobie podobnémi; że zaś te ściany, w obu bryłach ſą położone podobnie; więc, i. t. d.

211. Przeto; *tróykąty ACD*, a c d, (*fig.* *figura*
125) *które ſchodzą ſię z kątém bryłaſtym i* 125.
z *końcami krawędzi odpowiadaiącéy w ka-*
ż*dey bryle, ſą dwie figury ſobie pobobne, i po-*
dobnie w dwòch bryłach położone; Końce albo-
wiém krawędziów odpowiadaiących CD i *c d*,
ſą ſame wiérſzchołkami kątów bryłaſtych od-
powiadaiących (210), które ſą względém
brył, podobnie położone.

212. Przekątne *AC*, a c, *AD*, ad, i. t. d, *które ſchodzą ſię z dwoma kątami bryłaſtémi odpowiadaiącémi; ſą między ſobą, iak krawędzie odpowiadaiące CD*, c d, *tychże brył;* ſą albowiém bokami tróykątów podobnych, o których dopiéro mowiło ſię, i które maią za ieden z boków ſwoich, krawędzie odpowiadaiące.

213. Więc dwie bryły ſobie podobne, mo-
gą bydź podzielone, na iednakową liczbę pi-
ramid podobnych każda kazdéy, równiami,
wyprowadzonémi przez dwa kąty odpo-
wiadaiące, i przez dwie krawędzie odpowia-
daiące; albowiém ściany tych piramid, będą
złożone z tróykątów ſobie podobnych, i po-
dobnie położonych w obu bryłach (211);
podſtawy tychże piramid będą także podo-
bne, ponieważ ſą ścianami odpowiadaiącémi
dwóch brył; więc (209) te piramidy będą
ſobie podobne.

214. *Jeżeli z dwóch kątów odpowiadaiących, ſpuściſz proſtopadłe, na dwie ściany odpowiadaiące, te proſtopadłe będą między ſobą w ſtóſunku dwóch którychkolwiek krawędziów odpowiadaiących.*

Albowiém te dwa kąty odpowiadaiące, będąc podobnie położone, względém dwóch ścian odpowiadaiących (210), powinny bydź koniecznie w takich odległościach od tych ścian, ażeby były między ſobą w ſtóſunku wymiarów odpowiadaiących, w tych dwóch bryłach.

O miérzeniu Powiérſzchniów bryłaſtych.

215. Powiérſzchnie wielościanów, i piramid, będąc złożone z równoległoboków, tróykątów, i wielokątów proſtokryślnych, możnaby tu wcale zamilczyć o miérzeniu ich, ponieważ (139, 141, i 143) podaliśmy iuż ſpoſoby, miérzenia figur ſkładaiących takowe powiérſzchnie. Lecz ſtąd co ſię powiedziało w téy miérze, możemy ſóbie uczynić różne wnioſki; które nam ſłużyć maią, nietylko do ułatwiénia działań w ta-

takowych miarach, ale téż mogą nam bydź przydatne, do znaleziénia wártości powiérſzchniów wałków, ſtożków, a nawet i ſaméy kuli.

216. *Powiérſzchnia wielościanu iakiegokolwiek, (nierachuiąc dwóch podſtaw) ieſt równa mnogości, z iednéy z krawędziów tego wielościanu, przez obwód przecięcia* b d f h k (*fig.* 111), *uczynionego przez równią, któréyby ta krawędź była proſtopadłą.* figura 111.

Bo ponieważ krawędź AB, rozumié ſię bydź proſtopadłą równi *b d f h k*, drugie krawędzie, które téy, ſą wſzyſtkie równoległe, będą także równi *b d f h k* proſtopadłe; więc wzaiemnie linie proſte *b d*, *d f*, *f h*, *h k*, i. t. d. ſą proſtopadłe, każda krawędzi którą przecina; uważaiąc przeto krawędzie, iako podſtawy równoległe boków, które otaczaią wielościan, linie *b d*, *d f*, *f h*, będą wyſokościami tych równoległoboków. Chcąc tedy miéć powiérſzchnią wielościanu; trzeba rozmnożyć krawędź AB przez proſtopadłą *b d*, krawędź CD, przez proſtopadłą *d f* i. t. d; a potém, te wſzyſtkie mnogości dodać z ſobą; lecz iako wſzyſtkie krawędzie

dzie ſą ſobie równe, rzecz oczywiſta, że na iedno wychodzi, mnożąc tylko iednę krawędź AB, przez ſummę wſzyſtkich wyſokościów, to ieſt przez obwòd *bdfhk*.

217. Kiedy wielościan ieſt proſty, przecięcie *bdfhk*, nieróżni ſię od podſtawy BD FHK, i krawędź AB, ieſt natenczas wyſokością wielościanu; więc *powiérſzchnia wielościanu proſtego (nierachuiąc dwòch podſtaw), ieſt ròwna mnogości z obwodu, rozmnożonego przez wyſokość.*

218. Widzieliśmy wyżéy (130), że koło, uważać można iako wielokąt regularny, z nieſkończonéy liczby bokòw złożony; przeto wàłek bydź może uważany iako wielościan, w którymby liczba ròwnoległoboków, powiérſzchnią ſkładaiących, była nieſkończona; przeto:

Powiérſzchnia wàłka proſtego, ieſt ròwna mnogości, z wyſokości tego wàłka, przez okrąg podſtawy.

Widzieliśmy (146), iak ſobie poſtąpić trzeba, chcąc takowy okrąg wynaléśdź.

Można także powiedzieć, *że powiérſzchnia wàłka proſtego, ieſt dwa razy tak wielka, iak powiérſzchnia koła, któregoby promiéniém była śrzednia proporcyonalna, między wyſokością tego wàłka, i promiéniém iego podſtawy.*

Wzią-

Wziąwſzy albowiém *W*, za wyſokość, *p* za promiéń podſtawy, a P za promiéń śrzedni proporcyonalny; i oráz wziąwſzy *okr.* p, i *okr.* P, za okręgi maiące promiénie *p* i *P*, miéć będziémy na fundamencie *przypuſzczenia* (ſuppoſitio) *p* : P :: P : W; a ponieważ okręgi (131), ſą proporcyonalne promiéniòm; więc ieſzcze będzie *okr. p* : *okr. P* :: *P* : *W*. A że mnogość ſkraynych w téy proporcyi, ieſt powiérſzchnią wàłka, a mnogość śrzednich, ieſt dwa razy tak wielka iak powiérſzchnia koła, którego promiéniém ieſt P; więc (Arytm. 168). t. d.

Odtąd, gdy zechcemy naznaczyć powiérſzchnią koła, maiącego za promiéń liniią iakąkolwiek *P*, używać będziémy tego ſkróconego wyrażenia *ko. P*.

Co ſię tycze wàłka ukośnego, trzeba rozmnożyć długość AB, przez okrąg przecięcia, *bgdh* (fig. 114), zrobiwſzy to przecię- *figura* 114.
cie podług opiſania (216). Spoſób wymiérzenia długości takowego przecięcia, zawiſł od obſzérniéyſzych wiadomości, aniżeliśmy dotąd podali; w praktyce przeſtać potrzeba na miérzeniu mechaniczném, obiąwſzy wàłek nicią, lub czém podobném, i daiąc baczenie, żeby ta nić przyſtawała na taką ròwnią, któraby długości wàłka AB była proſtopadła.

219. *Co do piramidy*, ieżeli nieieſt regularna, trzeba ſzukać zoſobna powiérſzchni każdego z tróykątów, onę ſkładaiących, a potém powiérſzchnie takowe dodać.

Jeżeli zaś ieſt regularna, można miéć powiérſzchnią krótſzym ſpoſobém,

bém, mnożąc obwód podſtawy przez
figura 117. połowę proſtopadléy AG (fig. 117);
bo ponieważ wſzyſtkie tróykąty maią
iednę wyſokość, doſyć ieſt rozmnożyć
połowę ſpólnéy wyſokości, przez
ſummę wſzyſtkich podſtaw.

220. Uważaiąc znowu okrąg koła,
iako wielokąt regularny, z nieſkończonéy
liczby boków złożony; powmówać
można, że ſtożek, nieco innego
ieſt w iſtocie ſaméy, tylko piramida
regularna, któréy powiérſzchnia
(nierachuiąc podſtawy) ieſt złożona
z nieſkończonéy liczby tróykątów; a
zatém, *powiérſzchnia wypukłá ſtożka*
proſtego, ieſt równa mnogości, z okręgu
podſtawy, przez połowę boku AB
figura 118. *tegóż ſtożka* (*fig.* 118).

Co do powiérſzchni ſtożka ukośnego, ta zawiſłá
od wyżſzéy Jeometryi: przeto tu o
niéy mówić niebędziémy. Wreſzcie poięcie
ſtożka które wyżéy powzięliśmy, podaie
ſpoſób wymiérzenia go, z małą różnicą.
Trzeba tylko podzielić okrąg podſtawy na
doſyć wielką liczbę łuków, ażeby każdy
uważać można, iako powiérſzchnią piramidy,
któraby miała tyle tróykątów ile ieſt łuków.

221. *Chcąc mieć powiérſzchnią*
ucinka ſtożka proſtego (conus truncatus),
w którymby podſtawy naprzeciw
ſobie położone BGDH, bgdh
(*fig.* 120) *były równoległe; trzeba* figura 120.
rozmnożyć bok tego ucinka Bb, przez
połowę ſummy okręgów dwóch podſtaw
na przeciw ſobie położonych.

Jakóż tę powiérſzchnią uważać
można, iako zbiór nieſkończonéy
liczby nierównoległoboków takich
iak EF*ef*, których boki E*e*, F*f*,
zmiérzaią ku wiérſzchołkowi A; a
ponieważ powiérſzchnia, każdego z
tych nierównoległoboka, ieſt równa
połowie ſummy, dwóch podſtaw na
przeciw ſobie położonych EF, *ef*,
rozmnożonéy przez odległość tychże
dwóch podſtaw (142), która nieróżni
ſię od boków *Ee*, *Ff*, albo
Bb; więc chcąc mieć ſummę takowych
nierównoległoboków, trzeba
rózmnożyć połowę ſummy wſzyſtkich
na przeciw ſobie położonych
podſtaw, takich iak EF, *ef*, to ieſt
połowę ſummy dwóch okręgów,
przez liniią *Bb*, iako przez ſpólną
wyſokość wſzyſtkich nierównoległoboków.

222. Jeżeli przez połowę M boku
Bb, przeciągnieſz równią równoległą
podſtawie; to przecięcie (199),

L 2 będzie kołém, którégo okrąg, będzie połową ſummy okręgów dwóch podſtaw na przeciw ſobie będących; ponieważ śrzednica iego MN (142) ieſt połową ſummy, tych dwóch podſtaw, a (131) okręgi ſą między ſobą iak ich śrzednice. Więc *powiérzchnia ſtożka uciętego, maiącego podſtawy równoległe, ieſt równa mnogości z boku ucinka, przez okrąg przecięcia, zrobionego w równéy odległości od obu podſtaw ſobie przeciwnych.*

To podanie ſłużyć nam będzie w dowodzeniu naſtępuiącego podania.

223. *Powiérzchnia kuli, ieſt równa mnogości, z iednego iey naywiękſzych kół, rozmnożonego przez śrzednicę.*

figura 122. Zmyśl ſobie półokręgu AKD (fig. 122), rozdzielone na niezliczoną liczbę łuków, każdy z tych łuków będąc nieſkończenie mały, obróci ſię prawie w cięciwę.

Z końców KL, wyciągniy proſtopadłe KE, LF do śrzednicy AD; przez środek I łuku KL, czyli cięciwy iego, wyciągniy IH, równoległą linii KE, i promień IC; ten promień będzie proſtopadły na KL (52); wyciągniy naoſtatek KM, proſtopadłą na IH albo LF; zmyśliwſzy ſobie, że półokręgu AKD obraca ſię około AD, całowym obrotem zrobi okrąg kuli, i każdy z tego łuków KL, złoży powiérzchnią uciętego ſtoż-

ſtożka, który da początek powiérſzchni kuli. Zobaczymy záraz, że powiérſzchnia, takowego uciętego ſtożka, ieſt równa mnogości z linii KM, albo EF, rozmnożonéy przez okrąg, który ma za promień IC albo AC.

Tróykąt KML, ieſt podobny tróykątowi IHC; bo te tróykaty maią boki proſtopadłe ieden drugiému, podług wyżéy danego przepiſania. Przeto te tróykąty ſobie podobne (111), dadzą naſtępuiącą proporcyą KL : KM :: IC : IH; albo (ponieważ (131) okręgi ſą między ſobą iak ich promiénie), KL : KM :: *okr.* IC : *okr.* IH; więc, ponieważ (Arytm. 168), w każdéy proporcyi, mnogość ſkráynych ieſt równa mnogości śrzednich, będzie, KL × *okr.* IH, równe KM × *okr.* IC; albo (co na iedno wychodzi) równe EF × *okr.* AC. Lecz (222), piérwſza z tych mnogościów wyraża powiérſzchnią ſtożka uciętego, uczynionego przez KL; więc ten ſtożek ucięty, ieſt równy EF × *okr.* AC, to ieſt, mnogości z wyſokości EF, przez okrąg naywiękſzego koła kuli. A ponieważ wziąwſzy każdy inny łuk, dowiéśdź można toż ſamo, i tymże ſamym ſpoſobém; należy ſtąd wnieść, że ſumma małych ſtożków uciętych, które powiérſzchnią kuli ſkładaią, ieſt równa okręgówi iednego z naywiękſzych kół, rozmnożonému przez ſummę wyſokościów, tychże ſtożków uciętych; którato ſumma, oczywiście ſkłada śrzednicę. Więc powiérſzchnia kuli; ieſt równa okręgowi, iednego z naywiękſzych kół, rozmnożonému przez śrzednicę.

224. Jeżeli ſobie zmyślimy wáłek (fig. 123), który otacza kulę dotykaiąc ią, i który ma za wyſokość figura 123.

 śrze-

śrzednicę téyże kuli, to ieſt, ieżeli ſobie zmyślimy wałek na kuli opiſany; można wnieść, *że powiérſzchnia kuli, ieſt równa powiérſzchni wypukłéy wałka opiſanego.* Albowiém (128), powiérſzchnia wałka, ieſt równa mnogości, z podſtawy rozmnożonéy przez wyſokość; lecz okrąg podſtawy, ieſt okrąg naywiękſzego koła kuli, a wyſokość ieſt równa śrzednicy, więc t. d.

228. Ponieważ (145), chcąc mieć powiérſzchnią koła, trzeba rozmnożyć okrąg przez połowę promiénia, albo ćwierć śrzednicy, chcąc zaś mieć powiérſzchnią kuli, trzeba rozmnożyć okrąg przez śrzednicę; należy ſtąd wnieść, *że powiérſzchnia kuli, ieſt cztéry razy więkſza, iak powiérſzchnia, iednego z naywiękſzych kół téyże kuli.*

226. To co powiedziało ſię o powiérſzchni kuli, dowodzi podobnież, że chcąc mieć
figura powiérſzchnią wypukłą odcinka kuli, któ-
124. ryby powſtawał z łuku AL (fig. 124), obracaiącego ſię około śrzednicy AD; trzeba rozmnożyć okrąg naywiękſzego koła kuli, przez wyſokość AI tegoż odcinka; iako też chcąc mieć powiérſzchnią kawałka kuli zawartego między dwiema równiami równoległémi, takiémi iak LKM, NRP, trzeba podobnież rozmnożyć okrąg naywiękſzego koła kuli, przez wyſokość IO, tego kawałka kuli. Albowiém te powiérſzchnie uważać można, tak iakośmy całą kulę uważali, niby złożone, z nieſkończonéy liczby ſtożków uciętych, z których każdy, ieſt równy mnogości, z wyſokości ſwoiéy, rozmnożonéy przez okrąg naywiękſzego koła kuli.

O ſtóſunkach między powiérſzchniami Brył.

227. Jeżeli dwie bryły, których powiérſzchnie maią bydź do ſiebie przyſtóſówane, kończą ſię niepodobnémi ſobie, i nieregularnémi równiami; w wynaleziéniu ſtóſunku między ich powiérſzchniami, niémaſz innego ſpoſobu, iak wyrachówać zoſobna powiérſzchnią każdéy, w miarach iednegóż gatunku, i przyſtóſówać liczbę miar iednéy, do liczby miar drugiéy; to ieſt *np.* liczbę ſtóp kwadratowych iednéy, do liczby ſtóp kwadratowych drugiéy.

228. *Powiérſzchnie wielościanów, (nierachuiąc podſtaw, naprzeciw ſobie położonych), ſą między ſobą, iak mnogości, z długościów tych wielościanów, rozmnożonych przez przecięcia, tym długościóm proſtopadle zrobione.*

Bo te powiérſzchnie, w rzeczy ſaméy ſą równe tym mnogościóm (216).

Przeto, *ieżeli długości ſą ſobie równe, powiérſzchnie wielościanów będą między ſobą, iak obwody przecięciów, zrobionych proſtopadle na długości każdego z nich.* Albowiém ſtóſunek mnogościów, z długości rozmnożonéy przez obwòd tego przecięcia, nieodmiéni ſię, opuściwſzy w każdéy z tych mnogościòw długość, ktòra ieſt ſpòlnym czynnikiém.

229. Więc *powiérſzchnie wielościanów proſtych téyże wyſokości, ſą między ſobą, iak obwody podſtaw; te podſtawy niech maią kſztałt bądź iakikolwiek.*

Jeżeli zaś przeciwnie, obwody podſtaw ſą też ſame, a wyſokości różne; powiérſzchnie, będą między ſobą, iak wyſokości.

230. *Powiérſzchnie ſtożków proſtych, ſą między ſobą, iak mnogości z boków tych ſtożków, przez okręgi, albo przez promiénie, albo przez śrzednice ich podſtaw.*

Albowiém powiérſzchnie takowe, każda będąc równa mnogości, z okręgu podſtawy, rozmnożonégo przez połowę boku ſtożka (220), powinny bydź między ſobą, iak te mnogości, a zatém iak podwóyność tyhże mnogościów. Nadto ponieważ okręgi, maią między ſobą tenże ſtóſunek, co ich promiénie, albo śrzednice, przeto (99) w tych mnogościach, zamiaſt ſtoſunku okręgów, mo-

można wziąść ſtóſunek promiéniow, lub śrzednic.

231. *Powiérſzchnie brył ſobię podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty ich linii odpowiadaiących.*

Są albowiém złożone z równiów ſobie podobnych, których powiérſzchnie ſą między ſobą, iak kwadraty ich boków, albo linii odpowiadaiących; któreto liniie, ſą także liniiami odpowiadaiącémi w bryłach, i proporcyonalnémi wſzyſtkim innym liniióm odpowiadaiącym.

232. *Powiérſzchnie dwóch kul, ſą między ſobą, iak kwadraty ich promiéni, albo ich śrzednic*; powiérſzchnia albowiém kuli, będąc cztéry razy tak wielka, iak powiérſzchnia naywiękſzego koła kuli, powiérſzchnie dwóch kul, powinny bydź między ſobą, iak poczwórność ich kół naywiękſzych, albo proſto iak ich naywiękſze koła; to ieſt (162), iak kwadraty promiéni, albo śrzednic.

O bryłówatości Wielościanów.

233. Żeby to poiąć, co ſię rozumié przez *bryłowatość* ciała (ſoliditas); trzeba ſobie wyſtawić w myśli, część rozległości iakowéy, w takiéy poſtaci iak ſię podoba, w poſtaci *np.* ſześcianu, lecz ktòryby miał nieſkończenie mało długości, ſzérokości, i głębokości; i zmyślić ſobie, że *obiętość* (capacitas) ciała, ieſt wcale napełniona, podobnémi ſześcianami, które tu nazwié-

zwiémy *punktami brylastémi*: całkowitość tych punktów, składa to, co rozumiémy przez *bryłòwatość* ciała.

234. *Dwa wielościany, albo dwa wàłki, albo ieden wielościan i ieden wàłek, téyże podstawy i téyże wysokości, albo ròwnych podstaw, i ròwnéy wysokości, są sobie ròwne w bryłòwatości, figury podstaw, niech będą ròżne iak chcą.*

Zmyśliwszy sobie albowiém, te ciała przecięte, przez równie ròwnoległe podstawòm swoim, na zrazy niesończenie cienkie, ktòrych by grubość, ròwna była grubości punktów brylastych, iakiémi można myślić, że te ciała są napełnione; rzecz oczywista, że w każdym, każde przecięcie będąc ròwne podstawie (204), liczba punktòw brylastych, z których każdy zràz będzie złożony, będzie wszędzie taż sama, i ròwna liczbie punktów powierzchnych w podstawie: a iako w dwòch bryłach też samę rozumiémy wysokość: tak téż też samę liczbę zrazòw mieć będą; w całkowitości więc, mieścić w sobie będą też liczbę punktów brylastych; więc są sobie ròwne w bryłòwatości.

O miérzeniu bryłòwatości Wielościanów i Wałków.

235. Uwaga, którąśmy dopiéro podali punktów brylastych, iest osobliwiéy użyteczna natenczas, gdy chcąc okazać równość dwóch brył, uważać musimy, ich początkowy skład, roskładaiąc ie na zrazy niesończenie cienkie; na inszém miéyscu ieszcze mieć będziémy okazyą uważać ie w takim sposobie. Lecz chcąc miérzyć bryłòwatości ciał, w pospolitym użyciu, tego niedochodzi się, przéz oszacòwanie liczby punktòw brylastych; łatwo albowiém poiąć daie się, że bądź w iakiéykolwiek bryle, znayduie się nieskończona liczba punktòw tègo gatunku.

Czegoż więc (właściwie mówiąc) dochodzimy, miérząc bryłòwatość ciał? oto szukamy, wiele razy, bryła o którą rzecz idzie, mieści w sobie inną bryłę wiadomą.

Np. Chcąc zmiérzyć *równoległościan prostokątny* ABCDEFGH (fig. 126), celém naszym iest dóyśdź, wiele takowy równoległościan, mieści w sobie sześcianów takich, iak iest sześcian wiadomy x; i na takieto pospolicie miary sześciénne, bryłòwatość ciał szacòwać zwykliśmy. *figura 126.*

Szu-

Szukaiąc bryłówatości równoległościanu
figura prostokątnego ABCDEFGH, trzeba (fig. 126).
126. wynaleśdź wiele podstawa EFGH, zawiéra w sobie części kwadratowych, takich iak $efgh$; szukać podobnież, wiele razy wysokość AH, zawiéra w sobie wysokość ah; rozmnożywszy liczbę części kwadratowych EFGH, przez liczbę części AH, mnogość pokaże, wiele, zadany równoległościan, mieści w sobie sześcianów takich iak x; to iest, wiele zawiéra w sobie stóp sześciénnych, albo calów sześciénnych, i. t. d. ieżeli bok ah, sześcianu x, iest na iedną stopę, lub na ieden cal.

Jakóż rzecz oczywista, że na powiérzchni EFGH, można postawić tyle sześcianów takich iak x, ile znayduie się kwadratów, w podstawie EFGH, takich iak $efgh$. Te wszystkié sześciany złożą równoległościan, którego wysokość HL, będzie równa wysokości ah; a ponieważ rzecz przez się iasna, że w bryle ABCDEFGH, tyle takich równoległościanów umieścić można, ile razy wysokość HL, w wysokości AH zawierać się będzie; więc trzeba ten równoległościan, albo liczbę sześcianów, na EFGH umieszczonych, tyle razy powtórzyć, ile części w AH znayduie się; albo ponieważ liczba tych sześcianów, iest taż sama, co liczba kwadratów w podstawie zawartych, trzeba rozmnożyć liczbę kwadratów, w podstawie umieszczonych, przez liczbę miar wysokości; takowa mnogość wyrazi liczbę sześcianów w zadanym równoległościanie zawiéraiących się.

236. Ponieważ dowiedliśmy (234), że wielościany, maiące podstawy równe, i wysokości równe, w bryłówatości są sobie równe; więc z tego

po-

podania i stąd cośmy dopiéro powiedzieli, wnieść należy: że chcąc mieć liczbę miar sześciénnych, w wielościanie iakimkolwiek ACEGIK BDFH (fig. 111) zawartych, trze- figura 111.
ba naprzód podstawę KBDFH oszacować na miary kwadratowe, wysokość zaś iégo LM na części, równe bokowi sześcianu, wziętego na miarę; potém liczbę miar kwadratowych w podstawie znalezionych, rozmnożyć przez liczbę miar liniiowych, w wysokości znayduiących się; co pospolicie wyraża się mówiąc: *Bryłówatość wielościanu iakiegokolwiek, iest równa mnogości, wypadłéy z rozmnożenia powiérzchni podstawy, przez wysokość tegoż wielościanu.*

Lecz tu, toż samo znowu uważyć należy, cośmy (139) z okazyi powiérzchniów powiedzieli, to iest, iż iako niémożna mówić właściwie, żeby się liniia przez liniią mnożyła, tak téż niemniéy rozumiéć nienależy, żeby można powiérzchnią przez liniią rozmnożyć. Jestto więc, iakośmy dopiéro widzieli bryła, (w którey liczba sześcianów iest taż sama, co liczba kwadratów, w podstawie) iestto mówię bryła, którą powtarzamy tyle razy, ile razy iéy wysokość mieści się w wysokości całkowitéy, to iest tyle razy, ile razy zawiéra się w bryle, która ma bydź miérzona.

237.

237. Wnieśmy z uwag poprzédzaiących, *Ze chcąc miéć bryłówatość wałka proſtego, lub ukośnégo, trzeba podobnież rozmnożyć powiérſzchnią iego podſtawy. przez wyſokość tegòż wałka*; ponieważ wałek ieſt równy wielościanowi, téyże podſtawy i téyże wyſokości co tamten (234).

O bryłówatości Piramid.

238. Przypomniymy ſobie co ſię powiedziało (199 i daléy), a przyſtóſówawſzy to do piramid, wnieſiémy ſtąd, że przeciąwſzy dwie piramidy IABCDF, IKLM (fig. 108) téyże wyſokości, przez tęż równią *ge*, równoległą równi ich podſtaw;[*] przecięcia *abcdf*, *klm*, będą między ſobą, w ſtòſunku podſtaw ABCDF, KLM, a zatém będą ſobie równe, ieżeli te podſtawy, ſą ſobie równe. Zmyśliwſzy ſobie znowu te piramidy, przecięte przez rówinią równoległą równi *ge*, i nieſkończenie iéy bliſką; widziéć daie ſię, że te dwa zrazy bryłaſte, zawarte między témi dwiema równiami nieſkończenie ſobie bliſkiémi, powinny także bydź

figura 108.

[*] *Dla tém prościéyſzego dowodu, rozumiémy im wiérſzchołek ſpòlny, i pòdſtawy ich, na téyże równi położone.*

bydź między ſobą w ſtòſunku pòdſtaw; liczba albowiém punktów bryłaſtych, potrzebnych do wypełniénia tych dwóch zrazów równéy grubości, niémoże zawiſnąć tylko od wielkości przecięciów odpowiadaiących.

To założywſzy, ponieważ obie piramidy, ſą iednéyże wyſokości, niémożna poymówać więcéy zrazów w iednéy iak w drugiéy; przeto zrazy odpowiadaiące, będąc zawſze, między ſobą w ſtóſunku podſtaw, całkowitości tych zrazów, a zatém i bryłówatości piramid, będą między ſobą iak ich podſtawy. Więc *bryłówatości dwòch piramid równéy wyſokości, ſą między ſobą, iak podſtawy tychże piramid*; a zatém: *Piramidy podſtaw równych i równych wyſokościów, ſą ſobie równe w bryłówatości; chocby figury podſtaw, były iakożkolwiek od ſiebie różne.*

Miara bryłówatości Piramid.

239. Ponieważ miérzyć bryłę, nieco innego ieſt, tylko ſzukać, wiele razy ta bryła, zawiéra w ſobie

ſobie inną bryłę wiadomą, albo powiedziawſzy w ogólności, ſzukać iaki ieſt iéy ſtóſunek z drugą bryłą wiadomą; więc do miérzenia piramid, nietrzeba więcéy, tylko znaléśdź ich ſtóſunek z wielościanami; i to ieſt, co zobaczymy w naſtępuiącém podaniu.

240. *Piramida iakakolwiek, ieſt trzecią częścią wielościanu téyże podſtawy, i téyże wyſokości co piramida.*

Dowód tego podania, zależy na tém aby pokazać, że piramida tróykątna, ieſt trzecią częścią wielościanu tróykątnégo téyże podſtawy, i téyże wyſokości co ona; albowiém zawſze ſobie wyſtawić można wielościan, iako złożony z tylu wielościanów tróykątnych, a piramidę, iako złożoną z tylu piramid tróykątnych, ile będzie tróykątów w wielokącie, który ſłuży za podſtawę tak
figura 111. wielościanowi, iak piramidzie: Zob. fig: 111.

O prawdzie tego podania wzglédém piramidy tróykątnéy; przekonać ſię można naſtępuiącym ſpoſobém.

Niech

Niech będzie ABCDEF (fig. 127) wielo- *figura* 127.
ścian tróykątny; zmyślmy ſobie, na ścianach AE, CE tego wielościanu tróykątnego, wyciągnięte przekątne BD, BF, i że podług, tych przekątnych, ieſt przeprowadzona równia BDF; ta równia oderwie od wielościanu piramidę téyże podſtawy i téyże wyſokości, co wielościan; iako maiącą ſwóy wiérſzchołek w B, w podſtawie górnéy, a za podſtawę, podſtawę ſamego wielościanu DEF: widzieć można tę piramidę oſobno w *figurze* 128; *figura* zaś 129, pokazuie to, co pozoſtało, z wielościanu.

Tę reſztę uważać można, iako wywróconą lub położoną na ścianie ADFC; naténczas oczywiście widać, że to ieſt piramida czworokątna, maiąca za podſtawę kwadrat ADFC, a za wiérſzchołek punkt B; przeto zmyśliwſzy ſobie, że na podſtawie ieſt wyciągnięta przekątna CD, można ſobie wyſtawić, że piramida całkowita ADFCB, ieſt złożona z dwóch piramid tróykątnych ADCB, CFDB, które mieć będą za podſtawy dwa tróykąty równe ACD, CDF, a za wiérſzchołek, ſpólny punkt B, i które zatém, będą ſobie równe (238). Lecz z tych dwóch piramid iedna, to ieſt piramida ADCB, może bydź uważana, iako maiąca za podſtawę tróykąt ABC, to ieſt, górną podſtawę wielościanu, a za wiérſzchołek punkt D, który do podſtawy dólney należał; ta piramida więc, ieſt równa piramidzie DEFB (fig. 128), ponieważ ma też podſtawę, i też *figura*
wyſokość co tamta; więc trzy piramidy 128.
DEFB, ADCB, CFDB, ſą ſobie równé: a powieważ wraz złączone, ſkładaią wielościan, należy ſtąd wnieść, że każda z nich ieſt trzecią częścią wielościanu: a tak, pi-

ra-

ramida DEFB, ieſt trzecią częścią wielościanu ABCDEF, téyże podſtawy, i téyże wyſokości, co ona.

241. Ponieważ ſtożek, może bydź uważany iak piramida, w któréy obwód podſtawy, miałby nieſkończoną liczbę bokòw, a wałek iako wielościan, którego obwòd, miałby podobnież liczbę boków nieſkończoną; więc potrzeba ſtąd wnieść, że *ſtożek proſty albo ukośny, ieſt trzecią częścią wałka téyże podſtawy, i téyże wyſokości*

242. *A zatém chcąc mieć bryłòwatość piramidy, albo ſtożka iakiegokolwiek, trzeba rozmnożyc powiérſzchnią podſtawy, przez trzecią część wyſokości.*

243. Co ſię tyczé *ucinka* piramidy lub ſtòżka; gdy obie podſtawy, naprzeciw ſobie położone, ſą ròwnoległe, dla znaleziénia iego bryłòwatości, trzeba wynaléśdź wyſokość piramidy całéy, i piramidy odciętéy; a w tén czas łatwo ieſt wyrachòwać, bryłòwatość piramidy całéy, i piramidy odciętéy, a zatém bryłòwatość ſamego ucinka.

Np.

Np. w figurze 108, chcąc miéć bryłòwatość ucinka KLM, *klm*; widzę (242), że trzeba rozmnożyć powiérſzchnią KLM, przez trzecią część wyſokości IP; rozmnożyć podobnież powiérſzchnią *klm*, przez trzecią część wyſokości *Ip*, a naoſtatek tę oſtatnią mnogość odiąć od piérwſzéy: lecz ponieważ wyſokość tak piramidy całkowitéy, iako téż piramidy odciętéy, ieſt mi niewiadoma; naſtępuiący ſpoſób pokaże iak można znaléśdź obiedwié. Widzieliśmy wyżéy (199), że linije IL, IM, IP, i. t. d. ſą proporcyonalnie przecięte przez równią *ge*, i że ſię maią do ſwoich części *Il*, *Im*, *Ip*, iak LM : *lm*; więc proporcya wypadnie LM : *lm* :: IP : *Ip*.

Więc (Arytm. 174), LM — *lm* : LM :: IP — *Ip* : IP.

To ieſt LM — *lm* : LM :: *Pp* : IP.

Maiąc zaś wiadomy odcinek, łatwo będzie zmiérzyć boki LM, *lm*, i wyſokość *Pp*; więc przez to podanie wyrachòwać można czwarty wyraz IP, albo wyſokość całéy piramidy, a od téy, odiąwſzy wyſokość ucinka, zoſtanie ſię wyſokość piramidy odciętéy.

O bryłòwatości kuli, iéy Wycinkòw i Odcinkòw.

244. *Chcąc mieć bryłòwatość kuli, trzeba rozmnożyć powiérſzchnią iéy, przez trzecią część promiénia.*

Albowiém, można uważać powiérſzchnią kuli, iako zbiór, nieſkońſkończonéy liczby równiów, nieſkończenie małych, z których każda ſłuży za podſtawę maléńkiéy piramidzie, maiącéy wiérſzchołek ſwòy, w śrzodku kuli, a zatém, któréy wyſokością ieſt promiéń; a ponieważ każda z tych maléńkich piramidek, ieſt rowna mnogości z podſtawy ſwoiéy, przez trzecią część ſwéy wyſokości, to ieſt przez trzecią część promiénia (242); przeto téż, wſzyſtkie razém wzięte, będą równe mnogości, z ſummy wſzyſtkich podſtaw, przez trzecią część promiénia, to ieſt rowne mnogości, z powiérſzchni kuli przez trzecią część promiénia.

245. Ponieważ powiérſzchnia kuli, ieſt czworakością powiérſzchni iédnégo z iéy naywiękſzych kół (225), *można więc, chcąc miéć bryłówatość kuli, rozmnożyć trzecią część promiénia, przez cztéry razy wziętą powiérſzchnią iednégo z naywiękſzych kół, albo cztéry razy wziętą tróykę promiénia, przez powiérſzchnią iednégo z naywiękſzych kół. albo nakoniec $\frac{2}{3}$ śrzednicy przez powiérſzchnią iednégo z naywiękſzych kół.*

246. Chcąc miéć bryłówatość wałka, widzieliśmy wyżéy iż trzeba rozmnożyć powiérſzchnią podſtawy, przez wyſokość; ieżeli więc rzecz

rzecz idzie o wałek opiſany na kuli (fig. 123), można powiedziéć, że bryłówatość iego, ieſt równa mnogości, z iednego z naywiękſzych kòł kuli, przez śrzednicę; a że bryłowatość kuli, ieſt równa mnogości (245), z iednego z naywiękſzych kòł, przez $\frac{2}{3}$ śrzednicy; przeto *bryłòwatość kuli, tylko ieſt $\frac{2}{3}$ naprzeciw bryłówatości wałka, na kuli opiſanego.*

Chcąc przyſtóſówać bryłówatość kuli, do ſześcianu zrobionego z iéy śrzednicy; niech będzie śrzednica oznaczona przez D: miéć będzieſz $\frac{2}{3}$D × koło; D, na tę bryłówatość; albo $\frac{2}{3}$D × *okr*. D × $\frac{1}{4}$D, albo $\frac{1}{6}\overline{D}^{2}$ × *okr*.D. Sześcian zaś śrzednicy, wyrażony będzie przez $\overline{D}^{3}$; więc bryłówatość kuli, ieſt do ſześcianu iéy śrzednicy, iak $\frac{1}{6}\overline{D}^{2}$ × *okr*.D : $\overline{D}^{3}$; albo : : $\frac{1}{6}$*okr*.D : D; albo : : *okr*.D : 6D; to ieſt iak okrąg koła, do ſwoiéy śrzednicy 6 razy wziętéy. Biorąc *np*. ſtóſunek 22 : 7 za ſtóſunek okręgu do śrzednicy; bryłówatość kuli, ma ſię do ſześcianu ſwoiéy śrzednicy, iak 22 do 42, albo iak 11 do 21.

247. Powiérſzchnia czaſzki kuli, AGBHEA, która ſłuży za podſtawę wycinkowi kuli CBGEHA (fig. *figura*
121), może także bydź uważana, iako zbiór nieſkończonéy liczby równiów, nieſkończenie małych, a zatém 121.

tém ſam wycinek kuli może bydź wzięty, za zbiór nieſkończonéy liczby piramidek, które wſzyſtkie maią za wyſokość promién, i w których, cálkowitość podſtaw, ſkłada powiérzchnią tego wycinka; przeto *wycinek kuli, ieſt równy mnogości, z powiérſzchni czaſzki, przez ⅓ promiénia.* Widzieliśmy (226), iak znaléśdź można powiérzchnią czaſzki.

248. Co ſię tycze odcinka, ten poniewaź waży tyle co wycinek CBGEHA, mniéy ſtożek CBGEH, łatwo zawſze wyrachówać go można; lecz na fundamencie naſtępuiącéy reguły, tém łatwiéyſze będzie iego wyrachówanie.

figura 121. *Bryłówatość odcinka kuli ABGEHA (fig. 121), ieſt równa bryłówatości wálka, któryby miál ſtrzálkę AF za promién podſtawy ſwoiéy, a za wyſokość, promién kuli CA, mniéy iednę tróykę ſtrzálki AF.*

Wyſtawmy ſobie bryłówatość tego odcinka, iak gdyby była złożona, z nieſkończonéy liczby zrazów kołowych, równoległych równi BGHE, i nieſkończenie małéy grubości; liczba punktów brylaſtych każdégo zraza, iako niezawiſłą natenczas tylko od przecięcia kołowego, tak może bydź przez toż ſamo przecięcie wyrażona; a tak zráz odpowia-

wiadaiący *np.* równi IN, może bydź wyrażony przez koło IN.

Wyciągniy cięciwę AN; z przyczyny tróy-
kąta AIN (170), mieć będzieſz koło IN, ró-
wne kołu AN — koło AI; więc ſumma kół
IN, albo bryłówatość odcinka, będzie równa
ſummie kół AN, mniéy ſumma kół odpowia-
daiących AI. Zobaczmy wiele każda z tych
dwóch ſumm czyni.

Poniewaź (173), AN ieſt śrzednią proporcyonalną między AI i AD; i koło AN (218), ieſt połową powiérſzchni wálka, któryby miał AI za promién podſtawy ſwoiéy, a AD za wyſokość; albo ieſt równy wálkowi, któryby miał AI za promién podſtawy ſwoiéy, a AC za wyſokość: przeto ſumma kół AN, będzie równa ſummie powiérſzchniów wálkowych, które maiąc AC za wyſokość, miałyby koléyno za promiénie podſtaw ſwoich, różne liniie AI. Więc ſumma kół AN, ieſt równa bryłówatości wálka, któryby miał za wyſokość AC, a za promién ſwoiéy podſtawy AF.

Co do ſummy kół AI; zmyśliwſzy ſobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwſzy przekątną AP, przedłuż NI aż do R, mieć będzieſz AI równą IR; więc ſumma kół AI, będzie równa ſummie kół IR, która wzięta z A do F, ſkłada ſtożek, maiący AF za wyſokość, a koło FS albo koło AF za podſtawę. Jeſt przeto równa temu ſtożkowi, albo wálkowi, maiącému także koło AF za podſtawę, a ⅓ AF za tém ſam wycinek kuli może bydź wzięty, za zbiór nieſkończonéy liczby piramidek, które wſzyſtkie maią za wyſokość promiéń, i w których, całkowitość podſtaw, ſkłada powiérſzchnią tego wycinka; przeto *wycinek kuli, ieſt równy mnogości, z powiérſzchni czaſzki, przez* $\frac{1}{3}$ *promiénia.* Widzieliśmy (226), iak znaléśdź można powiérſzchnią czaſzki.

248. Co ſię tyczé odcinka, ten ponieważ waży tyle co wycinek CBGE HA, mniéy ſtożek CBGEH, łatwo zawſze wyrachówać go można; lecz na fundamencie naſtępuiącéy reguły, tém łatwiéyſze będzie iego wyrachówanie.

figura 121. *Bryłówatość odcinka kuli ABGE HA (fig. 121), ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał ſtrzałkę AF za promién podſtawy ſwoiéy, a za wyſokość, promién kuli CA, mniéy iednę tróykę ſtrzałki AF.*

Wyſtawmy ſobie bryłówatość tego odcinka, iak gdyby była złożona, z nieſkończonéy liczby zrazów kołowych, równoległych równi BGHE, i nieſkończenie małéy grubości; liczba punktów bryłaſtych każdégo zraza, iako niezawiſła natenczas tylko od przecięcia kołowego, tak może bydź przez toż ſamo przecięcie wyrażona; a tak zráz odpowiadaiący *np.* równi IN, może bydź wyrażony przez koło IN.

Wyciągniy cięciwę AN; z przyczyny tróykąta AIN (170), mieć będzieſz koło IN, równe kołu AN — koło AI; więc ſumma kół IN, albo bryłówatość odcinka, będzie równa ſummie kół AN, mniéy ſumma kół odpowiadaiących AI. Zobaczmy wiele każda z tych dwóch ſumm czyni.

Ponieważ (173), AN ieſt śrzednią proporcyonalną między AI i AD; i koło AN (218), ieſt połową powiérſzchni wałka, któryby miał AI za promién podſtawy ſwoiéy, a AD za wyſokość; albo ieſt równy wałkowi, któryby miał AI za promién podſtawy ſwoiéy, a AC za wyſokość: przeto ſumma kół AN, będzie równa ſummie powiérſzchniów wałkowych, które maiąc AC za wyſokość, miałyby koléyno za promiénie podſtaw ſwoich, różne linije AI. Więc ſumma kół AN, ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał za wyſokość AC, a za promién ſwoiéy podſtawy AF.

Co do ſummy kół AI; zmyśliwſzy ſobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwſzy przekątną AP, przedłuż NI aż do R, mieć będzieſz AI równą IR; więc ſumma kół AI, będzie równa ſummie kół IR, która wzięta z A do F, ſkłada ſtożek, maiący AF za wyſokość, a koło FS albo koło AF za podſtawę. Jeſt przeto równa temu ſtożkowi, albo wałkowi, maiącému także koło AF za podſtawę, a $\frac{1}{3}$ AF za

tém fam wycinek kuli może bydź
wzięty, za zbiór nieſkończonéy li-
czby piramidek, które wſzyſtkie ma-
ią za wyſokość promién, i w których,
całkowitość podſtaw, ſkłada po-
wiérſzchnią tego wycinka; przeto
*wycinek kuli, ieſt rówiny mnogości, z
powiérſzchni czaſzki, przez ⅓ pro-
miénia.* Widzieliśmy (226), iak zna-
léśdź można powiérſzchnią czaſzki.

248. Co ſię tyczé odcinka, ten po-
nieważ waży tyle co wycinek CBGE
HA, mniéy ſtożek CBGEH, łatwo
zawſze wyrachówać go można; lecz
na fundamencie naſtępuiącéy regu-
ły, tém łatwiéyſze będzie iego wy-
rachówanie.

figura 121. *Bryłówatość odcinka kuli ABGE
HA (fig. 121), ieſt równa bryłówa-
tości wałka, któryby miáł ſtrzáłkę AF
za promién podſtawy ſwoiéy, a za wy-
ſokość, promién kuli CA, mniéy iednę
tróykę ſtrzáłki AF.*

Wyſtawmy ſobie bryłówatość tego odcin-
ka, iak gdyby była złożona, z nieſkończo-
néy liczby zrazów kołowych, równoległych
równi BGHE, i nieſkończenie małéy grubości;
liczba punktów bryłaſtych káżdégo zraza,
iako niezawiſła natenczas tylko od przecię-
cia kołowego, tak może bydź przez toż ſa-
mo przecięcie wyrażona; a tak zráz odpo-
wia-

wiadaiący *np.* równi IN, może bydź wyra-
żony przez koło IN.

Wyciągniy cięciwę AN; z przyczyny tróy-
kąta AIN (170), mieć będzieſz koło IN, ró-
wne kołu AN — koło AI; więc ſumma kół
IN, albo bryłówatość odcinka, będzie równa
ſummie kół AN, mniéy ſumma kół odpowia-
daiących AI. Zobaczmy wiele każda z tych
dwóch ſumm czyni.

Ponieważ (173), AN ieſt śrzednią propor-
cyonalną między AI i AD; i koło AN (218),
ieſt połową powiérſzchni wałka, któryby
miáł AI za promién podſtawy ſwoiéy, a
AD za wyſokość; albo ieſt równy wałko-
wi, któryby miáł AI za promién podſtawy
ſwoiéy, a AC za wyſokość: przeto ſumma
kół AN, będzie równa ſummie powiérſz-
chniów wałkowych, które maiąc AC za
wyſokość, miałyby koléyno za promiénie
podſtaw ſwoich, różne liniie AI. Więc ſum-
ma kół AN, ieſt równa bryłówatości wałka,
któryby miáł za wyſokość AC, a za promién
ſwoiéy podſtawy AF.

Co do ſummy kół AI; zmyśliwſzy
ſobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwſzy przekątną AP, przedłuż NI
aż do R, mieć będzieſz AI równą IR;
więc ſumma kół AI, będzie równa
ſummie kół IR, która wzięta z A do
F, ſkłada ſtożek, maiący AF za wy-
ſokość, a koło FS albo koło AF za
podſtawę. Jeſt przeto równa temu
ſtożkowi, albo wałkowi, maiącému
także koło AF za podſtawę, a ⅓ AF

tém ſam wycinek kuli może bydź wzięty, za zbiór nieſkończonéy liczby piramidek, które wſzyſtkie maią za wyſokość promień, i w których, całkowitość podſtaw, ſkłada powiérſzchnią tego wycinka; przeto *wycinek kuli, ieſt rowny mnogości, z powiérſzchni czaſzki, przez $\frac{1}{3}$ promiénia.* Widzieliśmy (226), iak znaléśdź można powiérſzchnią czaſzki.

248. Co ſię tyczé odcinka, ten ponieważ waży tyle co wycinek CBGEHA, mniéy ſtożek CBGEH, łatwo zawſze wyrachówać go można; lecz na fundamencie naſtępuiącéy reguły, tém łatwiéyſze będzie iego wyrachówanie.

figura 121. *Bryłówatość odcinka kuli ABGEHA (fig. 121), ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał ſtrzałkę AF za promién podſtawy ſwoiéy, a za wyſokość, promién kuli CA, mniéy iednę tróykę ſtrzałki AF.*

Wyſtawmy ſobie bryłówatość tego odcinka, iak gdyby była złożona, z nieſkończonéy liczby zrazów kołowych, równoległych równi BGHE, i nieſkończenie małéy grubości; liczba punktów brylaſtych każdégo zraza, iako niezawiſłą natenczas tylko od przecięcia kołowego, tak może bydź przez toż ſamo przecięcie wyrażona; a tak zráz odpowiadaiący np. równi IN, może bydź wyrażony przez koło IN.

Wyciągniy cięciwę AN; z przyczyny tróykąta AIN (170), mieć będzieſz koło IN, równe kołu AN — koło AI; więc ſumma kół IN, albo bryłówatość odcinka, będzie równa ſummie kół AN, mniéy ſumma kół odpowiadaiących AI. Zobaczmy wiele każda z tych dwóch ſumm czyni.

Ponieważ (173), AN ieſt śrzednią proporcyonalną między AI i AD; i koło AN (218), ieſt połową powiérſzchni wałka, któryby miał AI za promień podſtawy ſwoiéy, a AD za wyſokość; albo ieſt równy wałkowi, któryby miał AI za promień podſtawy ſwoiéy, a AC za wyſokość: przeto ſumma kół AN, będzie równa ſummie powiérſzchniów wałkowych, które maiąc AC za wyſokość, miałyby koléyno za promienie podſtaw ſwoich, różne linie AI. Więc ſumma kół AN, ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał za wyſokość AC, a za promień ſwoiéy podſtawy AF.

Co do ſummy kół AI; zmyśliwſzy ſobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwſzy przekątną AP, przedłuż NI aż do R, mieć będzieſz AI równą IR; więc ſumma kół AI, będzie równa ſummie kół IR, która wzięta z A do F, ſkłada ſtożek, maiący AF za wyſokość, a koło FS albo koło AF za podſtawę. Jeſt przeto równa temu ſtożkowi, albo wałkowi, maiącému także koło AF za podſtawę, a $\frac{1}{3}$ AF za wyſokość. Więc ſumma kòł AN, mniéy ſumma kòł AI, to ieſt, ſumma kòł NI, albo bryłòwatość odcinka, ieſt równa wałkowi maiącému koło AF za podſtawę, a AC za wyſokość, mniéy wałek, któryby miał także koło AF za podſtawę, a $\frac{1}{3}$ AF za wyſokość; to ieſt, rowna wałkowi, maiącému koło AF za podſtawę, a CA—$\frac{1}{3}$ AF za wyſokość.

Przeto, chcąc mieć bryłòwatość odcinka kuli, trzeba rozmnożyć koło, ktòreby miało za promiéń ſtrzałkę, przez promiéń kuli, zmniéyſzony o iednę tròykę ſtrzałki.

Zebyśmy dali przykład wyrachówania bryłówatości kuli, i iéy odcinków; daymy że ieſt zadano, wynaléśdź wagę bomby, 10 calowey śrzednicy, którąby miała 18 linii grubości, i dno zmocnione w ſtrzałce na 6 linii; ſtopa ſześciénna żelaza lanego niechay waży *np.* 519$\frac{3}{4}$ *ſtów*.

Wyrachuiémy naprzód bryłówatość kuli 10 calowéy; potém bryłówatość kuli 7 calowéy, to ieſt 10 calowéy, mniéy podwóyność grubości bomby: wyrachuiémy mówię bryłówatość téy oſtatniéy, zmniéyſzonéy o dno maiące w ſtrzałce 6 linii; to ieſt, że w niéy rachówać niebędziémy, tylko odcinek kuli, któryby miał 7 *c.* mniéy 6 *l.* albo 6 $\frac{1}{2}$ *c.* w ſtrzałce.

Żeby mieć bryłowatość kuli 10 calowéy trzeba (246) rozmnożyć liczbę ſześciénną iéy

ſiéy śrzednicy, przez $\frac{11}{21}$; a tak przez logarytmy rachuiąc, będzie.

	Log. 10 . .	1,0000000.
	Log. $\overline{10}^{3}$ . .	3,0000000.
	Log. 11 . .	1,0413927.
Dopełniénie	Log. 21 . .	8,6777807.
	Summa .	12,7191734.

Która odpowiada liczbie 523,81; więc kula maiąca 10 calów w śrzednicy, ma bryłówatości 523,81 calów ześciénnych.

Zeby mieć bryłówatość odcinka kuli 7 calowéy, 6$\frac{1}{2}$ cala w ſtrzałce maiącégo, trzeba (248), rozmnożyć powiérſzchnią koła, maiącégo za promiéń 6$\frac{1}{2}$ *c.* przez promiéń kuli, zmniéyſzony o trzecią część ſtrzałki; to ieſt przez 1$\frac{1}{3}$ *c.*

Przeto, podług tego co ſię rzekło (157), rachuiąc przez logarytmy będzie.

Log. 6$\frac{1}{2}$ . .	0,8129134.
Log. $\overline{6\frac{1}{2}}^{2}$ . .	1,6258268.
Log. $\frac{22}{7}$ . .	0,4973247.
Log. 1$\frac{1}{3}$ . .	0,1249387.
Summa .	2,2480902.

Która odpowiada liczbie . . 177,05.

Więc bryłówatość wydrążenia bomby, ma 177,05 calów ſześciénnych, a zatém bryłówatość ſaméy bomby, ma 346,76 calów ſześciénnych.

Zeby więc teráz, mieć wagę bomby; nietrzeba więcéy, tylko takową liczbę rozmnożyć przez 519$\frac{3}{4}$, i rozdzielić przez 1728; waga albowiém iednégo cala ſześciénnego, ieſt 1728mą częścią, wagi ſtopy ſześciennéy; a zatém

Log.

Log. 346,76	. .	2,5400290.
Log. 519¼	. .	2,7157945.
Dopeł. Log. 1728	. .	6,7624563.
Summa	.	12,0182798.
Która odpowiada liczbie	:	104,3 *ft.*

I ta ieſt waga bomby, bez względu na próżność *oka* (l'œil), i nierachuiąc wagi uſzów.

O miérzeniu innych Brył.

249. Co ſię tyczé drugich brył, kończących ſię powiérſzchniami płaſkiémi; ſpoſób który ſię naturalnie do miérzenia onych nadaie, ieſt, żeby ie ſobie wyſtawić, iako złożone z piramid, które maią za podſtawy te powiérſzchnie płaſkie, a za wiérſzchołek ſpólny, ieden z kątów téy bryły o którą rzecz idzie; lecz oprócz, że bardzo rzadko ten ſpoſób bywa naywygodniéyſzy, ieſt nadto nieco powolny, i do praktyki nietak zdatny, iak naſtępuiący.

250. Nazwiémy *wielościanem ściętym* (priſma truncatum), bryłę ABCDEF, (fig. 130), która zoſtanie ſię, oddzieliwſzy część wielościanu, przez równią ABC ku podſtawie nachyloną.

figura 130.

251. *Wielościan tróykątny ścięty, ieſt złożony z trzech piramid, z których*

rych każda ma za podſtawę, podſtawę wielościanu DEF, i z których piérwſza ma wiérſzchołek ſwóy w B, druga w A, a trzecia w C.

Dołożywſzy cokolwiek uwagi, wielościan ścięty można ſobie wyſtawić, iako złożony z dwóch piramid, iednéy tróykątnéy któréy wiérſzchołek będzie w punkcie B, a za podſtawę ſłużyć iéy będzie tróykąt DEF; druga zaś wiérſzchołek ſwóy miéć także będzie w B, lecz któréy podſtawą będzie czworokąt ADFC.

Jeżeli wyciągnieſz w tym czworokącie przekątną AF; można ſobie zmyślić piramidę czworokątną BADFC, iako złożoną z dwóch piramid tróykątnych, BADF, BACF; piramida BADF, ieſt równa w bryłowatości piramidzie EADF, która maiąc też podſtawę ADF, miałaby ſwóy wiérſzchołek w punkcie E; albowiém liniia BE będąc równoległą równi ADF, te dwie piramidy miéć będą iednęż wyſokość; lecz piramida EADF, może bydź uważana, iako maiąca za podſtawę EDF, a w punkcie A ſwóy wiérſzchołek; otoż więc iuż ſą dwie z trzech piramid, z z ktòrych powiedzieliśmy, że wielościan ścięty ma bydź złożony; niezostaie tedy tylko dowiéśdź że piramida BACF, tyle wárta co piramida, ktòraby miała za podstawę EDF, a wiérzchołek swóy w C; co łatwo daie się okazać: wyciągnąwszy albowiém przekątną CD, zobaczysz że piramida BACF piramidzie EDCF musi bydź równa; bo te obie piramidy, maią wiérzchołki swoie w B, i w E, w téyże samey linii BE, rownoległéy do równi ich podstaw ACFD; iako téż że te podstawy ACE, i CFD są sobie równe; ponieważ są to tròykąty, które maią téż postawę CF, i są zawarte między równoległémi AD i CF; więc piramida może bydź uważana iakby miała za podstawę DEF, a wiérzchołek swòy w C; więc w istocie saméy wielościan ścięty iest złożony z trzech piramid maiących za podstawę spòlny tròykąt DEF, z ktòrych piérwsza, ma swòy wiérzchochołek w B, druga w A, a trzecia w C.

252. Więc, *chcąc mieć bryłówatość wielościanu ściętego, trzeba z każdego*

go z kątów podstawy gòrnéy, spuścić prostopadłą na podstawę dòlną, i podstawę dòlną rozmnożyć przez trzecią część summy, tych trzech prostopadłych.

253. Z tego podania można sobie uczynić wiele wniosków, tyczących się pomiaru wielościanów ściętych, nietylko tròykątnych, ale i inszych, a nawet służących i do wszelkich iakichkolwiek brył; zmyśliwszy sobie *np.* iż ze wszystkich kątów bryły, kończącéy się przez powiérzchnie płaskie, są wyciągnięte prostopadłe, do iednéyże równi wziętéy iak się podoba; tym sposobém poprowadzonémi przekątnémi, zrobi się tyle wielościanòw ściętych, ile ścian pobocznych w téy bryle znaydówać się będzie; a ponieważ każdy wielościan ścięty, podług przepisanych reguł, łatwo da się pomiérzyć, przeto na tymże fundamencie, każda bryła powiérzchniami płaskiémi kończąca się, z podobnąż łatwością może bydź pomiérzona.

254. Chcąc *np.* wynaléśdź bryłówatość ciała ABCDHEFG (fig. 131. 132), złożonego z dwóch wielościanów tróykątnych ściętych, których krawędzie AE, BF, CG, DH, są pro- *figura* 131. 132.
sto-

ſtopadłe podſtawie bądź iakiéykolwiek czworoboczney; zmyśliwſzy ſobie przekątną EG odpowiadaiącą krawędzi AC, mieć będzieſz $EFG \times \frac{AE + BF + CG}{3}$ na bryłówatość części odpowiadaiącéy tróykątowi EFG; mieć będzieſz podobnież $EHG \times \frac{AE + DH + CG}{3}$ na bryłówatość części odpowiadaiącéy tróykątowi EHG.

255. Jeżeli dwa tróykąty EFG, EHG ſą ſobie równe, co ſię trafia gdy podſtawa ieſt kwadratowa, mieć będzieſz $\frac{1}{2}$ $EFGH \times \frac{2\,AE + 2\,CG + BF + DH}{3}$, na bryłówatość całkowitą.

256. Jeżeli proſtopadłe, będąc zawſze też ſame AE, BF i. t. d. powiérſzchnia górna, za miaſt żeby ſię kończyła przez dwie równie ADC, ABC, maiące ſpólne przecięcie AC, żeby ſię mówię zamiaſt tych równiów, kończyła przez dwie równie, maiące za ſpólne przecięcie BD; natenczas bryłówatość będzie wyrażona przez - - - -

$$\tfrac{1}{2}\, EFGH \times \frac{2\,BF + 2\,DH + AE + CG}{3}.$$

Jeżeli dodawſzy tę bryłę do poprzédzaiącéy, weźmieſz połowę wſzyſtkiégo, mieć będzieſz $EFGH \times \frac{BF + DH + AE + CG}{4}$, to ieſt, wartość bryły trzymaiącéy środek, między dwiema, które dopiéro uważaliśmy w dwóch poprzédzaiących figurach.

257. To oſtatnie wyrażenie zawiéra w ſobie regułę, któréy wielu praktyktów używaią w pomiarze bryłówatości ciał takich, iak ſą fig. 131, 132; ſkąd pokazuie ſię, że ta regu-

ła

ła, nieieſt zupełnie doſkonała, można nawet przydać, że częſtokroć wprowadza w znaczny błąd; żebyśmy ſię o tém przekonali, *figura*
wezmiymy przykład proſty; daymy (fig. 132.
132), że AE i GC, każda z nich ieſt zero; natenczas mieć będzieſz $\frac{1}{2}$ $EFGH \times \frac{BF + DH}{3}$ albo $EFGH \times \frac{BF + DH}{6}$ na bryłówatość ciała figurą 132 oznaczonego; lecz przez regułę o któréy mowa, miałbyś $EFGH \times \frac{BF + DH}{4}$; więc te dwie bryły, ſą iedna do drugiéy $:: \frac{1}{6} : \frac{1}{4}$ albo $:: 4 : 6 :: 2 : 3$; przeto przez tę regułę, wynaleziona bryłówatość, byłaby więkſza o połowę prawdziwéy bryłówatości. Rzecz pewna że w takowym razie, gdzie łatwo poſtrzédz ſię daie, iż bryła ieſt z dwóch piramid tróykątnych złożona, łatwo także pomiarkówać można, iż réy reguły użyć nietrzeba; lecz z tego proſtego przykładu niemniéy wnieść można, że w przykładach nieco zawikłańſzych, ta reguła niedaie doſtatecznégo przybliżenia.

258. To wſzyſtko cośmy dopiéro powiedzieli; nierozumieiąc żeby ABC i ADC (fig. *figura*
131 i 132), znaydówały ſię na różnych ró- 131.
wniach, ma miéyſce gdy ſię znayduią na ie- 132.
dnéyże równi: a ponieważ co ſię rzekło (254), ma miéyſce gdy podſtawa ieſt bądź iakimkolwiek czworobokiém; przeto ſtąd, łatwo wnieść można pomiar bryłówatości *moſtołodzi* (ponton) (fig. 133). *figura*

Przód i tył moſtołodzi, boki, dno i iéy 133.
otwartość zwiérſzchna, ſą to wſzyſtkie powiérſzchnie płaſkie; krawędzie zaś uczynione przez boki, dno, i otwartość, ſą linie równnoległe; otwartość ma większą ſzéro-

kość

kość iak dno; tak, że przecięcie zrobione prostopadle na długości, iest nierównoległobokiém takim, iak EFGH.

Zmyśliwszy sobie tedy, mostołódź przeciętą w połowie i prostopadle na długości, wynika oczywiście ztąd co się powiedziało (254), że każda połowa, iest złożona z dwóch wielościanów tróykątnych ściętych, z których ieden ma następuiące wyrażenie $EHG \times \frac{AE + DH + CG}{3}$ albo $EHG \times \frac{2AE + CG}{3}$; ponieważ AE iest równa linii DH. Podobnież drugi tróyścian mieć będzie następuiące wyrażenie $EFG \times \frac{2CG + AE}{3}$; więc całéy mostołodzi będzie to wyrażenie:

$$EHG \times \frac{2AI + CL}{3} + EFG \times \frac{2CL + AI}{3}.$$

Maiąc wiadomą głębokość mostołodzi, można także mieć wysokość spólną dwóch tróykątów, które zatém łatwo wyrachówać się dadzą; łatwo więc, wynaléśdź można bryłowatość mostołodzi, co w krótce zobaczymy w przykładzie.

Przód i tył mostołodzi, są pospolicie na 45^{o} względém dna nachylone, ta okoliczność, mogłaby dać okazyą do innego wyrażenia; lecz ponieważ wyrażenie takowe, od poprzedzaiącégo nieiest prościéysze, nad niém zastanawiać się niebędziémy.

O sążniówaniu Bryl.

259. Maiąc sążniowáć bryłę, to iest dochodzić wártości bryły w sążniach sześciennych, i częściach sążnia sześciénnégo, można dwóch osobliwie sposobów, do tego użyć. Piérwszy iest, rachówać przez sążnie sześciénne, i części sześciénne sążnia sześciénnégo; to iest przez sążnie sześciénne, stopy sześciénne, cale sześciénne i. t. d.

Sążeń sześciénny, zawiéra w sobie 216 stóp sześciénnnych; iestto albowiém sześcian, maiący 6 stóp szérokości, i 6 stóp wysokości.

Stopa sześciénna, zawiéra w sobie 1728 calów sześciénnych; będąc sześcianém, który ma 12 calów długości, 12 calów szérokości, i 12 calów wysokości.

Z téyże samey przyczyny rzecz oczywista, że cal sześciénny, ma w sobie 1728 linii sześciénnych i. t. d.

Przeto, chcąc dóyśdź wártości bryły w sążniach sześciénnych, i częściach sześciénnych sążnia sześciénnego; trzeba każdy z tych trzech rozmiarów, przywieśdź do nayinniéyszego gatunku; potém dwa rozmiary rozmnożyć ieden przez drugi, a wypadaiącą mnogość, rozmnożyć znowu przez trzeci wymiar; chcąc zaś ten wypadek obrócić na linie sześciénne, cale sześciénne, stopy sześciénne, (ieżeli nayinniéyszy gatunek był wyrażony w punktach); tzeba tę mnogość rozdzielić koléyno przez 1728, 1728, 1728, i 216, albo tylko przez 1728, 1728, i 216,

ie-

ieżeli w liniiach był naymnieyſzy gatunek i. t. d.

PRZYKŁAD.

Chcę mieć bryłowatość równoległościanu, którego długość ma 2 *S.* 4 *ſt.* 8 *c.* ſzérokość, 1 *S.* 3 *ſt.* a wyſokość 3 *S.* 5 *ſt.* 7 *c.*

2 *S.* 4 *ſt.* 8 *c.* . . 200 *c.*
1 *S.* 3 *ſt.* 0 *c.* . . 108 *c.*

21600 *cc.*
3 *S.* 5 *ſt.* 7 *c.* . 283 *c.*

6112800 *ccc.*

6112800 | 1728
864 | 3537 *ccc.*

3537 *ccc* | 216
81 *ccc.* | 16 *SSS.*

Więc ten równoległościan, zawiéra w ſobie 16 *SSS.* 81 *sss.* 864 *ccc.*

260. W drugim ſpoſobie wyrachówania brył, na ſążnie ſześciénne, i części ſążnia ſześciénnégo; można ſobie wyſtawić ſążéń ſześciénny, podzielony na ſześć równoległościanów, z których każdy, ma w podſtawie ſążéń kwadratowy, a iednę ſtopę wyſokości, dla czego ſię téż nazywaią, *ſążnio-ſążnioſtopy* (toiſe-toiſe-pieds).

Podobnymże ſpoſobém, wyſtawić ſobie można, ſążnio-ſążnioſtopę, podzieloną na 12 równoległościanów, z których każdy, ma w podſtawie ſą-

ſążéń kwadratowy, a wyſokości cal ieden; ſkąd téż nazywaią ſię, *ſążnio-ſążniocale* (toiſe-toiſe-pouces); z tych znowu każdy popoddziélać można na 12 rownoległościanów, maiących każdy, ieden ſążéń kwadratowy w podſtawie, a iednę liniią wyſokości;i tak daléy wciąż, dzieli ſię na równoległościany, z których każdy, ma zawſze ſążéń kwadratowy w podſtawie, a ieden punkt, iednę kryſkę pierwſzą, drugą, trzecią, i. t. d. wyſokości; tak dalece że te poddziały, ſą ze wſzyſtkiém podobne poddziáłowi ſążnia liniiowegó, iakośmy widzieli, że poddziały ſążnia kwadratowego, były mu także podobne; nazwiſka téż tych różnych poddziáłów, nieróżnią ſię od tych, któréśmy w ſążniach kwadratowych przepiſali, tylko powtórzeniém dwa razy tego ſłowa *ſążnio*—

Mnożenia ściągaiące ſię do poddziałów ſążnia ſześciénnego, ſą ze wſzyſtkiém też ſame, które iuż wyżéy do ſążniów kwadratowych były podane.

Co ſię tyczé natury iednóściów w czynnikach; iednego z nich zmyślić

ślić sobie potrzeba, iakoby wyrażał sążnie sześciénne, sążnio-sążniosto-py, sążnio- sążniocale, i.t.d. drugie zaś dwa, iak gdyby były liczbami niemianówanémi, których mnogość oznaczać ma, wiele razy piérwszego czynnika powtórzyć trzeba.

Zeby sobie zaś tém łátwiéy postąpić w takich mnożeniach, można zostawić w czynnikach takie znaki, iakie maią; dosyć iest na tém, żeby wiedzieć, iż mnogość wyrażać powinna sążnie sześciénne, sążnio-sążniostopy, i.t.d; więc działaiąc, iak w sążniówaniu powiérszchniów, będzie iak następuie.

PRZYKŁAD.

Jest zadano wyrachówać bryłówatość téyże saméy bryły co wyżéy, dopiéro opisanym drugim sposobém.

	2*S*.	4*s*.	8*c*,	
	1*s*.	3*s*.	-	
	2	4	8	
Za 3 stopy	1	2	4	
	4*Ss*.	1*Ss*.	0*Sc*.	
	3*S*.	5*s*.	7*c*.	
	12	3	0	
Za 3 *s*.	2	0	6	
Za 2 *s*.	1	2	4	
Za 6 *c*.	0	2	1	
Za 1 *c*.	0	0	4	2
Bryłówatość	16*SSS*.	2*SSs*.	3*SSc*	2*SSl*.

261. Części takowe sążniowe, łatwo na części sześciénne przemiénić się daią; to iest, na stopy szeciénne, cale szeciénne, i.t.d. Pisać trzeba pod częściami sążnia, poczynaiąc od sążnio-sążniostóp, liczby 36, 3, $\frac{1}{4}$, 36, 3, $\frac{1}{4}$, koléyno, i każdą liczbę wyższą, przez odpowiadaiącą iéy dólną rozmnożyć; mnogości zaś wypadaiące z liczb 36, 3, $\frac{1}{4}$, przeniéść każdą, pod pierwszą z tych liczb; a ieżeli mnożąc przez $\frac{1}{4}$, zostanie się 1, 2, albo 3, napisać trzeba pod liczbą 36 następuiącą, 432 albo 864; albo 1296, na zaczęcie drugiéy kolumny; stósuiąc to do przykładu wzwyż zadanego, będzie

16 *SSS*.	2 *SSs*.	3 *SSc*.	2*SSl*.	0 *SSp*.
	36	3	$\frac{1}{4}$,	36
16 *SSS*.	72 *sss*.	-	-	864 *ccc*.
	9			
16 *SSS*.	81 *sss*.	864 *ccc*.		

wypada taż mnogość, która wypadła piérwszym sposobém.

Mnożą się sążnio-sążniostopy przez 36; ponieważ sążnio-sążniostopa, maiąc iednę stopę wysokości, i ieden sążéń kwadratowy, albo 36 stóp kwadratowych w podstawie, zawiérać w sobie powinna 36 stóp sześciénnych. Sążnio-sążniocal, będąc dwunastą częścią sążnio-sążniostopy, powinién zawiérać w sobie dwunastą część, 36*u* stóp sześciénnych,

nych, to ieſt 3 ſtopy ſześciénne, trzeba więc, ſążnio-ſążniocale rozmnożyć przez 3; podobnież ſążnio-ſążnioliniia, będąc dwunaſtą częścią ſążnio-ſążniocala, powinna zawiérać w ſobie, dwunaſtą część trzech ſtóp ſześciénnych, albo cwiérć ſtopy ſześciénney, albo (z przyczyny że ſtopa ſześciénna, wárta 1728 calów ſześciénnych, powinna zawiérać w ſobie 432 *ccc*; rozumuiąc podobnież, widzieć daie ſię, że ſążnio-ſążniopunkt byłby wárt 36 *ccc*; ponieważ ieſt dwunaſtą częścią ſążnio-ſążniolinii, która wárta 432 *ccc*. i których dwunaſtą częścią ieſt 36; więc t. d.

Przeto wzaiemnie, części ſześciénne ſążnia ſześciénnégo, chcąc przemiénić na ſążnio-ſążnioſtopy, ſążnio-ſążniocale i. t. d; trzeba rozdzielić przez 36, liczbę ſtóp ſześciennych; tym ſpoſobém wypadną ſążnio-ſążnioſtopy: reſztę z tego dzielenia pozoſtałą rozdzieliwſzy przez 3, będą ſążnio-ſążniocale. Reſztę znowu z tego drugiego dzielenia zoſtaiącą, rozmnożywſzy przez 4, i do mnogości dodawſzy 1, 2, albo 3 iedności (gdy liczba calów ſześciénnych, będzie wpadać między liczby 432 i 864, albo 864 i 1296, albo 1296 i 1728), wypadną ſążnio-ſążnioliniie; potém odiąwſzy od liczby calów ſześciénnych, liczbę 432, albo 864, albo 1296, ieżeli było dodano 1, 2, albo 3 iedno-
ściów,

ściów, wreſzcie, trzeba ſię obéyśdź
iak z ſtopami ſześciénnémi, i wy-
padną porządkiém ſążnio-ſążnio-
punkta, ſążnio-ſążniokryſki piér-
wſze, i. t. d; naoſtatek, z liniiami ſze-
ściénnémi w tenże ſam ſpoſób, bę-
dzie należało ſobie poſtąpić.

Np. gdyby zadano było obrócić na ſążnio-
ſążnioſtopy, ſążnio-ſążniocale, i. t. d. liczbę,
47*SSS*. 52 *sss*. 932 *ccc*; rozdziélam 52 przez
36, i mam 1*SSs*; zoſtaie mi ſię reſzta 16. Tę
reſztę rozdziélam przez 3, i mam 5*SSc*. i re-
ſzty 1; tę reſztę rozmnażam przez 4, i do-
daię do niéy dwie iedności; ponieważ licz-
ba calów ſześciénnych wpada między 864,
i 1296, i miéć będę 6*SSl*. Odiąwſzy 864
od 932, zoſtanie mi 68; rozdziélam ie przez
36, i mam 1*SSp*. i 32 reſzty: takową reſztę
dzielę znowu przez 3, mam 10*SS'*, i reſzty
2; tę reſztę rozmnożywſzy przez 4, mam
8*SS''*; tak iż mi cáłkowita ſumma uczyni
47*SSS*. 1*SSs*. 5*SSc*. 6*SSl*. 1*SSp*. 10*SS'*. 8*SS''*.

262. Chcąc wyrazić bryłówatość, zamiaſt ſążniów ſześciénnych tylko w ſtopach ſześciennych; można to uczynić wyſtawuiąc ſobie ſtopę ſześciénną, iako złożoną, ze dwunaſtu równoległościanów, z których każdy, miałby iednę ſtopę kwadratową w podſtawie, a ieden cal wyſokości, coby można tak naznaczyć *ssc*: tó ieſt *ſtopy-ſtopycale*; tego wyrażenia użyiémy w naſtępuiącym przykładzie.

PRZYKŁAD.

Przyſtóſówany do Bryłówatości Moſtołodzi.

Niech będzie (fig. 133) naywiękſza *figura 133.*

ſzérokość EH	-	-	4 *ſt.*	4 *c.*
Naymniéyſza FG	-	-	4	2

 Od-

Odległość między niémi, albo wnętrſzna głębokość moſtołodzi	-	2 *ſt.*	4 *c.*
Naywiękſza długość AI	-	18	0
Naymnieyſza CL	- -	13	4
Więc 2 AI + CL	- -	49	4
A 2 CL + AI	- -	44	8

Rachuię powiérſzchnią tróykąta EHG, i powiérſzchnią tróykąta EFG, które, za ſpólną wyſokość maią próżność moſtołodzi; i znayduię iak naſtępuie

	4 *ſt.*	4 *c.*		
	2	4		
	8	8		
Za 4 cale	1	5	4	
Summa	10	1	4	
Połowa	5 *ss.*	0 *sc.*	8 *sl.*	tróyk. EHG
	4 *ſt.*	2 *c.*		
	2	4		
	8	4		
Za 4 *c.* -	1	4	8	
Summa	9	8	8	
Połowa	4 *ss.*	10 *sc.*	4 *sl.*	tróyk. EFG

Mnożę piérwſzą przez 2 AI + CL, a drugą przez 2 CL + AI, i wziąwſzy trzecią część wſzyſtkiego, mam bryłówatość moſtołodzi, iak naſtępuie.

	5 *ss.*	0 *sc.*	8 *sl.*	
	49	4		
	247	8	8	
Za 4 *c.*	1	8	2	8
Summa	249 *sss.*	4 *ssc.*	10 *ssl.*	8 *ssp.*
	4 *ss.*	10 *sc.*	4 *sl.*	
	44 *s.*	8 *c.*		
	213	10	8	
Za 6 *c.*	2	5	2	
Za 2 *c.*	0	9	8	8
Summa	217 *sss.*	1 *ssc.*	6 *ssl.*	8 *ssp.*

Dodawſzy te dwie ſummy razém, i wſzyſtkiego wziąwſzy trzecią część, mam 155 *sss.* 6 *ssc.* 1 *ssl.* 9 *ssp.* 4 *ss'.* na bryłówatość moſtołodzi.

PRZYKŁAD.

Przyſtoſówany do ſążniówania Działobitni.

Zebyśmy ieſzcze dali iakie przyſtóſówanie wielościanów ściętych, i ſążniówania; daymy że potrzeba wyrachówać, wielość ziemi potrzebnéy, do pobudówánia *przedpierſiénia* (epaulement) działobitni, na cztéry działa.

Długość takowéy działobitni, ma u dołu 13 *S.* 2 *s.* Wyſokość wnętrſzna przedpierſiénia, ma poſpolicie 1 *S.* 1 *s.* a zewnętrſzna 1 *S.* 0 *s.* 4 *c.* Spadziſtość wnętrſzna, wynoſi trzecią część wyſokości wnętrznéy; zewnętrzna zaś, ieſt połową wyſokości zewnętrznéy; a tak, piérwſza ſpadziſtość ma 2 *ſt.* 4 *c.* a druga 3 *ſt.* i 2 *c*; ſzérokość podſtawy ma 3 *S.* 5 *s.* 6 *c*; zatém ſzérokość przedpierſiénia u góry miéć będzie 3 *S.* 0 *s.* 0 *c.* Dwóm bokóm przedpierſiénia, daie ſię taż ſama ſpadziſtość, co w śrzodku; to ieſt trzecia część wyſokości wnętrſznéy wewnątrſz, a trzecia część wyſokości zewnętrſznéy zewnątrſz; a zatém długość wnętrſzna przedpierſiénia ku wiérſzchowi miéć będzie 12 *S.* 3 *ſt.* 4 *c.* długość zaś zewnętrſzna ku wiérſzchowi, wynoſić będzie 12 *S.* 3 *s.* 9 *c.* 4 *l.*

Te rozmiary uſtanowiwſzy, bryłówatość działobitni (ſtrzelnice wyiąwſzy), uważać można, iako wielościan ścięty, krórego przecięcie, uczynione proſtopadle na długości iego, złoży nierównoległobok EFGH (fig. 134), gdzie *figura* 134.

Podſtawa HE ieſt od	3 *S*	5 *s.*	6 *c.*
Spadziſtość wnętrſzna HK	0	2	4
Wyſokość GK - -	1	1	0
Spadziſtość zewnętrſzna IE	0	3	2
Wyſokość IF - -	1	0	4

Zmyśliwſzy ſobie, iż to przecięcie ieſt uczynione w połowie długości, ten wielościan całkowity, będzie rozdzielony na dwa wielościany proſte ścięte, doſkonale ſobie równe, i z których każdy ma za podſtawę nierównoległobok EFGH. Zmyśliwſzy ſobie więc przekątną GE, idzie za tém, co ſię powiedziało (254), że mieć będzieſz bryłowatość iednéy połowy, rozmnożywſzy tróykąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ ſummy trzech krawędziów, które po iednéyże ſtronie kątóm F,E,G, odpowiadaią, i dodawſzy do tego mnogość tróykąta EGH rozmnożonego podobnież, przez $\frac{1}{3}$ trzech krawędziów, które po iednéyże ſtronie odpowiadaią kątóm E,G.H; nakoniec to wſzyſtko dwa razy wziąwſzy, mieć będzieſz bryłowatość całéy działobitni; że zaś te krawędzie, ſą połową długościów odpowiadaiących tymże kątóm, albo krawędzióm całkowitego wielościanu, idzie zatém iż działanie na tém zależy, ażeby rozmnożyć tróykąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ ſummy trzech całkowitych krawędziow, które odpowiadaią kątóm E,F,G, i tróykąt EGH, przez $\frac{1}{3}$ ſummy tych, co także odpowiadaią kątóm E,G,H; a nakoniec, żeby z ſobą dodać te dwie mnogości.

Te zaś krawędzie ſą iak naſtępuie:

Krawędzie	w E	13*S.*	2*s.*	0*c.*	0*l.*
	w G	12	3	4	0
	w F	12	3	9	4
	w H	13	2	0	0

Więc trzecia część trzech krawędziów E,F,G, będzie: 12*S.* 5*s.* 0*c.* 5*l.* 4*p.*

Zaś trzecia część trzech krawędziów E,G,H, będzie 13*S.* 0*s.* 5*c.* 4*l.*

Teráz wynaléśdź trzeba powiérſzchnie tróykątów EFG, i EGH; lecz powiérſzchnia tróykąta EGH, ieſt oczywiście równa $\frac{HE \times GK}{2}$,

a

a powiérſzchnia tróykąta EFG, ieſt różnica między czworokątém EFGH, i tróykątém EGH; będzie więc EK × $\frac{1}{2}$ FI—EI × $\frac{1}{2}$ GK; ſkąd, podług wyżéy podanych reguł, wynaléśdź można iak naſtępuie:

Tróykąt EGH	2*SS.*	1*Ss.*	8*Sc.*	6*Sl.*	0*Sp.*
EK × $\frac{1}{2}$ FI -	1.	5.	2	0.	8
EI × $\frac{1}{2}$ GK -	0	1.	10	2	0
Tróykąt EFG	1	3	3	10	8

Więc wielościan, odpowiadaiący tróykątowi EGH daie
29*SSS.* 3*SSs.* 2*SSc.* 8*SSl.* 2*SSp.* 8*SS'*

Wielościan zaś odpowiadaiący tróykątowi FGE.
19*SSS.* 5*SSs.* 8*SSc.* 7*SSl.* 2*SSp.* 1*SS'.*

Więc *miąższość* (maſſa) działobitni będzie
49*SSS.* 4*SSs.* 11*SSc.* 3*SSl.* 4*SSp.* 9*SS'.*

Co ſię tyczé ſtrzelnic, rozumieiąc że ich podſtawa ieſt poziémna, że otwartość wnętrzna, ma dwie ſtopy u góry i u dołu, zewnętrſzna zaś 9 ſtóp u dołu, a 12 u góry, że wyſokość ſtrzelnicy, ma 3 *ſt.* 6 *c.* z wnętrznéy ſtrony działobitni, zmyśliwſzy ſobie nadto, każdą przeciętą proſtopadle długości działobitni, widzieć daie ſię, że to przecięcie, może bydź wyobrażone w czworoboku FGDM, w którym mieć będzieſz GO, 3 *s.* 3 *c.* FN, 2 *ſt.* 10 *c.* ſpadziſtości zaś DO i MN będą, to ieſt DO, 1 *ſt.* 2 *c.* a NM 1 *ſt.* 5 *c*; ſkąd wnieść należy że DM, ma 3*S.* 2*s.* 7*c*; a ponieważ bryłowatość ſtrzelnicy, ſkłada także wielościan ścięty, w którym wſzyſtkie wymiary ſą wiadome, przeto, przez podobny poprzédzaiacému rachunek, wnieść można, iż bryłowatość cztérech ſtrzelnic wynoſi 6*SSS.* 3*SSs.* 1*SSc.* 6*SSl.* 3*SSp.* *SS'*; którą odiąwſzy od wynalezionéy wyżéy miąższości, zoſtanie 43*SSS.* 1*SSs.* 9*SSc.* 9*SSl.* 1*SSp.* 8*SS'.* na całkowitość ziemi potrzebnéy

bnéy do usypania przedpiersiénia: skąd także łatwo wyrachówać można liczbę robotników potrzebnych, do wygótowania téy działobitni na czas naznaczony, z doświadczenia wiedząc, iż trzech ludzi, bez wielkiego trudu, mogą wykopać i wyrzucić, ieden sążéń sześciénny ziemi, w 18 godzinach.

263. Ponieważ chcąc miéć bryłówatość wielościanu, trzeba rozmnożyć powiérszchnią podstawy przez wysokość; idzie za tém, że gdy iest bryłowatość, i podstawa albo wysokość wiadoma, chcąc miéć wysokość albo podstawę, trzeba rozdzielić bryłówatość, przez iednego z tych czynników, który będzie wiadomy; lecz uważać należy iż w rzeczy samey, nie bryłowatość, przez powiérszchnią lub wysokość rozdziéla się, ale bryła, przez drugą bryłę; iakoż podług tego cośmy powiedzieli wyżéy, rzecz iasna, iż dochodząc wártości bryły iakiéy, druga bryła téyże podstawy powtarza się tyle razy, ile razy wysokość iéy, w wysokości piérwszéy bryły zawiéra się, albo powtarza się bryła téyże samey wysokości tyle razy, ile razy powiérszchnia iéy podstawy, w podstawie piérwszéy bryły mieści się. Przeto maiąc wiadomą

domą bryłówatość i powiérszchnią podstawy, gdy zechcę *np.* dóyśdź wysokości; trzeba szukać wiele razy, zadana bryłówatość mieści w sobie bryłówatość innéy bryły, téyże podstawy co tamta, a za wysokość maiącéy iedność; wieloráz, w liczbie swoich iednościów, oznaczy liczbę miar szukanéy wysokości.

To założywszy; maiąc *np.* wielościan, któregoby bryłówatość była 16*SSS*. 2*SSs*. 3*SSc*. 2*SSl*. a powiérszchnia podstawy, 12 *SS*. o*Ss*. o*Sc*. gdy wiedźiéć zechcę iego wysokość, dziélnika uważać będę, nie iako 12 *SS*. o*Ss*. o*Sc*. ale iako 12*SSS*. o*SSs*. o*SSc*; i natenczas, rozwiązanie zadania na tém zależeć będzie: żeby rozdzielić 16*SSS*. 2*SSs*. 3*SSc*. 2*SSl*. przez 12*SSS*. o*SSs*. o*SSc*; lecz ponieważ sążéń kwadratowy iest spólnym czynnikiém, wieloráz wypadnie tenże sam, iak gdyby dziélny i dziélnik, tylko liniiowe sążnie wyrażały; będzie tedy prosto 16*S*. 2*s*. 3*c*. 2*l*. do rozdzielenia przez 12*S*. o*s*. o*c*; to iest przez 12*S*; a iako treść zagadniénia pokazuie, iż wieloráz dać powinién sążnie liniiowe, przeto dzielenie, odprawi się podług przepisanéy reguły (Arytm. 118 i daléy).

Jeżeli, maiąc wiadomą bryłówatość i wysokość, chciałbyś dóyśdź powiérszchni podstawy, *np.* ieżeli bryłówatość iest, 16*SSS*. 2*SSs*. 3*SSc*. 2*SSl*. a wysokość 2*S*. 4*s*. 8*c*; uważać masz dziélnika iako 2*SSS*. 4*SSs*. 8*SSc*; i z téyże saméy przyczyny, co w poprzédzaiącym razie, działanie skończy się na rozdzieleniu 16*S*. 2*s*. 3*c*. 2*l*. przez 2*S*. 4*s*.

4*s*. 8*c*; lecz ponieważ wieloráz, oczywiście dać powinién powiérſzchnią, rachówać go będzieſz, nie za liniiowe ſążnie, ale za ſążnie kwadratowe, ſążnioſtopy i. t. d; wreſzcie, w ſpoſobie wykonania tego działania, różnicy żadnéy niebędzie, poſtępuiąc ſobie na fundamencie prawideł danych (Arytm. 118 i daléy); to ieſt, wynalazłſzy wieloráz, iak gdyby miał wyrażać ſążnie liniiowe, doda ſię do każdéy iego części, znak kwadratowéy mnogości; *np.* w terazniéyſzym przykładzie znalazłſzy 5*S*. 5*s*. 4*c*. 6*l*; piſać będę 5*SS*. 5*Ss*. 4*Sc*. 6*Sl*.

Gdyby bryłówatość, zadana była w ſążniach ſześciénych, i częściach ſążnia ſześciénnego; trzebaby ią przemiénić na ſążnie ſześciénne, ſążnio - ſążnioſtopy, i. t. d, podług (261), a potém działanie odprawić podług poprzédzaiącego opiſania.

O ſążniòwaniu drzewa.

264. Po tém co ſię o ſążniówaniu w ogólności powiédziało, o ſążniówaniu drzewa mało co nam mówić zoſtaie.

W Artyleryi * i w Architekturze, ieſt zwyczay drzewo miérzyć na *kloce* (ſolive). Przez kloc zaś taki, rozumié ſię równoległościan, maiący dwa ſążnie wyſokości, a 6 calów w boku podſtawy, albo 36 calów kwadratowych w podſtawie; co

* *Rozumieć trzeba w Artyleryi Francuzkiéy.*

co wychodzi, na równoległościan, ieden ſążéń wyſoki, a $\frac{1}{2}$ ſtopy kwadratowéy, albo 72 calów kwadratowych w podſtawie zawiéraiący, który zatém ieſt wárt 3 ſtopy ſześciénne.

Kloc takowy, dzielić ſię zwykł na 6 części, każda ma iednę ſtopę wyſokości, a 72 calów kwadratowych w podſtawie; i każda z takowych części nazywa ſię *ſtopa kloca* (pied de ſolive). Stopa kloca, dzieli ſię znowu na 12 części, z których każda, ma ieden cal wyſokości, a wpodſtawie 72 calów kwadratowych, przeto téż nazywaią ſię *cale kloca* (pouces de ſolive) i. t. d.

Ponieważ kloc, zawiéra w ſobie 3 ſtopy ſześciénne, i ponieważ poddziały, ſą téż ſame co ſążnia ſześciénnégo, na ſążnio - ſążnioſtopy i. t. d. idzie zatém, iż liczba która wyraża iakąkolwiek bryłę w klocach, i częściach kloca, ieſt 72 razy większa, od téy któraby w ſążniach ſześciénnych, w ſążnio - ſążnioſtopach, i. t. d. była wyrażona.

Maiąc wzgląd, na takowé różne ſpoſoby uważania kloców, łatwo ſobie, różne także ſpoſoby do ſążniówawania drzewa w klocach, wymyślić można; my tylko przeſtaniémy na naſtępuiącym.

Maiąc obrachówać bryłòwatość drzewa iakiégo w klocach; nietrzeba więcéy, tylko ią przemiénić na ſążnie ſześciénne, ſążnio-ſążnioſtopy, i. t. d. a potém, rozmnożyć mnogość przez 72; tego nawet mnożenia można uniknąć, na fundamencie doſyć proſtéy uwagi, to ieſt zmyśliwſzy ſobie ieden z tych rozmiarów, iako 12 razy większy, *np.* liniie iak gdyby wyrażały cale, cale, iak gdyby wyrażały ſtopy, i. t. d. Zmyśliwſzy ſobie podobnież inny z trzech wymiarów, iako 6 razy większy, to ieſt, liniie iak gdyby wyrażały pół cale, cale, iak gdyby wyrażały połſtopy; natenczas takowe dwa nowe rozmiary mnożąc ieden przez drugi, a tę mnogość znowu przez trzeci wymiar, za iednym razém wypadnie bryłòwatość w klocach, w ſtopach kloca, i. t. d.

PRZYKŁAD.

Niech będzie zadano wynaléśdź liczbę kloców i części kloca, ſztuki drzewa, która ma 8 *S.* 5 *s.* 6 *c.* długości, 1 *s.* 7 *c.* ſzérokości, a 1 *s.* 8 *c.* grubości.

Za

Zamiaſt 1 *s.* 7 *c*; biorę 3 *S.* 1 *s.* to ieſt 12 razy więcéy.
Zamiaſt 1 *s.* 5 *c.* biorę 1 *S.* 2 *s.* 6 *c.* t. i. 6 razy więcéy.

Te dwa rozmiary ieden przez drugi mnożę.

1 *S.*	2 *s.*	6 *c.*
3 *S.*	1 *s.*	
4	1	6
0	1	5
4 *SS.*	2 *Ss.*	11 *Sc.*

Tę mnogość, znowu mnożę przez trzeci rozmiar

	4 *SS.*	2 *Ss.*	11 *Sc.*	
	8 *S.*	5 *s.*	6 *c.*	
	35	5	4	
Za 3 *s.* -	2	1	5	6
Za 2 *s.* -	1	2	11	8
Za 6 *c.* -	0	2	2	11
	40 *SSS.*	0 *SSs.*	0 *SSc.*	1 *SSl.*

I zamiaſt rachowania téy mnogości w ſążniach, rachuię ią w klocach, i mam.

40 *klocòw*, 0 *ſtóp*, 0 *calów*, 1 *liniia.*

gdzie ſtopy, cale, i liniie, wyrażaią ſtopy, cale, i liniie kloca.

265. Niektórzy, kloc inaczéy dzielą; uważaiąc go ſobie iako równoległościan, maiący 2 ſążnie wyſokości, i 36 calów kwadratowych w podſtawie, dzielą go na 12 części które ſtopami nazywaią; ſtopę znowu dzielą na 12 calów, a cal na 3 części, które nazywaią *kołkami* (chevil). Tym ſpoſobém ich ſtopa kloca, ieſt połową ſtopy poſpolitéy kloca; toż ſamo dzieie ſię z calém, każdy zaś kołek ieſt wárt dwie liniie kloca.

266. W drzewie, które do Artyleryi przyimówać ſię zwykło, rozumié ſię przez *kwadrówatość* (equariſſage), kwadrat wpiſany w kole, wziętém za podſtawę drzewa nieobrobionego. Ten kwadrat, który ma śrzednicę za przekątną, ieſt (168) połową kwadratu

śrze-

śrzednicy, albo kwadratu na kole opiſanego. Ponieważ drzewa zacząwſzy od pnia, do góry coráz ſą cieńſze, w praktyce uważać ſię zwykły, iako wałki téyże długości co drzewo, ale takiéy śrzednicy, iaka wypada ku połowie długości drzewa. Srzednica takowa, ieſzcze o kilka calów umniéyſzać ſię zwykła, dla kory i złobówałości, lecz to umniéyſzenie różni ſię, podług natury drzewa i kraiu.

Zmiérzywſzy takową śrzednicę, trzeba ią uczynić 12 razy większą, a potém ią ieſzcze rozmnożyć przez tęż śrzednicę znowu o ſześć razy zwiękſzoną; połowa téy mnogości, która nazywa ſię *podſtawą kloca* drzewa obrobionégo, wyraża liczbę kloców, i części kloca, które zawiéraią ſię w ſążniu długości drzewa obrobionego. Tak dalece, że chcąc miéć liczbę całkowitą kloców drzewa, nietrzeba więcéy tylko rozmnożyć tę podſtawę przez liczbę ſążniów, i części ſążnia, długość drzewa wyrażaiących.

Chcąc zaś miéć liczbę kloców tegóż drzewa nieobrobionégo, trzeba rozmnożyć kwadrat śrzednicy 72 razy zwiękſzonéy, iakośmy dopiéro powiedzieli, przez $\frac{11}{7}$, i wziąść połowę téy mnogości; co da powiérſzchnią koła ſłużącégo za podſtawę wałkowi, którégo bryłówatość, ieſt wzięta za bryłówatość drzewa; ta powiérſzchnia nazywa ſię, *podſtawą kloca drzewa nieobrobionego.* Na koniec, takowa podſtawa mnoży ſię przez liczbę ſążniów, i części ſążnia, wyrażaiących długość drzewa.

PRZYKŁAD.

Niechay zadano będzie wynaléśdź podſtawę kloca tak obrobionégo, iako też nieobrobionégo, w drzewie które ma, 25 calów w śrzednicy.

Zamiaſt 25 calów, biórę 25 ſtóp, albo 4*S*. 1 *s*. Z drugiéy ſtrony za miaſt 25 calów, biorę 25 półſtóp albo 2*S*. 0*s*. 6*c*.

Rozmnożywſzy iedno przez drugie, mam 8*SS*. 4*Ss*. 1*Sc*; czego połowa uczyni 4*SS*. 2*Ss*. 0*Sc*. 6*Sl*; rachuiąc to w klocach, miéć będę podſtawę kloca obrobionego 4*kl*. 2*ſt*. 0*c*. 6*l*.

Chcąc miéć podſtawę kloca nieobrobionégo. rozmnażam 8*SS*. 4*Ss*. 1*Sc*. przez $\frac{11}{7}$, co mi da 13*SS*. 3*Ss*. 10*Sc*. 2*Sl*. połowa zaś uczyni 6*SS*. 4*Ss*. 11*Sc*. 1*Sl*. co w klocach rachuiąc, miéć będę podſtawę kloca nieobrobionégo 6*kl*. 4*s*. 11*c*. 1*l*.

O Stóſunkach między Bryłami w powſzechności.

267. *Przyſtóſować dwie bryły do ſiebie,* ieſtto ſzukać, wiele razy liczba miar pewnégo gatunku, zawartych w iednéy z tych brył, mieści w ſobie liczbę miar tegóż gatunku, zawartych w drugiéy bryle.

268. *Dwa wielościany albo dwa wałki, ſą między ſąbą, iak mnogości z ich podſtaw rozmnożonych przez wyſokości.* I to ieſt oczywiſta: ponieważ każda z tych brył, ieſt równa mnogości, z podſtawy ſwoiéy przez ſwoię wyſokość, kſztałt podſtawy niech będzie iaki chce.

Przeto, *wielościany lub wałki, albo wielościany i wałki iednéyże wyſokości,*

ści, są między sobą iak ich podstawy; wielościany zaś i wálki iednéyże podstawy, są między sobą iak ich wysokości; stósunek albowiém między mnogościami podstaw rozmnożonych przez wysokości, nieodmiénia się, opuściwszy w nich spólnego czynnika, gdy podstawa, lub wysokość, iest w obu bryłach taż sama.

Więc dwie piramidy iakiekolwiek, albo dwa stożki, lub téż iedna piramida i ieden stożek, są między sobą w stósunku wysokości, gdy podstawy ich, są sobie równe; każda albowiém z tych brył, wárta trzecią część wielościanu, téyże podstawy, i téyże wysokości.

269. *Bryłowatości piramid sobie podobnych, są między sobą iak sześciany wysokościów tych piramid, albo w ogólności, iak sześciany dwóch linii odpowiadaiących w tych piramidach.*

Albowiém dwie piramidy sobie podobne, mogą bydź wyobrażone przez dwie piramidy takie, iak IA
figura 108. BCDF, *Iabcdf* (fig. 108), ponieważ obie są złożone z iednéyże liczby

czby ścian każda każdéy podobnych, i podobnie położonych.

A ponieważ dwie piramidy, w powszechności są między sobą, iak mnogości, z ich podstaw przez wysokości; przeto podstawy które tu są figurami sobie podobnémi, będąc między sobą, iak kwadraty wysokościów IP, *Ip* (202), obie piramidy będą między sobą, iak mnogości z kwadratów wysokościów, rozmnożone przez wysokości; można albowiém (99) za stósunek podstaw, wziąść kwadraty wysokościów. Że zaś (199) wysokości, są proporcynalne wszystkim innym odpowiadaiącym wymiaròm, sześciany ich będą także proporcyonalne sześcianòm takowych odpowiadaiących wymiarów (Arytm. 181); więc w ogólności, piramidy sobie podobne, są między sobą, iak sześciany ich rozmiarów odpowiadaiących.

270. *Więc w powszechności, bryłowatości dwóch brył sobie podobnych, są między sobą, iak sześciany linii odpowiadaiących w tych bryłach.* Bryły albowiém sobie podobne, mogą bydź podzielone na tęż liczbę piramid

mid podobnych każda każdéy, a iako dwie którekolwiek z tych piramid sobie podobnych, będą między sobą w tymże samym stosunku, ponieważ maią się do siebie, iak sześciany ich rozmiarów odpowiadaiących, które są w iednymże stósunku, co dwa inne odpowiadaiące którekolwiek rozmiary; idzie za tém, że summa piramid piérwszey bryły, będzie do summy piramid drugiéy bryły, w tymże samym stosunku, to iest w stosunku liczb sześciénnych, odpowiadaiących wymiarów.

A zatém: *bryłówatości kul, są między sobą, iak sześciany ich promiéniów lub śrzednic.*

Te fundamenta, służyć mogą do rozwiązania wielu zagadnién, tego gatunku iak następuią.

1ód. *Maiąc wiadomą wagę prochu stopy sześciénney, wynaléśdź do podkopòw* (mines), *bok pieca sześciénnégo, ktòryby zadaną wagę prochu w sobie mieścił.*

Waga materyi, tegóż samego gatunku, ale różnych obiętościów, będąc proporcyonalna, takowym brył obiętościóm, iest także proporcyonalna sześcianóm ich rózmiarów, gdy bryły są sobie podobne.

Tak więc, daymy że stopa sześciénna prochu, zawiéra w sobie 64*sty*; chcąc mieć bok pieca sześciénnégo, któryby 10*stów* w sobié umieścił, tę proporcyą ułożyć trzeba: 64:10, iak sześcian 1go, dó czwartego wyrazu; ten będzie sześcianém boku żądanégo, i bydź się pokaże $\frac{10}{64}$, którégo piérwiastek sześciénny iest $\frac{2,154}{4}$,

albo 0;538 *st.* albo 0*s.* 6*c.* 5*l.* wymiarem, boku szukanégo.

W tém działaniu chcąc użyć logarytmów; do logarytmu 10 (Arytm. 231), dodaię dopełniénie Arytmetyczne logarytmu 64; co mi uczyni 9,193820, do którego céchy (231) dodaię 20, i wziąwszy trzecią część summy 29,193820, mam 9,731273, to iest, logarytm piérwiastka sześciennégo, czyli boku żądanégo, z céchą o 10 iednościów zamocną. Zmniéyszám ią więc o tyle iednościów ile potrzeba, żebym resztę w tablicach znalázł, i znayduię 5386, na liczbę odpowiadaiącą logarytmowi pozostałému 3,731273; którego cécha, ieszcze o 4 iedności zamocna będąc, daie mi poznać, że liczba szukana, o iednę dziesięćtysiączna przybliżona, iest 0,5386, co uczyni iak wyżéy 0*s.* 6*c.* 5*l.*

W przykładzie poprzédzaiącym, za wagę stopy sześciénney prochu, wzieliśmy 64 *sty*, co też tak iest w saméy rzeczy z małą różnicą. Lecz w nabiianiu pieców, spuszczać się na tę stopę niémożna, z przyczyny słomy, worków ziemią napełnionych i. t. d. których użyć koniecznie trzeba. Lecz przypuściwszy, że się tych używa zawsze proporcyonalnie ilości prochu, dosyć iest ráz na zawsze wiedzieć, iaka iest waga prochu wchodzącégo w piec wielki na stopę sześciénną, a tak podobnymże sposobém zawsze wynaléśdź można, bok każdégo innego pieca, któryby wagę wiadomą prochu, z innémi wchodzącémi do tego materyáłami, w sobie zawiéráł.

2re Maiąc wiadomą wagę dwóch kul i śrzednicę iednéy, w wynaleziéniu śrzednicy drugiéy, postąpić sobie potrzeba następuiącym sposobém.

Np. śrzednica kuli 24 *ſwéy*, ma 5 *c.* 5 *l.* 4 *p.* albo 5.444 *c.* ieſt zadano znaléśdź śrzednicę kuli 12 *ſwéy*?

Bryłówatości więc, powinny bydź między ſobą :: 24 : 12 albo :: 2 : 1; więc ſześciany śrzednic powinny także bydź :: 2 : 1; przeto od potróyności logarytmu 5.444, odéymuię logarytm *2óch*, i mam 1,906724, którégo trzecia część ieſt 0,635575, ſzukana z céchą większą o trzy iedności, odpowiada liczbie 4321; więc śrzednica żądana ma 4,321 *c.* albo 4 *c.* 3 *l.* 10 *p.*

Niémaiąc Tablic logarytmowych, trzebaby do ſześcianu podnieść 5,444 *c.* i rozdzieliwſzy przez 2, z wielorazu wyciągnąć piérwiaſtek ſześciénny.

Na tychże ſamych fundamentach, rozwiązać można, dwa naſtępuiące zadania; lecz reguła (246) przepiſana, ieſzcze łatwiéyſzy do tego podaie ſpoſób, iak naſtępuie.

Wynaléśdź śrzednicę kuli któraby miała bryłówatość wiadomą? *Np.* chcąc zrobić kulę, któraby mieściła w ſobie 10 ſtóp ſześciénnych materyi; ułóż tę proporcyą 11 : 21 :: 10, do czwartego wyrazu, który będzie ſześcianém ſzukanéy śrzednicy; z tego więc czwartégo wyrazu, piérwiaſtek ſześciénny wyciągnąwſzy, żądaną śrzednicę znaydzieſz.

Działaiąc przez logarytmy, będzie iak naſtępuie :

Log. 10	- -	1,000000.
Log. 21	- -	1,322219.
	Summa	2,322219.
Log. 11	- -	1,041393.
	Reſzta	1,280826.
	Którey trzecia część	0.426942.

Téy ſzukaiąc z céchą o trzy iedności mocniéyſzą, znaydzieſz 2,673 *ſt.* albo 2 *ſt.* 8 *l.* 11 *p.* na długość ſzukanéy śrzednicy.

Tegóż ſamego fundamentu użyć ieſzcze można, *do znaleziénia śrzednicy kul ołowianych, podług zadanéy liczby na funt.*

Wiedząc *np.* żè ſześciénna ſtopa ołowiu, waży 828 *ſtów*, ieſt zadano wynaléśdź śrzednicę kuli, którychby wchodziło 16 na funt?

Ponieważ ich ma bydź w funcie 16, będzie ich więc w ſtopie ſześciénnéy 16 razy 828, albo 13248, a zatém bryłówatość każdéy będzie $\frac{1}{13248}$ *ą* częścią, ſtopy ſześciénnéy. Układam tedy naſtępuiącą proporcyą 11 : 21 :: $\frac{1}{13248}$, do czwartégo wyrazu, który będzie ſześcianém żądanéy śrzednicy; albo przemiéniwſzy ſtopę ſześciénną na liniie ſześciénne, układam tę proporcyą: 11 : 21 :: $\frac{1728 \times 1728}{16 \times 828}$, do czwartégo wyrazu; który będzie $\frac{1728 \times 1728 \times 21}{16 \times 828 \times 11}$.

A działaiąc przez logaryt.

Log. 16	-	1,204120
Log. 828	-	2,918030
Log. 11	-	1,041393
Summa		5,163543

Log. $\overline{1728}^{2}$	6,475088.
Log. 21	1,322219.
Summa	7,797307.
	5,163543.
Różni: 2 *Summ.*	2,633764.

Téy różnicy trzecia część 0,877921, ſzukana z céchą o dwie iedności tylko mocniéyſzą, daie 7,55 *l.* albo 7 *l.* 6 *p.* $\frac{3}{5}$ na śrzednicę każdéy kulki.

Przeto, przywiódłſzy ſobie na pamięć wſzyſtko co poprzédziło, widziéć ſię daie 1ód Ze obwody figur ſobie podobnych, ſą między ſobą w ſtóſunku proſtym, linii odpowiadaiących. 2re Ze powiérzchnie figur ſo-

ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadaiących. 3cie Że bryłowatości bryl ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak ſześciany ich linii odpowiadaiących.

Tak więc, ieżeli dwie bryły ſobie podobne, dwie kule *np.* maią średnice ſwoie w ſtoſunku : : 1 : 3. okręgi ich kół naywiękſzych, będą także między ſobą iak 1 : 3; powiérſzchnie zaś, tychże kul będą : : 1 : 9 a bryłowatości iak 1 : 27; to ieſt, że okrąg iednego z naywiękſzych kół drugiéy kuli, wárt będzie trzy okręgi iednego z naywiękſzych kół piérwſzéy kuli; powiérſzchnia drugiéy kuli, wárta będzie 9 razy tyle, co piérwſzéy; i naoſtatek bryłówatość drugiéy, wárta będzie 27 takich kul, iak bryła piérwſza.

Ponieważ powiérſzchnie bryl ſobie podobnych, ſą między ſobą iak kwadraty linii ich odpowiadaiących; więc linie odpowiadaiące, będą między ſobą, iak piérwiaſtki kwadratowe tych powiérſzchniów; a bryły które ſą między ſobą, iak ſześciany linii odpowiadaiących, będą między ſobą, iak ſześciany piérwiaſtków kwadratowych, z powiérſzchniów wyciągniętych. Powiérſzchnie więc, będą ieſzcze między ſobą, iak kwadraty piérwiaſtków ſześciénnych, wyciągniętych z bryłówatościów.

O TRYGONOMETRYI PŁASKIEY.

271. *Trygonometrya płaſka*, ieſt częścią Jeometryi, która uczy ſpoſobu, wynaléśdź lub wyrachówać trzy części z ſześciu troykąta proſtokryślnégo, przy pomocy trzech innych wiadomych części, gdy to bydź może.

Mówię gdy to bydź może; ponieważ maiąc wiadome *np.* tylko trzy kąty, boków wynaléśdźby niémożna. Jakóż ieżeli przez punkt P, na boki AB tróykąta ABC (fig. 135), do upodobania obrany, w którym daymy że ſą wiadome trzy kąty, ieżeli mowię przez punkt P, wyciągnieſz linii AC, równoległą PE, miéć będzieſz drugi tróykąt BPE, który miéć będzie też ſame kąty co tróykąt ABC; rzecz iaſna, że tym ſpoſobém *figura 135.*

możnaby nieſkończoną liczbę innych tróykątów porobić, które mieć będą też ſame kąty. Trzebaby więc, żeby rachunek, nieſkończoną liczbę boków rozmaitych, razém wſkazówał.

W takowym tedy razie, zadanie zoſtaie nierozwiązane. Zobaczymy iednak, że lubo wártości boków naznaczyć niepodobna, przecięż przynaymniéy ſtoſunek między niémi wynaléśdź można.

Lecz gdy między trzema wiadomémi lub danémi rzeczami, znaydówać ſię będzie ieden bok; zawſze można reſztę wynaléśdź. Trafia ſię atoli ieden przypadek, w którym niewſzyſtko wynaléśdź ſię daie, a to w takowym razie:

figura 135. Daymy że w tròykącie ABC (fig. 135), ſą wiadome dwa boki AB i BC, i kąt A, naprzeciw iednego z tych boków położony; niémożna wynaléśdź wártości kąta C, ani boku AC, niewiedząc ieżeli ten kąt C, ieſt oſtry, albo rozwarty. Jakóż, zmyśliwſzy ſobie, z punktu B iako ze śrzodka, promiéniém równym bokowi BC, naryſówany łuk CD, i z punktu D, gdzie ten łuk z liniią AC ſchodzi ſię, zmyśliwſzy ſobie liniią wyciągnięta BD; miéć będzieſz nowy tróykąt ABD, w którym będą wiadome też ſame rzeczy co i w piérwſzym tróykącie ABC, to ieſt kąt A, bok AB i bok BD, równy bokowi BC; w tym razie tedy, do wynaleziénia kąta BDA, mam wiadome też ſame rzeczy, które miałém w tròykącie ABC, do wynaleziénia kąta C.

Atoli między tym przypadkiém a poprzédzaiącym, zachodzi ta różnica, że tu można wynaléśdź wártość kąta C, i kąta BDA, iak zobaczymy niżéy: iedyna tylko rzecz, która nierozwiązana zoſtaie, ieſt, żeby wiedziéć którą z tych dwóch wártościów za prawdziwą wybrać należy, a zatém iaki ieſt gatunek ſzukanego tróykąta. Trzeba więc oprócz trzech rzeczy zadanych, wiedziéć ieſzcze ieżeli kąt ſzukany, ma bydź rozwarty lub oſtry. Wreſzcie, bez głębokiéy uwagi poſtrzédz można, że dwa kąty C i BDA, ſą ſpełniéniém ieden drugiégo; albowiém BDA ieſt ſpełniéniém kąta BDC, który ieſt równy kątowi C; bo tróykąt BDC ieſt ròwnoramiénny.

272. W obrachówaniu tróykątów, niefamych tylko kątów używa fię; zamiaft kątów biorą fię liniie, które niebędąc im proporcyonalnémi, fą przecięż zdatne do zaftąpiénia takowych kątów, a do użycia w rachunkach wygodniéyfze; ponieważ jak zobaczymy niżéy, fą proporcyonalne bokóm tróykątów; przeto nim poftąpiémy daléy, należy abyśmy takowe liniie dali poznać, i wytłómaczyli, iakim fpofobém mogą zaftępówać kąty.

O *Wftawach* (Sinus), *Doftawach* (Cofinus), *Stycznych* (Tangens), *Dotycznych* (Cotangens), *Siecznych* (Secans), *Dofiecznych* (Cofecans).

figura 136. 273. Proftopadła AP (fig. 136), fpufzczona z końca łuku AB na promiéń BC, który przez drugi koniec B tego łuku przechodzi, *nazywa fię wftawa prosta*, albo tylko *wftawa* łuku AB, albo kąta ACB.

Część BP promiénia, między wftawą i końcém łuku zawarta, nazywa fię *wftawą odwrotną* (finus verfus).

Część BD, proftópadłéy na końcu promiénia wywiedzionéy, zawarta między promiéniém BC i promiéniém CA przedłużonym, nazy-

wa fię *ftyczna* łuku AB, albo kąta ACB.

Liniia CD, która nieco innego ieft, tylko promiéń CA przedłużony aż do ftycznéy, nazywa fię *fieczna* łuku AB, albo kąta ACB.

Jeżeli będzie wyciągnięta proftopadła FE, któraby w E zefzła fię z przedłużonym promiéniém CA, i naoftatek ieżeli na CF będzie wyciągnięta proftopadła AQ; z definicyi poprzédzaiących wnieść można, że AQ będzie wftawą, FQ wftawą odwrotną, FE ftyczną, a CE fieczną łuku AF, albo kąta ACF.

Lecz ponieważ kąt ACF, ieft dopełniéniém kąta ACB, bo te dwa kąty czynią ieden kąt profty; powiedzieć można, że AQ ieft wftawą dopełniénia, FQ wftawą odwrotną dopełniénia, FE ftyczną dopełniénia, a CE fieczną dopełniénia łuku AB, albo kąta ACB.

Dla fkrócenia tych nazwifk, mówi fię: *Doftawa*, zamiaft *wftawa dopełniénia*; *doftawa odwrotna*: zamiaft *wftawa odwrotna dopełniénia*; *dotyczna* zamiaft, *ftyczna dopełniénia*, i *dofieczna*, zamiaft *fieczna dopełniénia*. Tak, że liniie AQ, FQ, FE, CE, nazywać fię będą, *doftawa*, *doftawa odwrotna*, *dotyczna* i *dofieczna* łuku AB, albo kąta ACB; podobnież li-

liniie AP, BP, BD i CD mogą bydź nazwane, *doſtawa, doſtawa odwrotna, dotyczna*, i *doſieczna* łuku AF, albo kąta ACF. Albowiém łuk AB, ieſt dopełniéniém łuku AF, iako tèż AF, ieſt dopełniéniém łuku AB.

W naznaczeniu takowych linii, gdy o kącie iakim lub łuku mówić nam przyidzie; przed literami takòwy kąt lub łuk oznaczaiącémi, wyrażéń ſkroconych użyiémy, *wſt. doſt. ſtycz. dotycz.* tak *wſt.* AB, znaczyć ma wſtawę łuku AB, *wſt.* ACB, znaczyc będzie wſtawę kąta ACB; podobnież *doſt.* AB, *doſt.* ACB, znaczą doſtawę łuku AB, doſtawę kąta ACB; na oznaczenie zaś promiénia, litery *P* użyiémy.

274. *Rzecz oczywiſta* 1ód *Ze doſtawa AQ, łuku ktòregokolwiek AB, ieſt ròwna części CP promiénia, zawartéy między śrzodkiém i wſtawą.*

2re *Ze wſtawa odwrotna BP, ieſt ròwna różnicy, między promiéniém i doſtawą.*

3cie *Że wſtawa łuku iakiegokolwiek AB, ieſt połową cięciwy AG, łuku podwóynego ABG.* Promiéń albowiém CB, będąc proſtopadłym na cięciwie AG, tę cięciwę iako téż i łuk iéy AG, dzieli na dwie ròwne części (52).

275. Wnieść należy z tego oſtatniego podania, iż *wſtawa od 30° ieſt wárta połowę promiénia*; muſi albowiém bydź połową cięciwy od 60° ſtopniów, albo boku ſześciokąta;

który widzieliśmy (93), że ieſt równy promiéniowi.

276. *Styczna od 45° ieſt równa promiéniowi.* Jeżeli albowiém kąt ACB ieſt od 45° ponieważ kąt CBD ieſt proſty, kąt CDB, wárt także będzie 45° przeto tróykąt CBD będzie równoramiénny, a zatém BD, będzie równa linii CB.

277. Im bardziéy łuk AB albo kąt ACB powiękſza ſię, tém téż bardziéy, wſtawa AP powiękſza ſię, doſtawa zaś AQ albo CP umniéyſza ſię, póki aż łuk AB do 90° niedóydzie; natenczas wſtawa AP, odmiénia ſię w FC, to ieſt ſtaie ſię równa promiéniowi, a doſtawa równa zerowi; ponieważ punkt A przypadaiąc w F, proſtopadła AQ ſtaie ſię zerém.

Co zaś należy do ſtycznéy BD, i dotycznéy FE; rzecz iaſna, że ſtyczna BD, coráz bardziéy pomnaża ſię, zamiaſt że dotyczna coráz bardziéy zmniéyſza ſię, lecz iedna i druga w tym ſpoſobie, iż gdy łuk AB do 90° dóydzie, ſtyczna ſtaie ſię nieſkończoną, a dotyczna zerém. Jakóż, im łuk AB ſtaie ſię większym, tém więcéy punkt D nad BC podnoſi ſię, a gdy punkt A do F nieſkończenie przybliży ſię, dwie liniie CD i BD, ſtaną ſię prawie równoległémi, i niemogą znidź ſię z ſobą chyba w nieſkończoczonéy odległości; przeto BD, natenczas ieſt nieſkończoną; więc ieſt nieſkończoną, gdy punkt A przypadnie na punkt F.

278. *Zatém, w łuku maiącym 90°; wſtawa ieſt rowna promiéniowi, doſtawa ieſt zero, ſtyczna ieſt nieſkonczona, dotyczna zero.*

Ponieważ wſtawa od 90° ieſt naywiękſza ſpomiędzy wſzyſtkich wſtaw, dla rożnicy od innych nazywać ſię zwykła *wſtawa cała* (ſinus totus), tak iż naſtępuiące trzy wyrazy; *wſtawa od 90°, promién, wſtawa cała*, tęż ſamę rzecz oznaczaią.

279. Gdy łuk AB przechodzi 90°
figura 187. (fig. 137), wſtawa iego AP zmniéyſza ſię, a doſtawa AQ albo CP, (która w takowym razie przypada z drugiéy ſtrony śrzodka względém punktu B) pomnaża ſię, aż póki łuk AB nieprzyidzie do 180°; natenczas, wſtawa będzie zerém, a doſtawa ſtanie ſię rowna promiéniowi. Widzieć niemniéy daie ſię, iż wſtawa AP, i doſtawa CP łuku AB, albo kąta ACB, większego iak 90°, należą oráz do łuku AH albo kąta ACH, mniéyſzego od 90° i który ieſt ſpełniéniém tamtego. Tak dalece iż *chcąc mieć wſtawę, i doſtawę*

wę kąta rozwartego, trzeba wziąść wſtawę i doſtawę iego ſpełniénia. Lecz o tém dobrze pamiętać trzeba, że doſtawa pada z przeciwnéy ſtrony, iakby przypadała, gdyby łuk AB albo kąt ACB, był mniéyſzy od 90°.

Względém ſtycznéy, ta ponieważ powſtaie (273) z zniyścia ſię proſtopadłéy BD (fig. figura 136.
136) z promiéniém CA przedłużonym, rzecz oczywiſta, że gdy łuk AB (fig. 137) ieſt figura 137.
większy nad 90° natenczas ſtyczną ieſt BD; lecz podnioſſzy proſtopadłą HI, łatwo pokazuie ſię, iż tróykąt CBD ieſt równy tróykątowi CHI; więc BD ieſt rowna linii HI.

280. *Więc ſtyczna łuku lub kąta, większego nad 90° ieſt taż ſama, co ſtyczna łuku ſpełniénia iego*: cała różnica między niémi na tém zależy, że tamta pada po niżéy promiénią BC. Dotyczna EF ieſt także taż ſama co dotyczna ſpełniénia, i także pada na przeciwnéy ſtronie, iakby padała, gdyby łuk AB, albo kąt ACB był mniéyſzy od 90°. Pokazuie ſię nadto i z téyże ſaméy przyczyny co wyżey, że ſtyczna od 180° ieſt zero, a dotyczna ieſt nieſkończona.

O Tablicach Wſtaw, Stycznych, i.t.d.

281. Zmyślmy ſobie, iż cwiérć okręgu BF (fig. 136), ieſt figura 136.
podzielona na łuki każdy od 1', to ieſt na 5400 równych części, i że z każdego punktu takowych podziáłów, ſą ſpuſzczone proſtopadłe, albo

wſtawy takie iak AP na liniią BC; zmyślmy ſobie także, iż promiéń BC, ieſt podzielony na wielką liczbę równych części *np.* na 100000; każda proſtopadła, będzie w ſobie zawiérać pewną liczbę takowych części; gdyby tedy bądź iakim chce ſpoſobém, można wynaléśdź liczbę części każdéy z tych proſtopadłych, rzecz oczywiſta, że te liniie mogłyby bydź użyte, do naznaczenia wielkości kątów: tak iż w iednéy kolumnie napiſawſzy porządkiém, wſzyſtkie minuty zacząwſzy od zero aż do 90.° żeby oráz w poboczném kolumnie naprzeciwko każdéy minuty, napiſać liczbę części odpowiadaiącéy proſtopadléy, przy pomocy takowéy tablicy, możnaby wynaléśdź liczbę ſtopniów kąta, w którymby liczba części, liniią proſtopadłą czyli wſtawę ſkładaiących, była wiadoma; i odwrotnie, maiąc wiadomą liczbę ſtopniów, i części ſtopnia kąta iakiego, możnaby naznaczyć liczbę części wſtawy iego. Tablica takowa, ſłużyłaby nietylko do wſzyſtkich łuków czyli kątów, którychby promiénie zawiérały w ſo-bie

bie też ſamę liczbę części, (podług których daymy że ieſt wygotówana tablica), ale też do wſzelkich innych łuków, którychby promiéń był wiadomy.

Np. (fig. 143), daymy niech będzie kąt DCG, którego bok albo promiéń CD, ieſt na 8 ſtóp, proſtopadła DE na 3 ſtópy; daymy oráz że CA ieſt promién, podług którego ſą wyrachówane tablice; zmyśliwſzy ſobie łuk AB i proſtopadłą AP, ta proſtopadła będzie wſtawą tablicy; lecz łatwo wynaléśdź można, wiele ma części ta proſtopadła; albowiém, ponieważ tróykąty CDE i CAP ſą ſobie podobne, (z przyczyny równoległych DE i AP), będzie CD : DE :: CA : AP, to ieſt 8 *ſt.* : 3 *ſt.* :: 100000 : AP, ſkąd pokaże ſię (Arytm. 169), iż AP, wárta 37500; niezoſtanie tedy, tylko téy liczby ſzukać w tablicy między wſtawami, gdzie znaydzie ſię obok położona liczba ſtopniów i minut kąta DCG, albo DCE. *figura 143.*

Odwrotnie, gdyby zadana była liczba ſtopniów i minut kąta DCG, i promiéń iego DC, podobnymże ſpoſobém wynaléśdźby można wártość proſtopadléy DE; wiedząc albowiém iaka ieſt liczba ſtopniów i minut tego kąta, znaléśdź można w tablicy, iaka ieſt liczba części znayduiących ſię w proſtopadléy AP, która odpowiada liczbie takowych ſtopniów; a natenczas na fun-

 da-

damencie tróykątów fobie podobnych CAP i CDE, wypadnie następuiąca proporcya CA : AP :: CD : DE, przez którą liniia DE łatwo wyrachówać fię daie; bo piérwfze trzy wyrazy CA, AP, i CD fą wiadome; to ieft CA i AP z tablic, a CD ieft zadana w ftopach.

Stąd pokazuie fię, iakieto fą liniie, o których mówiliśmy wyżéy (272), które w rachówaniu tróykątów, użyte bydź mogą za miaft kątów; fąto więc wftawy.

282. Lecz niefame tylko wftawy, fą w używaniu: ftycznych także, a nawet fiecznych używać fię zwykło, Wyrachówawfzy ráz wfzyftkie wftawy, drugie linie łatwo wyrachówać fię daią; albowiém tróykąty CPA, i
figura 136. CBD (fig. 136), będąc fobie podobne, można z nich ułożyć proporcye następuiące.

CP : PA : : CB : BD
i CP : CA : : CB : CD

to ieft (uważaiąc że CP ieft rowna linii AQ)

Doft. : AB : *wft.* AB : : P : *Stycz.* AB.
Doft. : AB : P : : P : *Siecz.* AB.

Rzecz oczywifta, iż w tych obu proporcyach, trzy piérwfze wyrazy fą wiadome, kiedy fą wiadome wfzyftkie wftawy; bo doftawa łuku którego kolwiek, nieco innego ieft, tylko wftawa dopełniénia tegóż łuku; łatwo więc dóyśdź można (Arytm. 169), wártości czwartego wyrazu każdéy proporcyi, a zatém ftycznych i fiecznych, iako téż oráz dotycznych i dofiecznych, które także nieco innego fą, tylko ftycznémi i fiecznémi dopełniénia.

Xią-

Xiążki zawiéraiące w fobie wártości tych wfzyftkich linii, o których dopiéro mówiliśmy, nazywaią fię *Tablice wftaw* (Tabulæ finuum); znayduią fię w nich pofpolicie, nietylko wártości tych wfzyftkich linii w liczbach, ale téż nadto i ich logarytmy, których zamiaft wártości w liczbach, tak często iak można używáć fię zwykło. Przyftąpmy teráz do fundamentów, na których fą te Tablice wyrachówane.

283. *Chcąc miéć doftawę łuku, którego wftawa ieft wiadoma, trzeba odiąć kwadrat wftawy od kwadratu promiénia, i z refzty wyciągnąć kwadratowy piérwiaftek.* Albowiém doftawa AQ (fig. 136), ieft równa linii figura 136.
PC, która ieft bokiém kąta proftego, w tróykącie proftokątnym APC, w którym fą wiadome przeciwproftkątna AC, i bok AP (165).

Tak gdyby zadano było wynaléśdź doftawę od 30° ponieważ widzieliśmy (275), iż wftawa tego łuku, ieft połową promiénia, który tu od 100000 części bydź rozumiémy, przeto ta wftawa miałaby 50000; odiąwfzy iéy kwadrat 2500000000, od kwadratu - - 10000000000 promiénia, zoftanie fię - - 7500000000, któréyto liczby kwadratowy piérwiaftek 86603, ieft doftawą łuku od 30° albo wftawą łuku od 60°

284. *Maiąc wiadomą wftawę łuku* figura 138.
AB (fig. 138), żeby wynaléśdź wftawę połowy tegóż łuku: trzeba naprzód

przód wyrachòwać doſtawę CP piérwſzego łuku; tę zaś wyrachòwawſzy, odiąć ią od promiénia, co da wſtawę odwrotną BP: potém ſkwadròwać wártość BP, a kwadrat dodać do kwadratu wſtawy AP; ſumma (164) będzie kwadratém cięciwy AB; a zatém z niego piérwiaſtek kwadratowy wyciągnąwſzy, wypadnie wártość linii AB, którey połowa BI, ieſt wſtawą łuku BD, to ieſt połowy łuku AB (274).

figura 139. 285. *Maiąc wiadomą wſtawę BI łuku BA (fig. 139) żeby wynaléśdź wſtawę DP, łuku dwa razy tak wielkiego BAD;* trzeba wyrachòwać doſtawę CI łuku BA; i naſtępuiącą proporcyą ułóżyć, P : *doſt.* BA : : 2*wſt.* BA : *wſt.* BAD; w którey trzy piérwſze wyrazy będąc wiadome, czwartego łatwo dòyśdź można.

Ta proporcya funduie ſię na tém, iż dwa tróykąty CBI i BDP, ſą ſobie podobne; ponieważ oprócz kąta proſtego w P i w I, nadto kąt B, maią ſpólny; a ſtąd wynika proporcya, CB : CI : : DB : DP.

A ponieważ (273) CI, ieſt doſtawą łuku BA, a DB ieſt podwóynością linii BI, to ieſt wſtawy łuku AB; DP zaś ieſt wſtawą łuku BAD, a CB ieſt promiénicm; więc P : *doſt.* BA : : 2*wſt.* BA : *wſt.* BAD.

286. *Maiąc wiadomą wſtawę dwóch łuków AB, AC (fig. 140), żeby wynaléśdź wſtawę ich ſummy, lub ich różnicy;* trzeba, wyrachòwawſzy doſtawy tychże łukòw, rozmnożyć naprzòd wſtawę piérwſzego łuku, przez doſtawę drugiego łuku, tudzież wſtawę drugiego łuku, przez doſtawę piérwſzego. Summa tych dwóch mnogościów, rozdzielona przez promiéń, będzie wſtawą ſummy dwóch łukòw; a różnica tychże mnogościów, rozdzielona przez promiéń, będzie wſtawą różnicy, tychże dwòch łuków. figura 140.

Zrób łuk AD równy łukowi AC, wyciągniy cięciwę CD, i promiéń LA, który tę cięciwę w punkcie I na dwie równe części przedzieli, z punktu C,A,I,D, ſpuść proſtopadłe CK, AG, IH, DF, na BL; naoſtatek z punktów I i D, ciągniy IM i DN, linii BL równoległe. Ponieważ liniia CD, ieſt w I na dwie równe części przedzielona, CN będzie także na dwie równe części przedzielona w M (102).

Tò założywſzy, CK która ieſt wſtawą łuku BC, ſummy dwóch łuków, ieſt złożona z KM i z MC, albo z IH i z MC; DF, która ieſt wſtawą łuku BD, to ieſt różnicy dwóch łuków, ieſt równa linii KN, która tyle wárta co KM mniéy MN, to ieſt IH mniéy CM; zatém żeby znaléśdź wſtawę ſummy, trzeba dodać wártość MC, do wártości IH; lub przeciwnie odiąć iednę od drugiéy, ieżeli trzeba znaléśdź wſtawę różnicy.

Lecz tróykąty ſobie podobne LAG, LIH, daią proporcyą, LA : LI : : AG : IH to ieſt P : *doſt.* AC : : *wſt.* AB : IH; więc (Arytm. 169), IH wárta $\frac{\textit{wſt. } AB \times \textit{doſt. } AC}{P}$.

Tróykąty LAG, i CIM ſobie podobne, iáko maiące boki proſtopadłe ieden na drugim, podług wzwyż przepiſanego wykryślenia, daią proporcyą, LA : LG : : CI : MC, albo P : *doſt.* AB : : *wſt.* AC : MC, więc MC, wárta $\frac{\textit{wſt. } AC \times \textit{doſt. } AB}{P.}$; zatém potrzeba dodać $\frac{\textit{wſt. } AC \times \textit{doſt. } AB}{P.}$ do $\frac{\textit{wſt. } AB \times \textit{doſt. } AC}{P.}$, żeby mieć wſtawę ſummy; a przeciwnie iedne mnogość od drugiéy odiąć, chcąc wyrachówać wſtawę różnicy.

287. *Zeby mieć doſtawę ſummy, albo różnicy dwóch łuków, których wſtawy ſą wiadome*; trzeba, wyrachówawſzy (283) doſtawę każdego z tych dwóch łuków, rozmnożyć te dwie doſtawy iednę przez drugą; podobnież, rozmnożyć także ich wſtawy; dopiéro odiąwſzy drugą mnogość od piérwſzéy, i reſztę przez promiéń rozdzieliwſzy, wypadnie doſtawa ſummy dwóch łuków. Przeciwnie zaś, chcąc mieć doſtawę róźnicy, trzeba dodać te dwie mnogości, a ſummę rozdzielić przez promiéń. Bo ponieważ liniia DC, ieſt

w

w I na dwie równe części przecięta, FK będzie także w H na dwie równe części przecięta; lecz LK która ieſt doſtawą ſummy, ieſt wárta LH mniéy HK, albo LH mniéy IM; zaś LF, która ieſt doſtawą różnicy, warta LH więcéy HF, albo LH więcéy HK, albo nakoniec LH więcéy IM; przeto zobaczmy iakie ſą wártości tych linii LH i IM.

Tróykąty podobne LGA, LHI daią proporcyą, LA : LI : : LG : LH, to ieſt P : *doſt.* AC : : *doſt.* AB : LH; więc LH wárta $\frac{\textit{doſt. } AC \times \textit{doſt. } AB}{P}$.

Tróykąty znowu podobne LAG, CIM, daią proporcyą, LA : AG. : : CI : IM. to ieſt, P : *wſt.* AB : : *wſt.* AC : IM. Więc IM wárta $\frac{\textit{wſt. } AB \times \textit{wſt. } AC}{P}$.

Trzeba więc, chcąc mieć doſtawę ſummy, odiąć $\frac{\textit{wſt. } AB \times \textit{wſt. } AC}{P}$ od $\frac{\textit{doſt. } AB \times \textit{doſt. } AC}{P}$; przeciwnie zaś dodać ie z ſobą, chcąc mieć doſtawę różnicy.

288. *Summa wſtaw dwóch łuków AB i AC (fig. 141), ma ſię do różnicy* figura 141.
tychże ſamych wſtaw, iak ſtyczna połowy ſummy tych dwóch łuków, ma ſię do ſtycznéy, połowy ich różnicy, to ieſt, że *wſt.* AB + *wſt.* AC : *wſt.* AB

—

— *wſt.* AC : : *ſtycz.* $\frac{AB + AC}{2}$: *ſtycz.* $\frac{AB - AC}{2}$.

Wyciągnąwſzy śrzednicę AM, wnieś łuk AB z A w D; wyciągniy cięciwę BD, która linii AM będzie proſtopadła. Z punktu F wyciągniy cięciwy FB i FD, i promiéniém FG, równym promiéniowi koła BAD, ryſuy łuk IGK, który z liniią CF, zniydzie ſię w G; z tego punktu G wywiédź HL, linii GF proſtopadłą; liniie GH i GL ſą ſtycznémi kątów GFH i GFL, albo CFB i CFD, które maiąc wiérſzchołki ſwoie na okręgu, maią za miarę połowę różnicy BC, i połowę łuków CB, CD, na których ſię opiéraią (63), to ieſt połowę ſummy CD dwóch łuków AB i AC; więc GL i GH ſą ſtycznémi połowy ſummy, i połowy różnicy tychże ſamych łuków.

To założywſzy rzecz oczywiſta, że DS będąc równą BS, liniia DE, wárta BS + SE, albo BS + CP, to ieſt ſummę wſtaw łuków AB, AC; podobnież BE, wárta BS — SE albo BS — CP, to ieſt różnicę wſtaw tychże łuków. Lecz z przyczyny równoległych BD, HL, mieć będzieſz proporcyą (115), DE : BE : : LG : GH.

Więc

Więc *wſt.* AB + *wſt.* AC : AB — AC : : *ſtycz.* $\frac{AB + AC}{2}$: *ſtycz.* $\frac{AB - AC}{2}$.

289. Na tych fundamentach tablica wſtaw może bydź wygotówana.

Jakóż. ieſt wiadoma wſtawa od 30° ſtąd co ſię rzekło (275); a podług podanego ſpoſobu (284), wynaléśdź można wſtawę od 15° i daléy porządkiém od $7^{\circ}\ 30'$, $3^{\circ}\ 45'$, $1^{\circ}\ 52'\ 30''$, $0^{\circ}\ 56'\ 15''$, $0^{\circ}\ 28'\ 7''\ 30'''$, $0^{\circ}\ 14'\ 3''\ 45'''$, $0^{\circ}\ 7'\ 1''\ 52'''\ 30''''$.

To na przód założywſzy, uważyć trzeba, że gdy łuki ſą bardzo małe, od wſtaw ſwoich prawie nieróżnią ſię, a zatém ſą proporcyonalne tym wſtawóm; więc chcąc znaléśdź wſtawę od $1'$, ułożyſz tę proporcyą: *łuk od* $0^{\circ}\ 7'\ 1''\ 52'''\ 30''''$, *ma ſię do łuku* $0^{\circ}\ 1'$, *iak wſtawa tego piérwſzego łuku, do wſtawy od* $1'$.

Jeżeli w takowym rachunku promién, tylko od 100000 części ieſt wzięty, wſtawy łuków, o których dopiéro mówiło ſię, wyrachówać trzeba, z trzema a nawet i z cztérema dzieſiątnémi; ażeby z nich można wnieść dalſze wſtawy, z różnicą tylko o iednę iedność; te dzieſiątne ſłużyć niebędą, tylko do wyrachówania innych łuków, po ſkończonym zaś rachunku odrzucą ſię.

Od $1'$ aż do 3°, doſyć ieſt rozmnożyć wſtawę od $1'$ porządkiém, przez 2, 3, 4, 5, i. t. d. żeby mieć wſtawy od $2'$, $3'$, $4'$, $5'$, i. t. d. aż do 3° tak przybliżone, iż różnica będzie daleko mniéyſza od iedności.

Chcąc zaś wyrachówać wſtawy łuków, przechodzących 3°, potrzeba użyć tego, co ſię powiedziało (286); lecz pracy znacznie umniéyſzyć ſobie można, nierachuiąc na tym fundamencie tylko ſame ſtopnie. Co ſię tyczé minut pośrzednich, te dadzą ſię wyrachówać

wać, biorąc rożnicę wſtaw między dwóma ſtopniami po ſobie idącémi, i układaiąc naſtępuiącą proporcyą, *ſześćdzieſiąt minut, maią ſię do liczby minut o których mowa, iak różnica wſtaw dwóch ſtopniów ſobie przyległych, do czwartego wyrazu*; ten pokaże liczbę, którą do mniéyſzey z dwóch wſtaw dodać potrzeba, żeby miéć wſtawę liczby ſtopniów, i minut którey ſię ſzuka. *Np.* znalazłſzy, iż wſtawy, od 8º i od 9º ſą 13917 i 15643, gdy chcę miéć wſtawę od 8º17', biorę różnicę między témi wſtawami 1726, i ſzukam czwartego wyrazu proporcyi, od naſtępuiących trzech poczynyiącéy ſię, 60' : 17' : : 1726 :

Takowy czwarty wyráz, z małą różnicą ieſt 489, które dodawſzy do 13917, mam 14406, to ieſt wſtawę od 8º17', taką iaka w tablicy znayduie ſię, z różnicą tylko o iednę iedność.

Przyczyna téy praktyki funduie ſię na tém,
figura iż gdy łuk KL (fig. 122) ieſt mały, iakoto
122. *np.* od 1º różnice LM, Iu, między wſtawami LF, IH, ſą prawie proporcyonalne różnicom KL, KI, łuków odpowiadaiących AL AI; albowiém tróykąty KML, KuI, mogąc bydź wzięte za proſtokryślne, będą ſobie podobne.

290. Tego atoli ſpoſobu używać nienależy, tylko aż do 87º. Po nich daléy, niémo-
figura żna ſobie pozwolić, brać *iu* (fig. 142), za
142. różnicę między wſtawami BP, Qx; ponieważ ilość *ux*, tak mała iak ieſt, ma ſtóſunek widoczny z liniią *iu*, i tém widoczniéyſzy, im bardziéy łuk AB, do 90º przybliża ſię. W tym razie przypomniéć ſobie należy (173), że liniie DE, Dt, które ſą różnicami między promiéniém i wſtawami PB, Qx, ſą proporcyonalne kwadratóm cięciw DB, Dx, albo (z przyczyny iż łuki DB i Dx ſą bardzo małe), kwadratóm łuków DB i Dx; dla czego, wyrachówawſzy wſtawę od 87º wezmieſz różnicę między nią i promiéniém 100000, a chcąc wynaléśdź wſtawę któregokolwiek łuku między 87º i 90º ułożyſz tę proporcyą: kwadrat 3º albo 180', ma ſię do kwadratu liczby minut dopełniénia łuku zadanego, iak ſię ma różnica między promiéniém i wſtawą od 87º do czwartego wyrazu, który będzie Dt, a od promiénia odięty da *Ct*, albo Qx, to ieſt wſtawę łuku żądanego.

Np. znalazłſzy wſtawę 99863 od 87º, ieżeli zechcę miéć wſtawę od 88º24', których dopełniénie ieſt 1° 36', albo 96', układam tę proporcyą $\overline{180'}^{2} : \overline{96'}^{2}$: : 137 : Dt; przez którą znayduię, iż Dt wárto z małą rożnicą 39; odiąwſzy 39, od promiénia 100000, zoſtaie ſię 99961 na wſtawę od 88º24'; taką właśnie iaka znayduie ſię w tablicach.

Tym ſpoſobém wyrachówawſzy wſtawy, łatwo miéć można ſtyczne i ſieczne podług tego co ſię powiedziało (282).

292. Maiąc wyrachówane wſtawy, rachuią ſię ich logarytmy tym ſpoſobém iak logarytmy liczebne. Trzeba atoli uważać, iż gdyby ſię wzięła w tablicach wártość liczebna któréykolwiek wſtawy, dla wyrachówania logarytmu podług opiſu (Arytm. 225), niewypádłby tenże ſam logarytm, który znayduie ſię w kolumnie logarytmów wſtawnych; przyczyna tego ieſt, że w początkach wſtawy Tablic były wyrachówane podług promiénia zawiéraiącego w ſobie - - 10000000000 części, lecz że rachunki poſpolite, tak wielkiego przybliżenia niepotrzebuią, z Tablic teraźniéyſzych odrzucono pięć oſtatnich cyfer w wártościach liczebnych wſtaw

wſtaw, ſtycznych, i. t. d. tak iż te wartości które w rzeczy ſaméy znayduiémy w Tablicah, nieſą przybliżone tylko około na iednę iedność, na 100000*cach*. Z logarytmami zaś wſtaw, ſtycznych i. t. d. tego nieuczyniono; zoſtawiono ie takie iak były wyrachówane na proporcyą promiénia - - 10000000000 części w ſobie maiącego; i z téyto przyczyny, cécha w nich znayduie ſię daleko mocniéyſza, iak wártość liczebna odpowiadaiącéy wſtawy, albo odpowiadaiącéy ſtyczněy, wyciągać zdaie ſię; przeto używaiąc logarytmów wſtaw, ſtycznych, i. t. d. rachunek odprawia ſię na fundamencie promiénia na 10000000000 części podzielonego; używaiąc zaś wártościów liczebnych wſtaw, ſtycznych, i. t. d. rachunek odprawia ſię, na fundamencie promiénia tylko na 100000 części podzielonego.

Co ſię tyczé logarytmów ſtycznych, można ie miéć przy pomocy proſtego dodania i odięcia, maiąc ráz logarytmy wſtawne; ieſtto rzecz oczywiſta, wynikaiąca ſtąd, co ſię powiedziało (282) (i Arytm. 216).

293. Lubo Tablice poſpolite, niedaią wſtaw tylko na ſtopnie i na minuty piérwſze, można atoli z nich dóyśdź wartości tychże linii, w ſtopniach, minutach piérwſzych i wtórych, a to poſtępuiąc ſobie właśnie tymże ſamym ſpoſobém, który do ſtopniów i minut przepiſaliśmy. Lecz ponieważ logarytmy tych linii, ſą w czętſzém używaniu iak ſame liniie, przeto nad logarytmami ich zaſtanowimy ſię cokolwiek.

Daymy, iż maſz wyrachówane logarytmy wſtaw i ſtycznych, od minuty do minuty, chcąc miéć logarytm wſtawy pewnéy liczby ſtopniów, minut, i minut wtórych; weźmiy w Tablicy logarytm wſtawy liczby

czby

czby ſtopniów i minut; weźmiy także różnicę dwóch logarytmów po ſobie naſtępuiących która ieſt na boku, i ułóż tę proporcyą: 60 minut wtórych, maią ſię do. liczby minut wtórych zadanych, iak różnica między wziętémi w tablicy logarytmami, do czwartego wyrazu; który dodaſz do logarytmu wſtawy ſtopniów i minut piérwſzych.

Odwrotnie zaś, maiąc logarytm wſtawy, któryby nieodpowiadał liczbie doſkonałéy ſtopniów i minut, żeby wynaléśdź minuty wtóre, tę proporcyą ułożyſz: Różnica dwóch logarytmów, między które wpada logarytm zadany, ma ſię do różnicy między tymże logarytmem, a logarytmem mniéyſzym zaráz po nim w tablicy naſtępuiącym, iak ſię maią 60 minut wtórych, do czwartego wyrazu; który ci wſkaże liczbę minut wtórych, takowe dodaſz do liczby ſtopniów i minut tego łuku, który ieſt w tablicach położony bezśrzednie pod tym którego ſzukaſz.

294. Téy reguły używać można póty, póki łuk nieieſt mniéyſzy od 3°, ieżeliby zaś był mniéyſzy, poſtąpiſz ſobie iak w naſtępuiącym przykładzie: daymy iż trzeba znaléśdź wſtawę od $1^{\circ}55\ 48''$; ułoż tę proporcyą: $1^{\circ}55' : 1^{\circ}55'\ 48'' :: $ wſtawa od $1^{\circ}55'$, do czwartego wyrazu, który (z przyczyny iż małe łuki ſą wſtawóm ſwoim proporcyonalne), będzie z małą różnicą, wſtawą od $1^{\circ}55'\ 48''$. Lecz dla wygodniéyſzego rachunku, piérwſze dwa wyrazy przemiéniſz na minuty wtóre, i natenczas wziąwſzy w tablicach logarytm wſtawy od $1^{\circ}55'$ który ieſt trzecim wyrazém, dodaſz do niego logarytm od $1^{\circ}55'\ 48''$ obróconych na minuty wtóre; naoſtatek od cáłkowitości, odéymieſz logarytm $1^{\circ}55'$, także przemienionych w minuty wtóre, reſzta (Arytm.

 216)

216) będzie logarytmém czwartego wyrazu to ieſt logarytmém żądanym.

Odwrotnie chcąc wynaléśdź liczbę ſtopniów, minut piérwſzych, i wtórych, łuku mniéyſzego iak 3°, i którego ieſt wiadoma wſtawa; ſzukay naprzód w Tablicach liczby ſtopniów i minut; potém ułoż tę proporcyą: wſtawa liczby ſtopniów i minut znalezionych, ma ſię do zadanéy wſtawy, iak taż ſama liczba ſtópniów i minut obroconych na minuty wtóre, ma ſię do liczby całkowitéy minut wtórych łuku żądanego; co przez logarytmy odbywaiąc, wezmieſz różnicę między logarytmém wſtawy zadanéy, i logarytmém wſtawy odpowiadaiącym liczbie ſtopniów i minut mniéyſzéy, bezśrzednie naſtępuiącéy; logarytm takowy dodaſz do logarytmu téy liczby ſtopniów i minut obroconych na minuty wtóre; ſumma będzie logarytmém liczby minut wtórych łuku ſzukanego. Niech będzie *np.* zadany logarytm 8.6233,27 wſtawy łuku iakiego; znayduię w tablicach, że liczba naybliżſza ſtopniów odpowiadaiąca mu ieſt 2°24', i że różnica między logarytmém wſtawy zadanéy, a logarytmem téy drugiéy wſtawy, ieſt 0013811; dodaię tę różnicę do 3.9365137, logarytmu od 2°24' obróconych na minuty wtóre, ſumma 3.9378948 odpowiada w tablicach logarytmów, liczbie 8667; to ieſt liczbie minut wtórych łuku ſzukanego, który zatém będzie od 2°24' 27". Ta reguła ieſt odwrotna względém poprzédzaiącéy.

295. Z logarytmami ſtycznych, trzeba ſobie poſtąpić podług tychże ſamych reguł, odmiéniwſzy tylko ſłowo *wſtawa* w ſłowo *ſtyczna*; należy iednak wyłączyć od téy reguły, łuki zawarte między 87° i 90°; w którym razie, wyrachuieſz ie naſtępuiącym ſpo-

ſobém: Wyrachuy logarytm ſtycznéy dopełniénia, podług reguły przepiſanéy do ſtycznych, i odéym ten logarytm, od podwóyności logarytmu promiénia. Jakóż tróykąty ſobie podobne CBD, CFE (fig. 136), pokazuią iż ſtyczna ieſt czwartym wyrazém proporcyi, w któréy piérwſzémi trzema ſą, dotyczna, promień, i promién. Gdybyś zaś przeciwnym ſpoſobém, miał logarytm ſtycznéy łuku, który między 87° i 90° przypadaiąc, miałby mieć ieſzcze minuty wtóre; natenczas, ten logarytm odiąć potrzeba, od logarytmu podwóyności promiénia, i mieć będzieſz ſtyczną dopełniénia, która koniecznie przypadaiąc między 0° i 3°, podług tego co poprzédziło łatwo bydź może wynaleziona; wziąwſzy tedy dopełniénie tym ſpoſobém wynalezionego łuku, mieć będzieſz łuk żądany. *figura* 136.

296. Ponieważ wſtawa łuku, ieſt połową cięciwy łuku podwóynego, gdybyś na podanym ſundamencie (284), przyſzedł aż do wſtawy łuku iednéy minucie wtoréy naybliżſzego, zdwoiwſzy takową wſtawę żeby mieć cięciwę od dwóch minut wtòrych, żebyś mówię powtòrzył tę podwóyność tyle razy, ile razy mieści ſię łuk od dwóch minut wtòrych w półokręgu; rzecz oczywiſta, iżbyś miał liczbę bardzo przybliżaiącą ſię do długości półokręgu, lecz mniéyſzą; i gdybyś przez proporcyą podaną (282), wyrachówał

ſtyczną iednéy minuty wtóréy, a zdwoiwſzy ią gdybyś powtórzył tę podwóyność tyle razy, ile razy podwóyność tego łuku mieści ſię w półokręgu, znalazłbyś liczbę bardzo przybliżaiącą ſię do długości półokręgu, lecz większą; można więc przez rachunek wſtaw, przybliżyć do ſtóſunku między śrzednicą a okręgiém: poſtępuiąc ſobie tym ſpoſobém znalazłbyś, iż wziąwſzy promiéń od 10000000000 części, długość półokręgu wpadałaby między liczby 31415926536 i 31415926535.

Wnieśmy więc ſtąd, iż promiéń będąc 1, 180° półokręgu, ſą wárte 3,1415926535; 1 ſtopiéń wárt 0,01745329252, minuta piérwſza wárta 0,0002908882, minuta wtóra wárta 0,0000048481; i. t. d.

O Kątomiarze (Graphometrum).

297. Nim podamy użycie poprzédzaiących fundamentów do wyrachówania tróykątów, należy wprzód opiſać ſpoſób, iak ſię miérzą kąty, z których ſkłada ſię tróykąt.

Narzędzie którego używa ſię do miérzenia kątów, z doſtarczaiącą w pra-

praktyce po więkſzéy części doſkonałością, ieſt *Kątomiar* (fig. 145). *figura* 145.

Jeſtto półkoła, zrobione z moſiądzu, podzielone na 180°, na którém nawet znaczą ſię półſtopnie, podług wielkości iego śrzednicy.

Półokrąg DHB, na którym ſą poznaczone przedziały, nieieſt ſama tylko liniia, ale brzég półkołowy, mniéy lub więcéy ſzérokości maiący; ten brzég, nazywa ſię *ok aiek kątomiaru* (limbus).

Srzednica DB, czyni iednę ſztukę z narzędziém: śrzednica żaś EC, która nazywa ſię *prawidłém* (alidada), ieſt tylko przymocniona w śrzodku A, na którym może obracać ſię, i końcém C, wſzyſtkie rozmiary narzędzia przebiégać; każda z tych dwóch śrzednic na końcach, ieſt opatrzona *célownikami* (dioptræ), przez które patrzy ſię do *przedmiotów* (objet). Czaſém zamiaſt célowników, obie śrzednice maią perſpektywy. Perſpektywa należąca do śrzednicy BD, ieſt teyże śrzednicy równoległa. Druga zaś umocniona na prawidle EC, z niém obracać ſię może i nieco nakłaniać ſię, ażeby

 nie-

niepotrzeba było odmiéniać równi narzędzia, maiąc do uglądania punkta podniefione lub zniżone, na przeciw téyże równi.

Narzędzie famo, ieft ofadzone na nodze, i położenia nogi nieodmiéniaiąc, może bydź na wfzyftkie ftrony nachylone podług potrzeby.

Żeby kątomiar uczynić zgodnym, do tém dofkonalfzego miérzenia kątów, i żeby części ftopniów naznaczyć można; czynią fię podziały, naypofpoliciéy na fzérokości famego końca prawidła, które podług tegò, iak odpowiadaią podziałòm okrayka, flużą do poznania części ftopniów, od 5 do 5', albo od 4' do 4' i. t. d.

Zeby ie *np.* naznaczyć od 5' do 5' na fzérokości i przy końcu prawidła; bierże fię otworzyftość od 11° i dzieli fię na 12 równych części, z których zatém każda, będzie od 55'. Gdy piérwfzy przedział prawidła, odpowiada iednemu z przedziałów okrayka, natenczas kąt zawarty między dwiéma śrzednicami, będzie oznaczony przez liczbę podziałów okrayka. Lecz gdy piérwfzy przedział

dział

dział prawidła, niezgadza fię z przedziałami okrayka; natenczas na prawidle i na okrayku fzukać potrzeba przedziałów naybliżfzych do zgodzenia fię, a potém dodać do liczby ftopniów na okrayku naznaczonych, zawartych między piérwfzym przedziałém iego i przedziałém prawidła, tyle razy 5', ile znayduie fię odftępów na prawidle, między piérwfzym iego przedziałém, a przedziałém odpowiadaiącym mu na okrayku; każdy albowiém odftęp między okraykiém i prawidłém, daie 5' różnicy.

Zeby naznaczyć przedziały od 4' do 4', trzeba wziąść łuk od 14° i podzielić go na 15 równych części; żeby znowu miéć przedziały od 3 do 3°, trzebaby rozdzielić łuk od 19°, na 20 części.

Takowém narzędziém maiąc kąt mierzyć, *np.* (fig. 145) kąt zrobio- *figura 145.*
ny przez dwie linije, które zmyślić fobie można iakoby wyciągnięte do dwòch przedmiotów G i F; uftanów śrzodek kątomiaru w A, i narzędzie tak wykieruy, ażebyś patrząc przez célowniki nieruchome, mògł widziéć ie-

ieden z tych przedmiotów *np.* F, i żeby oráz drugi przedmiot G, znaydówáł śię na przedłużonéy równi narzędzia, co śię wykonywa nanachylaiąc mniéy lub więcéy kątomiaru. Natenczas prawidło EC obracay pòty, aż przez célowniki EC, zobaczyſz przedmiot G; łuk BC między témi dwiéma śrzednicami zawarty, będzie ſzukaną miarą kąta GAF.

Maiąc użyć kątomiaru do miérzenia kątòw położonych na równi *pionowéy* (verticale), to ieſt na równi przechodzącéy przez liniią pionową, narzędzie ſtanowi śię pionowo, przy pomocy wagi zawiéſzonéy na nici, ktòréy koniec przywięzuie śię do śrzodka kątomiaru. Gdy nić ſtrychuie brzég narzędzia, i odpowiada 90 ſtopniòm, kątomiar ieſt uſtanowiony iak trzeba.

O rózwiązaniu Tròykątów proſtokątnych.

298. Powiedzieliśmy wyżéy (271), że do obrachòwania czyli rozwiązania tròykąta, trzeba miéć trzy części wiadome, ſpomiędzy ſześciu

które go ſkładaią, i że między témi trzema wiadoméni rzeczami, przynaymniéy ieden bok znaydówać śię muſi. Ponieważ kąt proſty, ieſt wiadomym kątém, przeto w tróykątach proſtokątnych, doſyć ieſt wiedziéć dwie rzeczy oprócz kąta proſtego; lecz trzeba, żeby iedna przynaymniéy z tych dwóch rzeczy była bokiém.

Uważyć ieſzcze nadto należy, że ponieważ dwa kąty oſtre tròykąta proſtokątnego, wárte ſą razém ieden kąt proſty, więc ieden z nich maiąc wiadomy, tém ſamem i drugi będzie wiadomy.

Rozwiązanie tróykątòw proſtokątnych, ma cztéry przypadki, to ieſt: z dwòch rzeczy wiadomych ſą, albo ieden kąt oſtry i przeciwproſtkątna; albo ieden bok kąta proſtego i przeciwproſtkątna; albo naoſtatek dwa boki i kąt proſty.

Wyiąwſzy ten przypadek, w ktorym maiąc wiadome dwa boki, trzeci ma bydź wynaleziony, na co innéy reguły nietrzeba nad tę co śię podała (166); te cztéry przypadki zawſze rozwiązane bydź mogą, przez ie-

iednę z dwóch proporcyów naſtępuiących.

299. 1ód *Promién tablic, ma ſię do wſtawy iednego z oſtrych kątów, iak ſię ma przeciwproſtkątna do boku położonego naprzeciw tego oſtrego kąta.*

300. 2re *Promién tablic, ma ſię do ſtycznéy iednego z kątów oſtrych, iak ſię ma bok kąta proſtego temu kątowi przyległy, do boku położonego naprzeciw tegoż oſtrego kąta.*

Dla dowodu piérwſzego podania,
figura 143. zmyślmy ſobie w figurze 143, iż w tróykącie proſtokątnym CED, część przeciwproſtkątnéy CA, ieſt promiéniem tablicy; natenczas zmyśliwſzy ſobie także łuk AB, proſtopadła AP, będzie wſtawą kąta ACB albo DCE; gdzie z przyczyny rownoległych AP i DE, miéć będzieſz w tróykątach ſobie podobnych CAP, CDE, CA : AP : : CD : DE, to ieſt P : *wſt.* DCE : : CD : DE. co było piérwſzém podaniém.

Dowiedlibyśmy podobnież że P : *wſt.* CDE : : CD : CE.

Co do drugiégo podania, zmyślmy ſobie w tróykącie proſtokątnym CEF

CEF (fig. 144), iż część CA boku CE, ieſt promiéniem tablic; zmyśliwſzy ſobie oráz łuk AB, proſtopadła AD, z punktu A na linii AC wywiedziona, będzie ſtyczna kąta C, albo FCE; natenczas z przyczyny tróykątów ſobie podobnych CAD, CEF, miéć będzieſz, CA : AD : : CE : EF; to ieſt P : *ſtycz.* FCE : : CE : EF; co ieſt z wyżéy założonych, drugiém podaniém. figura 144.

Podobnymże ſpoſobém dowiéśdź można iż P : *ſtycz.* CFE : : FE : CE.

301. W przyſtóſowaniach naſtępuiących, używać zawſze będziémy logarytmów wſtaw, ſtycznych i. t. d. zamiaſt wſtaw, ſtycznych, i. t. d; żeby zaś poczynaiących przyuczyć do dopełniénia Arytmetycznego, we wſzyſtkich rachunkach podług niego działać będziémy, oprócz gdzieby logarytm od logarytmu promiénia odiąć trzeba, w którym cécha będąc 10, odéymowanie ieſt bardzo łatwe.

Po rozebraniu tych uwag, przyſtąpmy do przyſtóſowania dwóch wyżéy dowiedzionych podań, w cztérech przypadkach o których wſpomniéliśmy.

PRZY-

PRZYKŁAD I.

figura 146. *Dóyśdź wyſokości budynku iakowego AC (fig. 146), przy pomocy odległości na ziemi odmiérzonéy.*

Oddaliwſzy ſię od takowego budynku w odległości CD, tak ażeby kąt zawarty między dwiema liniiami, z punktu D do wiérſzchołka i do ſpodu budynku zmyślonémi, niewypádł ani zbyt oſtry, ani zbyt bliſki 90°, i oráz zmiérzywſzy odległóść CD, uſtanowiſz nogę kątomiaru w punkcie D, a przytém tak go narządziſz, ażeby równia iego pionowo padała, i była wykiérówana ku oſi wieży AC, śrzednica zaś iego nieruchoma HF, ażeby leżała poziemnie, czyli pod równowagę; co wykonać można przy pomocy nici z wagą, zawieſzonéy w śrzodku narzędzia, i odpowiadaiącéy 90 ſtopniom.

To zrobiwſzy, obracać będzieſz prawidło, póki przez célówniki lub perſpektywę, niedoyźrzyſz wiérſzchołka A; dopiéro na narzędziu zobaczyſz liczbę ſtopniów kąta FEG, który ieſt równy kątowi AEB, ſwému przeciwnému w wiérſzchołku.

To za fundament założywſzy, wyſokość budynku AC, będąc proſtopadłą poziomowi ieſt także proſtopadłą linii BE: a zatém maſz tróykąt próſtokątny ABE, w którym oprócz kąta proſtego, ieſt ci wiadoma liniia BE, równa linii CD którąś wymiérzył, i kąt AEB, ſzukać maſz wártości AB; rzecz tedy iaſna, iż trzy rzeczy wiadome i rzecz ſzukana, ſą wyrazami należącémi do podania (300): przeto żebyś wynalázł AB, naſtępuiącą proporcyą ułożyſz: P : *ſtycz.* AEB : : BE : AB.

Daymy *np.* iż wymiérzona odległość CD albo BE, znalazła ſię bydź od 132 ſtóp, kąt zaś AEB od 48°54'.

Miéć

Miéć tedy będzieſz, P : *ſtycz.* 48°54' : : 132 *ſt.* : AB; a tak, wziąwſzy w tablicy wártość ſtycznéy od 48°54', rozmnożywſzy ią przez 132, i mnogość rozdzieliwſzy przez wártość promiénia z tablicy wziętą, miéć będzieſz liczbę ſtóp linii AB, do któréy dodawſzy wyſokość narzędzia ED, wypadnie żądana wyſokość AC.

Lecz działaiąc przez logarytmy, łatwiéy i prędzéy wſzyſtkiego dóydzieſz, iak naſtępuie.

Log. *ſtycz.* od 48°54'	-	10.0593064.
Log. - - 132	- -	2.1205739.
Summa	-	12,1798803.
Log. promiénia	- - -	10.0000000.
Reſzta albo *logarytm* AB		2.1798803.

Która w tablicach odpowiada liczbie 151.32 przybliżonéy o iednę ſetną; tak więc wyſokość AB, będzie od 151 *ſtóp* i 32 ſetnych, albo 151 *ſt.* 3 *c.* 10 *l.*

Uważmy tu pomimo, iż logarytm promiénia maiąc céchę 10, i reſztę w zerach, gdy go trzeba dodać lub odiąć, w piſaniu można go opuścić, i tylko dodać lub odiąć ieden dzieſiątek z céchy tego logarytmu, do którégo ma bydź dodany lub od którégo ma bydź odięty.

PRZYKŁAD II.

BCD (fig. 147) *ieſt zaokrąglenie przeciwſkarpy* (contreſcarpe), *zawarte między rownémi przedłużéniami AB, AC, dwóch czół narożnych; ieſt zadano wynaléśdź cięciwę BC, i ſtrzałkę DE, zaokrąglenia tego; w mniémaniu iż linie AB i AC ſą wiadome, i kąt BAC, równy narożnému kątowi narożnika.* figura 147.

Niech będzie AB i AC, każda od 20 *S.* lub 120 *ſt.* a kąt BAC od 83°8'.

W

W tróykącie BEA, proſtokątnym w E, miéć będzieſz (299).

1ód. P : *wſt.* BAE : : AB : BE·

2re. P : *wſt.* ABE albo *doſt.* BAE :: AB : AE.

Więc *1ód* Log. AB. albo log. 120 *ſt.*		2,0791812.
Log wſt. BAE albo log. *wſt.* 41°34′		9,8218351.
Summa mniéy logarytm promiénia		1,9010163.

Która w tablicach odpowiada liczbie 79,62 *ſtóp*; więc cięciwa BC ieſt od 159,24 ſtóp.

2re Log. 120 *ſt.*	- - -	2,0791812
Log. doſt. 41°34′	- -	9,8740085
Summa mniéy log. promiénia		1,9531897.

Która odpowiada liczbie 39,78; więc ſtrzałka DE albo AD — AE, ma 30,22 ſtóp.

Tymże ſamym ſpoſobém, któregośmy użyli do wynaleziénia cięciwy DE, można przez rachunek rozwiązać naſtępuiące zadanie.

Wynaléśdź przeſtwòr kuli (vent du boulet), *do armat wylotu wiadomego* (bouche).

Spoſób jeometryczny do tego w używaniu będący, zależy na tém: z końca linii AB (fig. 148), równéy śrzednicy kuli, wyciąga ſię proſtopadła AD, równa promiéniowi AC; *figura 148.* potém z punktu A iako ze śrzodka, promiéniém AD, ryſuie ſię łuk DCE, który przecina w E, okrąg maiący za śrzednicę AB; cięciwa DE, przenoſi ſię z B, w F; gdzie AF będzie przeſtworém, to ieſt iż AF ieſt ilość o ktorą śrzednica wylotu armaty, powinna bydź większą od śrzednicy kuli.

Chcąc ilość AF wynaléśdź przez rachunek, nietrzeba więcéy, tylko zmyśliwſzy ſobie cięciwę AE, wyrachówać DE, w tróykącie równoramiénnym DAE, w którym mam wiadome boki AD, AE, każdy z nich równy półśrzednicy kuli, i kąt DAE, który (63. i 93) ieſt od 150°. zmyśliwſzy ſobie więc z punktu A, proſtopadłą na DE miéć będzieſz

dwa tróykąty proſtokątne równe, przez ieden z nich, iak w poprzédzaiącym przykładzie wyrachuieſz wártość połowy cięciwy DE. Zdwoiwſzy ią, i podwoyność od AB odiąwſzy, miéć będzieſz wártość linii AF.

Np. do armat *4ſtwych*, w których śrzednica kuli ieſt od 4 *c.* 0 *l.* 3 *p.* $\frac{3}{4}$, albo 3,026. *c.* znaydzieſz długość DE od 2, 923. *c.* więc przeſtwór kuli w armatach takich, ieſt 0, 103 *c.* albo 0 *c.* 1 *l.* 2 *p* $\frac{4}{5}$.

PRZYKŁAD III.

Lina kotwicy AC (*fig.* 149), *będąc od* *figura* 32 S. *albo* 192 ſt. *a głębokość rzéki AB, od* *149.* 12 ſt. *dóyśdź kąta ACB ktòry czyni lina z korytém rzéki BC, rozumieiąc że koryto ieſt poziemne. i niémaiąc względu na pokrzywienie liny, iużto przez popęd wody, iużto przez zbytek ciężaru ſwego nad ciężar wody ktòréy miéyſce zaſtępuie.*

Zmyśl ſobie tróykąt proſtokątny ABC, w którym maſz wiadomą AC od 192, *ſt.* AB od 12 *ſt*; i kąt proſty B. Dla wynaleziénia kąta ACB, ułożyſz (299) tę proporcyą, AC : AB : : P : *wſt.* ACB.

Rachuiąc więc przez logarytmy: - -

Log. AB	- - -	1,0791812.
Log. promiénia	- -	10,0000000.
Dopełniénie Arytm. log. AC		7,7166988.
Summa	-	18,7958800.

albo Logarytm wſtawy ACB, któremu w tablicach odpowiadaią 3°35′.

PRZYKŁAD IV.

Wynaléśdź kąt, iaki czyni liniia célu z oſią armaty przedłużoną, śrzednicy i rozmiarów wiadomych.

Jeżeli przez punkt H (fig. 71) naywyżſzy *fig. 71.* na głowie armaty, zmyśliſz ſobie liniią proſtą

ſtą HI, oſi AB równoległą, kąt GHI będzie równy kątowi GCA, który czyni liniia celu z przedłużoną oſią. Więc w tróykącie proſtokątnym GIH, maiąc wiadomy bok GI i bok HI, łatwo dóydzieſz kąta GHI, przez tę proporcyą (300), IH : GI : : P : *ſtycz.* GHI.

Np. w armacie 12*ſtwéy* letkiéy, maſz AG 6,231 ſ.

BH - - - - - -	4,926
a zatém GI - - - - -	1,305
nadto HI - - - - -	77,254

Przeto miéć będzieſz 77,254 : 1,305 albo 77254 : 1305 : : P : *ſtycz.* GHI.

A zatém przez logarytmy.

Log. 1305 - - - -	3,1156105
Log. promiénia - -	10,0000000
Dopełn. Arytm. log. 77254	5,1120790
Summa -	18,2276895

ieſt logarytmém ſtycznéy kąta żądanego; który zatém wypada od 0°58′.

PRZYKŁAD V.

Armata 12ſtwa letka, będąc wycélowana na 3° znaléśdź wyſokość o którą liniia célu podnoſi ſię w odległości na 600 ſążniów; która ieſt (z małą różnicą), dalekością ſtrzelenia téy armaty, w podnieſiéniu iéy na 3 ſtopnie.

Liniia célu czyniąc z oſią armaty, (iakośmy dopiéro widzieli) kąt od 58′, w tym razie z poziomém uczyni kąt od 2°2′; a zatém w odległości poziemnéy na 600 ſążni, wyſokością linii célu, będzie drugi bók kąta proſtego w tróykącie proſtokątnym, którego kąt przyległy do piérwſzego boku od 600 ſążni, ma 2°2′. Więc takowy bok (300) wypadnie przez proporcyą, P : *ſtycz.* 2°2′ : : 600 *ſą* do czwartego wyrazu, który bydź ſię pokaże od 21,3 *Sq.*

PRZY-

PRZYKŁAD VI.

Piérwſza ſtrſzelnica działobitni czółgaiącéy AC (fig. 150) (à ricochet) będąc proſta, znaléśdź kierónek ſiódméy ſtrſzelnicy, to ieſt kąt iaki czyni liniia wyſtrſzału z przedpiérſiéniém AC, w ſiódméy ſtrſzelnicy; rozumié ſię, iż wſzyſtkie armaty z téy działobitni, maią bydź célowane do iednegoż punktu B, na 250 ſążni lub 1500 ſtóp odległego. figura 150.

Rozumié ſię iż liniia ſtrſzału AB piérwſzéy ſtrſzelnicy, ieſt proſtopadła przedpierſiéniowi AC; więc zagadniénie na tém zależy, ażeby wynaléśdź kąt BCA, w tróykącie proſtokątnym BAC, gdzie kąt A ieſt proſty, bok AB ieſt od 1500*ſt.* i bok AC ieſt wiadomy, maiąc wiadomą wielkość, odległość i liczbę ſtrſzelnic.

Daymy *np.* niech będzie odległość od śrzodka iednéy ſtrſzelnicy do drugiéy iéy przyległéy, 20 ſtóp; w takowym razie naſtępuiącą proporcyą ułożyſz, 120 : 1500 : : P : *ſtycz.* BCA.

Co odbywaiąc przez logarytmy, będzie

Log. 1500 - - - -	3,1760913
Log. promiénia - - -	10,0000000
Dopeł: Arytm. log. 120 -	7,9208188
Summa -	11,0969101.

daie logarytm ſtycznéy kąta BCA, który wypada od 85°26′.

Ponieważ opora DF, powinna bydź zawſze proſtopadła linii ſtrzału, i przynaymniéy iednym końcém opierać ſię o przedpierſiéń, więc czyni z przedpierſiéniém kąt ADF, który ieſt dopełniéniém kąta DCE, albo ACB, dopiéro wynalezionego; przeto maiąc wiadomą długość opory DF, łatwo wyrachówać można odległość CE od przedpierſiénia, w

któ-

którèy śrzodek opory E, ma bydź utwiérdzony na linii ſtrſzału.

O rozwiązaniu Tróykątów ukośnokątnych.

302. Wyráz *tróykątòw ukośnokątnych* ieſt wzięty, na oznaczenie w powſzechności tróykątòw, które niémaią kąta proſtego.

303. *W każdym tròykącie proſtokryślnym, wſtawa kąta któregokolwiek, ma ſię do boku położonego naprzeciw tego kąta, iak wſtawa któregokolwiek innego kąta w tymże ſamym tróykącie, ma ſię do boku przeciwnego temu kątowi.*

Albowiém zmyśliwſzy ſobie koło opiſane na tròykącie ABC (fig. 151), i wyciągnąwſzy promiénie DA, DB, DC, zmyśl ſobie nadto, iż promieniém *Db*, równym promiéniowi z tablic, ieſt naryſowane koło *abc*; naoſtatek że cięciwy *ab*, *bc*, *ac*, ſą wyciągnięte, które łączą punkta przecięciów *a*, *b*, *c*; łatwo widzieć ſię daie, iż tròykąt *abc*, ieſt podobny tróykątowi ABC; bo linie *Da*, *Db*, będąc ſobie równe, ſą liniòm DA, DB proporcyonalne; więc (105), *ab* ieſt ròwnoległa linii AB; podobnymże ſpoſobém dowiéśdź można że *bc* ieſt równoległa linii BC, i *ac*, linii AC także równoległa; więc (102), AB : *ab* :: BC : *bc*, albo AB : $\frac{1}{2}$ *ab* :: BC : $\frac{1}{2}$ *bc*; lecz połowa cięciwy *ab*, ieſt (274) wſtawą łuku *ah*, połowy łuku *ahb*, a ta połowa łuku *ahb* ieſt miarą kąta *acb*, który ma ſwóy wiérſzchołek na okręgu, i który ieſt równy kątowi ACB; więc $\frac{1}{2}$ *ab*, ieſt wſtawą kąta ACB; dowiéśdź można podobnież że $\frac{1}{2}$ *bc*, ieſt wſtawą kąta BAC; więc AB : *wſt*. ACB :: BC : *wſt*. BAC.

figura 151.

304. To podanie ſłuży do rozwiązania tróykąta, 1òd Maiąc wiadome dwa kąty i ieden bok. 2re Maiąc wiadome dwa boki, i ieden kąt, naprzéciwko iednego z tych boków położony.

PRZYKŁAD I.

Jeſt zadano odmiérzyć odległości AC, CB (fig. 152) ſtatku C ſłużącego do rzucania bómb, od dwóch działobitniòw A i B. figura 152.

Jeżeli ſtatek C ieſt w ruchu, trzeba z punktów A i B, kąty CAB, CBA, razém uważyć; potém zmiérzyſz odległość AB, dwóch działobitniów iedna od drugiéy.

To zrobiwſzy; w tróykącie CAB, w którym maſz dwa kąty i ieden bok wiadome, odéym dwa kąty wiadome od 180°. żebyś doſzedł trzeciego, a potém wyrachuieſz, AC, i CB, przez dwie naſtępuiące proporcye.

Wſt. C : AB :: *Wſt*. B : AC.
Wſt. C : AB :: *Wſt*. A : BC.

Daymy *np.* że AB po wymierzéniu, znalazła się bydź od 256 *są*; kąt A od 84°14'; kąt B od 85° 0. Kąt C, miéć będzieſz od 10°6'; a chcąc miéć AC i BC, odprawiſz działanie przez logarytmy iak naſtępuie.

Log. *wſt.* B -	9,9987517.	Log. *wſt.* A -	9,9977966.
Log. AB - -	2,4082400.	Log. AB - -	2,4082400.
Dop. Arytm. log. *wſt.* C.	0,7560528.	Dop. Arytm. log. *wſt.* C.	0,7560528.
Log. AC - -	13,1630495.	Log. CB - -	13,1620894.
Więc AC ieſt od 1456 *ſąż.*		Więc CB ieſt od 1452 *ſąż.*	

PRZYKŁAD II.

figura 153. *Maiąc wiadomą odległość AC (fig. 153), z punktu C, do kąta narożnego, tudzież odległość AB, między dwoma wiérſzchołkami narożnych kątów, w dwóch narożnikach przyległych, albo bok zewnętrſzny wielorożnika, i zmiérzywſzy kąt C, ieſt zadano wynaléśdź odległość BC.*

Niech będzie bok zewnętrſzny AB od 200 *ſąż.* odległość AC od 130 *ſąż.* kąt zaś C od 59°16. Maſz wyrachówać naprzód kąt B, przez tę proporcyą: AB : *wſt.* C : : AC : *wſt.* B; działaiąc więc przez logarytmy miéć będzieſz:

Log. *wſt.* 59°16' - -	9,9342737.
Log. - 130 - - - - -	2,1139434.
Dopeł. Arytm. log. 200	7,6989700.
Summa	19.7471871.

która ieſt logarytmém wſtawy B; lecz ponieważ taż ſama wſtawa (279) zarówno do kąta oſtrego i rozwartego należyć może, który ieſt ſpełniéniém iego, i ponieważ w wyrażeniu zadania, nic nam niepokazuie ieżeli kąt B, ma bydź oſtry, albo rozwarty, przeto za wartość kąta B. możnaby wziąść w tablicy 33°58', które odpowiadaią wynale-zio-

zionému logarytmowi, niemniéy iak ſpełniénie iego 146°2'. Lecz daymy iż mi ieſt ſkądinąd wiadomo, że kąt B muſi bydź oſtry; natenczas powiniénem wziąść 33°58' za wartość iego. Skąd wnieść należy, że kąt BAC ieſt od 86°46'. Zatém do wyrachówania boku BC, nietrzeba tylko naſtępuiącą proporcyą ułożyć, *wſt.* C : AB : : *wſt.* BAC : BC; więc.

Log. 200 - - -	2.3010300.
Log. wſt. 86°46' -	9.9993081.
Dopeł: Arytm. log. *wſt.* 59°16'	0,0657263.
Summa	12.3660644.

ieſt logarytmém boku BC; który bydź znaydzieſz od 232,3 *ſą*.

305. *Maiąc wiadomą ſummę dwóch ilościów i różnicę, miéć będzieſz więkſzą z tych ilościów, dodaiwſzy połowę rożnicy do połowy ſummy; mniéyſzą zaś, odwrotnym ſpoſobém odiąwſzy połowę rożnicy od połowy ſummy.*

Jeżeli wiém *np.* że dwie ilości czynią razém 57, i rożnią ſię między ſobą o 17; wnoſzę ſtąd, iż te dwie ilości ſą 37 i 20; dodaiąc z iednéy ſtrony połowę 17ᵘ, do połowy 57ᵘ, a z drugiéy ſtrony, odéymuiąc połowę 17ᵘ, od połowy 57ᵘ,

Jakóż, ponieważ ſumma zawiéra w ſobie naywiękſzą i naymniéyſzą ilość, ieżeli do téy ſummy dodaſz różnicę, zawiérać w ſobie będzie po-

 dwóy-

Daymy *np.* że AB po wymierzéniu, znalazła się bydź od 256 *są*; kąt A od 84°14'; kąt B od 85° 0. Kąt C, miéć będzieſz od 10°6'; a chcąc miéć AC i BC, odprawiſz działanie przez logarytmy iak naſtępuie.

Log. *wſt.* B -	9,9987567.	Log. *wſt.* A -	9,9977966.
Log. AB - -	2,4082400.	Log. AB - -	2,4082400.
Dop. Arytm. log. *wſt.* C.	0,7560528.	Dop. Arytm. log. *wſt.* C.	0,7560528.
Log. AC - -	13,1630495.	Log. CB - -	13,1620894.
Więc AC ieſt od 1456 *sąż.*		Więc CB ieſt od 1452 *sąż.*	

P R Z Y K Ł A D II.

figura 153. *Maiąc wiadomą odległość AC (fig. 153), z punktu C, do kąta narożnego, tudzież odległość AB, między dwoma wierzchołkami narożnych kątów, w dwóch narożnikach przyległych, albo bok zewnętrſzny wielorożnika, i zmierzywſzy kąt C, ieſt zadano wynaléśdź odległość BC.*

Niech będzie bok zewnętrſzny AB od 200 *sąż.* odległość AC od 130 *sąż.* kąt zaś C od 59°16'. Maſz wyrachować naprzód kąt B, przez tę proporcyą: AB : *wſt.* C : : AC : *wſt.* B; działaiąc więc przez logarytmy miéć będzieſz:

Log. *wſt.* 59°16' - -	9,9342737.
Log. - 130 - - - -	2,1139434.
Dopeł. Arytm. log. 200	7,6989700.
Summa	19.7471871.

która ieſt logarytmém wſtawy B; lecz ponieważ też ſama wſtawa (279) zarówno do kąta oſtrego i rozwartego należyć może, który ieſt ſpełniéniém iego, i ponieważ w wyrażeniu zadania, nic nam niepokazuie ieżeli kąt B, ma bydź oſtry, albo rozwarty, przeto za wartość kąta B, możnaby wziąść w tablicy 33°58', które odpowiadaią wynalezio-

zionému logarytmowi, niemniéy iak ſpełniénie iego 146°2'. Lecz daymy iż mi ieſt ſkądinąd wiadomo, że kąt B muſi bydź oſtry; natenczas powiniéném wziąść 33°58' za wartość iego. Skąd wnieść należy, że kąt BAC ieſt od 86°46'. Zatém do wyrachówania boku BC, nietrzeba tylko naſtępuiącą proporcyą ułożyć, *wſt.* C : AB : : *wſt.* BAC : BC; więc.

Log. 200 - - -	2,3010300.
Log. wſt. 86°46' -	9,9993081.
Dopeł: Arytm. log. *wſt.* 59°16'	0,0657263.
Summa	12,3660644.

ieſt logarytmém boku BC; który bydź znaydzieſz od 232,3 *są*.

305. *Maiąc wiadomą ſummę dwóch ilościów i różnicę, miéć będzieſz większą z tych ilościów, dodawſzy połowę różnicy do połowy ſummy; mnieyſzą zaś, odwrotnym ſpoſobém odiąwſzy połowę różnicy od połowy ſummy.*

Jeżeli wiém *np.* że dwie ilości czynią razém 57, i różnią ſię między ſobą o 17; w noſzę ſtąd, iż te dwie ilości ſą 37 i 20; dodaiąc z iednéy ſtrony połowę 17", do połowy 57", a z drugiéy ſtrony, odéymuiąc połowę 17", od połowy 57",

Jakóż, ponieważ ſumma zawiéra w ſobie naywiękſzą i naymnieyſzą ilość, ieżeli do téy ſummy dodaſz różnicę, zawiérać w ſobie będzie po-

 dwóy-

dwóynośc większéy ilości, więc większa ilość, wárta połowę wszystkiego, to iest połowę summy dwóch ilościów, więcéy połowa ich różnicy.

Przeciwnie, ieżeli od summy odéymiesz różnicę, zostanie podwóyność mniéyszey ilości; więc mniéysza ilość, wárta połowę reszty, to iest połowę summy, mniéy połowa różnicy.

figura 155. 154. 306. *W każdym tróykącie prostokryślnym ABC (fig. 154 i 155) ieżeli z iednego z kątów, spuścisz prostopadłą na bok naprzeciw niego położony, zawsze następuiącą proporcyą mieć będziesz: CA na który albo na przedłużenie którego pada prostopadła, ma się do summy AB + BC dwóch innych boków, iak różnica AB — BC tychże boków, ma się do różnicy odcinków AD i DC, albo do ich summy; podług okoliczności, gdy prostopadła pada wewnątrz, lub zewnątrz tróykąta.*

Z punktu B iako ze śrzodka, promiéniém równym bokowi BC, rysuy okrąg CEGF, i przedłuż bok AB aż do okręgu w E; natenczas AE i AC będą dwie sieczne, wywiedzione z tegóż samego punktu wziętego zewnątrz koła; więc podług tego co się rzekło (123) mieć będziesz tę proporcyą: AC : AE :: AG : AF.

Lecz AE iest równa linii AB + BE, albo AB + BC; AG iest równa linii AB — BG albo AB — BC; i AF (fig. 154) iest równa linii AD — DF albo (53) AD — DC; więc AC : AB + BC :: AB — BC : AD — DC. figura 154.
W figurze 155, AF iest równa AD + DF albo AD + DC; więc w tym razie mieć będziesz AC : AB + BC :: AB — BC : AD + DC. figura 155.

307. Przeto maiąc wiadome trzy boki w tróykącie, przez to podanię można dóyśdź odcinków zrobionych przez prostopadłą spuszczoną z iednego którego kolwiek kąta, na bok przeciw niému położony; natenczas albowiém, wiadoma będzie (fig. 154) figura 154.
summa AC takowych odcinków, podanie zaś wyżéy położone, podaie sposób znaleziénia ich różnicy; ponieważ, trzy piérwsze wyrazy takowéy proporcyi są wiadome: dóydziesz więc każdego z tych odcinków, podług tego cośmy powiedzieli (305). W figurze 155, iest wiadoma różnica odcinków AD i CD, to iest bok figura 155.
AC; a przez proporcyą, dóydziesz wártości ich summy.

308. Na tym fundamencie, naſtępuiące zadanie łatwo można rozwiązać: *Maiąc wiadome trzy boki tróykąta, wynaléśdź kąty iego.*

Zmyśl ſobie proſtopadłą ſpuſzczoną z iednego z takowych kątów, co co ci da dwa tróykąty proſtokątne ADB, CDB.

Przez poprzédzaiące podanie, wyrachuieſz ieden z odcinków *np.* DC; natenczas w tròykącie proſtokątnym CDB, maiąc wiadome dwa boki BC i CD oprócz kąta proſtego, łatwo wyrachówać potrafiſz kąt C, podług tego co ſię rzekło (299).

PRZYKŁAD.

Bok AB ieſt od 142 *ſt.* bok BC od 64, i bok AC od 184; ieſt zadano wynaléśdź kąt C.

Wyrachuię naprzód różnicę dwóch odcinków AD i DC, przez tę proporcyą, 184 : 142 + 64 : : 142 — 64 : AD — DC; albo 184 : 206 : : 78 : AD — DC, która wypadnie 87,32, więc (305) mniéyſzy odcinek CD, wárt będzie połowę 184*ech*, mniéy połowę 87,32, to ieſt 48,34 *ſt.*

To założywſzy, w tróykącie proſtokątnym CDB, ſzukam kąta CBD, który gdy będzie znaleziony, pokaże oráz kąt żądany C; do znaleziénia zaś kąta CBD, układam tę proporcyą (299), BC : CD : : P : *wſt.* CBD; to ieſt, 64 : 48,34 : : P : *wſt.* CBD; a działaiąc przez logarytmy, będzie

Log.

Log. 48,34 - - -	1,6843066.
Log. promiénia - -	10, ...
Dopełn. Arytm. log. 64 -	8,1938200.
Summa albo Log. *wſt.* CBD	19.8782166.

Któremu w tablicach odpowiadaią : $49^{o}3'$; Więc kąt C, będzie od $40^{o}57$.

309. *W każdym tróykącie proſtokryślnym, ſumma dwóch boków, maſię do ich różnicy, iak ſtyczna połowy ſummy dwóch kątów naprzeciw tym bokóm położonych, ma ſię do ſtycznéy połowy ich różnicy.*

Albowiém podług tego co ſię rzekło (303) (fig. 156), miéć będzieſz *figura* 156.
proporcyą, AB : *wſt.* C : : AC : *wſt.* B; więc (97) AB + AC : AB — AC : : *wſt.* C + *wſt.* B : *wſt.* C — *wſt.* B; lecz (288) *wſt.* C + *wſt.* B : *wſt.* C — *wſt.* B : : $ſtycz. \frac{C+B}{2} : ſtycz. \frac{C-B}{2}$; więc

$$AB + AC : AB - AC : : ſtycz. \frac{C+B}{2} : ſtycz. \frac{C-B}{2}.$$

310. To podanie, ſłuży *do rozwiązania tróykąta w którym ſą wiadome dwa boki, i kąt między niémi zawarty.* Albowiém maiąc *np.* wiadomy kąt A, będzie także wiadoma ſumma dwóch kątów B i C, od-

odiąwfzy kąt A od 180°. Przeto wziąwfzy połowę refzty, wynikaiącéy z takowego odięcia, i fzukaiąc w tablicach ftycznéy odpowiadaiącéy tym ftopniòm, miéć będziefz w proporcyi dopiéro dowiedzionéy, (biorąc z dwoma bokami AB, AC wiadoméni) trzy wyrazy wiadome; więc czwarty łatwo wyrachówać potrafifz, który pokaże połowę różnicy dwòch kątów B i C. Natenczas maiąc wiadomą połowę fummy, i połowę różnicy tych kątów, znaydziefz większy z nich (305), dodaiąc połowę różnicy, do połowy fummy, a mniéyfzy miéć będziefz, odiąwfzy połowę różnicy, od połowy fummy. Naoftatek przy pòmocy tych dwóch kątów, łatwo wyrachuiefz bok trzeci, przez podanie (303).

P R Z Y K Ł A D.

Daymy że bok AB ieft 142 *ft.* bok AC od 120, i kąt A od 48°; ieft zadano, wynaléśdź kąty C,B, i bok BC.

Odéymuię 48° od 180° zoftaią mi 132° to ieft fumma dwóch kątów C j B; a zatém połowa ich będzie 66.

Układam tę proporcyą: 142 + 120 : 142 — 120 : : *ftycz.* 66°; *ftycz.* $\frac{C-B}{2}$; albo 262 : 22

: :

: : *ftycz.* 66° : *ftycz.* $\frac{C-B}{2}$; działaiąc przez logarytmy, będzie

Log. *ftycz.* 66° - - - -	10,3514169.
Log. 22 - - - - - -	1,3424227.
Dopeł: Arytm. log. 262 - -	7,5816987.
Summa albo Log. ftycz. połowy różnicy,	19,2755383.

Któremu w tablicach odpowiadaią 10°41′

Tę połowę róznicy dodawfzy do połowy fummy 66°; i od téyże połowy fummy, tęż połowę różnicy odiąwfzy, miéć będziefz, iak naftępuie.

66° 0′	66° 0′
10°41	10°41′
Kąt C. 76°41′	Kąt B. 55°19′

Naoftatek dla wynaleziénia boku BC, ułóż tę proporcyą, *wft.* C : AB : : *wft.* A : BC; to ieft wftawa od 76°41′ : 142 *ft.* : : *wft.* 48°. BC.

Odbywfzy działanie iak w poprzédzaiących przykładach, znaydziefz wártość linii BC, 108,4 *ft.*

311. Te fą fpofoby, których użyć można do rozwiązania kątów: teráz naftępuią niektóre przykłady, przyftófówane do figur nieco zawilfzych.

312. *Daymy że C i D (fig. 157), fą dwa miéyfca do których przyliżyć fię niémożna, a iednak odległość zmiérzyć potrzeba.* figura 157.

Zmiérzyfz nayprzód podftawę AB, z któréy końców widziéć możefz oba miéyfca C i D. Z punktu A, naznaczyfz kąty CAB, DAB, uczynione przez liniie AC, AD, z liniią AB; zmyśliwfzy fobie liniie AC i AD do punktów C i D wyciągnięte, z punktu B uważyfz podobnież kąty CBA i DBA.

To

To założywſzy, w tróykącie CBA maſz wiadome dwa kąty CAB, CBA i bok AB; możeſz więc wyrachówać bok AC, podług przepiſu (303. Podobnież w tróykącie ADB, maſz wiadome dwa kąty DAB, DBA i bok AB, więc na tymże ſamym fundamencie, znaydzieſz bok AD. Natenczas zmyśliwſzy ſobie liniią CD, mieć będzieſz tróykąt CAD, w którym maſz wiadome dwa boki AC i AD dopiero wyrachówane, i kąt między niemi zawarty CAD, który ieſt różnicą między dwoma zmierzonémi kątami CAB, DAB; więc podług (310) wyrachówać możeſz bok CD.

313. Tymże ſpoſobém da ſię wynaleśdź kierónek linii CD, choćby zbliżyć ſię do niey niemożna było; albowiém w tymże tróykącie CAD, wyrachówać można kąt ACD, który czyni liniia AC z liniią CD; zmyśliwſzy ſobie zaś przez punkt C liniią CZ, linii AB równoległą, ieſt wiadomo, iż kąt ACZ ieſt ſpełniéniém kąta CAB, z przyczyny równoległych (40); więc wziąwſzy różnicę między wiadomym kątém ACZ i wyrachówanym ACD, mieć będzieſz kąt DCZ, uczyniony przez CD z liniią CZ, albo iéy równoległą AB; a iako AB da ſię bardzo łatwo nakierówać, tak też niemniéy łatwo da ſię wynaleśdź kierónek linii CD.

314. Obiecaliśmy mowiąc o liniiach, iż podamy ſpoſób *wynaleźienia różnych punktów kierónku, gdy ſię znayduią takie przeſzkody, że od iednego punktu do drugiego widzieć niemożna:* w tym tedy razie poſtąpić ſobie można iak naſtępuie.

figura 158. Obierz ſobie punkt C (fig. 158), na boku linii AB o którą rzecz idzie, z któregobyś oba końce A i B mógł widzieć; zmierzyſz odległość AC i CB, bądźto proſtym ſpoſobém, bądź też robiąc tróykąty, w których-

rychby te linie były bokami, i które wyrachówaćby można iak w poprzédzaiącym przykładzie.

Natenczas w tróykącie ACB, mieć będzieſz wiadome dwa boki AC i CB, i kąt ACB zawarty między niemi; to maiąc wynaydzieſz kąt BAC podług ſpoſobu podanego (310).

Daléy w upodobanym kierónku CD, roſkażeſz wytknąć kilka kołków, i zmierzywſzy kąt ACD, w tróykącie ACD, mieć będzieſz wiadomy bok AC, i dwa kąty A, i ACD: możeſz więc (304) wyrachówać bok CD; potém w kierónku CD, każeſz zatykać kołki, aż przebieżyſz długość równą długości wyrachówanéy; a tak punkt D, gdzie ſię zaſtanowiſz, będzie ſię znaydówał na linii przechodzącéy przez dwa punkta A i B.

315. Gdybyś niémógł znaleśdź takiego punktu C, z któregobyś mógł widzieć razém oba punkta A i B, poſtąpiſz ſobie w naſtępuiący ſpoſób.

Szukay punktu C, (fig. 159), z któregobyś mógł widzieć punkt B, i drugiego punktu E, z któregobyś widział punkt A i punkt C. figura 159.
Potém zmierzywſzy, lub wynalazłſzy którym z poprzédzaiących ſpoſobów odległości AE, EC i CB, z punktu E, uważyſz kąt AEC, iako też z punktu C kąt ECB. To założywſzy, w tróykącie AEC, maiąc wiadome dwa dwa boki AE, EC, i kąt między niémi zawarty AEC, ſpoſobém przepiſanym (310), wyrachówać można bok AC i kąt ECA; odiąwſzy kąt ECA, od kąta zmierzonego ECB, wypadnie ci kąt ACB; a ponieważ wyrachówałeś AC, i liniią CB maſz wymierzoną, przeto działanie wypadnie na poprzédzaiące, iak gdyby dwa punkta A i B były widzialne z punktu C; dla tego, tymże ſamym ſpoſobém, dokończyſz działania twego.

316.

figura 160. 316. Spóyźrzawszy na figurę 160, łatwo zrozumieć można, iakby sobie postąpić należało, chcąc założyć działobitnią na przedłużeniu *zastony* AB (*courtine*).

figura 161. 317. *Zmierzyć wysokość którey spód iest niedostępny*. np. *wysokość góry* (fig. 161).

Odmierzysz na ziemi podstawę FG, taką iż z iey końców mógłbyś widzieć punkt A, którego wysokości szukasz; potém przez kątomiar którego wysokość wyrażaią liniie BF, i CG, wezmiesz kąty ABC, ACB, iakie czynią z podstawą BC, liniie BA i CA zmyślone od punktów B i C do punktu A; na iednym stanowisku *np.* w C ustanowisz narzędzie, iak uczyniłeś w przykładzie należącym do figury 146, i zmierzysz kąt ACD, który wskazuie nachylenie linii AC względém poziomu; natenczas w tróykącie ACB, maiąc wiadome dwa kąty ABC, ACB, i bok BC, łatwo wyrachuiesz bok AC (304); w tróykącie zaś ADC, w którym ci teraz iest wiadomy bok AC, tudzież kąt zmierzony ACD, i kąt D prosty, ponieważ AD iest wysokością prostopadłą, łatwo wyrachuiesz liniią AD, i mieć będziesz wysokość punktu A nad punkt C. Jeżeli potém zechcesz dóyśdź wysokości punktu A nad punkt B, albo nad którykolwiek inny punkt okoliczny, niepotrzeba więcey, tylko *wziąść pod równowagę* (libellare) dwa punkta C i B, albo znaleśdź różnicę między ich wysokością; o czém niżey mówić się będzie.

figura 162. 318. *A,B,C, (fig. 162) są trzy punkta wiadome, to iest których odległości i kąty iakie czynią, są wiadome; Zewnątrz tych trzech punktów, trzeba mi założyć działobitnią, ale tak, ażeby z punktu D, gdzie będzie założona, widzieć można AB, pod kątém wiadomym, i BC także pod kątém wiadomym; wynika pytanie, iakby wynaleśdź położenie punktu D?*

Zmyśl sobie koło, którego okrąg przechodzi przez trzy punkta A,C,D, tudzież liniią prostą DBE, i dwie cięciwy AE i CE.

W tróykącie AEC, masz wiadomy bok AC, kąt EAC, równy kątowi EDC, i kąt ECA, równy kątowi EDA, możesz więc wyrachówać EC i EA. (304).

W tróykącie EBC masz wiadome EC, BC, i kąt ECB, złożony z ECA, równego kątowi EDA, i z kąta ACB wiadomego; możesz więc (310) wyrachówać kąt CBE, którego spełnienióm iest CBD.

Natenczas w tróykącie CBD, w którym masz wiadome liniią CB, kąt CBD, i kąt BDC, łatwo wynaydziesz liniią DC. W wyrachówaniu linii AD, postąpisz sobie tymże sposobém, przy pomocy tróykątów AEC, ABE, i ABD.

Jeżeliby summa dwóch zmierzonych kątów ADB, BDC była równa kątowi ABC, albo iego spełnieniu, w takowym razie zagadnienie zostałoby nieokreślone, to iest nieskończoney liczbie rozwiązań podlegaiące; i natenczas punkt B znaydówałby się na okręgu.

319. Pomiędzy przykładami, które sobie, do ćwiczenia się w rachunkach trygonometrycznych, obrać mogą poczynaiący, za pożyteczną rzecz sądzimy wskazać im rachubę linii i kątów boku fortyfikacyi regularney; *np.* w pięciorożniku narysówanym podług pierwszego sposobu *Wobana*.

Bok zewnętrzny AB (fig. 163), rozumiemy bydź od 180 *sąż*; prostopadłą CD od 30 *sąż*; czoła narożników AE, BF od 50 *sąż*. Szérokość *rowu* AG (fossé), naprzeciw narożnego kąta, albo promień zaokrąglenia przeciwskarpy, od 18 *sąż*; liniią głowną HI pół- figura 163.

xię-

xiężyca od 55 ſążni; odległość ET od ramiénnego kąta do T, gdzie przytyka przedłużone czoło półxiężyca QI, od 3 *ſąż.*

Natenczas tróykąt ACD proſtokątny w C, w którym liniie AC i CD ſą wiadome, da poznać kąty DAC, ADC, przez podany ſpoſób (300), bok zaś AD, przez podanie (166); maiąc wiadomy kąt DAC, miéć będzieſz iemu równe DBC, ELK, FKL; z tegóż kąta DAC, przyſtoſówanego do połowy kąta wnętrſznego pięciorożnikowego, wnieść ſobie można połowę kąta narożnego VAE.

Liniią AD i AE maiąc wiadomą, miéć będzieſz DE i onéy równą DF; a zatém w tróykącie ADF, gdzie maſz wiadomą AD i DF i kąt ADF, to ieſt podwóyny kąta ADC, wyrachuieſz podług (310) kąty DFA, DAF, i bok AF; a ponieważ w tém nakryśléniu, tróykąt AFL ieſt równoramiénny, przy pomocy tróykąta LAF, łatwó miéć będzieſz dwa kąty ALF, i AFL. Do piérwſzego z tych dwóch kątów, dodawſzy kąt KLE równy kątowi DAC, dóydzieſz kąta ſkrzydelnego KLF. Odiąwſzy zaś od kąta AFL, kąt wyrachówany AFD, miéć będzieſz KFL, którego ſpełniénie LFB, ieſt kątém ramiénnym.

Jeżeli od linii AL, równéy linii AF wyrachówanéy odéymieſz AD, miéć będzieſz DL; tróykąty zaś ſobie podobne ADB, KDL, dadzą ci KL to ieſt zaſłonę.

W tróykącie KLF, w którym ſą wiadome wſzyſtkie kąty i bok KL, łatwo wyrachuieſz KF i LF (304).

Od KF odiąwſzy FD, miéć będzieſz KD; a zatém w proſtokątnym tróykącie KMD, gdzie KM i KD ſą ci wiadome, wynaydzieſz liniią MD (166); więc miéć będzieſz i liniią MC.

W

W tróykącie AOC, (zmyśliwſzy ſobie że O ieſt śrzodkiém wielorożnika) maſz wiadomą liniią AC i kąty; łatwo tedy wyrachuieſz liniie AO, i OC (299) i (300).

W tróykącie proſtokątnym AGF, gdzie maſz wiadomą liniią AG i AF, dóydzieſz kąta FAG (299) który dodany do FAD i DAO iako wiadomych, da ci ſpełniénie kąta GAN.

Miéć tedy będzieſz GAN, i dopełniénie iego ANG, albo ONH, ſkąd przez tróykąt ONH, w którym kąt NOH ieſt wiadomy, łatwo będzie można wyrachować kąt NHO, a zatém ſpełniénie iego QHI.

W tróykącie proſtokątnym NAG wynaydzieſz bez trudności liniią NA; a zatém miéć będzieſz liniią NO w tróykącie ONH, w którym maiąc wiadome kąty, wyrachuieſz liniią OH. Miéć tedy znowu będzieſz CH, a iako HI ieſt ci wiadoma, tak tém ſamém i CI ſtaie ſię wiadomą. Przydawſzy CI do CD, miéć będzieſz DI w tróykącie TDI, gdźie maiąc wiadomą TD albo DE + ET, i kąt DTI, wynaydzieſz kąt DIT (310) albo HIQ w tróykącie HIQ, w którym ieſt wiadoma liniia HI, i kąt QHI. Skąd téż łatwo znaléśdź potrafiſz w tróykącie QHI, *półſzyiek* (demi-gorge) i czoło QI półxiężyca QIP.

O użyciu Trygonometryi w rozmiarach i robiéniu Mapp.

319. Umieiętność ryſówania Mapp na tém zawiſła, ażeby na papiérze uſtawić punkta, któreby tak były między ſobą położone, iak

ſą

ſą położone na polu przedmioty, które maią bydź oznaczone przez te punkta. Rozumié ſię natenczas, iż wſzyſtkie przedmioty o które rzecz idzie, ſą na téyże równi poziemnéy; lecz gdyby niebyły, tąk że działania użyte do wynaleziénia położéń takowych przedmiotów, niewſzyſtkie były przedſięwzięte na równi poziemnéy, albo przynaymniéy małoco niepoziemnéy, w tym razie przed ryſowaniém Mappy, trzebaby te położenia przywiéśdź do tego ſtanu, w iakimby ſię znaydówały, gdyby działania na równi poziemnéy były wykonane. Opiſzémy naprzód iak ſobie poſtąpić trzeba, gdy działania ſą odprawione na równi poziemnéy, albo do tego ſtanu iuż przywiedzione; a potém podamy ſpoſób, iak ie przywiéśdź do tego ſtanu.

Niech będzie A,B,C,D,E,F,G,H, I,K (fig. 164) kilka przedmiotów znacznych, których położenia względém ſiebie maią bydź w ryſunku naznaczone.

figura 164.

Naryſuieſz na papiérze zgrubſza takowe przedmioty, w położeniach iakie zdadzą ſię bydź na oko; tym końcem udaſz ſię na różné miéyſca, gdzie potrzeba wyciąga, ażebyś mógł wziąść letkie poznanie tych przedmiotów; ten piérwſzy ryſunek albo *raptularz* (croquis, brouillon) ſłużyć ci będzie, do ułożenia porządku działań naſtępuiących.

Zmiérzyſz podſtawę AB, któréy długość ma bydź proporcyonalna dalekości przedmiotów nayodległéyſzych, a widzialnych z końców téy podſtawy, która oráz ma bydź taka, aby z tych końców iéy, ile bydź może iak naywięcéy przedmiotów doyźrzeć ſię dało; natenczas z punktu A, odmiérzyſz kątomiarém kąty EAB, FAB, GAB, CAB, DAB, uczynione przez podſtawę AB, i przez liniie zmyślone od punktu A do przedmiotów E,F,G,C,D, które rozumieią ſię bydź widzialnémi końców podſtawy A i B; podobnież z punktu B, zmiérzyſz kąty EBA, FBA, GBA, CBA, DBA, uczynione przez podſtawę AB, i przez linie zmyślone od punktu B, do tychże przédmiotów co wyżéy.

Jeżeli ſię znayduią iakowe przedmioty iakoto H, I, któreby z końców

ców A i B, widzieć się niedały, w tym razie trzeba się przenieść na dwa miéysca upatrzone *np.* E i F, z których przedmioty H,I, widzieć się dadzą; dopiéro wziąwszy za podstawę linią EF, pomiérzysz kąty HEF, IEF, HFE, IFE, uczynione przez tę nową podstawę i przez linie zmyślone od iéy końców do przedmiotów H,I. Naostatek, ieżeli iest ieszcze iakie miéysce iakoto K, którego ani z końców podstawy AB, ani z EF, widzieć niemogłeś, musisz sobie znowu obrać, iaką inną liniią za podstawę, iakoto FG, łączącą dwa punkta spomiędzy dopiéro uważonych; z końców téy podstawy, podobnymże sposobém iak wyżéy, zmiérzysz kąty KFG, KGF.

To za fundament położywszy, w tróykątach ACB, ADB, AEB, AFB, AGB, w każdym z nich, bok AB, i dwa kąty bokowi temu przyległe maiąc wiadome, łatwo podług (304) wyrachować potrafisz dwa inne boki. Co się tyczé tróykątów HEF, IEF; ponieważ na linii EF tylko kąty były wymiérzone, trzeba zacząć od wyrachówania téyże linii EF, a to przy pomocy

mocy tróykąta EAF, gdzie masz wiadomy kąt EAF, który iest różnicą dwóch kątów uważonych EAB, FAB, i boki AE, AF, wynalezione poprzédzaiącym rachunkiém; więc na fundamencie (310) łatwo wynaléśdź możesz liniią EF. A tak w każdym z tróykątów HEF, IEF, wiadome miéć będziesz bok EF, i dwa kąty iému przyległe, wyrachuiesz tedy drugie dwa boki, sposobém który dopiéro opisaliśmy do piérwszych; z tróykatém KFG, podobnież obéydziesz się.

Takowe rachunki odprawiwszy wyciągniesz na papiérze (fig. 164) liniią *ab*, i dasz iéy tyle części wziętych na podziáłce, umiarkówanéy do wiélkości rysunku, ileś znalázł sążni lub stóp w linii AB; chcąc potém naznaczyć, bądź którykolwiek punkt widziany z końców podstawy A i B, *np.* punkt E, wezmiesz na podziáłce tyle części, ile ci wypadło z rachunku sążni lub stóp na liniią AE, i z punktu *a* iako ze środka, promiéniém *ae* równym liczbie takowych części, narysuiesz łuk. *figura 164.*

Wezmiesz podobnież na podziałkę tyle części, ileś znalázł sążniów lub

lub ſtóp w linii BE, i z punktu *b* iako ze śrzodka, promiéniém równym téy liczbie części, naryſuieſz łuk, który przetnie łuk naryſówany promiéniém *ae* w punkcie *e*, i naznaczy ci położenie punktu *e* względém *ab*, podobne położeniu E, względém linii AB; przez to albowiém wykryślenie, tróykąt *aeb* doſtaie boki proporcyonalne bokóm tróykąta AEB, więc ieſt mu podobny; tymże ſamym ſpoſobém daléy ſobie poſtąpiſz, maiąc oznaczyć punkta *f,g*, *c,d*, odpowiadaiące punktóm F, G, C, D.

Co ſię tyczé punktów *h,i,k*, maiących oznaczać przedmioty H, I, K, które z punktów A i B, bydź widziane niémogły; punkta *e,f,g*, naznaczywſzy, iakośmy dopiéro powiedzieli, linie *ef*, *fg*, ſłużyć będą za podſtawy, iak liniia *ab*, ſłużyła do wynaleziénia punktów *c,d,e,f,g*; działanie zatém wychodzi na to, ażeby z punktów *e,f*, iako ze śrzodków, i promiéniami *he*, *hf*, które tyle zawiéraią w ſobie części wziętych na podziałce, ileś przez rachunek w liniiach HE i HF wynalázł ſążni albo

bo ſtóp, ażeby mówię z tych punktów naryſówać dwa łuki, których przecięcie *h*, będzie oznaczało punkt H; toż i o innych ma ſię rozumiéć. A tak figura na papiérze naryſówana, będzie podobna figurze wymiérzonéy na polu (128), iako ſkładaiąca ſię z téyże liczby tróykątów podobnych iedne drugim, i podobnie położonych.

Niezoſtanie tedy nic więcéy, tylko w każdym z tych punktów naznaczyć uważone przedmioty, punkta zaś pośrzednie pomiędzy témi przedmiotami, na których nietak wiele zależy, naznaczaią ſię ſpoſobami, o których niżéy.

Trzeba tu ieſzcze uważyć, iż ponieważ ten ſpoſób ſłużyc ma do naznaczenia główniéyſzych i fundamentalnych punktów ryſunku, przeto lepiéy będzie używać kątomiaru z perſpektywą, aniżeli z célownikami.

O

Spoſobie przemiéniénia kątów, uważonych na równiach nachylonych ku poziomowi, w kąty, któreby wypadły,

dły, gdyby przedmioty były położone na równi poziemnéy.

320. Kiedy w działaniach poprzédzaiących, przedmioty nieznayduią się wszystkie położone na téyże równi poziemnéy, nim zechcesz zrobić rysunek maiący wyrażać te przedmioty, trzeba wprzód przywiéśdź kąty do takiéy wártości iakąby miały, gdyby te wszystkie punkta znaydowały się na iednéyże równi poziemnéy; to zaś wykonać można nastęupiącym sposobém.

figura 165. Niechay będą A, B, C (fig. 165) trzy punkta różnie podniesione nad poziom, i których by wysokości iedne naprzeciw drugim były AD, BF, CE, tak żeby FDE, była równia poziemna; zmiérzyłeś kąt BAC; lecz ponieważ równia na którą takowe przedmioty maią bydź przeniesione, iest FDE, trzeba sobie zmyślić iż B, iest położone w F, A, w D, a C w E; iest więc zadano wynaléśdź kąt FDE.

Na stanowisku obranym do wymiérzenia kąta BAC, zmiérzysz także kąty BAD, CAD, uczynione przez promiénie céluiące AB, AC, z

z pionėm zawieszonym w punkcie A; co wykonasz podług przepisu, należącego, do fig. 146, w przykładzie I. na karcie 252.

To założywszy, zmyślmy sobie, iż linie AB i AC, przedłużone iezli potrzeba, w punktach G i I schodzą się z poziemną równią; w tróykątach ADG, ADI, prostokątnych w D, ieżeli AD wezmiesz za promień tablicy, DG i DI będą stycznémi uważonych kątów GAD, i IAD; AG zaś i AI, będą siecznémi; przeto wziąwszy w tablicach, sieczne i styczne kątów GAD i IAD, będziesz miał wiadome 1ód w tróykącie GAI, boki GA i AI, i kąt uważony GAI, przeto będziesz mógł wyrachować bok GI, podług przepisu (310). 2re W tróykącie GDI, będziesz miał wiadome boki GD i DI, iako też bok GI dopiéro wyrachowany; więc podług (308) wynaydziesz także kąt GDI.

Podobnym sposobém, będzie należało postąpić sobie, chcąc przemiénić kąt uważony w punkcie B; a gdy w tróykącie iakowym, przemiénisz dwa kąty, niéma potrzeby używać

wać podobnego rachunku do wynaleziénia trzeciego kąta; bo maiąc wiadome dwa, tém famém będzie wiadomy i trzeci.

Kąty przeméniwfzy, łatwo przeménić będzie i odległości, albo tylko iednę z nich, (dofyć albowiém ieft do każdego tròykąta na iednéy).

Jakóż, zmyśliwfzy fobie liniią poziemną BO, w tròykącie BAO, proftokątnym w O, liniia BA wymiérzona będąc, ieft ci wiadoma, tudzież kąt profty, i kąt BAO; więc (299) łatwo miéć będziefz BO, albo FD.

PRZYKŁAD.

Niech będzie znaleziony kąt BAC od 62°37'; kąt BAD od 88°5', i kąt CAD od 78°17'.

Szukam w tablicach, fiecznych i ftycznych kątow BAD i CAD, i znayduię jak naftępuie, opuściwfzy trzy oftatnie dziefiątne.

Siecz.	od 88°5'	albo	AG	29,90.
Siecz.	od 78°17'	albo	AI	4,92.
Stycz.	od 88°5'	albo	DG	29,88.
Stycz.	od 78°17'	albo	DI	4,82.

Natenczas w tróykącie AGI, wyrachuię (310) półroźnicy między dwoma kątami AGI, AIG, przez tę proporcyą AG + AI : AG — AI : : ftycz. 58°41' połówy fummy tych dwóch kątów, do czwartego wyrazu; znayduię więc na tę połowę różnicy, 49°42', co daie kąt AGI od 8°59; a zatém znaydę także (304) liniią GI od 27,98.

Ma-

Maiąc wiadome trzy boki DG, DI, GI, wynaydzie fię (308) kąt GDI od 62°27'.

Gdyby tablice których używa fię, niémiały w fobie fiecznych, możnaby ie fobie łatwo wynaléśdź na fundamencie podanych fpofobów (282),

O fpofobach, którémi w robiéniu Mapp można zaftąpić Trygonometryą.

321. Używanie rachunków trygonometrycznych, w robiéniu Mapp, nieieft nieuchronne, chyba natenczas, gdy punkta główne tego miéyfca które ma bydź przenießione na mappę, fą położone w dość znacznéy odległości, iedne od drugich.

Lecz gdy odległości fą miérne, zmiérzywfzy podftawę i kąty uważywfzy, iako fię wyżéy rzekło (319), zamiaft obrachòwania tróykątów, dla zrobiénia podobnych na papiérze przy pomocy boków wyrachòwanych, i podług podziáłki ryfunku uproporcyonowanych, zamiaft mówię obrachòwania tych tróykątów, robić fię zwykły tróykąty podobne, przy pomocy famych tylko uważonych kątów, a to iak naftępuie.

Ten

Ten ſpoſób, nieieſt tak doſkonały iak poprzédzaiący, z przyczyny że przenośnik, albo w powſzechności powiedziawſzy, że narzędzie którego używamy, do robiénia na papiérze kątów równych kątóm uważonym na polu, niémoże miéć tylko dość mały promiéń, a zatém w robiéniu takowych kątów, niémożna użyć téy dokładności, co w odmiérzeniu na podziałce wártości, któ- ra z rachunku wypadła na boki tych tróykątów.

Lecz ponieważ poſpolicie, rzadko tak wielkiéy dokładności potrzebówać ſię zwykło, i że nadto ten ſpoſób przenieſiénia na papiér kątów, ieſt daleko prędſzy, przeto też ma bydź poczytany za wygodniéyſzy, i doſtarczaiąco doſkonały. Podług niego tedy (fig. 164) wyciągnieſz liniią ab, która tyle części wziętych na podziałce ryſunku, ma w ſobie zawiérać, ileś w linii AB miár znalázł. Potém na końcach a,b, porobiſz kąty eab, eba, fab, fba. i. t. d. równe kątóm uważonym EAB, EBA, FAB, FBA, i. t. d. które czyniły z podſtawą AB, przedmioty widziane z punktów A i B. Złączywſzy daléy punkta e,f, liniią próſtą ef, z końców téy linii znowu iako z podſtawy, porobiſz kąty równe tym, któreś uważył z dwóch punktów E i F. i. t d. figura 164.

322. Można także bez rachunku trygonometrycznego obéyśdź ſię, w przemianie na kąty poziémne tych ką-

-tów, które na równiach ku poziomowi nachylonych były wymiérzone, a to w naſtępuiący ſpoſób.

Na fundamencie tychże ſamych uwag, które podaliśmy (320) do figury 165; z punktu A (fig. 166) linii któréykolwiek AD, zrobiſz kąty DAG, DAI, równe kątóm pionowym uważonym DAG i DAI w figurze 165; z punktu któregokolwiek D (fig 166) wyciągnieſz liniią IDG proſtopadłą na AD, nieokreślonéy długości. Z punktu A poprowadziſz liniią AM, któraby z liniią AI czyniła kąt IAM, równy kątowi BAC, który maſz przemiénić; a zrobiwſzy AM równą linii AG, wyciągnieſz liniią IM. Potém z punktu I iako ze śrzodka, promiéniém IM, tudzież z punktu D promiéniém DG, naryſuieſz dwa łuki przecinaiące ſię w O; kąt IDO będzie kątém żądanym. figura 165. 166.

O Kompaſie magneſowym (acus magnetica) i onego użyciu, do oznaczenia mniéy iſtotnych części w ryſunku.

323. Naygłówniéyſzą ſztuką w kompaſie magneſowym, ieſt magneſowa igiełka (fig. 167), śrzodkiém ſwoim zaſadzona na walczyku, na którym ma ruch zupełnie wolny. Ta igiełka, ieſt zamknięta w puſzce drewnianéy albo moſiężnéy. Na wnętrſznym brzegu téy puſzki, ſą na- figura 167.

naznaczone 360 ſtopniów, ku brzegowi zaś zewnętrſznemu, na przedziałach 180 i 360 ſtopniów, albo też równolegle linii przez te dwa przedziały przechodzącéy, zaſilaią ſię célowniki.

324. Użycie kompaſu magneſowego, funduie ſię na właſności igiełki magneſowéy, która zawſze w iednémże położeniu zoſtaie, albo do tego położenia nazád powraca, bywſzy od niego oddaloną, (przynaymniéy na témże ſamym miéyſcu, i przez dość długi przeciąg czaſu). Skąd idzie że obróciwſzy puſzkę z kompaſém, można ſądzić o wiele ieſt obrócona, przyrównawſzy punkt którému igiełka odpowiada, do punktu którému odpowiadała z początku.

325. Poſpolicie kompas magneſowy, zwykł przytwiérdzać ſię na kątomiarze, nie żeby tego narzędzia miéyſce zaſtępował, ale żeby przézeń dać należyte położenie przedmiotóm, to ieſt ażeby wynaléśdź (z różnicą około na pół ſtopnia) położenie ich, naprzeciw czteréch głównych punktów kraiowych świata, albo też tylko naprzeciw

ciw północy i południa, z którémi igiełka magneſowa, w iednymże miéyſcu, ſtatecznie iedenże kąt czyni, przynaymniéy przez przeciąg czaſu iednego roku.

326. Tego kompaſu ieſt toż ſamo użycie, co i kątomiaru, to ieſt do miérzenia kątów; lecz że wiele przyczyn niedozwala, dać igiełce znaczną długość, podziały ſtopniów wypadaią w narzędziu bardzo ſzczupłe, dla czego na niém kąty niedaią ſię tak doſkonale miérzyć, iak na kątomiarze; przeto też kompaſu używać ſię niezwykło, tylko do oznaczenia na Mappie punktów mniéyſzéy wagi, na którą głowniéyſze przedmioty iuż były przenieſione poprzédzaiącemi ſpoſobami.

327. Daymy tedy iż wymiérzyć i na papiér przenieść potrzeba *np.* bieg rzéki iakiéy; w nayznaczniéyſzych zakrętach pozatykaſz kołki A,B,C,D,E,F, (fig. 168); poſtawiwſzy kompas w punkcie A, tak aby célowniki były położone w kierónku AB, uważyſz iaka ieſt liczba ſtopniów, między linią AB i między kierónkiém igiełki; to zrobiwſzy odmiérzyſz liniią AB. Poſtawiſz potém kompas w punkcie B, célowniki wycéluieſz wzdłuż linii BC, i podobnież uważyſz kąt uczyniony przez liniią BC i liniią kierónku igiełki BN; liniia kierónku BN, ieſt *figura 168.*
piér-

pierwſwemu kierónkowi AN równoległa; zmierzyſz daléy BC, i w każdym zakręcie odprawiſz działania tym podobne. W ten ſpoſób odmierzywſzy wſzyſtkie kąty i odległości, przenieſieſz ie na papiér iak naſtępuie.

figura 169. Punkt *a* (fig. 169) maiący oznaczać A, obierzeſz ſobie do upodobania, i wyciągnieſz liniią *an*, ſkazuiącą kierónek igiełki magneſowéy. W punkie *a*, przy pomocy przenośnika, zrobiſz kąt *nab*, równy kątowi uważonému NAB, a linii *ab*, daſz tyle części wziętych na podziáłce ryſunku, ile na linii AB miar znalazłeś. Z punktu *b* wyciągnieſz liniią *bn*, linii *an* równoległą, i zrobiſz kąt *nbc*, równy uważonému kątowi NBC, a linii *bc* daſz tyle części wziętych na podziáłce, wiele w linii BC miár znalazłeś. Tymże ſpoſobém z wſzyſtkiémi innémi punktami poſtąpiſz ſobie; nakoniec pośrzednie części, podług oka odkryśliſz.

Co ſię powiedziało o zakrętach rzéki, oczywiście do zakrętów drogi, obwodu laſu, ieziora, i. t. d. przyſtóſówać daie ſię.

O Stoliku (menſula) *i iego użyciu, do robiénia Mapp.*

328. Jeſt ieſzcze ieden ſpoſób miérzenia; a ten tém wygodniéyſzy, im mniéy przygotowania potrzebuiący, i przez który uważaiąc rożne punkta, iakich położenia ſą mu potrzebne, razém ie i na ryſunku znaczę nieſpuſzczaiąc ich z oczu. Narzędzie do tego ſłużące ieſt wyobrażone w figurze 170. ABCD ieſt Stolik od 16 do 18 calów długości, i tyleż prawie ſzérokości maiący, uſtanowiony na nogach tak iak kątomiar. Na tym Stoliku narządza ſię arkuſz papiéru, przy pomocy ram umyślnie do tego znayduiących ſię. LM ieſt liniiáł, opatrzony célownikami, na obu końcach liniiáłu umocnionémi, w kierónku równoległym, krawędziom tegóż liniiáłu. *figura* 170.

Chcąc użyć tego narzędzia to ieſt Stolika do wymiérzenia płaſzczyzny pola iakiego; obierz ſobie podſtawę *mn*, iak w działaniach poprzédzaiących; uſtanowiwſzy nogę narzędzia w *m*, każ zatknąć kołek w *n*. To zrobiwſzy. przyłóż liniiáł czyli prawidło LM na papiér, w tym kierónku żebyś przez célowniki mógł widzieć kołek *n*; natenczas wzdłuż liniiáłu wyciągnieſz liniią EF, któréy daſz tyle części wziętych na podziáłce, wiele znalazłeś miar, między punktém E z któregoś naprzód uważáł, i punktém *f*, ſkąd na drugim ſtanowiſku uważać będzieſz. Potém około punktu E póty obracay pra-

prawidłém, póki przez célowniki niedoyźrzyſz przedmiotów I,H,G, a za poſtrzeżeniém każdego z nich z oſobna, wzdłuż prawidła wyciągnieſz zawſze liniią nieokréślonéy długości. Tym ſpoſobém wſzyſtkie przedmioty widzialne z *m*, okiém przebiégłſzy, przenieſieſz narzędzie *wn*, zoſtawiwſzy kołek w *m*; ſkąd też ſame działania względém przedmiotów I, H, G przedſięwezmieſz, iakie na piérwſzém ſtanowiſku odprawiłeś. Liniie *fi*, *fh*, *fg*, które z drugiego ſtanowiſka idą albo ſą zmyślone do pomiénionych przedmiotów, przecinaią ſię z piérwſzémi liniami w punktach *g*, *h*, *i*, i naznaczaią położenie przedmiotów G, H, I.

329. Stolika używać zwykło ſię, oſobliwie do wymiérzenia drobniéyſzych części pola, którego główne punkta, wzwyż podanémi ſpoſobami były wynalezione i przenieſione na papiér, albo do przydania na gotowéy iuż karcie przedmiotów, których położenia były opuſzczone.

figura *Np*, daymy, że **A**,B,C, (fig. 171) ſą pun-
171. kta, iuż wynalezione, i na karcie *a*,*b*,*c*, naznaczone; niechay będzie D punkt, którego położenie ieſt niewiadome: przez ſtolik, naſtępuiącym ſpoſobém naznaczyſz punkt *d*. W punkcie D uſtanowiſz ſtolik, i daſz mu taki kierónek, iak będzie niżéy opiſano; natenczas wycéluieſz célowniki w kiérónku *a* A, a potém w kierónku *b* B, i w każdym z tych kierónków wyciągnąwſzy liniią wzdłuż prawidła, przecięcie *d*, naznaczy ci położenie punktu D, względém przedmiotów A, B, C. Można ieſzcze doświadczyć tégo wynalezionego położenia, dawſzy célownikóm kierónek *Cc*, i uważaiąc ieżeli ta liniia przedłużona, przechodzi także przez punkt d.

330. Poſpolicie na mappie znaczyć ſię zwykł kierónek igiełki magneſowéy, do czego ieſt w używaniu kompas kſztałtu proſtokątnego, iak w fig. 172, który ma ſzérokości figura
około na $\frac{1}{3}$ ſwoiéy długości; w pośrzodku dna narzędziowego daie ſię 172.
wyryta liniia, równoległa podłużonemu bokowi puſzki, na ktoréy umocniony czopeczek noſi igiełkę.

Zeby naznaczyć na ryſunku kierónek igiełki magneſowéy; prawidło przykłada ſię na Stolik w kierónku dwóch przedmiotów na Mappie naznaczonych, i tak ażeby wyrażenie tych przedmiotów na ryſunku, wpadało w kierónek ſamychże przedmiotów; natenczas ſtawia ſię na ſtoliku kompas, i póty obraca ſię, aż igiełka w puſzce zaſtanowi ſię na linii północnéy, i południowéy, to ieſt na linii, przez pośrzodek dna puſzki przechodzącéy; naoſtatek podług kierónku podłużnego boku puſzki, ryſuie ſię liniia, która ſkazówać będzie kierónek igiełki magneſowéy.

331. Odwrotnie, gdy kierónek igiełki magnetowéy ieſt naznaczony na mappie, żeby takową mappę, lub ſtolik uſtanowić w tém położeniu, iakie maią przedmioty na ziemi; nietrzeba więcéy, tylko zgodzić liniią północną i południową na Mappie naznaczoną, z liniią północną i południową kompaſu.

332. Zamiaſt żeby wynaydówać położenie przedmiotów z dwóch ſtanowiſk iakośmy w
figura 170. figurze 170 opiſali, częſtokroć na iednem ſtanowiſku przeſtawać ſię zwykło; ale natenczas zmiérzyć trzeba odległość od ſtolika do każdego przedmiotu, i w częściach wziętych na podziałce, naznaczyć ią wzdłuż linii wycélowanéy do tego przedmiotu.

O *Ćwierciokręgu* (quadrans).

333. Lubo *Ćwierciokrąg* o którym mówić mamy w tém miéyſcu, z Trygonometryą ani z robieniém Mapp, niéma żadnego związku, iednakże między narzędziami do miérzenia kątów ſłużącémi, niemniéy położyć go umyśliliśmy.

Nazywa ſię w Artyleryi *Ćwierciokrąg*, każde narzędzie, ſłużące do wynaleziénia ſtopnia nachylenia rury ſtrſzelby iakowéy; lubo niektóre z takowych narzędziów, ſą podzielone tylko na 45 ſtopniów.

Z tych, w naypoſpolitſzém używaniu ieſt ćwierciokrąg ACD (fig.
figura 173. 173), który oprócz dwóch promiéniów

niów CA, CD, i łuku AD na 90 części rozdzielonego, ma ieſzcze nadto liniią AB, końcowi promiénia CA proſtopadłą; w śrzodku C, ieſt zaczépiona nić z kulką I, któréy użycie zaráz zobaczymy.

334. Chcąc zmiérzyć nachylenie moździerza przy pomocy ćwieciokręgu, daie mu ſię iedno z dwóch położéń w fig. 174 i 175 wy- *figura*
rażonych; w piérwſzém (fig. 174) liniia AB, 174.
ieſt przyłożona na wylot moździérza; w dru- 175.
giém położeniu (fig. 175) kładzie ſię na śrzedniéy ſztuce mozdziérza, z oſią iego równolegle; w obu położeniach, równia tego narzędzia będzie w pionowém uſtanowiéniu, ieżeli nić z kulką, to ieſt pionik ſtrychuie *okraiek narzędzia.*

W figurze 174 miarą nachylenia moździé- *figura*
rza ieſt kąt DCI, albo łuk DI, zawarty mię- 174.
dzy pionem i promieniém CD, równoległym linii AB; to albowiém nachylenie, ieſt dopełniéniém kąta, który czyni oś moździérza, albo iéy rownoległa CA, z liniią pionową CI. W figurze 175, miarą nachylenia *figura*
mozdziérza, ieſt kąt ACI, który czyni pión, 175.
z promieniém CA, proſtopadłym linii AB.

335. W figurach 176 i 177, widzieć mo- *figura*
żna też ſame narzędzia podzielone tylko na 176.
45 ſtopniów. W położeniu wyrażoném przez 177.
figurę 176, niémożna miérzyć nachyleniów moździérza niżéy 45 ſtopniów; położenie zaś oznaczone figurą 177. ſłuży tylko do tych nachyleniów, które ſą wyżſze nad 45 ſtopni.

W figurze 176, kąt ACI, ieſt miarą nachylenia moździérza; w figurze zaś 177, miarą nachylenia, ieſt dopełniénie kąta ACI.

figura 178. 336. Figura 178, wyraża narzędzie które ieſt w używaniu, do miérzenia nachyleniów oſi armatnéy.

AB ieſt liniiał żelazny, około na 15 linii ſzéroki, na 4 liniie gruby, a na 3 aż do 4 ſtóp długi. Na końcu iégo B, ieſt utwiérdzony krążek żelazny BE, któremu liniiał położony na brzegu iego, ieſt proſtopadły,

Ten krążek, będący téyże ſaméy grubości co liniiał, daie ſię śrzednicy cokolwiek mniéyſzéy, iak śrzednica armaty. W śrzodku ieſt opatrzony dziurą, ſłużącą do przepuſzczenia powietrza, gdy narzędzie wprowadza ſię w kanał.

Na drugim końcu A liniiału AB, ieſt utwiérdzony wycinek kołowy z moſiądzu, długi w promiéniu na 15 calów, którego okraiek CD, ieſt podzielony na ſtopnie i półſtopnie. Podział zaczyna ſię od końca C promiénia AC, proſtopadłego liniiałowi żelaznému, ciągnie ſię aż do 45 ſtopniów od C ku D, i tylko do 4, lub 5 ſtopniów na drugą ſtronę. Ze śrzodka wiſi na nitce lub na włoſie ołowiana kulka, dla zaſłony od wiatru

tru ſchowana w puſzce. Ta puſzka ieſtto pudełko mośiężne długie i wązkie, obracać ſię mogące na śrzodku A, maiące ku ſpodowi madziurkę, któréy otwartość ſzkiełkiém proſtém, albo powiękſzaiącém, ieſt opatrzona, żeby podział okrayka odpowiadaiący nitce, lepiéy rozeznać można. Na dnie tego pudełka, da ſię poſtawić małe naczynko napełnione wodą, w ktoréy zatapia ſię kulka, żeby kołyſanie iéy zaſtanowić.

To narzędzie nieſłuży do woiénnego użycia, ale bywa potrzebne w doświadczeniach, które wyciągaią niezawodności.

O *Równoważeniu* (libellatio).

337. Wielorakie doświadczenia dowodzą, że powiérſzchnia ziemi nieieſt iak ſię bydź zdaie płaſka, ale krzywa, a nawet okrągła, albo przynaymniéy mało co różniąca ſię od okrągłości. Gdy okręt płynący, poczyna ląd poſtrzégać przedmioty naywyżéy położone, naypiérwéy mu w oczy wpadaią.

 Gdy-

Gdyby tedy ziemia była płaska, jak tylko wieża B (fig. 179) byłaby postrzeżona, tak oráz i ziemia przyległa powinna by bydź zobaczona. *figura* 179. Że zaś nietak dzieie się, przyczyna tego iest, iż powiérzchnia ziemi DAI, względém poziemnéy linii okrętu DB, coráz bardziéy nachyla się. Przeto dwa punkta D i B, mogą się pokazać, w téyże linii poziemnéy DB, lubo od powiérzchni ziemi, a zatém i od środka iéy T bardzo nierównie będą oddalone. Co *liniią poziemną* nazywa się, iest liniia wyciągnięta na równi, powiérzchnią morza dotykaiącéy, albo też tylko równoległa téy równi, która nazywa się równią poziemną; liniia zaś *pionowa*, iest liniia równi poziemnéy prostopadła.

Równoważyć, iestto wynaléźdź o wiele ieden przedmiot iest więcéy oddalony od środka ziemi, iak drugi.

338. Gdy ieden z takowych przedmiotów, będąc widziany od drugiego, pokazuie się bydź w linii poziemnéy idącéy od tego drugiego przedmiotu, natenczas te przedmioty są nierówno oddalone od środka ziemi. Żeby znaléźdź różnice między niémi, uważyć należy, iż odległość, w któréy przedmiot na ziemi położony, daie się dóyźrzeć, albo przynaymniéy, że odległość w któréy czynić się zwykło równoważenie, iest zawsze tak mała, iż liniia DI (fig. 179). na powiérzchni ziemi odmiérzona, może bydź poczytana za równą stycznéy DB; *figura* 179. widzieliśmy zaś (124), że styczna BD iest średnią proporcyonalną, między całą sieczną wyciągniętą z punktu B, i częścią zewnętrzną BI téyże siecznéy; lecz z przyczyny małości łuku DI, sieczną przez punkt B, i środek T przechodzą, można sobie wystawić, iakby była równa średnicy, to iest, iakby była dwa razy tak wielka iak IT, albo iak DT; więc BI będzie czwartym wyrazém téy proporcyi, 2 DT : DI : : DI : BI.

Daymy *np.* że liniia DI na powiérzchni ziemi odmierzona, iest od 1000 sążni albo 6000 stóp; ponieważ promień ziemi iest od 19605480 stóp, wynaydziesz liniią BI przez tę proporcyą, 39210960 : 6000 : : 6000: BI, która po odprawionym rachunku pokaże się bydź 0,91811 *st.* co wychodzi na 11 *c.* 0 *l.* 2 *p*;

2 *p*; to ieſt że między dwoma przedmiotami B,D, na 1000 ſążni oddalonémi, i któreby w téyże linii poziemnéy wydawały ſię, różnica BI poziomu, albo odległości od ſrzodka ziemi, ieſt na 11 *c.* 0 *l.* 2 *p.*

339. Wyrachówawſzy różnicę poziomu, iak BI, łatwiéy wyrachówać można, te które odpowiadaią mniéſzéy odległości, uważaiąc iż odległości BI, *bi*, ſą prawie równoległe, i równe liniióm DQ. D*q*, które (173) ſą między ſobą, iak kwadraty cięciw, albo łuków DI, D*i*; w tym albowiém razie, cięciwy i łuki, mogą bydź wzięte iedne za drugie. A tak chcąc wynaléśdź różnicę poziomu *bi*, odpowiadaiącą 5000 *ſt.* ułożę tę proporcyą, $\overline{6000}^2 : \overline{5000}^2 :: 0{,}91811 : bi$, i po odprawionym rachunku znayduię - - 0,63758 *ſt.* albo 7 *c.* 7 *l.* 9 *p.* na ſzukaną różnicę;

340. Punkt B, który wydaie ſię w téyże ſaméy linii poziemnéy co punkt D, nazywa ſię *poziom pokazały* punktu D; punkt zaś I, ieſt *poziomém prawdziwym* punktu B; tak że BI, ieſt różnica między poziomém prawdziwym i pokazałym.

341. Te wiadomości założywſzy za fundament, żeby dóyśdź różnicy poziomu między dwoma punktami
figura 180. B i A (fig. 180), które nieznayduią ſię w iednéyże linii poziemnéy, wyciągniętéy przez ieden z tych punktów; trzeba do tego użyć narzędzia

dzia ſłużącego do miérzenia kątów, i uſtanowić go tak iak ſię opiſało w przykładzie przyſtóſowanym do figury 146; to zrobiwſzy, uważyſz kąt BCD, i zmiérzywſzy odległość CD, lub CI przy pomocy łańcucha, nad ziemią AVB, na kilka zawodów poziemnie wytężonego, natenczas w tróykącie CDB, proſtokatnym w D, możesz wyrachówać liniią BD, do któréy dodaſz wyſokość narzędzia CA, i różnicę poziomu DI wynalezioną podług (338 i 339).

Lecz ponieważ w takowém działaniu, przy miérzeniu kąta BCD, wielkiéy pilności użyć należy, i bardzo doſkonałego do tego trzeba narzędzia, przeto częſtokroć dochodzić zwykło ſię téyże ſaméy rzeczy, innym raczéy lubo dłuższym ſpoſobem, który naſtępuie.

O Równowadze wodnéy, i onéy użyciu,

342. CABD (fig. 181) ieſt iedno figura 181.
z narzędziów, których do równoważenia używać ſię zwykło; nazywa ſię *Równowaga wodna*, ſkłada ſię z rurki wewnątrz proznéy, blaſzanéy, zagię-

giętéy w kolanka A i B; w dwóch ramionkach do gory podniesionych AC, i BD, zasadzaią się na kit dwie rurki szklane I i K, z częściami A i B mocno spoione. W połowie, i na spodzie rurki AB, iest przyprawiona krótka piasteczka, żeby przy iéy pomocy, tę kolankową rurkę można było postawić na nodze. Cały kanał wypełnia się wodą, tak ażeby w rurkach szklanych na 2 lub 3 cale wysoko wzniosła się. Liniia CD, gdzie się kończy powierzchnia wody w dwóch rurkach IA, KB, iest liniią poziémną.

Do użycia tego narzędzia, potrzeba ieszcze drugiéy sztuki która nazywa się *tarczą*. Jest to kartón albo sztuka blachy (fig. 182), maiąca około na iedne stópę w kwadracie, przez liniią poziemną MN, podzielona na dwie równe części, z których część spodnia maluie się czarno, a wierzchna zostaie biała. Ten kartón przymocnić trzeba na liniale drewnianym, tak ażeby krysa MN, była prostopadłą długości liniáłu. Ten liniáł dopiéro wzmiankówany, powinién wsówać się i wysówać

figura 182.

wać wzdłuż dwu sążniowéy laski OP, na stopy cale i liniie podzielonéy; a tak chodząc w sudze da się spuścić i zastanowić, gdzie potrzeba wyciąga.

343. Maiąc użyć téy równowagi, takowa stawia się w odległościach prawie równych od dwóch punktów, między którémi szuka się róznicy poziomu.

Obéydzie się bez tego, choć równowaga w kiéronku tych dwóch punktów znaydówać się niebędzie. Postawić każesz koléyno, w każdym z tych dwóch punktów twoię tarczą, tak ażeby dwusążéń stał pionowo. Podnosić lub spuszczać każesz tarczą MN, póty póki uważaiąc przez równowagę CABD, niezobaczysz linii MN w przedłużeniu linii CD; natenczas, różnica wysokości tarczy MN, między oboma położeniami, będzie różnicą poziomu między dwóma punktami o których mowa.

Jeżeli znaydziesz *np.* iż w iednym z tych punktów, liniia tarczy MN była podniesiona na 4 *s.* 8 *c.* a w drugim na 3 *s.* 9 *c*; wnieść będzie należało, że różnica poziomu między témi dwoma punktami iest 11 calów.

Tymże samym sposobém sobie postąpisz, względém wszelkich inszych punktów, które re od twego ftanowifka, w iednéy prawie odległości znaydówać fię będą, i widziane bydź mogą, a których różnica poziomu z liniią CD przechodzić niebędzie téy różnicy, która da fię wymiérzyć dwufążniém OP.

344. Lecz gdy drugie przedmioty będą zbyt oddalone, albo gbyby wypadała zbyt wielka różnica poziomu, w tym razie na drugim ftanowifku obierzefz fobie ieden z punktów który z piérwfzego ftanowifka wymiérzyłeś, ażeby do niego inne przyrównać, i ile możności tak ftanowić fię będziefz, ażebyś prawie równo był oddalony od tego punktu i od innych.

345. Gdybyś fię niémógł uftanowić w odległościach równych, albo przynaymniéy prawie równych od dwóch punktów które chcefz zrównoważyć, natenczas różnica poziomu między dwóma punktami którémikolwiek, niebyłaby wyrażona przez różnicę wyfokościów tarczy w każdym punkcie podniefionéy; albowiém róznica poziomu prawdziwego od poziomu pokazałego nieieft taż fama, tylko w odległościach równych: dla czego od wyfokości w każdym punkcie uważo-

żonéy, trzebaby odiąć *poprawę poziomu*, to ieft różnicę prawdziwego poziomu od poziomu pokazałego.

Np. ieżeliby tarcza była poftawiona w odległości na 1500 ftóp, i znalazłeś wyfokość podniefiénia tarczy bydź 4 *s.* 8 *c*; zamiaft 4 *s.* 8 *c.* rachówać niebędziefz tylko 4 *s.* 7 *c.* 4 *l.* odéymuiąc 8 linii, które wynofzą poprawę poziomu, podług przepifów (338 i 339).

346. Zebyśmy téy nauki podali iakowe przyftófówanie; niechay zadano będzie *zmiérzyć, i naryfówać przerznięcie* (profil) *dzieła fortficacyi* (ouvrage de fortification) AGHI O'P. (fig. 183).

Zmyśl fobie to dzieło przecięte podług ró- *figura* 183.
wni piónowéy A'A, P'P, gdzie w wyfokości do upodobania wziętéy A'A, zmyśl fobie oráz liniią poziemną A'P.

Ze wfzyftkich kątów A,B,C,D,E, i.t.d, trzeba fobie iefzcze zmyślić liniie pionowe AA' BB', CC', DD', EE' i.t.d; i wymiérzyć odległości poziemne zawarte między pionowémi.

Co fię tyczé odległościów pionowych; poftawifz twoię równowagę na *tarafie wałowym* (terreplein) BC, tarczą zaś, kóléyno w kątach A,B,C,D,E, dla wymiérzenia wyfokościów A *a*, B *b*, C *c*, D *d*, E *e*; odiąwfzy wyfokość piérwfzą od wyfokości AA' linii upodbanéy A'P', dodafz drugie do refzty A'*a*; a tak miéć będziefz liniie pionowe B'B, C'C, i.t.d. aż do E.

Poftawifz potém równowagę na przedpierfiéniu, a tarczą koléyno w punktach E,F,G, ażebyś dofzedł różnic poziomu E *e*, F *f*, G *g*; odéymiefz piérwfzą, od EE', i dodawfzy do refzty drugie, miéć będziefz pionowe FF' GG'.

Tymże famym fpofobém z częściami K,L, M,N,O,P, fobie poftąpifz, uftanowiwfzy na *ftoku* (glacis) twoię równowagę.

Co

Co należy do części G,H,I,K. ponieważ punkt H i I ſą położone zbyt niſko, żeby mogły bydź doſiągnione dwuſążniém; przeto ſpoſób ieſt naypro-ściéſzy, ſpuścić wagę iaką na ſznurze, do końca żérdzi przywiązanym, którą położyſz poziemnie w G i w K, tak żeby wſpomniona waga doſiągała aż do gruntu ſkarpy H, i przeciwſkarpy I, a potém odmiérzyć długość tego ſznura, w każdém położeniu.

Tym ſpoſobém zmiérzywſzy wſzyſtkie odległości, tak poziemne iak pionowe, łatwo wygotuieſz ryſunek przerznięcia, wyciągnąwſzy na papiérze liniią, któraby wyrażała liniią A P; naznaczyſz na téy linii koléyno, części wzięte na podziáłce; rowne liczbie miar znalezionych w długości poziemnéy; na końcu każdego takowego przedziału wyciągnieſz proſtopadłą, którey daſz tyle części wziętych na podziáłce, ile znalazłeś miar na odległość pionową odpowiadaiącą.

Połączywſzy wiérſzchołki tych pionowych, miéć będzieſz wygotówane przerznięcie twoiéy ſortyfikacyi.

347. Gdy w miérzeniu odległóściów poziemnych trudność iakową znaydzieſz, *np.* co do *ſpadziſtości wnętrſznéy* AB, (talud); natenczas wymiérzyć możeſz ſamę ſpadziſtość, a tróykąt proſtokątny AQB, w którym maſz wiadomą liniią AB, dopiéro wymiérzoną, i QB przez rownoważenie wynalezioną, da ci liniiią AQ (166).

248. Równoważenie, ma ieſzcze inſze ſwoie użycia, tu ie pomiiamy, bo o nich mówić będziémy, w części praktycznéy która tę naukę zakończy. Tam także opiſzémy, niektóre inſze gatunki równowagi.

PRZY-

PRZYDATEK

Niektórych zagadnień Artyleryycznych, rozwiązuiących ſię na fundamentach w tym Tomie założonych.

ZAGADNIENIE I.

Jeſt zadana miarka prochowa wálkowéy poſtaci iakakolwiek, np. mieſzcząca w ſobie ieden funt zupełny wagi Kolońſkiéy, maiąca wyſokości 52,34 *linii Warſzawſk. a w podſtawie* 38.5*l*; *iak wynaléśdź wymiary innéy iakiéykolwiek miarki wálkowéy, mieſzczącéy w ſobie iakąkolwiek inną ilość prochu* np. 2 *fty*; *z tym warunkiém, żeby takowe wymiary były proporcyonalne wymiaróm miarki zadanéy; to ieſt iak w tym razie, żeby wyſokość miała ſię do śrzednicy podſtawy* :: 4 : 3?

Ponieważ ten oſtatni waruunek, figury miarek chce miéć ſobie podobnémi (Jeom. 209); więc waga prochu umieſzczona w zadanéy miarce, miéć ſię muſi, do wagi prochu mieścić ſię maiącéy w ſzukanéy miarce, iak ſię maią między ſobą liczby ſześciénne, linii odpowiadaiących ſobie w tych dwóch miarkach (Jeom. 270); takiémi zaś liniiami ſą tu wyſokości miarek i śrzednice podſtaw. Lecz że śrzednica podſtawy, ma bydź częścią wielorázną wyſokości, to ieſt $\frac{3}{4}$, dla tego doſyć będzie na znalezieniu téy drugiéy. A tak będzie

1 *ft* : 2 *ftów* :: $(52{,}34\,l)^3$ do czwartego wyrazu. Którego piérwiaſtek ſześciénny, pokaże wyſokość miarki 2 *ftwéy*; téy zaś wyſokości wzięte $\frac{3}{4}$ dadzą

śrze-

średnicę podſtawy téyże miarki. Robiąc działanie przez Logarytmy będzie.

Log. 52,34	- - -	1,7188337
Log. $(52{,}34)^3$	- -	5,1565011
Log. 2	- - - -	0,5010300
Summa	- - -	5,4575311 {3
Log. 1 = 0,0000000 a zatém		{1,8191770

Tego Logarytmu 1,8191770 ſzukaiąc z céchą o dwie iedności mocnieyſzą, znaydziémy że odpowiada liczbie 65.95. z różnicą którą za nic poczytać można. A tak wyſokość miarki *2ftwéy* będzie 65.95 *l.* a średnica podſtawy 49.45.

I tymto ſpoſobém ſą wynalezione naſtępuiące wymiary.

	Wyſok.	*Srzedn.*		*Wyſok.*	*Srzedn.*
2 *ftwa.*	65,95 *l.*	49.45 *l.*	4 *łótowa*	26,17 *l.*	19,62 *l.*
1 -	52,34	38,5	3 -	23,78	17,83
$\frac{3}{4}$ -	47,56	35.57	2 -	20,77	15,57
$\frac{1}{2}$ -	41.54	31,14	1 -	16,48	12,36
8 *łótowa*	32.98	24,73	$\frac{1}{2}$ -	12,12	9,9
6 -	29,96	22,47	$\frac{1}{4}$ -	10,38	7,78.

Ale miérząc miarkami, proch rozumié ſię iednakowego gatunku, co do przyprawy iego, wielkości i okrągłości ziarnek.

ZAGADNIENIE II.

Niech będą zadane wymiary dwóch komor moździérzowych, iednéy wálkowéy, drugiéy ſtożkowéy, pierwſzéy wyſokość niechay ma 6 c. *a średnica* 4 c; *drugiéy niechay będzie większa średnica* 6 c. *mnieyſza* 3 c. *a głębokość* 9 c. *Warſz. ſtopa ſześciénna Warſz. mieści w ſobie prochu* 51 *ftów* Kol: *ieſt zagadnienie wiele każda z zadanych komor umieści w ſobie tegoż prochu?*

Ponieważ, bryły iakiekolwiek, a zatém i wagi ich, maią ſię między ſobą iak bryłówatości; więc bry-

bryłówatość ſtopy ſześcienney, mieć ſię będzie do bryłówatości bądźto wálkowéy bądź ſtożkowéy komory, iak ſię ma waga prochu umieſzczonego w ſtopie ſześciénnéy, to ieſt 51 *ftów*, do wagi prochu, odpowiadaiącéy każdéy komorze.

Bryłówatość wálka obrachówana podług (Jeom. l. 237) będzie, (rozumieiąc tylko ſame rogi u dna zaokrąglone, które zaniedbać można) = $75\frac{3}{7}$ *ccc.* a bryłówatość ſtożka uciętego podług (Jeom. l. 243) będzie = $148\frac{3}{14}$. A zatém czwarte wyrazy dwóch naſtępuiących proporcyów z nieznacznéin uchybieniém, dadzą ilości prochu, umieſzczone w odpowiadaiących komórach.

$$1728 : 75\tfrac{3}{7} :: 51. f. : 2 f. 7\tfrac{1}{4}\ tót.$$
$$1728 : 148\tfrac{3}{14} :: 51 f. : 4 f. 6\ tót.$$

ZAGADNIENIE III.

Gdyby zadana była ilość prochu wchodzić maiąca w komorę wálkową, do któréy byłoby naznaczono z dwoyga iedno, to ieſt albo średnica albo wyſokość, ieſt zagadnienie żeby wynaléźdź drugą lub pierwſzą niewiadomą? niech będzie np. ilość prochu 2 *fty, a wyſokość komory* 6 c. *i wiadomo że ſtopa ſześcienna prochu waży* 51 *ftów.*

Wiedząc iuż że bryły albo wagi ich maią do ſiebie iak bryłówatości; łatwo będzie znaléźdź naprzód bryłówatość odpowiadaiącą komorze *2 ftwéy*, przez tę proporcyą

$$51\ ftów : 2\ ftów :: 1728 : 67.777.$$

Ze zaś bryłówatość wálka ſkłada ſię z podſtawy rozmnożonéy przez wyſokość, (Jeom. l. 237); więc rozdzieliwſzy wynalezioną bryłówatość przez zadaną wyſokość 6 c, wypadnie podſtawa. Która znowu, ponieważ podług (Jeom. l. 157) ſkłada ſię z kwadratu promiénia rozmnożonego przez $\frac{22}{7}$, więc tę podſtawę rozdzieliwſzy przez $\frac{22}{7}$, wiloraz da kwadrat promiénia, którego piérwiaſtek zdwoiony, będzie średnicą komory *2 ftwéy* głębokiéy na 6 c. (Jeom. 263); iakoto.

67,777 { 6 / 11,296.
7 / 79,072 { 22 / 3,594 c.
130,
207
-92
4

Gdyby była zadana śrzednica kómory, a trzebaby było znaléſdź onéy głębokość, iawna ieſt że odwrotnym ſpoſobém, przez obrachówaną powiérſzchnią podſtawy. należałoby rozdziélić bryłówatość kómory.

Rozwiązanie podobnego zagádniénia kómory ſtożkowéy, wypadłoby tu nieco zawilſze, ale na dalſzych fundamentach Matematyki, niemniéy łatwo da ſię odprawić.

ZAGAENIENIE IV.

Maiąc wiadomo z Artyleryi (*tom. II.* l. 338), *że ogniſta piłka do 32 ſtwego moździérza, bierze w ſiebie zaprawy* 11 *ſtów* 30 *łòt. albo* 12 *ſtów, ieſt zadano wieleby trzeba przygotówać ſobie zaprawy, na* 20 *ogniſtych piłek do* 16 *ſtwego moździérza?*

Jawna ieſt, że byleby miéć wiadomo, wiele przyprawy trzeba do iednéy 16 *ſwéy* piłki, toby i reſzta była wiadoma. Lecz ogniſte piłki iako kule z iednakowéy materyi złożone, będąc bryłami ſobie podobnémi, wagi ich czyli ilości zaprawy w nie wchodzące, powinny ſię miéć między ſobą, iak liczby ſześciénne ich śrzednic, które ſą także proporcyonalne wagomiaróm moździérzów, więc żeby miéć ilość materyi wchodzącéy w piłkę 16 *ſwą*, nietrzeba tylko ułożyć proporcyą naſtępuiącą.

32 : 16 : : 12 *ſów* : 6 *ſtów*.

Albo też wziąwſzy odpowiadaiące śrzednice w liniach *Warſz.*

$(117\ l.)^3 : (93\ l.)^3 :: 12 :$

A przez Logarytmy będzie

Log.

Log. $(93)^3$	- - - -	5,9054487
Log. 12	- - - - -	1,0791812
Summa	-	6,9846299
Log. $(117)^3$	- - . - -	6,2045579
Reſzta	-	0,7800720

Która także odpowiada w Tablicach 6 *ſtòm*, z nieznaczną różnicą: te 6 *ſtòw* nietrzeba tylko rozmnożyć przez 20, żeby mieć ilość zaprawy potrzebnéy na 20 ogniſtych piłek 16 *ſwych*. Toż rozuméć o innych tym podobnych zagadniéniach, z z pièrwſzego weyźrzenia trudniéyſzych od poprzédzaiącégo.

ZAGADNIENIE V.

Do téyże 32 ſwéy ogniſtéy piłki, wychodzi linki do obſznorówania 28 ſążni, i.ſt pytanie wieleby iéy potrzeba było, do 16 ſwéy?

Obſznorówanie w obu piłkach rozumieiąc podobne, i linkę proporcyónalną, to ieſt żeby grubość iedna do drugiéy była w ſtóſunku dwumnożnym, iawna ieſt że długość potrzebnéy linki powinna bydź proporcyonalna powiérſzchnióm. Lecz powiérſzchnie kul, maią ſię między ſobą iak kwadraty śrzednic, więc długość linki ſzukana, znaydzie ſię przez proporcyą naſtępuiącą.

$(117)^2 : (93)^2 :: 28 :$

albo przez Logarytmy - -

Log. $(93)^2$	- - - -	3,9369658
Log. 28.	- - - -	1,4471580
Summa	-	5,3841238
Log. $(117)^2$	- - - -	4,1363718
Reſzta	-	1,2477520

Która ſzukana w Tablicach z cèchą o 2 iedności zamocną odpowiada 17,69 ſążnióm.

ZAGADNIENIE VI.

Maiąc wiadomo z tabliczki (*Artyl. tom. I. na karc.* 143), *że ſpołość a zatém mocność ſpiżu złożonego* *z miedzi pospolitéy i $\frac{1}{8}$ki cyny Angielskiéy, ma się do mocy żelaza kutego pospolitego* :: 450 : 850, *iest zadano iakąby trzeba, dać grubość na dnie armacie kutéy żelaznéy, kiedy spiżowéy daie się* 1 *wagomiar?*

Z samego zadanego stósunku rzecz iawna, że żelażo kute będąc mocniéysze od spiżu, potrzebówać będzie mniéy grubości. Ale że w armatach mocność metalu, nieiest proporcyonalna grubościóm, ale kwadratóm grubościów. (Artyl: tom. I. l. 108. kart. 143), bo można rozumiéć że wszystkie metale podlégaią iednakowym prawóm w przełamaniu; więc mocność żelaza = 850, miéć się powinna do mocności spiżu = 450, iak kwadrat iednego wagomiaru do czwartego wyrazu, z którego piérwiastek kwadratowy wyciągniony, da grubość odpowiadaiącą armacie żelaznéy, iakoto

$$850 : 450 :: (1)^2 : \tfrac{450}{850}.$$

Którego piérwiastek kwadratowy (z ułamka dziesiątne odrzuciwszy) będzie $\frac{3}{4}$ *wagom.*

Tymże samym sposobém postąpićby sobie należało, gdyby grubość nie w wagomiarach, ale w calach i liniiach była zadana.

ZAGADNIENIE. VII.

Maiąc wiadomą wagę stopy sześciénnéy każdéy z osobna materyi, z których się składa spiż armatny, i proporcyą miészaniny tego spiżu, iest zadano wynaléśdź, wiele iedna stopa sześciénna téy miészaniny powinna ważyć?

Np. *stopa sześciénna Warszawska miedzi, waży stów Kolońskich* 518.

Stopa sześciénna cyny Angielskiéy waży 418.

W miészaninié ilość cyny ma się miéć do ilości miedzi :: 12 : 100.

Ponieważ ilość materyi to iest bryłówatość, iest proporcyonalna wadze onéyze, przeto na miészaninę w proporcyi zadanéy wziąść można 100 *sss.* miedzi, i 12 *sss.* cyny. A że 1 *st.* miedzi waży 518, a 1 *st.* cyny 418 *stów*, więc 112 *stóp*,

mié-

miészaniny ważyć będzie 56816 *stów.* Lecz znowu bryłówatość 112 *sss.* powinna mieć się do bryłówatości 1 *sss.* iak waga 112 *ssstóp*, do wagi 1 *ssstopy*, więc następuiąca proporcya pokaże nam wagę iednéy stopy sześciénnéy miészaniny.

$$112 : 1 :: 56816 : \tfrac{56816}{112} = 507\tfrac{2}{7}\ \textit{stów}.$$

albo w liczbie okrągłéy 507 *stów.*

Maiąc ráz wagę stopy szościénnéy, łatwo miéć można wagę, iakiegokolwiek wagomiaru sześciénnego *np.* 3 *fwéy* kuli, który podług (Artyl. tom. I. l. 101, kart. 126) iest = 2 *c.* 10 *l.* $11\frac{1}{3}$ *p.* albo = 0,2426 *st.* Bo bryłówatość stopy sześciénnèy, miéć się będzie do bryłówatości wagomiaru sześciénnego, iak waga piérwszéy do wagi drugiego, tó iest.

$$(1)^3 : (0,2426)^3 :: 507 : - - -$$

a przéz Logarytmy.

Log. 507	- - -	2,7050080
Log. $(0,2426)^3$	- —	1,8453276
Reszta	-	0,8596804

Która szukana w Tablicach, z céchą o trzy iedności zamocną, odpowiada liczbie 7,239; skąd się wnosi, że waga wagomiaru sześciénnégo 3 *fwéy* kuli iest 7,239 *stòw Kolońs.*

ZAGADNIENIE VIII.

Niechay będzie zadano wyrachòwać wagę iakiéykolwiek armaty np. 3 fwéy *Polowéy, proporcyi opisanéy w Artyleryi (tom. I. l. 166. Tabl. 1), co może bydź w rożnych okazyach potrzebno, zwłaszcza do nowych i nowéy proporcyi odléwów.*

Ponieważ bryłówatość iest proporcyonalna wadze, więc takową obrachówawszy, czytó w stopach czy w wagomiarach, i rozmnożywszy ią w piérwszym razie przez wagę iednéy stopy, a w drugim przez wagę wagomiaru sześciénnégo, mnogość powinna dać wagę armaty.

Pospolicie postać wszykich dział, składa się z figur regularnych, które mogłyby bydź dokładnie

obra-

obrachówane podług reguł Jeometrycznych; lecz że w wykonaniu, rozebranie działa na tak wiele części ile ma w ſobie różnych figur, i każdéy z oſobna obrachówanie, potrzebówałoby przydłużſzéy i żmudnéy roboty, a przecięż z przyczyny różnéy udarżyć ſię mogącéy w laniu gęſtości ſpiżu, niedałoby nam pewniéyſzego wypadku: przeto w praktyce doſyć będzie podzielić ſobie działo, tylko na głowniéyſze części, i takowe obrachówać; od ich bryłówatości odiąć bryłówatość wydrążonego kanału, przydawſzy na powiérſzchne ozdoby rozſądnie proporcyonalną ilość, którą bez grubego błędu można rachówać za 12 czopów, i powſtaiący ſtąd wypadek rozmnożywſzy przez wagę ſtopy, albo wagomiaru ſześciénnego ſpiżu, (ieżeli bryłówatość w ſtopach albo w wagomiarach była obrachówana), mnogość pokaże ſzukaną wagę działa.

Stoſuiąc to do 3 *fwéy* armaty kraiowéy, podziélmy ią ſobie naprzód na główniéyſze części, i uſtanówmy onych wymiary podług (Artyl. tom. I. l. 166 kart. 241. 242).

Wałka dennego $\begin{cases} \text{Promień } * & \dfrac{43\frac{1}{2}}{32} = 1{,}359 \textit{ wagom.} \\ \text{Długość } - & \frac{2}{7} + \dfrac{\frac{1}{3}}{7} = 5{,}333 \end{cases}$

Wałka czopowego. $\begin{cases} \text{Promień } - & \dfrac{41\frac{1}{2}}{32} = 1{,}296 \\ \text{Długość } - & \frac{1}{7} + \dfrac{\frac{1}{6}}{7} = 2{,}666 \end{cases}$

Stożka wylotowego. $\begin{cases} \text{Większy promień} & \dfrac{39\frac{1}{2}}{32} = 1{,}234. \\ \text{Mnieyszy promień} & \dfrac{28\frac{1}{2}}{32} = 0{,}89. \\ \text{Długość } - - - & = 8{,}111. \end{cases}$

Czopów $\begin{cases} \text{Promień } - - & = 0{,}500 \\ \text{Długość } - - & = 1{,}000 \end{cases}$

Ka-

* *Bierzemy tu przeſwór tylko na 1. l. iakoby do kul kutych; lubo go armaty naſze maią cokolwiek większy, dla używanych kul lanych.*

Kanału $\begin{cases} \text{Promień } - & = 0{,}515 \\ \text{Długość } - & = 15{,}156. \end{cases}$

To maiąc, i robiąc działanie przez Logarytmy, będzie

1ód.

Log. $(1{,}359)^2$	–	0,2664390	Wałek denny.
Log. $\frac{22}{7}$	–	0,4973247	
Log. 5,333	–	0,7269716	
Summa		1,4907353	

Która ſzukana między Logarytmami z céchą mocniéyſzą o dwie iedności odpowiada liczbie 30,95.

2re

Log. $(1{,}296)^2$	–	0,2252100	Wałek czopowy
Log. $\frac{22}{7}$ –	–	0,4973247	
Log. 2,666	–	0,4258601	
Summa.		1,1483948	

Która ſzukana z céchą mocniéyſzą o dwié iedności odpowiada liczbie 14,07.

3cie.

Dla znaleziénia wyſokości ſtożka odciętego

Log. $(1{,}234 - 0{,}89) = 0{,}344.$		0,4634416
Log. 8,111	– –	0,9090744
Summa	–	1,3725160
Log. 0,89	– –	0,0506100
Reſzta	–	1,3219060

Która ſzukana z céchą mocniéyſzą o dwie iedności, odpowiada liczbie 20,98 to ieſt wyſokości ſtożka odciętego. Więc wyſokość całego ſtożka będzie 29,09.

A zatém – – *4te*

Log. $(1{,}234)^2$	–	0,0913151	Cały Stożek.
Log. $\frac{22}{7}$ –	–	0,4973247	
Log. 29,09 –	–	0,9866225	
Summa		1,5752623	

Która ſzukana z céchą mocniéyſzą, odpowiada liczbie 37,6.

Log.

Log. $\frac{22}{7}$ — 0,4973247 }
Log. $\frac{20,98}{3}$ — 0,8436480 } Mniéyfzy

Summa 1,3409727 } Stożek
Log. $(0,89)^2$ — 0,1012200 }

Reszta 1,2397527

Która w Tablicach odpowiada liczbie 17,36.
A zatém bryłówatość ftożka wylotowego będzie 20,24.

5*te*.

Log. $\frac{22}{7}$ — 0,4973247 }
Log - 1 — 0 . . . . }

Summa 0,4973247 } Czop.
Log. $(0,5)^2$ — 0,6020600 }

Rożnica 0,1047353

Która odpowiada liczbie 0,785.

6*te*.

Log. $\frac{22}{7}$ — 0,4973247 }
Log. 15,156 — 1,1805846 } Kanał

Summa 1,6779093 }
Log. $(0,515)^2$ — 0,5763856 }

Reszta 1,1015237

Która fzukana z cécha mocniéyfzą o dwie iedności, odpowiada liczbie 12,63.

A zatèm teráz będzie
Bryłówatość wálka dennego — 30,95 *wagom. fześć.*
Wálka czopowego 14,07
Stożka wylotowego 20,24
Dwóch czopów — 1,57
Przydawfzy do tego, na przydenek z gronèm, delfiny, i inne powiérfzchne ozdoby 12 czópów, to ieft — 9,42 będzie

Summa — — 76,25
Od któréy odiąwfzy bryłów. kan. 12,63

Zoftanie — — — 63,62 *wagom. fześć.*

Te

Te rozmnożywfzy przez wagę wagomiaru 3*fwégo* wyżéy wynalezioną, 7,239 *ftów*; wypadnie waga armaty.
Mnożąc przez Logarytmy będzie
Log. 63,62 — — 1,8035937
Log. 7,239 — — 0,8596786

Summa — 2,6632723

Która odpowiada 477 *ftóm*. A przemiéniwfzy ie na Warfzawfkie mniéyfzéy wagi, (podług Tabl: II. w Artyl: tom. I. kart. 130) uczynią 569 *ftów*.

KONIEC

PIÉRWSZEGO TOMU.

Znaczniéysze Omyłki w Druku.

Karta	Wiérsz	Stoi	Popraw
		Arytmetyka.	
1	8	zmieyſzyć	zmniéyſzyć
28	13	poba	podoba
32	27	dzieſiątka	dzieſiątkami
80	26	17	107
70	31	mieſzczą	mieſzczą ſię
152	18	tylką	tylko
		Jeometrya.	
		Tablica wag i miar.	
IV	1	65335157	6535160.

TABLICA
RÓŻNYCH MIAR.

Miary Powiérzchniów	*Znaki.*
Sążén Kwadratowy	Ss.
Stopa ſążnia Kwadratowego, albo ſążnioſtopa . .	Ss.
Cal ſążnia Kwadratowego, albo ſążniocal . . .	Sc.
Liniia ſążnia Kwadratowego, albo ſążnioliniia . .	Sl.
Punkt ſążnia Kwadratowego, albo ſążniopunkt . .	Sp.
Kryſka ſążnia Kwadratowego, albo ſążniokryſka. .	Sk.

Poddziały.

					Sk.
				1. Sp.	12
			1. Sl.	12	144
		1. Sc.	12	144	1728
	1. Ss.	12	144	1728	20736
1. SS.	6	72	864	10368	124416

Stopa kwdratowa	ss.
Cal ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy cal. . . .	sc.
Liniia ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy liniia. . .	sl.
Punkt ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy punkt. . .	sp.
Kryſka ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy kryſka. .	sk.

				sk.
			1. sp.	12
		1. sl.	12	144
	1. sc.	12	144	1728
1. ss.	12	144	1728	20736

Sążeń ſześciénny. . . . . SSS.
Stopa ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążnioſtopa. SSs.
Cal ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniocal. . SSc.
Liniia ſążnia ſześciénnego, albo ſążnią - ſążnioliniia. SSl.
Punkt ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniopunkt. SSp.
Kryſka ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniokryſka. SSk.

					SSk.
1. SSp.					12
1. SSl.				12	144
1. SSc.			12	144	1728
1. SSs.		12	144	1728	20736
1. SSS.	6	72	864	10368	124416

Stopa ſześciénna . . . . sss.
Cal ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy cal. . ssc.
Liniia ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy liniia. . ssl.
Punkt ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy punkt. ssp.
Kryſka ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy kryſka. ssk.

				ssk.
1. ssp.				12
1. sls.			12	144
1. ssc.		12	144	1728
1 sss.	12	144	1728	20736

Kloc

Kloc . . . . K.
Stopa kloca . . . Ks.
Cal kloca . . . Kc.
Liniia kloca . . . Kl.
Punkt kloca . . . Kp.

					Kp:
1. Kl.					12
1. Kc.				12	144
1. Ks.			12	144	1728
1. sss.		2	24	288	3456
1. Kloc	3	6	72	864	10368

Okrąg Koła.

Okrąg. . . . . Okr:
Stopień. . . . . °
Minuta piérwſza. . . . . . . *I.*]
. . wtóra. . . . . . . *II.*]
. . trzecia. . . . . . . *III.*]

				min: trzec.
1. m: wtór.				60
1. min: piérw.			60	3600
1. Stop.		60	3600	216000
Okrąg.	360	21600	2296000	77760000

Stóſunek śrzedni do obwodu [podł. Archim: : : 7 : 22.
[pod: Mecyuſza. : : 113 : 355.
Ten że ſtóſunek zbliżony na 100000000wą. 1 : 3,14159265.
[1° 0,01745329]
Wártość łuku [1′ 0,00029089] wziąwſzy
[1″ 0,00000485] za promień 1.
Logarytm ſtóſunku okręgu do śrzednicy. - - - 0,4971499.

)2(

Mia-

MIARY DROŻNE.

	Sąż:
Stopién Ziemny - - -	57030.
Srzednica Ziemi - - -	65335157.
Francuzka mila, których 25 na ſtopień - -	2281.
Mila morſka, których 20 na ſtopién -	2851 $\frac{1}{2}$.
Wielka mila Niemiecka, których 15 na ſtopién	3802.
Poſpolita mila Niemiecka - -	3333.
Mała mila Niemiecka, równa $\frac{4}{5}$ wiélkiéy	3042.
Mila Flandryi - - - -	3221.
Mała mila Francuzka, Angielſka, i Włoſka	950 $\frac{1}{2}$.
Werſzta Moſkiewſka - - -	625.
Mila Duńſka i Szwedzka - -	4166 $\frac{2}{3}$.
Mila Hiſzpańſka - - - -	2856 $\frac{2}{3}$.
Mila Węgierſka - - - -	5000.
Mila Polſka mała - - - -	2500.
Mila Polſka śrzednia - - -	3333 $\frac{1}{3}$.
Mila Polſka wielka - - -	3750.
Staie - - - - -	85.

Przydatek miar kraiowych poſpolicięy używanych.

I. *Łan Frankońſki* liczy wzdłuż miar 270. łokci 3915; wſzérz miar 12; łokci 174; miara liczy 14$\frac{1}{2}$ łok.

II. *Łan Frankońſki albo włóka.* liczy wzdłuż ſtay 18. miar 270, łokci 3915; wſzérz zaś liczy miar 15; łokci 217$\frac{1}{2}$.

Łan Niemiecki liczy wzdłuż ſznurów 90, prętów 270, łokci 4050; wſzérz ſznurów 4, prętów 12, łokci 180.

I. *Łan Polſki* dzieli ſię na trzy pola; każde pole ma wzdłuż ſtay 12; każde ſtaie o łokciach 84; zaczém cały łan liczy wzdłuż łokci 3024, wſzérz łokci 120.

II. *Łan Polſki*; z którego kmiecie powinni odrabiać dzień 1, dzieli ſię na 3. pola, w każdém polu, wzdłuż ieſt ſtay 4, każde ſtaie ma wzdłuż 150. ſtóp (ráchuiąc na ſtopę calów Polſk: 16;) w ſzérz zaś każde pole ma miéć zagonów 24, a każdy zagon ſtóp 6. Zaczém iedno pole wzdłuż liczy 600. ſtóp, łokci 400, w ſzérz ſtóp 144, łok: 96.

Łan

Łan Chełminſki używany w Krolewſzczyznach wzdłuż liczy morgów 30, to ieſt łokci 6750, w ſzérz mórg 1, czyli łokci 225. Taki mórg poddziéla ſię na ſznurów 3, ſznur na prętów 10, pręt na 7$\frac{1}{2}$. łok.

Mórg teráz nayzwyczaynięſzy ieſt proſtokąt maiący 3. ſznury długości, á ſzérokości ſznur 1. Trzydzieści takich morgów czynią włókę iednę, a trzy włóki czynią łan 1.

Miara śrzednia do miérzenia rzeczy ſypnych i ciekłych, ieſt garniec, dzieli ſię na 2. półgarce, 4. kwarty, i 16. kwatérek.

Beczka trzyma w ſobie garcy Warſzawſkich 72.

Półbeczek garcy 36. *Cwierć beczek* albo antál garcy 18.

Korzec miara do zboża, ma w ſobie garcy 32; dzieli ſię na ćwiérci, z których każda zawiéra garcy 8.

Garniec, poſtaci wáłkowéy, ma w śrzednicy 5 cal. 11. linii; wyſokości 8$\frac{1}{2}$ calów Warſz: a zatém zawiéra w ſobie 234. calów ſześciénnych, z nieznacznéem uchybnięniém.

Łaſzt zawiéra w ſobie 27. korcy Warſzawſkich.

TREŚĆ
FUNDAMENTOW.

Liniia, ieſt rozległość, tylko w długości. licz: 1.

Powierſzchnia ieſt rozległość, tylko w długości, i ſzérokości. . . *tamże.*

Bryła, ma rozległość w długości, ſzérokości, i głębokości. . . . *tamże.*

Punkt, niéma żadney rozległości; ale ieſt tylko wyrazém rozległośi. . l. 2.

Liniia proſta, ieſt naykrótſza droga, od iednego punktu do drugiego. . *tamże.*

Liniia krzywa, ieſt ślád punktu, który w ſwoim ruchu, za każdym poſtąpiéniém, nieſkończenie mało, wybocza. *tamże.*

Liniia proſta, ieſt miarą linii. . . . . . . l. 4.

Powierſzchnia płaſka, ieſt ta, do korey można przyłożyć doſkonale linią proſtą w wſzelkiém rozumiéniu. l. 5.

Koło, ieſt powierſzchnia

pła-

Wſtawa proſta albo krocéy mówiąc, wſtawa łuku, czyli kąta, ieſt połową cięciw, łuku podwóynego, tego kąta, którego uważa ſię wſtawa. . l. 274

Doſtawą łuku albo kąta, ieſt, wſtawa dopełniénia tego łuku, albo kąta. . . . *tamże.*

Wſtawą odwrotną ieſt różnica między promiéniém i doſtawą tegoż łuku. *tamże.*

Wſtawa i doſtawa kąta, ieſt taż ſama co wſtawa i doſtawa iego ſpełniénia. 279.

Wſtawa od 90º ieſt równa promiéniowi; i nazywa ſię także wſtawa cała. . l. 278.

Wſtawa od 30º ieſt równa połowie wſtawy całéy; a ſtyczna od 45º ieſt równa promiéniowi. . l. 275. i 276.

Styczna i ſieczna kąta, ſą też ſame, co ſtyczna i ſieczna iego ſpełniénia. . . l. 280.

Doſtawa łuku, ieſt równa piérwiaſtkowi kwadratowemu różnicy, między kwadratém wſtawy iego, a kwadratém promię: 283.

Wſtawa połowy łuku, ieſt równa połowie piérwiaſtka kwadratowego, kwadratu wſtawy, łuku całego, przyłączonego do kwadratu iego wſtawy odwrotnéy. 284.

Wſtawa łuku podwóynego, ieſt równa podwóyności wſtawy łuku poiedyńczego, rozmnożónéy przez doſtawę, i rozdzielonéy przez promiéń. . l. 285.

Wſtawa ſummy, albo różnicy dwóch łuków, ieſt równa ſummie, albo różnicy mnogościów, z wſtawy iednego, rozmnożónéy przez doſtawę drugiégo, i rozdzielonéy przez promiéń. . . . . , 286.

Doſtawa ſummy, albo różnicy dwóch łuków, ieſt równa różnicy albo ſummie mnogościow, z dwóch wſtaw i dwóch doſtaw tychże łuków, rozdzielonéy przez promiéń: l. 287.

Summa wſtaw dwoch łuków, ma ſię do różnicy tychże wſtaw, iak ſię ma ſtyczna połowy ſummy tych dwóch łuków, do ſtycznéy połowy ich różnicy. 289.

W każdym tróykącie proſtokątnym, 1ód Promiéń albo wſtawa cała ma ſię do wſtawy iednego z kątów oſtrych, iak ſię ma przeciwproſtkątna, do boku przeciwnego, temu kątowi oſtremu. , . l. 299.

2re Promiéń, ma ſię do ſtycznéy iednego z kątów oſtrych, iak ſię ma bok kąta proſtego przyległy temu ſtątowi oſtremu do boku, przeciwnego temuż kątowi. . . . l. 300.

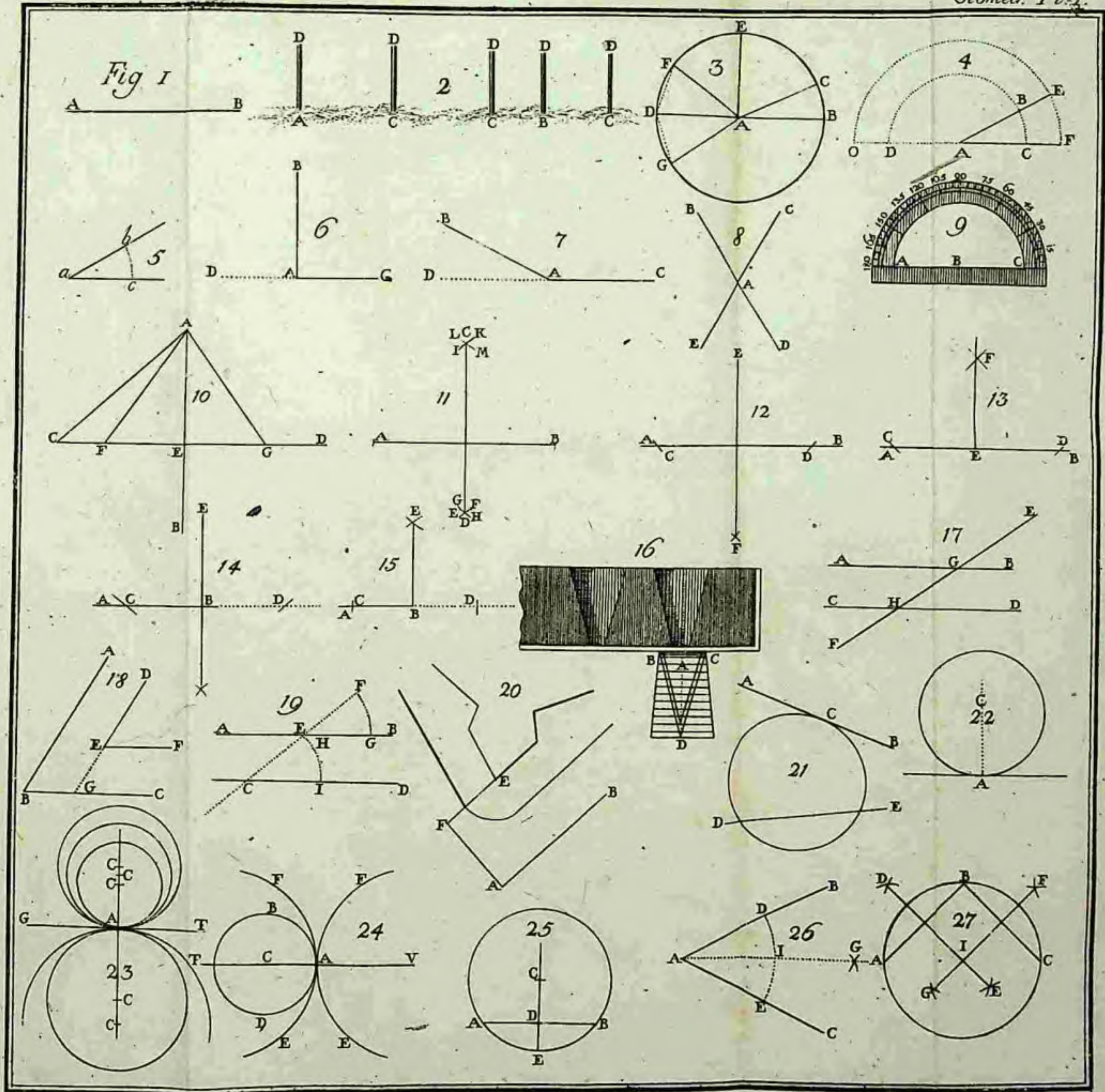
W każdym tróyſtącie proſtokryślnym, wſtawy kątów, ſą proporcyonalne bokóm, które ſą przeciwne tymże wſtawóm. liczb: 303.

Większa z dwóch iłościów, ieſt równa, połowie ich ſummy, więcey połowa ich różnicy; a mniéyſza, ieſt równa połowie ich ſummy, mniéy połowa ich różnicy. . . . l. 305.

W każdym tróyſtącie proſtokryślnym, ieżeli z iednego kąta, będzie ſpuſzczona proſtopadła na bok przeciwny, ten bok będzie ſię miał do ſummy dwóch drugich, iak ſię ma ich różnica, do różnicy albo do ſummy odcinków, zrobionych przez proſtopadłą. . 306.

W każdym tróykącie proſtokryślnym, ſumma dwóch boków, ma ſię do ich różnicy, iak ſię ma ſtyczna połowy ſummy, dwóch kątów tym bokóm przeciwnych, do ſtycznéy połowy różnicy tychże kątów. l. 399.

KONIEC TRESCI FUNDAMENTÓW.



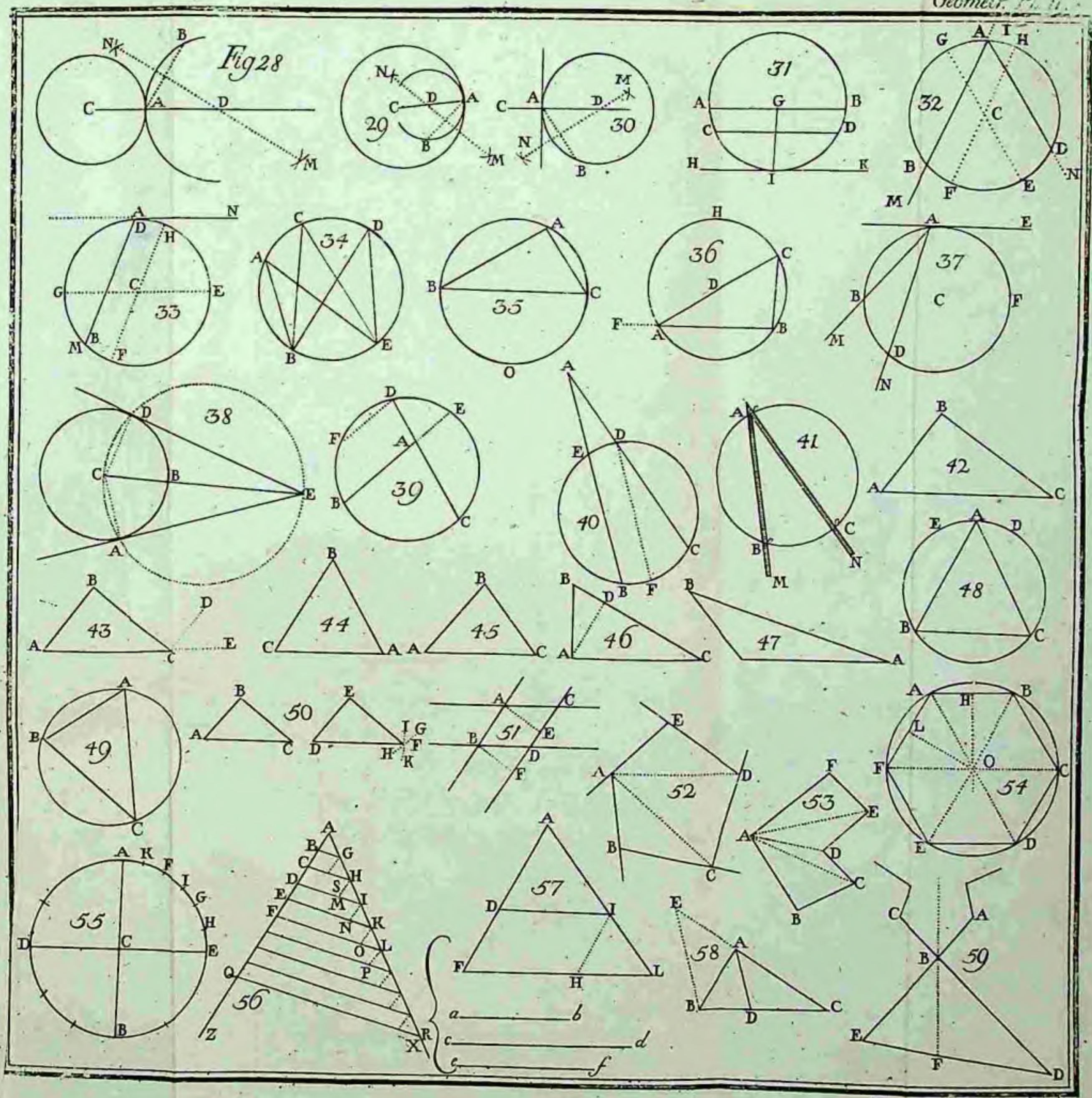
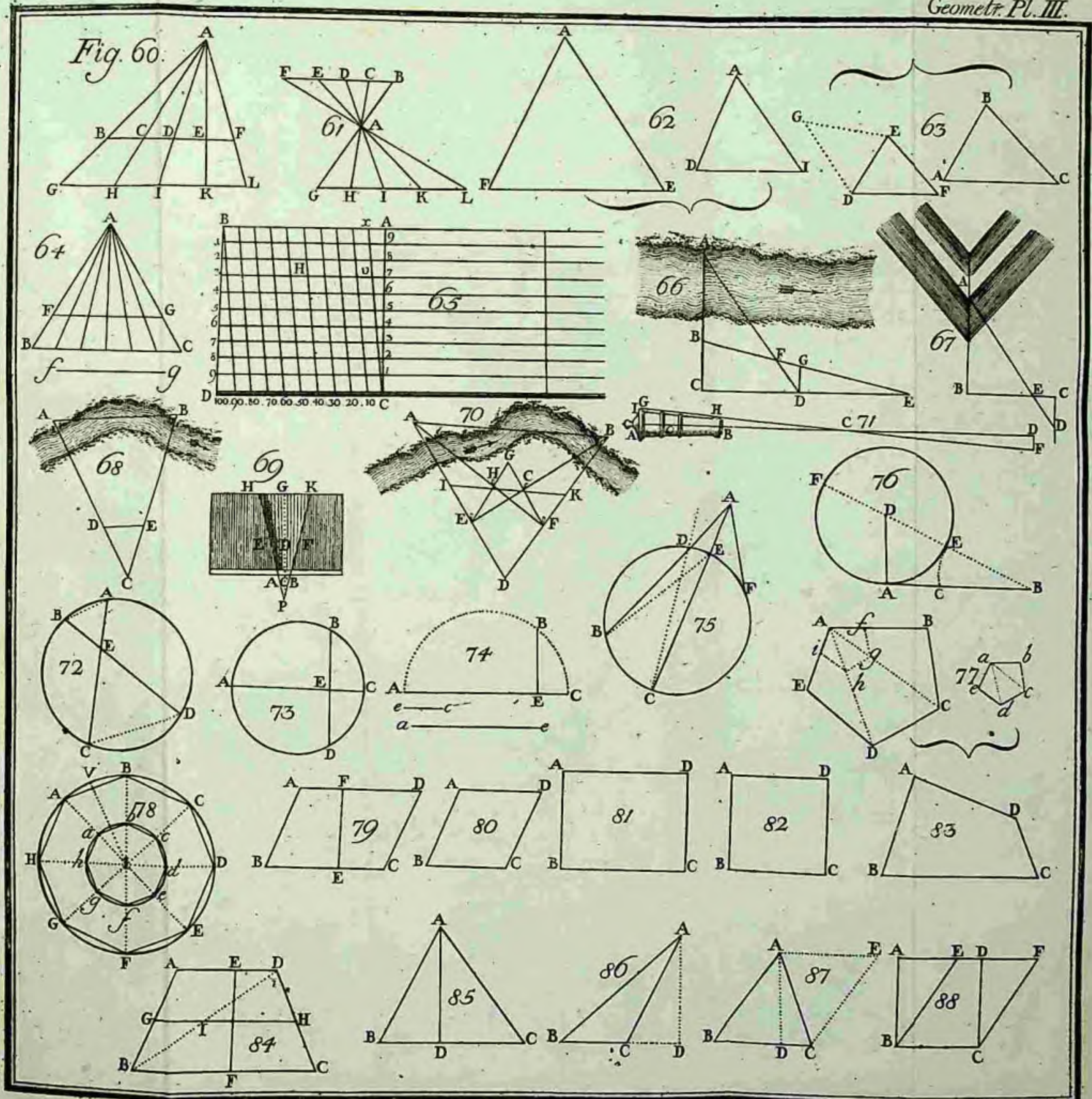


Fig 28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59



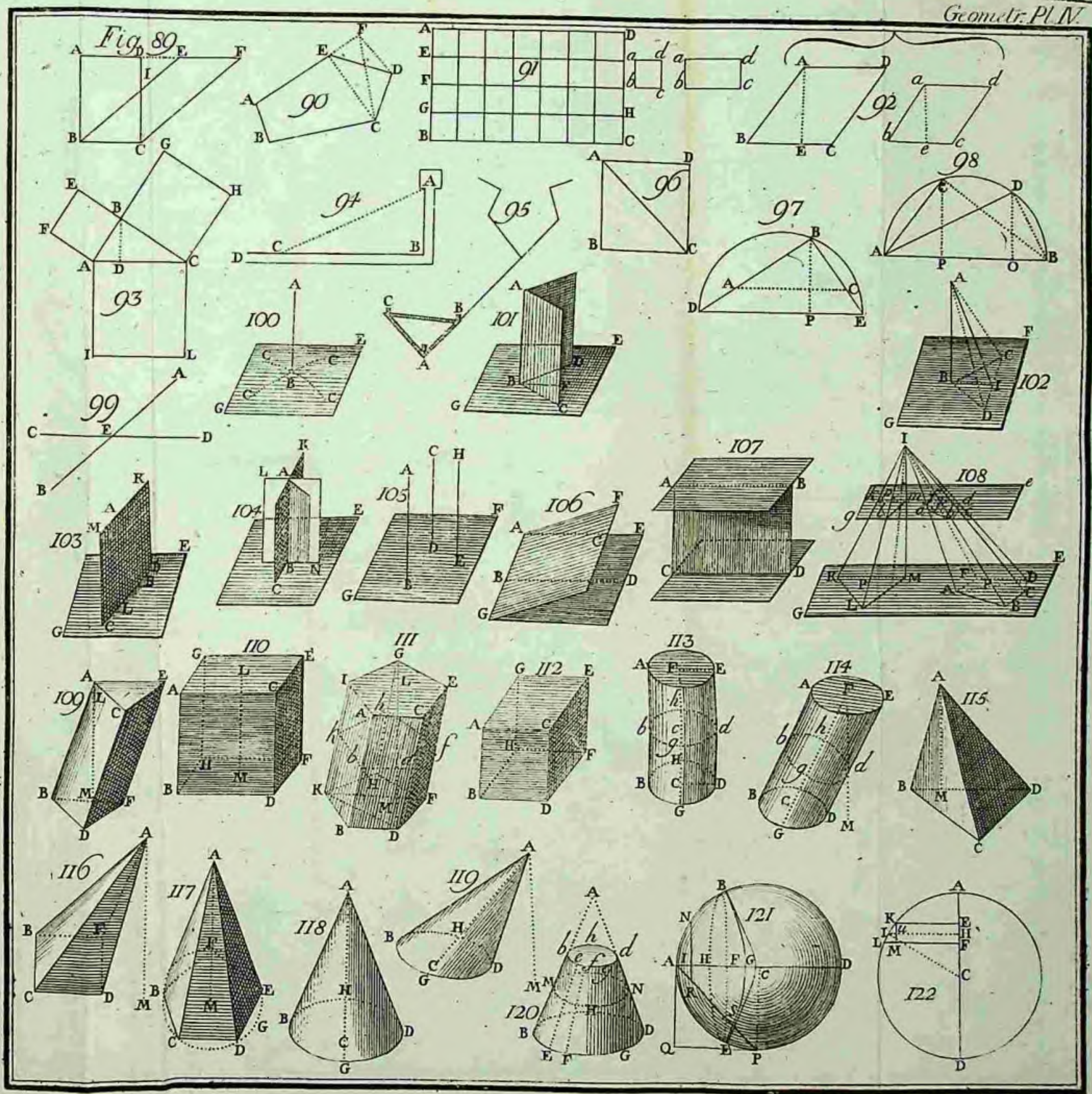


Fig. 89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122

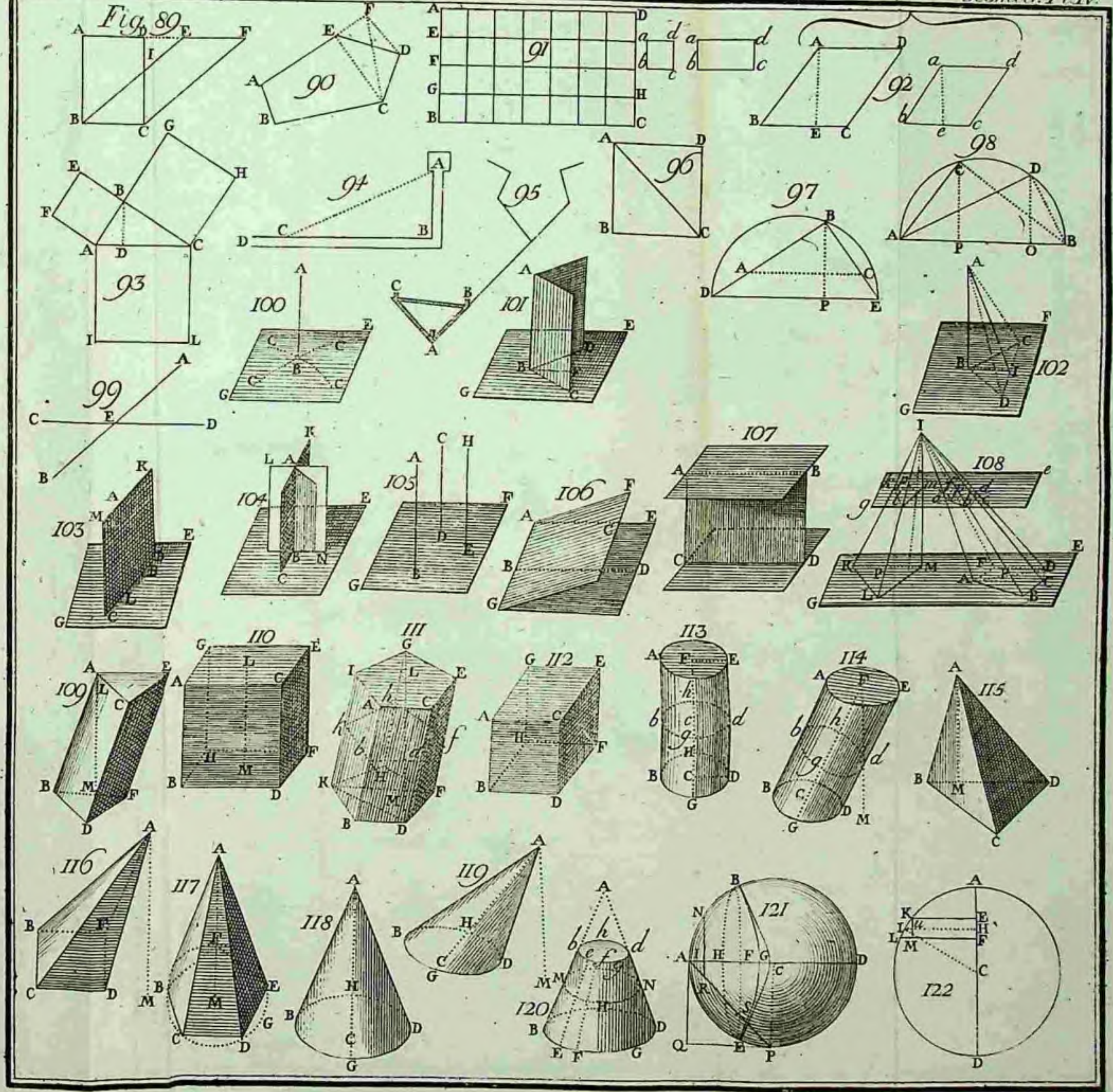


Fig. 89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122

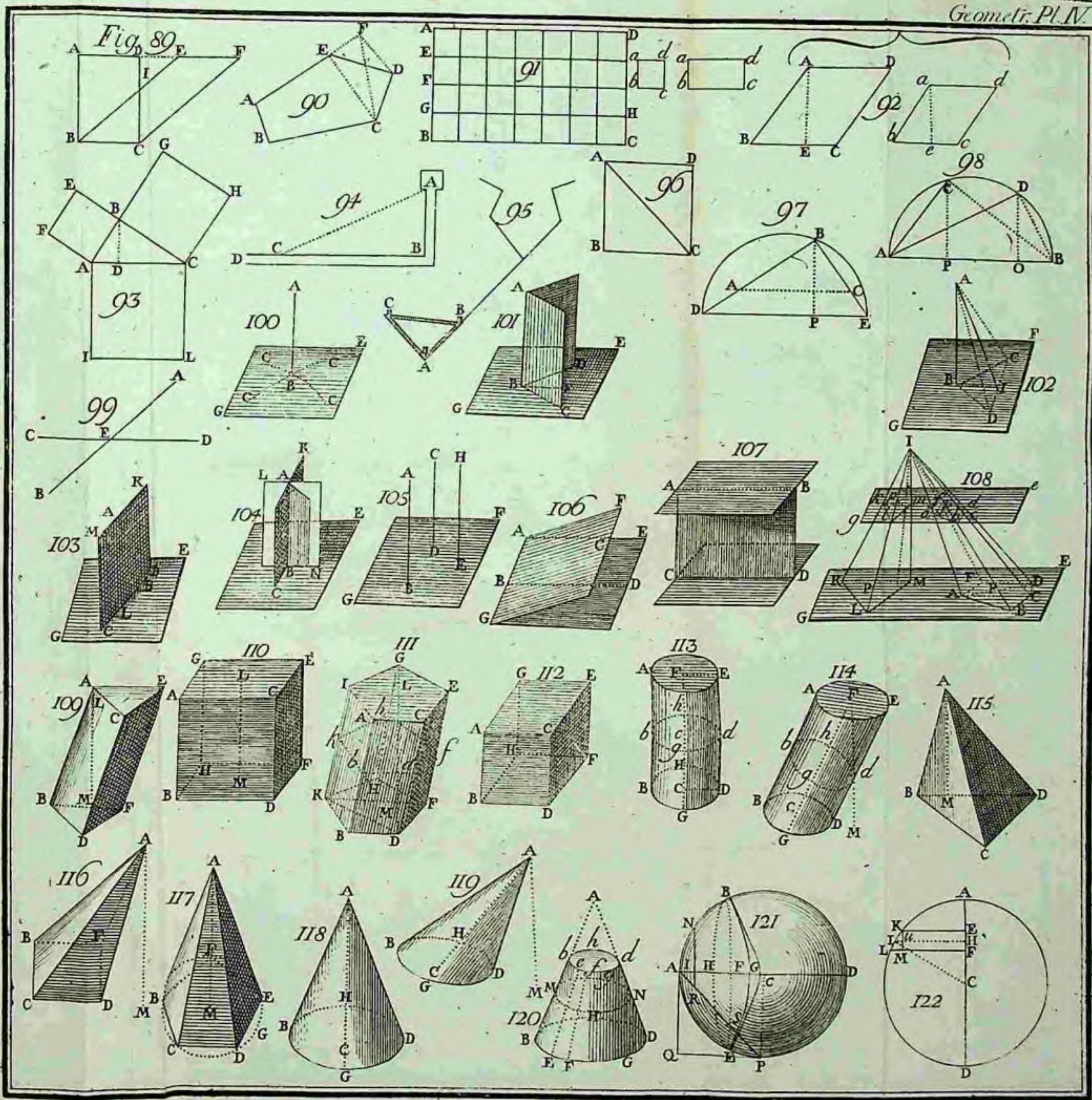


Fig. 89

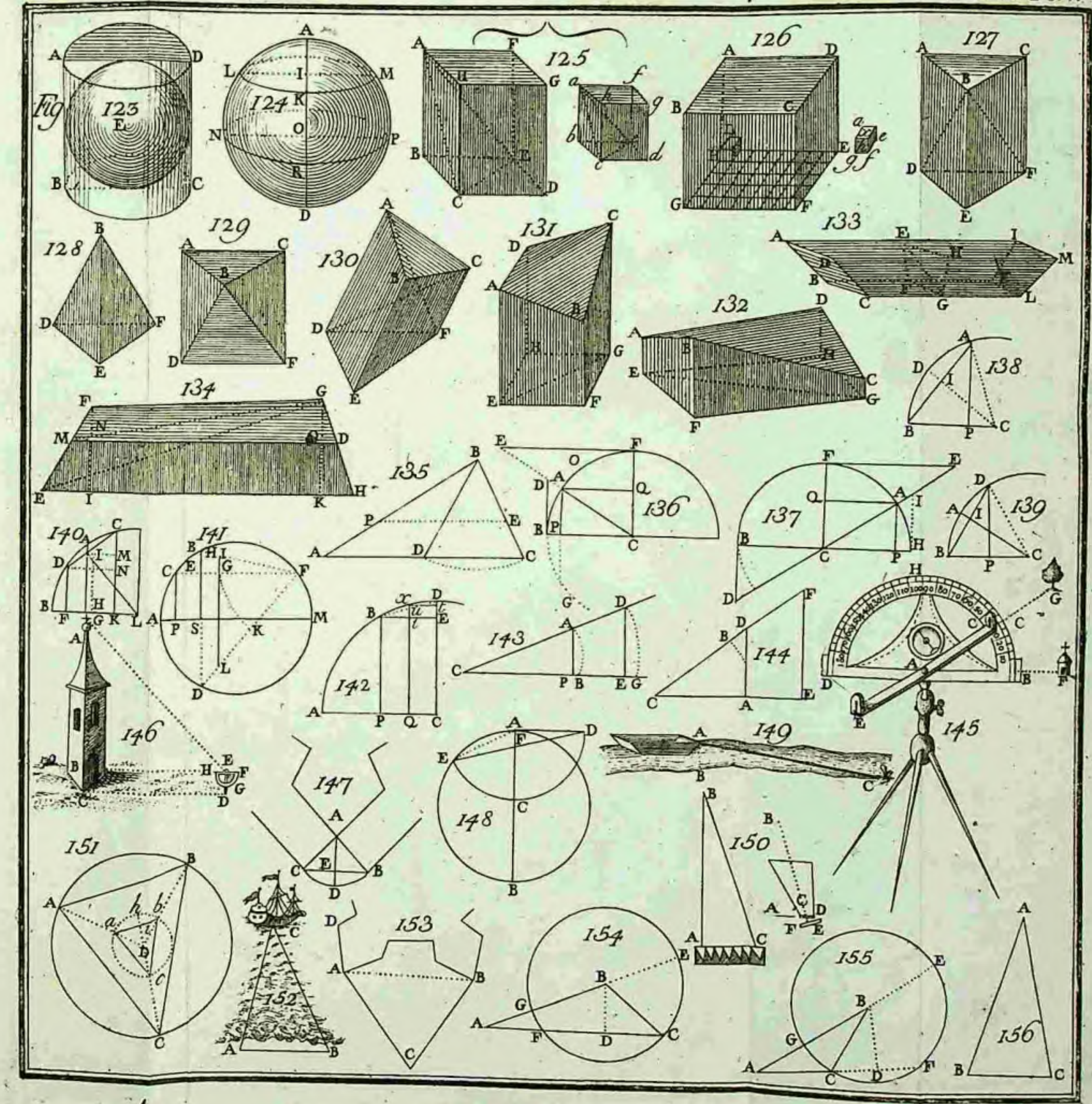


Fig. 123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156

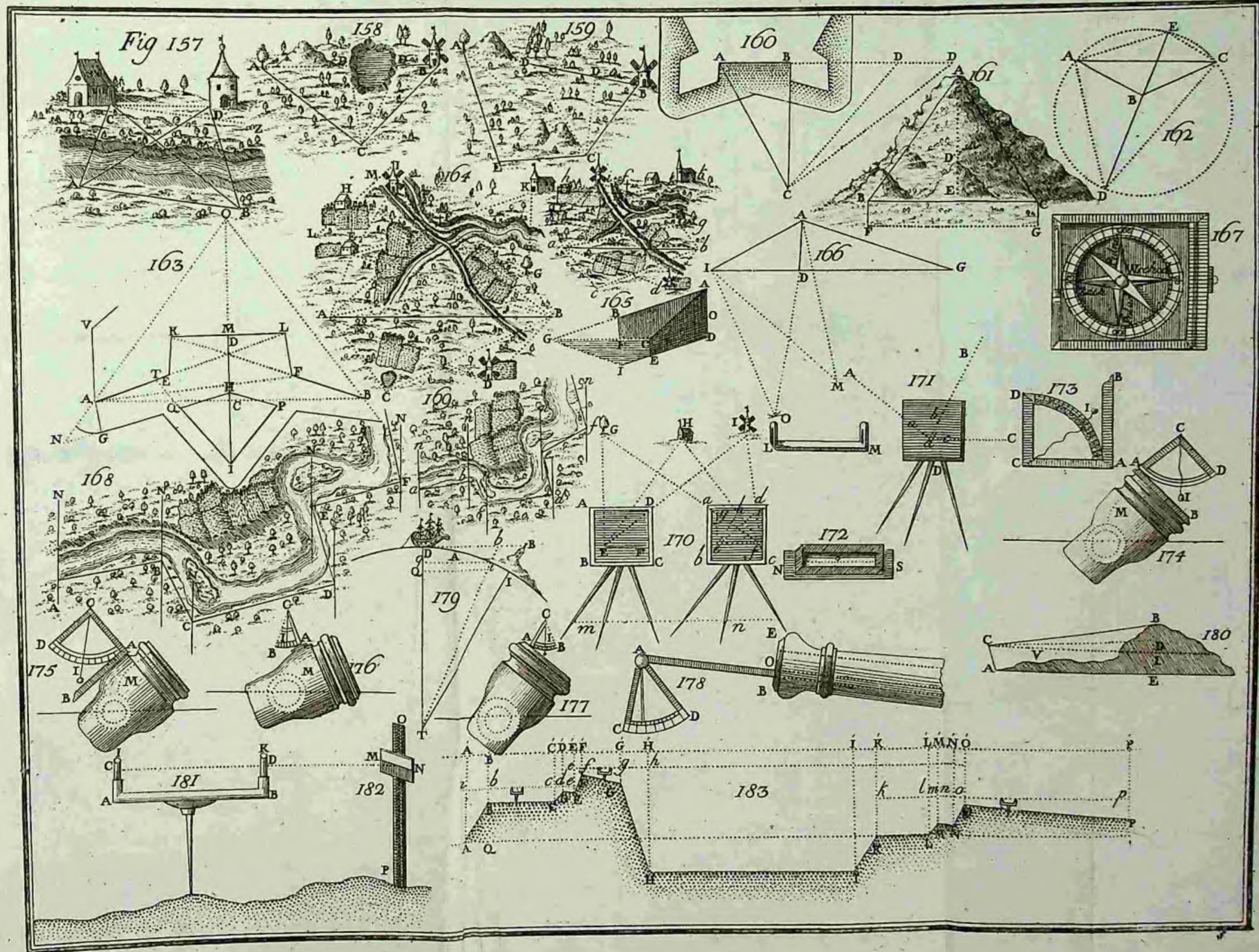


Fig 157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183