NAUKA MATEMATYKI.

do użycia

ARTYLERYI FRANCUZKIEY

napiſana przez P. Bezout

Towarzyſza Akademij Nauk, i Marynarſkiéy &c.
a dla pożytku poſpolitego, oſobliwiéy dla

KORPUSU ARTYLERYI
NARODOWEY

na Polſki ięzyk

PRZEŁOZONA

z Rozſkazu i Nakładém

JEGO KROLEWSKIEY MCI.

PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO

do druku

PODANA

TOM CZWARTY.

Zawiéraiący w ſobie Przyſtóſówanie zaſad powſzechnych MECHANIKI, do różnych przypadków Ruchu i Równowagi.

w WARSZAWIE
w DRUKARNI XX. MISSYONARZOW.

R. P. M. DCC. LXXXII.

PRZYSTÓSOWANIA POWSZECHNYCH FUNDAMENTÓW MECHANIKI.

Do RÓŻNYCH PRZYPADKÓW RUCHU I ROWNOWAGI.

O proſtém ſpotykaniu ſię Ciał.

350. Przyſtępuiémy teráz do opiſania, iakim ſpoſobém ruch przechodzi z iednego ciała w drugie, czyto cały, czy tylko po części, czy bezśrzednie, czy też przy pomocy ſilniów. W rozbiéraniu zaś téy materyi, naſamprzód uważać bę-

będziémy czynność ciała zoſtaiącego w ruchu, przeciwko iakiemukolwiek innému ciału, bądźto w ſpoczynku bądźto w ruchu zoſtaiącemu; odłożywſzy tym czaſém na ſtronę ważność ciał, odpór powietrza, tarcie, i. t. d.

Rozumiéć także będziémy że ciała, których ſpotkanie ſię uważać mamy, ſkutkuią iedne przeciwko drugim w iednéyże linii proſtéy, przechodzącéy przez ich śrzodki ciężkości, i że takowa liniia proſta, ieſt proſtopadła płaſzczyznie, któraby dotykała onych powiérſzchni, w ſamym punkcie ſpotkania.

Rozróżniémy też ciała na dwa rodzaie; to ieſt, nazwiémy iedne *ciałami twardémi*, których poſtaci, żadna ſiła odmiénić niepotrafi; drugie nazwiémy *ciałami ſprężyſtémi*, które mogą odmiéniać ſwoię poſtać, to ieſt, że ſą *tłoczliwémi*, ale oráz ſą nadane taką własnością, że iak uſtanie tłoczenie, to nazád do ſwoiéy poſtaci powracaią.

Lubo w rzeczy ſaméy niémamy w naturze ciał takich, zwłaſzcza iakóżkolwiek znacznéy miąźſzości, któreby doſkonale do tego lub owego z tych dwóch rodzaiów należały, atoli niémożemy inaczéy, tylko na fun-

fundamencie tego przypuſzczenia dóyśdź i uſtanowić czynności ciał, iaką nam natura przed oczy ſtawia.

O proſtém ſpotykaniu ſię Ciał twárdych.

351, Dwa ciała twarde ſpotykaiące ſię wzaiémnie iedno z drugiém, albo z których iedno, uderza o drugie będące w ſpoczynku, udziélaią albo uymuią ſobie wzaiémnie pewną część ruchu. Ale niech rzeczy dzieią ſię w ſpoſób bądź iaki chce, to zawſze w momencie ſamego ſpotkania, można podług (287) uważać każde ciało, iakoby nadane dwiéma ſzypkościami, z których iedna trwać będzie po uderzeniu, a druga zoſtanie zniſzczona. Daymy tedy naprzód że dwa ciała, powzięły ruch w iednémże rozumiéniu; iawna ieſt, że ciało prędzéy bieżące, utraci pewną część ſwoiéy ſzypkości, a przeciwnym ſpoſobém drugie, nabędzie większéy ſzypkości przez ſpólne ich ſpotkanie ſię.

Oznaczmy ſobie przez M miąźſzość ciała udérzaiącego; przez V ſzypkość iego przed uderzeniém; m niechay będzie miąźſzość ciała uderzonego, (która może bydź mniéy-mnieyfza lub większa aniżeli M); U niechay będzie fzypkość iego przed uderzéniém. Zmyślmy fobie że fzypkość V, przemiénia fię w u przez uderzenie; więc M utraci fzypkość wyrażoną przez $V-u$. A zatém w momencie uderzenia, zamiaft fzypkości V, mogę uważać ciało iakoby nadane fzypkością u i fzypkością $V-u$. Podobnież przypuściwfzy, że U odmiénia fię na v przez uderzenie; iawna ieft, że m nabędzie fzypkości $v-U$; a zatém w momencie uderzenia, mogę uważać ciało uderzone iakoby nadane fzypkością v w rozumiéniu ruchu nnieyfzego, a fzypkością $v-U$, w rozumiéniu przeciwném; bo na fundamencie tego przypufzczenia, w rzeczy faméy ciału m, nieprzypifuie fię tylko fzypkość U.

Ponieważ tedy na fundamencie przerzeczonego przypufzczenia, z tych cztérech fzypkościów niemaią zoftać, tylko dwie, to ieft u i v, więc drugie dwie to ieft $V-u$ i $v-U$, mufzą bydź znifzczone w momencie uderzenia; a że fą wbrew fobie przeciwne, więc podług (186), ilości ruchu iakiemi byłyby nadane ciała mocą tych fzypkościów, powinny bydź fobie równe. Będzie tedy $M(V-u)=m(v-U)$.

Teraz uważmy, iż kiedy u i v maią bydź fzypkościami, iakie maią mieć dwa ciała M i m po uderzeniu, podług poprzédzaiącego przypufzczenia, to trzeba, ażeby te fzypkości były takie, iżby ciało uderzaiące, iuż więcéy nieczyniło przeciwko uderzonemu, to ieft, iż po uderzeniu oba ciała, dalfzy bieg z równą fzypkością powinny razém odbywać; tak iż mieć będziém $u=v$; więc naoftatek $M(V-u)=m(u-U)$; albo $MV-Mu=mu-mU$; fkąd wyciąga fię

fię $u=\frac{MV+mU}{M+m}$. To ieft, *że kiedy dwa ciała dybaią w iednémże rozumiéniu; to ażeby mieć ich fzypkość po uderzeniu, trzeba wziąść fummę ilościów ruchu, iaką miały te ciała przed uderzeniém, i rozdzielić ią przez fummę miąższościów.*

Np. ieżeli M wárto 5 uncyi; m, 7 *unc.*; V, 8 *ft.* na iednę minutę wtórą; a U, 4 *ft.* na tęż minutę wtórą; to będzie $u=\frac{5\times 8+7\times 4}{5+7}=\frac{40+28}{12}=\frac{68}{12}=5\frac{2}{3}$; a zatém fzypkość po uderzeniu, wynofić będzie $5\frac{2}{3}$ *ft.* na iednę minutę wtórą.

352. Gdyby iedno z dwóch ciał *np.* m, znaydówało fię w fpoczynku przed uderzeniém, to trzebaby rozumiéć $U=0$; przez co fzypkość po uderzeniu wychodzi na $u=\frac{MV}{M+m}$; to ieft, że trzeba rozdzielić ilość ruchu iaką miało ciało udérzaiące, przez fummę miąższościów.

Wrefzcie, ieżelibyśmy niechcieli w tym przypadku udawać fię do reguły powfzechnéy, moglibyśmy i profto wynaléśdź rozwiązanie tego zagadniénia. Tym kóńcém, trzebaby uważać ciało uderzone, iakoby nadane przed uderzeniém fzypkością u, równą i fkutkuiącą w tém że rozumiéniu, co ſzypkość iaką ma miéć ciało po uderzeniu, i drugą ſzypkością $-u$, to ieſt równą piérwſzéy, ale ſkutkuiącą w rozumiéniu przeciwném. A zatèm, ponieważ ciało niéma zatrzymać tylko piérwſzą ſzypkość, więc trzeba ażeby mocą drugiéy ſzypkości, utrzymówało ſię w równowadze z ciałém M, nadaném ſzypkością $V-u$, iaką ma utracić. Więc muſi bydź $M(V-u) = mu$; ſkąd wyciąga ſię $u = \frac{MV}{M+m}$; wártość taż ſama, która nam téż wypadła z formuły powſzechnéy.

353. Jeżeli ciała dybaią w rozumiéniach przeciwnych, to ażeby miéć ſzypkość po uderzeniu, nietrzeba więcéy, tylko w piérwſzéy formule $u = \frac{MV + mU}{M+m}$, rozumiéć U bydź przéczące, co nam da $u = \frac{MV - mU}{M+m}$; to ieſt, *że kiedy ciała dybaią w rozumiéniach prze- ciwnych, żeby miéć ſzypkość po uderzeniu, trzeba rozdzielić różnicę między ilościami ru- chu, iakiémi nadane były ciała przed uderze- niém, trzeba mòwię rozdzielić tę różnicę przez ſummę miąższościów; ktòrato ſzypkość wyna- leziona, ſkutkòwać będzie w tém rozumiéniu, w iakim ſkutkòwała ſzypkość ciała, nadanego więkſzą ilością ruchu.*

Mo-

Możnaby téż i proſto wynaléśdź ténże ſam wypadek, używſzy do tego tegóż fundamentu co wyżéy.

A zatém Uſtawy czyli prawa, na których zaſadza ſię proſte ſpotkanie ſię ciał twardych, w wſzelakich przypadkach, zamykaią ſię w téy iedynéy regule: że *ſzypkość po uderzeniu, ròwna ſię ſummie albo ròżnicy ilościów ruchu, iakiémi były nadane ciała przed uderzeniém, (a to podług tego, kiedy ciała dybaią w iednémże rozumiéniu, albo w rózumiéniach przeciwnych); ròwna ſię mówię takowéy ſummie albo różnicy, rozdzielonéy przez ſummę miąższościów.*

Uwagi nad ſiłą Bezwładności (*Inertia*).

354. Wtém co dopiéro poprzèdziło, rozumiéliśmy, że odłączywſzy na ſtronę ważnóść, odpór powietrza, i wſzelką innę przeſzkodę, iedno z dwóch ciał, opiéra ſię drugiému, a niſzczy w niém część ſzypkości onego. Lecz iakimby ſpoſobém ciało nieważne, niepowściągnione żadną przeſzkodą, mogło czynić iakowy odpór? czy niebyłoby to przypiſówać ciału zdólność do nadania ruchu ſobie ſamemu, kiedy go może odiąć innemu ciału czyniącemu przeciwko ſobie.

Zaiſte nie; odpór ciała ſwobodnego, nieciągnie za ſobą koniecznie

i

i iſtotnie ruchu ninie przytomnego w témże ciele. *Np.* ieżeli ciało takie iak A ciągną razém dwie ſiły równe i wbrew ſobie przeciwne,
fig. 1. oznaczone przez AB i AC (fig. 1), to iawna ieſt, że ciało tym ſpoſobém nienabędzie żadnego ruchu. Ale i to niemniéy ieſt oczywiſta, że ieżeli ſiła CA równa dwóm piérwſzym, poczęłaby ſkutkować w kierónku CB, to zoſtałaby zniſzczoną od ſiły AC, i ciało w takim razie powzięłoby ruch od ſiły AB, równéy ſile dopiéro przyłożonéy.

Niechcemy my tu ſtanowić za rzecz pewną, czy odpór, mocą którego ciała ſprzeciwiaią ſię ruchowi, pochodzi lub niepochodzi z takiéy przyczyny. Bądź co chce, takowy odpór, (który nazwano *ſiłą Bezwładności*, różni ſię od tego odporu, iaki daią ſiły *czynne*, *np.* ſiły ciał udérzaiących ſię w rozumiéniu przeciwném), różni ſię mówię w tém, że te oſtatnie ſiły niſzczą pewną część ruchu; zamiaſt że ſiła bezwładności, lubo wprawdzie niſzczy ruch w ciele udérzaiącym, ale tén zniſzczony ruch przechodzi wſzyſtek w ciało uderzone. O czèm iawnie znać daie zrównanie $M(V-u)=m(u-U)$ wyżéy założone, ſłużące do wynaleziénia ruchu po uderzeniu w dwóch ciałach, dybiących w iednęż ſtronę; albowiém $V-u$, wyraża ſzypkość, którą traci ciało udérzaiące, a zatèm $M(V-u)$ będzie ilością ruchu utraconą przez uderzenie; podobnież przez $u-U$ rozumieliśmy ſzypkość iakiéy nabywa ciało, tak że $m(u-U)$, będzie nabytą ilością ruchu. Okazaliśmy zaś, że te dwie ilości koniecznie powinny bydź równe iedna drugiéy.

355. Właściwie tedy mówiąc, ſiła bezwładności, ieſtto ſpoſób którym przechodzi ruch z iednego ciała w drugie. Wſzelkie ciało opiéra ſię ruchowi, i opiéraiąc mu ſię, przyimuie go; a przyimuie prawie tyle, ile go niſzczy w ciele czyniącém przeciwko ſobie.

356. A ſtąd pokazuie ſię, że (rozumieiąc bydź zniſzczoną wſzelką zawadę), chociażby ſobie zmyślić iak naymniéyſzą miąższość udérzaiącą, a miąższość uderzoną iako naywiękſzą, to z tego uderżenia zawſze muſi ruch naſtępówać.

Jakóż *np.* w takim przypadku, kiedyby iedno z dwóch ciał zoſtawało w ſpoczynku, ſzypkość wyrażona podług (352) w tém zrównaniu, $u=\frac{MV}{M+m}$, niémoże nigdy przemiénić ſię w zero, chociażby głoſkóm M, m i V bądź iakie chce wártości naznaczyły ſię; chyba iedynie tylko w tym razie, kiedyby m było ilością niezmiérną, albo V niezmiérnie małe. A zatém ieżeli w naturze widzieć ſię daie, że ciała utracaią ruch odebrany; to dzieie ſię dla tego, iż go nadaią cząſtkóm materyalnym innych ciał, którémi ſą ſą otoczone, iakoto powietrza i. t. d. A ponieważ formuła $u = \frac{MV}{M+m}$ znać daie, że im większą miąższość będzie miało ciało uderzone m, (rozumieiąc wſzyſtko w tymże ſtanie co wyżéy), tém mnieyſza wypadać będzie pozoſtała ſiła u; więc uważaiąc m iakoby ſummę zebraną z cząſtek materyalnych, z którémi ciało M dzieli ſię ruchém ſwoim, iawna ieſt, że ſiła u prędko może bydź pzyprowadzona do ſtanu niepodpadaiącego pod zmyſły, chociażby na zniſzczenie iéy niebyło żadnych przeſzkod nieruchomych, iakie ieſt tarcie i inne.

357. Siła bezwładności, ponieważ ieſt własnością materyi, więc równo przebywa w każdéy równéy cząſtce materyi; a zatém w pewnéy iakowéy miąższości, daie ſię czuć proporcyonalnie do ilości materyi albo miąższości; a że miąższość ieſt proporcyonalna wadze, więc i ſiłę bezwładności można także uważać iakoby proporcyonalną wadze. Ale trzeba dać na to pilne baczenie, żeby nierozumiéć iakoby bezwładność pochodzić miała od ważności; gdyż piérwſza od téy drugiéy bynaymniéy niezależy. Jakóż, w tén czas kiedy ciało upada ſwobodnie z góry na dół, ieżeli za niém pogoniémy ręką, z większą ſzybkością

nad tę z którą upada ciało, doznamy ſpotkawſzy ſię z niém, uderzenia i odporu, którego oczywiście niémożna przypiſać ważności, ſkutkuiącéy iedynie z góry na dół. Tém bardziéy też niémożna tego przypiſać odporowi powietrza; bo pomimo tego, iż zawſze zoſtaie do zapytania, dla czego powietrze czyni odpór, iawna ieſt, że ponieważ czynność powietrza ieſt proporcyonalna powiérſzchni, więc niémoże bydź proporcyonalna ilości materyi.

Siła tedy bezwładności, ieſt ſiłą właściwą materyi, mocą któréy ciało opiéra ſię odmianie ſtanu czyli położenia ſwoiego. *Siła bezwładności ieſt proporcyonalna ilości materyi, i daie ſię czuć w wſzelkim kierónku, to ieſt na wſzyſtkie ſtrony, z których ciało miałoby bydź poruſzone.*

Niektóre przyſtóſówania właſnościów ciáł ſpotykaiących ſię; tudzież wnioski ſtąd wynikaiące, tyczące ſię uderzéń.

358. Reguły podane dopiéro wyżéy ſłużące ciałóm ſpotykaiącym ſię, maią zawſze miéyſce, czyto ciała ſpotykaią ſię z ſobą bezſrze-

śrzednie, iak ſię rozumiało, czy też popycha iedno drugie, przy pomocy pręta niegiętkiego, i niemiąższego, któryby łączył śrzodki ciężkościów iedén z drugim; czyli też to naoſtatek, iedno drugie pociąga przy pomocy nitki lub ſznurka, byleby takowa czynność, ſkutkowała bezśrzednie przeciwko śrzodkowi ciężkości każdego ciała.

fig. 2. *Np.* ieżeli dwa ciała M i m (fig. 2), ciągnie iedno drugie przy pomocy nitki opaſuiącéy *klubę* (trochlea) P, * to żeby wymiarkować ruch, iaki wezmą te ciała mocą ważności ſwoiéy, trzeba uważyć (171), że ważność dąży do nadania każdému z tych dwóch ciał, ſzypkości równéy w każdéy chwilce. A że niémoże iedno z nich ruchać ſię, żeby zaráz drugiego niepociągnęło za ſobą, więc za każdą nową czynnością ważności, te dwa ciała znayduią ſię bydź położone w takim przypadku, iak gdyby oba ciągnęły ſię wzaiémnie w rozumiéniach wbrew przeciwnych, z równémi ſzypkościami; więc podług (353), żeby miéć ſzypkość ſtąd wynikaiącą, oznaczywſzy przez g, ſzypkość iaką nadaie ſiła ważności, trzeba wziąść różnicę $Mg - mg$ między ilościami ruchu, i rozdzielić ią przez ſummę $M + m$ miąższościów;

* *Rozumié ſię tu, że czynność ſkutkuie przy pomocy kluby, w tenże ſam ſpoſób iakby ſkutkowała, gdyby obie części nitki albo ſznurka, były wyciągnione w linii proſtéy; ta prawda okaże ſię na innem mieyſcu; aczkolwiek i tak ſama przez ſię łatwo poiąć ſię daie.*

ściów; co da $\frac{Mg - mg}{M + m}$ albo $\frac{M - m}{M + m}$, na wártość rzetelnéy ſzypkości, iakiéy przyczynia za każdą chwilką każda nowa czynność g ważności, w ciele M. A ſtąd pokazuie ſię, że ponieważ M, m, i g ſą ilościami ſtatecznémi, ponieważ ciało M dąży w ruchu iednokſztáłtnie przyſpieſzonym, i ponieważ ſiła przyſpiéſzaiąca niniéyſzy ruch, ma ſię do ważności ſwobodnéy $:: \frac{M - m}{M + m} g : g$, albo $:: M - m : M + m$; więc oznaczywſzy przez p ſzypkość, iaką ſprawuie ważność w ruchadle ſwobodném w przeciągu iednéy minuty wtoréy, można będzie wynaléśdź ſzypkość ſprawioną w podobnymże przeciągu czaſu, w ruchadle M wſtrzymaném czynnością ciała m, przez tę proporcyą, $M + m : M - m :: p : \frac{M - m}{M + m} p$; a zatém oznaczywſzy przez u, ſzypkość ciała M, po upłyniéniu liczby t minut wtórych, będzie podług (173) $u = \frac{M - m}{M + m} pt$; a miéyſce czyli rozległość przebieżona, będzie wyrażona w tèm zrównaniu, $e = \frac{M - m}{M + m} \times \frac{pt^2}{2}$; gdzie p podług (174) rózumié ſię bydź $= 30{,}2$ *ſt.*

359. Gdyby ciało m, które tu rozumiè ſię bydź mniéyſzéy miąższości, odbiérało w piérwſzéy chwilce popęd czyli ſzypkość V, to ieſt, gdyby było tak uderzone, iż będąc ſwobodne i bez ważności, mogłoby w iednèy minucie wtóréy przebieżyć liczbę ſtóp oznaczoną przez V; to w takim razie, z czynnością ſwoią dzieliłoby ſię z ciałèm M, któ-

które ciągnęłoby za ſobą przez pewny przeciąg czaſu. Chcąc wiedzieć, iakim ſpoſobém zachodzi udział téy czynności, trzeba uważyć, że w piérwſzym momencie, czynność ważności będąc niezmiérnie małą, ciało m nadane ſzypkością V, ſkutkuie przeciwko ciału M, tak iak gdyby to oſtatnie ciało zoſtawało w ſpoczynku. Zeby tedy miéć ſzypkość pozoſtałą po czynności (352), trzeba rozdzielić ilość ruchu mV przez ſummę miąższości; co nam da $\frac{mV}{M+m}$, na wyrażenie ſzypkości, z iaką ciało m, pociągałoby za ſobą ciało M, gdyby ważność nieſkutkówała w momentach naſtępuiących. Ale że, iak widzieliśmy dopiéro wyżéy, ważność nieprzeſtaie i daléy ſkutkówać, a to w taki ſpoſób, że ciału M nadaie w rozumiéniu przeciwném ſzypkość $\frac{M-m}{M+m}\,pt$, w przeciągu czaſu t; więc idzie za tém, że po upłynioném czaſie t, ciału m, niepozoſtanie tylko ſzypkość $\frac{mV}{M+m} - \frac{M-m}{M+m}$. Skąd pokazuie ſię, że chociażby ciało m było iako naymniéyſze, ſzypkość V także iako naymniéyſza, a ciało M niechby było iako naywiękſze, to iednakże zawſze ciało m, przez iakiś pewny czas pociągnie za ſobą ciało M; lubo potém toż ciało M wziąwſzy przemoc, pociągnie znowu na wzaiém za ſobą ciało m.

Jakóż, niechayby była iaka chce ilość ruchu mV nadana ciału m, byleby miało wártość pomiérną, to iawna ieſt, że do wyniſzczenia iéy, potrzeba ażeby ważność ſkutkówała przez pewny czas, ponieważ za każdym momentém, nieſkutkuie tylko ſtopniami niezmiérnie małémi.

Ze-

Żeby zaś wiedziéć, kiedy, to ieſt po iakim czaſie upłynionym, ciało m przeſtanie podnoſić ſię; trzeba poſtąpić ſobie w tén ſpoſób. Niechay będzie T czas iakiego potrzebówałoby ciało ważne upadaiące ſwobodnie, do nabycia ſzypkości V; podług tego co przepiſało ſię wyżéy (173), mielibyśmy $V = pT$; więc ſzypkość ciała m, przemienia ſię na $\frac{mpT}{M+m} - \frac{M-m}{M+m}\,pt$, którą zrównnwſzy z zerém, będzie $mpT = (M-m)\,pt$; ſkąd wyciąga ſię $t = \frac{mT}{M-m}$. *Np.* gdyby nadana ſzypkość V, była taka, iakiéy nabywa ciało ważne w przeciągu iednéy minuty wtóréy; to mielibyśmy $T = 1''$; daymy że $M = 100$ *ſtóm*, $m = 1$ *ſt*; a tak w niniéyſzym przypadku będzie $t = \frac{1''}{99}$; to ieſt że ciało m, niepociągnie dłużéy za ſobą ciała M, iak tylko przez iednę dziewięćdzieſiąt i dziewiątą cząſtkę minuty wtóréy; ale iednak wſzelako pociągnie go rzetelnie.

Jawna tedy ieſt, że niéma żadnéy takiéy ſiły pomiérnéy, choćby była iak naymniéyſza, którаby niezdołała przezwyciężyć wagi ciała; i że nigdy niepodobna ieſt, ciało ninie w ruchu będące, uſtanowić w równowadze z wagą innego ciała, to ieſt z inném, ciałém, niémaiącém innego dążenia, tylko to które ieſt właſne ważności. Naprzód piérwſze ciało pociągnie za ſobą drugie; a potém owo będzie pociągnione od tego; zaydzie wprawdzie między niémi ſpoczynek na moment; ale to będzie tylko tén moment, w którym pierwſze ciało, utraci

wſzy-

wſzyſtkę ſzypkość ſobie nadaną, i niebędzie to tylko tén iedén taki moment.

360. A zatém ſiła ciáł zoſtaiących w ruchu, niémoże miérzyć ſię na wagę, to ieſt na ſamę czynność wagi, obranéy z ruchu miéyſcowego; ale powinna miérzyć ſię na inne ſiły ciáł zoſtaiących w ruchu, iakoto *np.* na ſiły ciáł ważnych, upadaiących z pewnéy wyſokości.

I tak żeby mieć poięcie ſiły ciała ważącego 3 *ſty*, dybiącego z ſzypkością 60 *ſt.* na iednę minutę wtórą; ſzukałbym podług tego, co było wyżéy (176), z iakiéy wyſokości powinno upaśdź ciało, żeby nabyło takowéy ſzypkości 60 *ſt.* na iednę minutę wtórą; i znalázłbym iż powinnoby upaśdź z wyſokości 59½ *ſt.* z małém uchybiéniém. Skąd ſobie wnoſzę, że ciało ważące 3 *ſty*, nadane ſzypkością 60 *ſt.* na iednę minutę wtórą, muſi tak mocno udérzać, iak gdyby ſpadło z wyſokości 59½ *ſt.*

361. Siła, iaką ciała w ruchu będące wywiérać mogą, nazywa ſię *uderzeniém*. A zatém ſiła uderzenia, żadnym ſpoſobém niémoże bydź porównana z ſamém tylko tłoczeniém, to ieſt z tą uſilnością, na iaką zdobydź ſię może mocą ſaméy ważności ſwoiéy, miąższość niémaiąca ruchu miéyſcowego. Uderzenie młotka

ka nawet bardzo ſłabe, może zabić gwoźdź w ciało iakowe, gdy tym czaſém waga, aczkolwiek doſyć znaczna nic temu niepodoła. Toż ſamo rozumiéć ſię ma względém ciała niewielkiéy miąższości, które upadaiąc z gory na dół, nabyłoby pewnéy ſzypkości.

Przyczyna téy różnicy zależy na tèm; iż ciało upadaiące, używa razém w iednym momencie, wſzyſtkich ſtopniów nabytéy ſzypkości przez czas upadku ſwego; zamiaſt że waga, nieſprawuiąca nic więcéy tylko tłoczenie, nieſkutkuie tylko oſobnémi i z koléi naſtępnémi ſtopniami ſzypkości, dzielącéy ſię między gwoździém, i między miąższością otaczaiącą; a że każdy z takowych ſtópniów ieſt niezmiérnie mały, więc prawie natychmiaſt iak ieſt nabyty, tak i zniſzczony zaráz zoſtaie.

362. Na fundamencie tego co dopiéro powièdziało ſię, łatwo zrozumiéć można, iakby ſobie trzeba poſtąpić, chcąc naznaczyć ruch ciała *M*, (fig. 3), które mocą wagi ſwoiéy, ciągnęłoby za ſobą drugie ciało *M'* położone na płaſzczyznie poziemnéy, tarcie odłożywſzy na ſtronę. Jawna ieſt, że czynność ważności ſkutkującéy w ciele *M'* pſuie płaſzczyzna poziemna; czynność zaś *fig. 3.*

téyże ważności skutkuiącéy w ciele M, dzieli się między oba ciała M i M; tak, iak kiedy iedno ciało czyni przeciwko drugiému będącemu w spoczynku. A zatém, rozumuiąc iak wyżéy, i oznaczywszy przez g, szypkość iaką nadaie ciału swobodnemu siła ważności w iednym momencie, mieć będziém $\frac{gM}{M+m}$, na wyrażenie szypkości, z iaką ciało M rzetelnie w ruchu swoim przyspieszać będzie. Więc szypkością tego ciała po wyszłéy iednéy minucie wtóréy, będzie $\frac{pM}{M+m}$; gdzie przez p rozumié się szypkość iaką może nadać ważność w iednéy minucie wtóréy ciału swobodnemu. Więc, po upłynięniu iakiegokolwiek czasu t, szypkością tego ciała, będzie $\frac{pMt}{M+m}$ (173); a rozległością miéysca przebieżoną w tymże czasie od tegóż ciała, będzie $\frac{\frac{1}{2}pMt^2}{M+m}$ (147).

363. Ale gdyby dwa ciała iakoto A i B
fig. 4. (fig. 4), czyniły iedno przeciwko drugiému przy pomocy pręta, albo sznurka materyalnego, którego miąższość niebyłaby zbytecznie mała względém miąższości samychże ciał; to naténczas takowy pręt, albo sznurék, byłby także uczęstnikiém czynności zachodzącéy między niémi. *Np.* gdyby ciało B po odebraniu znagła pewnéy szypkości skutkuiącéy w stronę C, zostało przynaglone do pociągniénia za sobą ciała A przy pomocy pręta materyalnego AB; to, ażeby miéć szypkość po zaszłéy czynności, trzebaby rozdzielić ilość ruchu odpowiadaiącą ciału B, przez summę miąższościów ciał A, B i pręta AB.

364.

364. Gdyby dwa ciała M i m (fig. 2), fig. 2.
ciągnęły iedno drugie przy pomocy sznura iednokształtnie ważnego, to w takim razie siła przyspieszaiąca ciała M, niebyłaby siłą stateczną, iak w przypadku wzwyż rozważanym (358). Ale trzebaby ią wynaléśdź, iako też i ruch ciała M, w tén sposób. Oznaczywszy przez c całą długość sznura; przez P iego ważność przyrodną, to iest, wiele waży iedna stopa długości iego; przez x długość części PM; mieć będziém $Pm = c - x$: miąższością tedy części PM, będzie Px; a miąższością części Pm, będzie $P(c-x)$. A zatém mieć będziém z iednéy strony, miąższość $= M + Px$; a z drugiéy strony, miąższość $= m + P(c-x)$, z których każdéy, ważność nadaie w niniéyszym momencie, szypkość nieizmiernie małą h. Więc chcąc wiedzieć, iaką szypkość powezmą mocą wzaiemnéy czynności iednego przeciw drugiému, trzeba rozdzielić różnicę między ilościami ruchu, przez summę miąższościów. Wypadnie tedy na wyrażenie siły przyspieszaiącéy ciała M, ilość $\frac{Mh + Phx - mh - P(c-x)h}{M + Px + m + P(c-x)}$, która wychodzi na $\frac{Mh - mh + 2Phx - Pch}{M + m + Pc}$; albo, zrobiwszy $M - m - Pc = A$, a zaś $M + m + Pc = B$, wychodzi na $\frac{Ah + 2Phx}{B}$. Więc takowa szypkość, ma się do szypkości ważności, iak $\frac{A + 2Px}{B}$ do 1; więc, oznaczywszy przez p, szypkość iaką nadaie ważność ciału swobodnemu w iednéy minucie wtoréy, ilość $\frac{A + 2Px}{B}p$, będzie szypkością, iakiéy

nabyłoby ciało M w iednéy minucie wtóréy, gdyby przez cały przeciąg téy minuty wtóréy, ſiła przyſpieſzaiąca była ſtateczna. Takową to tedy ilość (181) trzeba położyć zamiaſt p, w formule $pdt = d\left(\frac{de}{dt}\right)$ wzwyż przepiſanéy (184) do ruchów różnokſztáłtnych; tudzież zamiaſt de trzeba położyć dx; bo niechay ciało M, z iakiego chce mięyſca, ſwóy ruch poczyna, to zawſze rozległość, iaką przebiéga za każdym momentém, równa ſię pomnożeniu dx, długości PM. Będzie tedy,
$$\frac{A + 2Px}{B}\, pdt = d\left(\frac{dx}{dt}\right).$$
Zeby ſcáłkówać to zrównanie, dzielę go przez dt, a mnożę przez dx; i mam - $\frac{Adx + 2Pxdx}{2}\, p = \frac{dx}{dt}\, d\left(\frac{dx}{dt}\right)$; zrównanie, którego cáłką ieſt, $\frac{Ax + Px^2}{B}\, p + C = \frac{1}{2}\,\frac{dx^2}{dt^2}$. Dla znaleziénia zaś wártości ſtateczney C; uważam, że $\frac{dx}{dt}$ podług (179) ieſt wyrażeniém ſzypkości; więc rozumiéiąc, że na początku ruchu ciało M znaydówało ſię w punkcie O, (daymy bydź $PO = b$), i że nieodebrało żadnego popędu, to ſtateczna C powinnaby bydź taka, ażeby ſzypkość była zerém, kiedy $x = b$; będzie tedy $\frac{Ab + Pb^2}{B}\, p + C = 0$, a zatém $C = \frac{-Ab - Pb^2}{B}\, p$: więc - - - $\frac{Ax + Px^2 - Ab - Pb^2}{B}\, p = \frac{1}{2}\,\frac{dx^2}{dt^2}$. Oznaczmy przez z rozległość przebieżoną OM; mieć będziém $z = x - b$, albo $x = b + z$, a dx

$dx = dz$, co przemiéni naſze zrównanie na $\frac{Az + 2Pbz + Pz^2}{B}\, p = \frac{\frac{1}{2}dz^2}{dt^2}$; ſkąd wyciąga ſię
$$dt = \frac{dz\sqrt{\frac{B}{2p}}}{\sqrt{[(A + Pb)z + Pzz]}};$$
zrównanie, które łatwo może bydź ſcáłkówane, przemiéniwſzy go w niepiérwiaſtkowe, podług tego co ſię rzekło (118); co da nam ſtóſunek zachodzący między rozległością i czaſém, który tu rożumié ſię bydź wyrażony w minutach wtórych.

Co ſię dotyczé ſzypkości, ta ponieważ ieſt wyrażona przez $\frac{dz}{dt}$, więc oznaczywſzy ią przez u, będzie $u = \frac{\sqrt{[(A + 2Pb)z + Pzz]}}{\sqrt{\frac{B}{2p}}}$, gdzie przez u, rozumié ſię ta rozległość, do iakiéy przebieżenia w iednéy minucie wtóréy, ieſt zdólne ciało w każdym momencie, mocą niniéyſzego ruchu ſwoiego, iednokſztáłtnie w tymże ruchu trwaiącego.

Uwaga względém ſił żywych.

365. Nazwano *żywémi ſiłami*, ſiły ciał zoſtaiących w ruchu; *ſiłami* zaś *martwémi* ſą te ſiły, w których, iakoto *np.* w ſile tłoczenia, rozumié ſię że przyczyna ſkutkuiąca, niéma ruchu ninie przytomnego.

Przez nieiaki czas były rozdwoione zdania Matematyków, względém

dém miérzenia ſił żywych, albo ſił właſnych ciałóm w ruchu zoſtaiącym. Niektórzy utrzymówali, że takowe ſiły niepowinny miérzyć ſię na miąższość rozmnożoną przez ſzypkość, podług przepiſu, który podaliśmy do tego wyżéy (157); ale że miarą ich powinna bydź mnogość, wynikaiąca z rozmnożenia miąższości przez kwadrat ſzypkości. Ponieważ mogłby któ obawiać ſię, ażeby ta różność w miérzeniu ſił, niebyła przyczyną iakiéy nieprzyzwoitości w Mechanice, przeto zda nam ſię bydź rzeczą potrzebną, w kilku ſłowach o tém pomówić.

Jeſt rzeczą wcale oboſtronną, miérzyć ſiły ciał w ruchu zoſtaiących, na miąższość rozmnożoną tylko przez ſamę ſzypkość, albo téż na miąższość rozmnożoną przez kwadrat ſzypkości, byleby do tego ſłowa ſiła, nieprzywięzówać w obu przypadkach iednakowego rozumiénia. Kiedy za miarę ſiły, bierze ſię miąższość rozmnożona przez kwadrat ſzypkości, to naténczas przez to ſłowo *ſiła* rozumie ſię *liczba* przeſzkod, którą może przemódz ciało w ruchu będące; i to pewna ieſt, że kiedy miąższości ſą równe, to liczba przeſzkód, które może przemódź ciało w ruchu będące, ieſt proporcyonalna kwadratowi ſzyp-
fig. 5. kości. *Np.* ieżeli ciało *A* (fig. 5), niéma tylko prawie potrzebną ſzypkość do zamknięcia ſprężyny takiéy iak ieſt *ACB*; to in-

nemu ciału *M* takiéyże miąższości, nietrzeba będzie tylko dwa razy tak wielkiéy ſzypkości, do zamknięcia cztérech ſprężyn równych ſprężynie *ACB*. Jakóż, zmyśliwſzy ſobie, że cztéry ſprężyny, każda z nich ieſt rozwarta w téyże ſaméy rozłożyſtości kąta, co ſprężyna *BCA*, łatwo widzieć ſię daie, że ſiła iakiéy trzebaby użyć w punkcie *M*, ażeby niedopuścić większéy rozwártości tym ſprężynóm, powinna bydź takaż ſama, iakiéy trzebaby użyć w punkcie *A*, na zapobieżenie, ażeby ſprężyna *BCA* niezwarła ſię daléy. Albowiém ſprężyna *HIM*, nieczyni większego odporu punktowi *M*, iakby czyniła, gdyby punkt *H* ramiénia *HI*, zamiaſt przytknięcia do ramiénia *HG*, opiérał ſię o płaſzczyznę nieruchomą *PQ*. To założywſzy na przód, łatwo widzieć ſię daie, że większość odporu czyniącego przeciwko punktowi *M* aniżeli przeciwko punktowi *A*, kiedy cztéry ſprężyny, miałyby bydź przymknięte na otwartość kąta téyże miary, w iakiéy przymyka ſię ſprężyna *BCA* w iednym momencie; łatwo mówię widzieć ſię daie, że ta większość odporu, nieſkądinąd pochodzić będzie, tylko że punkt *M* dłużéy muſi czynić przeciwko temuż ſamemu odporowi co punkt *A*; a tak maiąc do przebieżenia cztéry razy większą rozległość, a ſzypkość tylko podwóyną, potrzebówać téż do tego będzie podwóynego czaſu, w przeciągu którego przełamać muſi dwa razy tyle odporu, co punkt *A*; ażeby tedy punkt *M* mógł przymknąć cztéry ſprężyny, każdą na otwartość kąta téyże miary, w iakiéy przymyka ſię ſprężyna *BCA* w iednym momencie, muſi utracić ſtopień ſwoiéy podwóynéy ſzypkości. Rozumuiąc podobnymże ſpoſobém względém momentów naſtępuiących, poka-
za-

załoby ſię, że odpory czyniące przeciwko punktóm, czyli ciałóm A i M, uſiłuiącym przymknąć ſwoie ſprężyny na otwártość kąta iednèyże miary, zawſze maią ſię iedén do drugiégo : : 1 : 2; więc całkowite odpory mieć ſię także będą do ſiebie : : 1 : 2; więc ſzypkość podwóyna, ieſt doſtateczna do przymknięcia cztérech ſprężyn.

Jawna tedy ieſt, że liczba przeſzkód, którą przezwyciężyć mogą ciała będące w ruchu, rośnie iak kwadraty ſzypkościów. Ale czyliż przez to ſłowo *ſiła*, ma ſię rozumiéć *liczba* przeſzkód? albo raczéy czy nienaturalniéyſza ieſt, rozumiéć przez nie, ſummę odporów, iakie czynią pomiénione przeſzkody? albowiém nie ſama tylko liczba, ale też oráz i wártość każdéy przeſzkody, wpływa w zniſzczenie ruchu. Lecz w takim przypadku, ponieważ każdy momentalny odpór, oczywiście ieſt proporcyonalny ilości ruchu, iaką wyniſzcza, (bo na to zawſze zgadzali ſię wſzyſcy), więc ſumma odporów, muſi bydź proporcyonalna całéy ilości ruchu wyniſzczonéy; więc ieżeli przez *ſiłę* rozumiéć będziémy, nietylko liczbę ale i ſummę odporów, iakie może przezwyciężyć ciało będące w ruchu, to ſiła będzie proporcyonalna ilości ruchu. Z tego przyiętego fundamentu, zarówno wnoſi ſię, że liczby odporów przezwyciężonych, maią ſię między ſobą iak kwadraty ſzypkościów. Sprzeczka tedy w ſaméy iſtocie, niezachodzi tu tylko o ſłowa; i łatwo zoſtaie zaſpokoioną, byleby zgodzić ſię na to, co ma bydź rozumiano przez to ſłowo *ſiła*. Wolno zaś ieſt, obrać ſobie z tych dwóch zdań które ſię ſpodoba; byleby obranego wyrażenia na miarę ſiły, używać w tém rozumiéniu, w iakiém bierze ſię to ſłowo *ſiła*, to zawſze w oboiém rozumiéniu przyidzie ſię do iednakowego wypadku. My tedy iak zaczęliśmy, na miarę ſił, zawſze brać będziémy mnogość, wynikaiącą z rozmnożenia miąższości przez ſzypkość; a naſtępnie przez ſiłę ciała, rozumiéć chcemy, całkowitą ſummę odporów, potrzebnych do wyniſzczenia w niém ruchu.

O ſpotkaniu ſię ciał ſprężyſtych.

366. Lubo ciała *ſprężyſte*, podług tego, iak ie ſobie wyobraziliśmy wyżéy (350), żeby były ſprężyſt-

żyſtémi, powinny bydź tłoczliwe; atoli nieidzie zatèm, ażeby były tèm ſprężyſtſze, im ſą tłoczliwſze. Kłębek wełny, nieieſt ſprężyſtſzy od kulki ſłoniowéy, która przecięż ma daleko mniéyſzą tłoczliwość, iak wełna.

Atoli iednak bądź co chce, tłoczliwość zdaie ſię bydź nierozdziélna od ſprężyſtości. Mocą tłoczliwości, ciało odmiénia ſwoię poſtać, przyłożywſzy do niego zewnątrſz iaką ſiłę; a mocą ſprężyſtości, dąży do powrócenia nazád do piérwotnéy ſwoiéy poſtaci. Lecz ſpomiędzy wſzyſtkich ciał ſprężyſtych, to ieſt, które ſtawſzy ſię ſwobodnémi, uſiłuią powrocić do ſwoiéy poſtaci, iedne ſą, co odbiéraią zupełnie piérwotną poſtać, a drugie odbiéraią ią tylko po częśći; te oſtatnie, nazywaią ſię *ciałami niedoskonale ſprężyſtémi*. Co ſię zaś dotyczé piérwſzych, te mogą powracać do ſwoiéy piérwotnéy poſtaci z większą lub mniéyſzą chyżością, i ſtopniami bardzo różnémi. A ieżeli ſą takie, iż po ſpotkaniu ſię, powracaią do ſwoiey poſtaci takiémiż ſtopniami, iakiémi ſię ſtłoczyły, to nazywaią ſię *ciałami doskonale ſprężyſtémi*. Tu mówić ſię niebędzie, tylko o ciałach doſkonale ſprężyſtych.

Uważmy tedy względém nich, że w ſpotkaniu ſię, ciało maiące mniéyſzą ſzypkość, czyni odpór ciału nadanému większą ſzypkością, a zatèm że robi ſię w nich ſtłoczenie cząſtek, po którém nietylko naſtępuie powrót do piérwotnéy poſtaci, ale téż że po takowym powrocie, ciało na nowo odmiénia ſwoię poſtać, a to w przeciwném wcale rozumiéniu piérwſzéy odmianie. Po drugiéy odmianie naſtępuie znowu trzecia, mocą któréy ciała powracaią do téy poſtaci, iaką miały w czaſie wzaiemnego ſtłoczenia ſię, i tak daléy; tak iż cząſtki każdego ciała, maią względém ſwego śrzodka ciężkóści ruch *wielowrotny* (de vibration), to ieſt niby wyſkakuiący i nazád powracaiący; bo przerzeczone cząſtki uſiłuią powrócić do ſwoiéy piérwotnéy poſtaci, przez ruch coráz ſpieſzniéyſzy, mocą którégo przebiégaią potém nad miarę. Takowe przekſztáłcenia poſtaci, naſtępuiące na przemian iedne po drugich,

gich, mogą bydź nawet zmyflami do. ſtrzeżone w wielu ciałach ſprężyſtych, za uderzeniém w nie; oſobliwie w ciałach brzmiących albo dwięczących.

Atoli nietrzeba rozumiéć, ażeby te wielowroty, (vibrations), wpływały co do ſzypkości iaką maią powziąść ciała ſprężyſte po ſpotkaniu ſię. Niémogą ony nic wpływać do ruchu środków cieżkości, odpowiadaiących tym ciałóm, iak widzieliśmy wyżéy (288); bo takowe ruchy odbywaią ſię w każdém z dwóch ciał, bez żadney zawiſłości iedén od drugiego. Jeſtto tylko wzaiemna czynność cząſtek, iednych przeciw drugim, należących do iednegóż ciała.

Spotkanie ſię ciał doſkonale ſprężyſtych, można ſobie wyobrazić w tén ſpoſób. Kiedy
fig. 4. dwa ciała A i B (fig. 4) ſpotkaią ſię w punkcie C, odpór ciała B przeciwko ciału A to ſprawuie, iż iedno drugie tłoczy zobopólnię, póty, aż dwa środki ciężkości i punkt dotknięcia, nabędą każdy z nich iednakowéy ſzypkości; dotąd wſzyſtko tak ſię dzieie, iak w ſpotkaniu ſię ciał twardych, wyiąwſzy odmianę poſtaci, która niémoże bynaymniéy wpływać w ilość ruchu utraconą albo nabytą.

Odmiana zaś poſtaci, tak ſię robi, że każde z dwóch ciał, płaſzczy ſię równo z obydwóch ſtron; bo cząſtki nayodległéyſze od punktu dotknięcia, wyſkakuiąc ſkorzéy w iednêm ciele iak w drugiém, aż póki ſtłoczenie zupełnie niedokona ſię, têm bardziéy tłoczą cząſtki pośrzednie. Po dokonaniu ſtłoczenia, cząſtki każdego ciała przyległe punktowi dotknięcia, opiéraią ſię iedne o dru-

drugie, przez tén czas gdy ſię przenoſi takowy punkt dotknięcia; a dopiéro całe natężenie ſprężyſtości ſkutkuiące w ſtrony przeciwne punktowi dotknięcia; tak że środki ſą niby pociągnione w rozumiéniach przeciwnych, z tą całą uſilnością, z iaką ciało dąży do odebrania nazád ſwoiéy poſtaci. Gdzie widzieć ſię daie, że ciało udérzaiące, utraca naténczas ſzypkość rownaiącą ſię téy, iaką ſtraciło przy ſtłoczeniu; a przeciwnym ſpoſobém ciało uderzone, nabywa tyle ſzypkości, ile iéy nabyło przy ſtłoczeniu. A lubo dwa ciała powróciwſzy do ſwoiéy piérwotnéy poſtaci, niezoſtaią ſię przy niéy, atoli iuż iedna przeciw drugiemu niéma żadnéy czynności; bo ſiła, mocą któréy te ciała w ſobie rozſzerzać ſię maią, ſtaie ſię coráz mniéyſza; a zatém iuż tu rozſtaią ſię z ſobą.

A ſtąd oczywiście wynika, że okoliczności wzaiemnego ſpotkania ſię ciał doſkonale ſprężyſtych, w téy iednéy regule wſzyſtkie zawiéraią ſię.

367. *Szukay ſpólnéy ſzypkości, iaką miałyby ciała po uderzeniu, gdyby były nieſprężyſte; a potém ieżeli od podwóyności téy ſzypkości, odéymiéſz ſzypkość iaką miało każde ciało przed uderzeniém, to miéć będzieſz ſzukane ſzypkości każdego ciała po uderzeniu.* W czêm trzeba dać baczenie na to, że kiedy ciała przed uderzeniém dybaią w rozumiéniach przeciwnych, to ſzypkości tego ciała,

ła, które ma mniéyſzą ilość ruchu, należy dáć znak —, tak iż w przyſtóſówaniu niniéyſzéy reguły, takowa ſzypkość powinna bydź dodana.

Jakóż, kiedy oba ciała dybaią w iednę ſtronę, ieżeli V ieſt ſzypkością udérzaiącego, a U ſzypkością uderzonego; u niechay będzie ſzypkość, iaką miałyby te ciała po uderzeuiu gdyby były twardémi; to $V-u$ będzie wyrażeniém ſzypkości, iaką utraci ciało udérzaiące; a ponieważ ſprężyſtość natężaiąc ſię w ſtronę przeciwną ruchowi, uymuie ciału tyle ruchu, ile mu go iuż uięło ſtłoczenie, więc niezoſtanie ſię tylko przy ſzypkości $u-(V-u)$, to ieſt $u-V+u$, albo $2u-V$. Co ſię zaś tyczé ciała uderzonego, takowe nabywa od uderzenia, ſzypkości $u-U$; a że przez natężenie ſwoiéy ſprężyſtości nabywa znowu tyle drugie, więc ſzypkością iego będzie $u+u-U$, to ieſt $2u-U$. W tym przypadku zawiéra ſię i ów, kiedyby iedno z dwóch ciáł znaydówało ſię w ſpoczynku przed uderzeniém.

Gdyby ciała dybały w rozumiéniu przeciwnèm, to względém ciała maiącego więkſzą ilość ruchu, ſłużyłoby także toż ſamo poprzédzaiące rozumówanie. A co ſię tyczé drugiego, to takowe przez uderzenie, iako ciało twarde ſtraciłoby ſwoię ſzypkość, a nabyłoby innéy w rozumiéniu przeciwném. Niechay tedy będzie u, takową ſzypkością; naténczas ſzypkość, z iaką natęża ſię ſprężyſtość tego ciała, będzie wyrażona przez $U+u$, którą dodawſzy do ſzypkości u, należącey mu, iako ciału twardemu, mieć będziém $2u+U$.

368. A ſtąd łatwo ieſt, pownoſić ſobie formuły, wyrażaiące właſności ciáł ſprężyſtych udérzaiących o ſiebie, w które niewchodziłyby inne ilości, tylko miąźſzości i ſzypkości przed uderzeniém; nietrzeba do tego więcéy, iak tylko w wyrażeniach $2u-V$ i $2u\mp U$, położyć wártości głoſki u, wyciągnione z reguł wzwyż uſtanowionych (351 i daléy). Ale że takowe formuły, niémaią w ſobie nic tak łatwego do ſpamiętania, iak reguła dopiéro wyżéy podana, przeto ſtanowiéniém ich zatrudniać ſię niebędziémy, ale zoſtawiamy to do wykonania każdemu, ktoby w tém był ciekawy.

369. Uważmy, że kiedy iedno z dwóch ciáł znayduie ſię w ſpoczynku, to ſzypkość iego, iaką odbiéra przez uderzenie, ieſt dwa razy tak wielka, iakąby miało, gdyby niebyło ſprężyſte. Jeſtto oczywiſty wnioſek z reguły powſzechnéy.

370. Zebyśmy dali iakie przyſtóſówanie tych reguł; daymy naprzód że dwa ciała ſą ſobie równe, a iedno z nich znayduie ſię w ſpoczynku, w takim razie formuła $\frac{MV}{M+m}$

(352), wyrażaiąca ſzypkość ciał twardych po uderzeniu, przemiénia ſię na $\frac{MV}{2M}$, albo na $\frac{1}{2}V$. Trzeba tedy podług (367) od $\frac{1}{2}V$ dwa razy powtórzonego, albo od V odiąć V, żeby mieć ſzypkość ciała udérzaiącego po uderzeniu.

Zeby zaś mieć ſzypkość ciała uderzonego, trzeba od $\frac{1}{2}V$ dwa razy powtórzonego, odiąć ſzypkość iego, iaką miało przed uderzeniém, to ieſt zero; ſkąd na ſzypkość po uderzeniu wypadnie V; to ieſt, że cały ruch ciała udérzaiącego przechodzi w ciało uderzone. A zatém można ſobie wnieść, że gdyby wiele ciał ſprężyſtych równych, było położono w iednéyże linii proſtéy, uderzywſzy iedno z nich ſkrayne, inſzém ciałém ſprężyſtém równém iednému z tamtych, to tylko drugie ſkrayne to ieſt oſtatnie odłączyłoby ſię. Uderzywſzy zaś dwóma ciałami ſprężyſtémi równémi piérwſzym, nieodłączyłoby ſię inſze, tylko to oſtatnie i przed oſtatnie; i tak daléy.

Daymy teráz że dwa ciała dybaią w iednémże rozuméniu; iedno z nich niechay ma 5 *unc.* miąższości, a ſzypkości 6 *ſt.* na iednę minutę wtórą; a drugie niech ma 7 *unc.* miąższości, a ſzypkości 2 *ſt.* na iednę minutę wtórą. Szypkość iaką powzięłyby te ciała po uderzeniu, uważaiąc ie iako twardémi (351) wynoſiłaby $\frac{44}{12}$ albo $3\frac{2}{3}$; ieżeli tedy od podwóyności téy ilości, to ieſt od $7\frac{1}{3}$ odéymę ſzypkości 6 i 2, iakie miały te ciała przed uderzeniém, to mieć będę $1\frac{1}{3}$ i $5\frac{1}{3}$ na wártości ſzypkości ciał, udérzaiącego i uderzonego, po uderzeniu.

Gdyby ciało udérzone, zamiaſt 7 uncyi miąższości, iak w niniéyſzym przykładzie, mia-

miało 20 *unc.*; to naténczas ſzypkość tych ciał po uderzeniu, uważonych iakby były twardémi, wynioſłaby $\frac{72}{25}$ albo $2\frac{4}{5}$. A zatém od podwóyności téy ilości, to ieſt od $5\frac{3}{5}$, odiąwſzy ſzypkości 6 i 2, iakie miały przed uderzeniém, wypadnie $5\frac{3}{5} - 6$. i $5\frac{3}{5} - 2$, albo $-\frac{2}{5}$ i $3\frac{3}{5}$, na ſzypkości onychże po uderzéniu; gdzie znak —, daie znać, że ciało udérzaiące, odſkoczy w tył po uderzeniu.

Gdyby dwa ciała dybały naprzeciw ſobie, a miały też ſame miąższości i ſzypkości; iakie im naznaczyły ſię w drugim przykładzie, to uważaiąc ie iako twardémi, ſzypkość ich po uderzeniu byłaby $\frac{30-14}{12}$ albo $1\frac{1}{3}$. A zatém od podwóyności téy ilości, odiąwſzy ſzypkość 6, iaką miało ciało udérzaiące przed uderzeniém, mielibyśmy $-3\frac{1}{3}$ na ſzypkość iego po udérzeniu; gdzie znak — daie znać, że to ciało odſkoczy w tył z ſzypkością $3\frac{1}{3}$ *ſt.* na iednę minutę wtórą. Co ſię zaś dotyczé ciała udérzonego, trzeba (367) do téyże podwóyności to ieſt do $2\frac{2}{3}$, dodać ſzypkość 2 iaką miało przed udérzeniém, ſkąd na ſzypkość iego po uderzeniu wypadnie $4\frac{2}{3}$.

371. Ponieważ, podług (367), kiedy dwa ciała ſprężyſte dybaią w iednęż ſtronę przed uderzeniém, ſzypkości ich po uderzeniu, wyrażaią ſię przez $2u - V$ i $2u - U$, (gdzie u oznacza ſzypkość, iaką miałyby po uderzeniu, gdyby niebyły ſprężyſtémi); więc różnica V $-U$

— U zachodząca między témi dwiéma fzypkościami, ieft taż fama, która zachodziła między fzypkościami przed uderzeniém. Takowa różnica nazywa fię fzypkością *ofobną*, (refpectiva), która ieft iednakowa przed i po uderzeniu.

Przeciwnym fpofobém kiedy dwa ciała przed uderzeniém, dybaią w rozumiéniach przeciwnych, to fzypkości ich po uderzeniu wyrażaią fię przez $2u - V$ i $2u + U$; między którémi zachodząca różnica ieft $V + U$, to ieft takaż fama, iaka była ich fzypkość ofobna, czyli fzypkość z iaką przyblizały fię iedno do drugiego przed uderzeniém. Więc fzypkość, z iaką znowu oddalaią fię od fiebie po uderzeniu, ieft taż fama z iaką przed tém przybliżały fię do fiebie; a zatém w powfzechności: *w fpotkaniu fię ciał fprężyftych, fzypkość ofobna, ieft taż fama przed uderzeniém co i po uderzeniu.*

O fpotykaniu fię i o Odporze Rościeków.

fig. 6. 372. Zmyślmy fobie, że ciało M (fig. 6) zamknięte powiérfzchnią płafką AB, udérza proftopadle w tę powiérfzchnią, fkładaiącą fię z ciałek niezmiérnie małych i niefprężyftych, których fumma wfzyftkich miąžfzościów byłaby wyrażona przez m. Jeżeli fzypkością tego ciała przed uderzeniém było V, to fzypkością iego po uderzeniu, podług (352), będzie $\frac{MV}{M+m}$. Więc utracona fzypkość będzie wyrażona przez $V - \frac{MV}{M+m}$, to ieft przez $\frac{mV}{M+m}$, albo profto przez $\frac{mV}{M}$; ponieważ m rozumiémy bydź niezmiérnie małe względém M. Więc ilość ruchu iaką utraci ciało M, czyli odpór przeciwko niému czyniący, będzie wyrażony, przez $\frac{mV}{M} \times M$ albo przez mV.

Teraz ieżeli fobie zmyślimy, że ciało M w przeciągu czafu niezmiérnie małego, poftąpi na przód o ilość niezmiérnie małą Bb, i że za każdém poftąpiéniém, warfztwa cząfteczek piérwéy uderzonych, niknąc, uftępuie miéyfca naftępuiącéy warfztwie, maiącéy odebrać podobneż uderzenie, to iawna ieft, że ponieważ od B do b, niémoże ubydź fzypkości tylko niezmiérnie mało, więc ciało M w fpotkaniu fię z każdą warfztwą, utraca fzypkość zawfze iednakową, równaiącą fię ilości mV; więc fummą wfzyftkich odporów, pochodzących od warfztw, z którémi to ciało M napotka ſię począwſzy od B aż do b, będzie ilość mV, powtórzona tyle razy, ile można poymówać cząſteczek w rozległości Bb. Lecz oznaczywſzy przez a, grubość niezmiérnie małą każdéy cząſteczki, $\frac{Bb}{a}$ wyrażać będzie, liczbę cząſteczek umieſzczonych w linii Bb; więc na wyrażenie odporu, iaki muſi wytrzymać ciało M w przeciągu czaſu niezmiérnie małym, mićć będziém $mV \times \frac{Bb}{a}$. Lecz znowu podług (160), miąźſzość m piérwſzéy warſztwy, równa ſię obiętości téyże wárſztwy, rozmnożonéy przez gęſtość, to ieſt oznaczywſzy przez D takową gęſtość, a przez S powiérſzchnią AB, równa ſię ilości $D \times S \times a$; więc $m = DSa$; więc odpór, oznaczywſzy go przez R, ſtaie ſię $R = DSaV \times \frac{Bb}{a} = DSV \times Bb$.

Teráz zaś uważmy, że ponieważ Bb, ieſt rozległością, iaką przebiéga ciało, w przeciągu czaſu niezmiérnie małym, który tu oznaczamy przez dt, a przez który można rozumiéć ſzypkość trwaiącą iednokſztáłtnie; więc będzie $Bb = Vdt$ (179). Więc wypadą odpór $R = DSV^2 dt$.

373. Jeżeli małe ciáłka, o których dopiéro mówiliśmy, wyſtawimy ſobie iakoby kropelki, ſkładaiące rościék nietłoczliwy, to trzeba uważyć, że ponieważ, podług natury rościeków (295), tłoczenię do nich przyłożone, roſchodzi ſię wſzędzie

dzie równo w wſzelakiém rozumiéniu, więc iak tylko kropelki przyległe powiérſzchni AB odbiorą uderzenie, tak natychmiaſt oddaią go innym częściom przyległym ſobie, i one przymuſzaią do płyniénia wzdłuż powiérſzchni ciała, gdzieby zabrały miéyſce próżne, które uſiłuie zoſtawić za ſobą ciało przenoſzące ſię daléy; te kropelki tedy naſtąpiwſzy na miéyſce innych, przez nie ſpędzonych, ſame potém uſtąpią ſię innym naſtępuiącym, które takóż odebrawſzy uderzenie od ciała M, ſprawuią ſię podobnymże ſpoſobém; i tak daléy. Więc ilość $DSV^2 dt$, wyraża w powſzechności odpór, czyniący co moment przeciwko ciału M, ruchaiącemu ſię w rościeku, którego gęſtością byłoby D; gdzie rozumié ſię że każda wárſztwa, zaráz uſtępuie za odebranéм uderzeniém.

374. Więc z téyże ſaméy przyczyny, ieżeli znowu inſze ciało rucha ſię z ſzypkością u, w inſzym rościeku, którego gęſtość byłaby wyrażona przez D', i ieżeli w ruchaniu ſię, ſwoię powiérſzchnią s nadſtawia proſtopadle; to oznaczywſzy przez r, odpór czyniący przeciwko niému w podobnymże momencie dt, będzie $r = D'su^2 dt$. Skąd wnoſi

ſię

ſię $R : r :: DSV^2dt : D'su^2dt :: DSV^2 : D'su^2$. To ieſt, że *ieżeli dwa ciała, ruchaią ſię z ſzypkościami różnémi* V *i* u, *w dwóch rościekach, których gęſtości byłyby* D *i* D', *i ieżeli te ciała, ſwoie powiérſzchnie* S *i* s *nadſtawiaią proſtopadle, to odpory czyniące przeciwko nim w iednymże momencie, miéć ſię będą między ſobą, iak gęſtości rozmnożone przez powiérſzchnie, i przez kwadraty ſzypkościów.*

375. Więc, ieżeli w obu ciałach powiérſzchnia i gęſtość będzie iednakowa, to odpory przeciwko nim, będą iak kwadraty ſzypkościów; bo w takim razie wypada $R : r :: DSV^2dt : D'su^2dt :: V^2 : u^2$. Więc, *odpory pochodzące od iednegoż rościeku, które naſtępnie coráz przełamówać muſi iednoż ciało, w momentach równych, maią ſię między ſobą iak kwadraty ſzypkościów.*

376. A zatém, przy pomocy podania powſzechnegó, wyżéy uſtanowionego (374), łatwo ieſt, wynaléśdź ſtóſunek między odporami, kiedy albo gęſtości, albo powiérſzchnie, albo ſzypkości w dwóch ciałach będą iednakowe. Zrównanie $R = DSV^2dt$, znać daie, że (rozumieiąc wſzyſtko bydź w tychże okolicznościach co wyżéy), uderzenie rościeku ieſt tém większe, im większa będzie gęſtość onego; tak iż woda morſka, ieſt zdólna do ſilniéyſzego uderzenia, iak woda ſłodka; a znowu powietrze daleko ſła-

biéy udérza iak woda; i moc ſiły iego podléga rozmaitéy różności przez ciepło albo zimno, które w gęſtości iego ſprawić mogą wielką odmianę.

377. Gdyby rościek był ſprężyſty, i gdyby pierwſzą wárſztwę uderzoną można było rozumiéć bydź zniſzczoną wprzód, nim wykonałaby iaką czynność przeciwko warſztwóm naſtępuiącym, to wſzyſtko to, co powiedziało ſię dopiéro wyżéy, miałoby ieſzcze miéyſce; iedynie z tą różnicą, że wártość odporu bezwzględna, byłaby dwa razy tak wielka; ieſtto wnioſek wynikaiący ſtąd co ſię rzekło (369). Atoli potrzeba przyznać, że fundamenta, na których założyliśmy tu uſtawy rościeków wzaiemnie z ſobą ſpotykaiących ſię, nieſą doſtateczne, do naznaczenia uderzenia albo odporu ich bezwzględnego; przyczyna tego okaże ſię niżéy, gdzie téż oráz zobaczymy, na czém przeſtać można w miarze bezwzględnéy takowego odporu. Formuły zaś wzwyż założone, mogą bydź użyte do porównania odporów iednych z drugiémi.

378. Gdyby zamiaſt tego, cośmy uważali, że ciało *M* (fig. 6) w momencie *dt*, udérza wſzyſtkie małe ciałka, zawarte w rozległości *ABba*, gdyby mówię przeciwnym ſpoſobém uważaliśmy ciało *M* bydź nieruchome, które za każdym momentém *dt*, odbiérałoby uderzenie od obiętości rościeku, równaiącéy ſię rozległości *ABba*, nadanéy ſzypkością *V*, któraby niſzczała zaráz po uderzeniu, to podobnymże ſpoſobém możnaby okazać, że ilość ruchu niezmiérnie mała, iaką to uderzenie nada ciału *M*, miéć bę- *fig. 6.*

dzie

dzie na wyrażenie, DSV^2dt. Skąd wnosi ſię: *że to ieſt wſzyſtko iedno, czylito ciało udérza w rościék, alboli téż czy rościek udérza w ciało; byleby ſzypkość była iednakowa w obu przypadkach.*

379. Naznaczmy teráz w miarach świadomſzych, oſzacówanie wyżéy uczynione, odporu albo uderzenia rościéków. Jeżeli wyrazimy przez h, wyſokość z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia ſzypkości V, iaka rozumié ſię bydź nadana ciału M; to podług (176), będzie $h = \frac{V^2}{2p}$; gdzie przez p rozumié ſię ſzypkość, iaką ważność może nadać ciału ſwobodnému w iednéy minucie wtóréy. Jeżeli z tego zrównania wyciągniémy wártość ilości V^2, i położymy ią w wyrażeniu wyżéy wynalezionèm (372), to miéć będziém $R = 2DShpdt$; a w rościekach ſprężyſtych będzie $R = - - 4DShpdt$. A ponieważ p, wyraża ſzypkość, iaką nadaie ſiła ważności w iednéy minucie wtóréy, więc pdt wyrażać muſi ſzypkość odpowiadaiącą momentowi dt; bo podług (172), ſzypkości, które w ciałach ſprawuie ważność, maią ſię między ſobą w ſtó-

ſtóſunku czaſów. Z drugiéy ſtrony, $2DSh$ wyraża (160) miąższość wielościanu albo wálka rościecznego, o który rzecz idzie, wielościanu mówię, maiącego za podſtawę powiérzchnią S, a za wyſokość $2h$, to ieſt wyſokość dwa razy tak wielką, iaka ieſt ta, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia takiéy ſzypkości, z iaką rucha ſię w rościeku pomieniona powiérſzchnia; więc — $2DShpdt$ wyrażać muſi ilość ruchu, iakiéy nabyłby tèn wielościan w przeciągu iednego momentu, przez ſwobodną czynność ſiły ważności; to ieſt, że ilość $2DShpdt$, wyraża wagę takowego wielościanu. Więc podług fundamentów wzwyż założonych, odpór czyniący przeciwko ciału, ruchaiącemu ſię w rościeku ſpokoynym, albo uderzenie, iakie odbiéra ciało zoſtaiące w ſpoczynku, od rościeku ruchaiącego ſię, równa ſię wadze wielościanu takowego rościeku, wielościanu mówię maiącego za podſtawę, powiérſzchnią uderzoną, a za wyſokość, podwóyność téy wyſokości, z iakiéy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia téyże ſzyp-

ko-

kości z którą ciało, albo rościek rucha ſię ninie. W rościekach zaś ſprężyſtych, odpór ma za miarę; podwóyną wagę takowego wielościanu.

380. Różni aurorowie którzy traktówali o odporze rościeków, niezgadzaią ſię między ſobą względém miary bezwzględnéy wártości iego. Niektórzy nienaznaczaią go bydź tylko przez połowę tak wielkim, iaki tu wypadł z rachunków naſzych. Ci także którzy zaſadzaią ſię na doświadczeniu, nieſą zgodniéyſi między ſobą.

Teorya naſza wzwyż założona, (iako iuż o tèm oſtrzegliśmy), niémoże bydź użyta tylko do porównania odporów iednych z drugiémi; żeby zaś naznaczyć odpór bezwzględny, trzebaby podciągnąć pod rachunek wiele rzeczy, względém których, zdaie ſię wiele nam niedoſtawać do tego, coby potrzeba wiedziéć. Niémożna o tém wąpić, kiedy rościék ruchaiący ſię udérza w ciało zoſtaiące w ſpoczynku, ażeby cząſtki takowego rościeku przymuſzone do zwrócenia ſię dla uſtąpiénia mu miéyſca, ażeby mówię tę cząſtki nieodmiénialy ſzypkości ſwoiéy, w bliſkości powiérſzchni przerzeczonego ciała. Ta okoliczność bez pochyby muſi wiele ſprawówać w czynności rościeku przeciwko ciału. Ale gdzieby miało poczynać ſię zwrócénie tych promyków rościecznych? Jak daleko zwracaią ſię te promyki, i iak przyſpiéſzaią ruch ſwóy z iednéy i z drugiéy ſtrony ciała? Jakiéy uſtawie podlégaią co do tego ruchu przyſpiéſzonego? i. t. d. Sąto wſzyſtko okoliczności nam niewiadome, i które podług podobiéń-

biéńſtwa, ieſzcze długi czas będą nam niewiadomémi.

Atoli *Newton*, zaſadziwſzy ſię na Mniémaniach do prawdy doſyć podobnych, tyczących ſię przyſpieſzonego ruchu cząſtek rościeku, krążących około powiérſzchni ciała, wynalazł, że uderzenie rościeku w powiérſzchnią płaſką, wyrównywa wadze wielościanu tegóż rościeku, wielościanu mówię, maiącego za podſtawę pomiénioną powiérſzchnią, a za wyſokość, taką wyſokość, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia takiéyże ſzypkości, z iaką rucha ſię rościék. Doświadczenia téż, które przedſięwziął przerzeczony *Newton* w téy miérze, zgadzaią ſię dość dobrze z tą teoryą.

Podług teoryi i doświadczéń tegóż *Newtona*, uderzenie powietrza, lubo ieſt rościékiém ſprężyſtym, pokazuie ſię bydź téyże ſaméy miary. A chociaż na fundamencie przypuſzczenia wzwyż założonego (377), powinnoby miéć tę miarę dwa razy więkſzą, atoli ieżeli damy baczenie na to, że w ruchu ciała wpośrzód powietrza, warſztwy przyległe przedniéy części tegóż ciała, gęſtnieią w przeciągu pewnéy rozległości, da ſię widziéć, że ilość ruchu bezwzględna, do któréy wyniſzczenia ſą zdólne pomiénione warſztwy, niepowinna bydź tak miérzona, iakby ſię miała miérzyć, gdyby każda warſztwa była oſobna.

381. Lubo podług doświadczéń PP*ów* *Bouguer*, *Mariotte*, i Kawalera de *Borda*, zdawałoby ſię, iż ta *Newtonowa* teorya, z prawdą niezgadza ſię doſkonale, atoli ponieważ ſpomiędzy innych przynaymniéy naylepiéy zbliża ſię do niéy, dla tego my trzymać ſię iéy tu umyśliliśmy; a zatém za miarę uderzenia bezwzględnego, rościeku iakiegokolwiek w powiérſzchnią płaſką, wezmiémy

wa-

wagę wielościanu takowego rościeku, wielościanu mówię, maiącego za podſtawę pomiénioną powiérſzchnią, a za wyſokość, maiącego takową wyſokość, z któréyby ciało ważnę powinno upaśdź, dla nabycia téyże ſzypkości, z iaką dzieie ſię uderzenie.

382. Lecz w powſzechności ieżeli wyſokość wielościanu rościecznego, wyrażaiącego miarę odporu, rozumiéć będziémy taką, iżby ſię miała do wyſokości $2h :: n : 1$, gdzie przez n rozumié ſię liczba, którą trzebaby wynaléśdź przez doświadczenie; to będzie takowa wyſokość $= 2nh$, a zatém waga tego wielościanu wypada $= 2nDShpdt$; będzie tedy $R = 2nDShpdt$; tak iż *np.* podług *Newtona*, byłoby $n = \frac{1}{2}$. A ponieważ $VV = 2ph$, więc będzie także $R = nDSV^2dt$.

Uwaga I.

383. Uſtawy tedy należące do proſtego ſpotkania ſię między ſobą rościéków, dopiéro wyżéy założone, uczą nas, że uderzenia pochodzące z takowego ſpotkania ſię, ſą proporcyonalne gęſtości rościeku, rozmnożonéy przez rozległość powiérſzchni uderzonéy, i przez kwadrat ſzypkości, z iaką dzieie ſię to uderzenie.

Doświadczenie, potwiérdza dość doſkonale uſtáwę odporów proporcyonalną kwadratóm ſzypkościów. Ale podobneż doświadczenia przedſięwzięte za ſtaraniém Kawalera de *Borda*, uczą nas, że też odpory niewypadaią doſkonale proporcyonalne powiérſzchnióm ani gęſtości. To prawda, że teorya i doświadczenie, nietak daleko różnią ſię od ſiebie w tych dwóch punktach, iak ſię różnią w tém, co należy do bezwzględnéy miary odporu; atoli iednak niemniéy przeto ſtąd wynika, że tych uſtaw niémożna poczytać za co innego, tylko za przybliżenie ſię do prawdziwych reguł, które dopiéro maią bydź wynalezione.

384.

Uwaga II.

384. Jawna tedy ieſt, że z popędém rościeku przeciwko powiérſzchni iakiéy ciała, albo z odporém rościeku czyniącym przeciwko iakiemu ruchadłu, nietak ma ſię rzecz, iak z popędém ciała pomiérnéy obiętości, czyniącym przeciwko innemu ciału takóż pomiérnéy obiętości. Tén oſtatni popęd podług (360), żadnym ſpoſobem niémoże bydź porównany z wagą ciał, zamiaſt że piérwſzy może bydź do niéy przyrównany. Przyczyna téy różnicy ieſt ta, że w uderzeniu ciała obiętości pomiérnéy, w inſze ciało takóż pomiérnéy obiętości, zachodzi odmiana ſzypkości w iednym momencie. A kiedy ciało rucha ſię w rościeku z ſzypkością pomiérną, ponieważ za każdém momentém niémoże przebiégać tylko rozlégłość niezmiérnie małą, a zatém ponieważ ilość materyi wyrugówanéy czyli uderzonéy od niego, niémoże bydź tylko także niezmiérnie mała; więc za każdym momentém, nieutraca iak tylko niezmiérnie małą cząſtkę ſwoiéy ſzypkości. A zatém utrata ruchu iego, może bydź porównana z tym ruchém, iaki ważność może ſprawówać albo niſzczyć w ciałach za każdym momentém.

385. A ſtąd można ſobie wnieść, że uderzenie między dwóma ciałami zanurzonémi w miéyſcu odpornym, ieżeli ieſt momentalne, tak ſię odbywa iak w miéyſcu prożném czyli ſwobodném; to ieſt że ſzypkość z którą ciało udérzaiące ugadza w ciało uderzone, dzieli ſię między dwa ciała, tak iak gdyby znaydówały ſię w miéyſcu nieodpornem.

A zatém (rzekłſzy pomimo), kiedy taran *AB* kafaru (fig. 7) upada na pál *CD*, to ſzypkość iego nabyta, przez upadek z wyſokości *OC* (która wynayduie ſię podług tego co przepiſało ſię indziéy (173)), udziéla ſię palowi *CD* podług reguł wzwyż *fig. 7.*

prze-

przepisanych (352); to ieſt, że pal zaczyna ſię wkopywać z ſzypkością $\frac{MV}{M+m}$; gdzie V oznacza ſzypkość nabytą tarana przez czas upadku, M miąższość tarana, a m miąższość pala.

Gdyby ziemia w którą zabiia ſię pal, była téy natury, iżby wſzędzie czyniła iednaki odpór, to ieſt, że umnieyſzenie ſzypkości, pochodzące od tego odporu pod czas wkopania ſię pala na ilość niezmiérnie małą, byłoby proporcyonalne rozległości niezmiérnie małéy, przebieżonéy w tymże momencie, to w takim razie ſumma wſzyſtkich odporów w iedno zebranych, byłaby proporcyonalna całkowitemu wkopaniu ſię pala. I tak różne zapadniénia, które ſprawuie taran za każdém uderzzeniém, byłyby propórcyonalné całkowitemu odporowi, a zatém zniſzczonéy ilości ruchu, to ieſt ilości MV; gdzie przez V rozumié ſię ſzypkość tarana, a przez M onego miąższość. Lecz że podług (172), ilość V ieſt proporcyonalna piérwiaſtkowi kwadratowemu wyſokości, z którey upada taran, więc należałoby ſtąd wnieść, że zapadnienia pala naſtępnie iedne po drugich, a ſprawione od iednegoż tarana, maią ſię między ſobą, iak piérwiaſtki kwadratowe wyſokościów, z ktorych upada taran.

Lecz łatwo widzieć ſię daie, iak trudno ieſt przypuścić, ażeby w gruncie nawet iednorodnym, odpór miał bydź proporcyonalny ilości zapadniénia momentalnego; gdyby takowy odpór niezależał, iak tylko od bezwładności cząſteczek ziemnych, które maią bydź z mieyſc ſwoich uprzątnione, to podług (375), byłby proporcyonalny kwadratóm ſzypkościow. Ale ieſt wielkie podo-

dobiénſtwo do prawdy, że pomiéniony odpór, zawiſł ieſzcze i od innéy przyczyny, daleko mocniéy wpływaiącéy w ſkutek, aniżeli bezwładność; to ieſt że zawiſł od ſpoiłości między témiż cząſtkami.

Zdaie ſię bydź rzeczą arcy trudną, naznaczyć za powodém tylko ſamego rozumówania, iakiému prawu podléga takowy odpór w gruntach iednorodnych. Atoli można przyznać, że doświadczenie rozwięzuie tę trudność, w ſpoſób doſtateczny co do praktyki. Z takowego doświadczenia pokazało ſię, że zapadniénia w gruncie gliniaſtym, ſprawione od iednegoż ciała ſpuſzczonego z różnych wyſokościów, ſą proporcyonalne tymże wyſokościóm; a zatém kwadratówi ſzypkości, z iaką poczyna ſię zapadniénie. Lecz rozległości przebieżone, nieſą proporcyonalne kwadratóm ſzypkościów (167), tylko w tén czas, kiedy ſiła przyſpiéſzaiąca albo opózniaiąca ruch, ieſt ſtateczna; więc doświadczenie pokazuie, że odpór o którym tu mowa, ieſt ſtateczny; to ieſt że w każdym równym momencie zapadniénia, zawſze iednakowa ilość ruchu zoſtaie wyniſzczona.

Przypuściwſzy tedy to prawo czyli uſtawę wiadomą z doświadczenia, ponieważ ſzypkością, z iaką poczyna ſię zapadniénie, ieſt $\frac{MV}{M+m}$, więc zapadniénie będzie proporcyonalne ilości $\frac{M^2V^2}{(M+m)^2}$; a ieżeli h ieſt wyſokością z którey upada taran, to z przyczyny, iż podług (176) $2ph = V^2$, zapadniénie będzie proporcyonalne ilości $\frac{2pM^2h}{(M+m)^2}$, albo z przyczyny, że p ieſt zawſze toż ſamo, iako też M i m ſą także nieodmiénne, kiedy

 ka-

kafar i pál ieſt zawſze ténże ſam, tóż zapadnienie będzie proporcyonalne ilości h, to ieſt wyſokości z któréy upada taran.

Ale ieżeli rzecz idzie o porównanie różnych zapadnień iednych z drugiémi, ſprawionych różnémi taranami padaiącémi na różne pale, ale w gruncie téyże natury; to naténczas ſkutki powinny bydź między ſobą, nietylko iak kwadraty ſzypkościów, ale też iak te kwadraty, rozmnożone przez miąższości nadane tèmi ſzypkościami; to ieſt, że zapadniénie będzie proporcyonalne ilości $\frac{M^2 V^2}{(M+m)^2} \times (M+m)$, albo ilości $\frac{M^2 V^2}{M+m}$, albo ilości $\frac{2p M^2 h}{M+m}$, albo też tylko proſto ilości $\frac{M^2 h}{M+m}$. Skąd pokazuie ſię, że w upadkach dwóch różnych taranów z równéy wyſokości, zapadniénia pomnażaią ſię w ſtóſunku większym, od miąższości tarana.

O odporze przeciwko powiérſzchniom płaskim pochyłym.

386. Przyſtąpmy teráz do odporu, ſkutkuiącego przeciwko powiérſzchniom nadſtawiaiącym ſię pochyło; dla łatwości daymy, że nie ciało rucha ſię ale rościék. Zmyślmy ſobie ciało takie, iakie wyſtawia fig. 8. (fig. 8), to ieſt którego trzy ściany płaſkie $EFGL$, $AELD$, $AEFB$, byłyby wzaiémnie ſobie proſtopadłe, a in-

inne trzy ściany płaſkie, niech maią wielkość i nachylenie, iakie ſię ſpodoba, atoli tak, iżby tylko ſama ściana $ABCD$ była wyſtawiona uderzeniu rościeku, który tu rozumié ſię odprawiać ſwóy ruch w kierónku linii Tg, równoległéy linii AE, czyli proſtopadłéy płaſzczyznie $EFGL$. Zmyślmy ſobie daléy, na płaſzczyznie $ABCD$, wyſtawioną proſtopadłą gR; a przez nię i przez liniią gT, przeprowadzoną płaſzczyznę. Takowa, będzie proſtopadła dwóm płaſzczyżnóm $ABCD$, $EFGL$; a wyſtawiwſzy ią ſobie, daléy przedłużoną, zrobi w ciele przecięcie $MHIN$ nachylóne względém dwóch płaſzczyzn $AELD$, $AEFB$. Nadto, ponieważ ta płaſzczyzna, przechodzi przez liniią proſtą gT, która ieſt kierónkiém płynącego rościeku, więc wſzyſtkie cząſtki takowego rościeku, padaią na powiérſzchnią $ABCD$, w kierónkach równoległych przecięciu $MHIN$; tak, iż zmyśliwſzy ſobie ciało, przecięte w kilku płaſzczyznach równoległych płaſzczyznie $MHIN$, można powiedzieć o każdéy z nich, co ſię tu powié o téy.

 Nie-

fig. 9. Niechay tedy będzie p, (fig. 9), cząſteczka przybywaiąca do powiérzchni oznaczonéy przez MN; kierónek zaś i ſzypkość V téy cząſteczki, niech będzie wyrażony przez pG. Jeżeli na téy linii, iako na przekątnéy, zamknie ſię równoległobok $pKGL$, którego bok pK byłby położony na MN, a bok pL byłby proſtopadły téyże płaſzyznie MN; nadto, w tymże momencie, kiedy przybywa ta cząſtka, zmyśliwſzy ſobie ſzypkość pG złożoną z dwóch innych, to ieſt, iednéy pK, wykierówanéy w kierónku MN, a drugiéy PL, proſtopadléy téyże płaſzczyznie; to iawna ieſt, iż ta cząſteczka, nieczyni przeciwko ciału, tylko mocą ſzypkości pL, gdyż mocą ſzypkości pK niémoże ruchać ſię wzdłuż powiérzchni, która tu rozumié ſię doſkonale gładka, i niepodległa tarciu, a zatém taka, iż cząſteczka p, niepotrafi nadać iéy żadnego ruchu. Więc cząſteczka p, uderza z ilością ruchu, wyrażoną przez $p \times pL$. A ponieważ inne cząſteczki razém przybywaiące i padaiące na inne punkta powiérzchni, rozumieią ſię bydź nadane takąż ſamą ſzypkością i

i czyniące w kiérónkach równoległych, więc, zmyśliwſzy ſobie względém każdéy, rozłożenie podobne poprzédzaiącému, każda z nich miéć będzie też ſamę ſzypkość pL, proſtopadłą powiérzchni; tak iż ſummę miąższości ich oznaczywſzy przez m, ilość ruchu przechodząca w ciało, proſtopadle względém powiérzchni, będzie wyrażona przez $m \times pL$.

Teráz zaś ażeby oſzacówać ilość ruchu, iaka przéydzie w ciało w przeciągu czaſu niezmiérnie małego dt, trzeba wynaléśdź liczbę warſztw rościeku przybywaiących i padaiących na powiérzchnia w tymże czaſie dt. Lécz oczywiście, ta liczba ieſt taż ſama, co liczba warſztw, z któremi ſpotykało ſię ciało, ruchaiące ſię z ſzypkością V; więc zmyśliwſzy ſobie ciało, zoſtaiące w ruchu przez moment dt, tak iżby powiér- *figura*
zchnia $ABCD$ (fig. 8). wyrażona w fig. 10, *8. 10.*
przenioſła ſię do $abcd$ równolegle ſama ſobie, w którymto czaſie punkt g, przebiégłby w kierónku gT, liniią niezmiérnie małą gr, iawna ieſt, poprowadziwſzy liniią gs proſtopadłą płaſzczyznie $abcd$, że między $ABCD$ i $abcd$, niémoże znaydówać ſię więcéy wárſztw rościeku, iak tyle, ile razy grubość iednéy cząſteczki mieści ſię w grubości gs; więc oznaczywſzy przez a, grubość iednéy cząſtki, $\frac{gs}{a}$ wyrażać będzie liczbę warſztw; więc znowu $m \times pL \times \frac{gs}{a}$ muſi wyrażać ilość ruchu, przechodzącą w ciało

w przeciągu momentu dt, i wykierowaną prostopadle na powierzchnią $ABCD$.

A że miąższość m pierwszéy warstwy, równa się obiętości téyże warstwy, obiętości mówię romnożonéy przez gęstość; więc oznaczywszy przez S powierzchnią $ABCD$ a przez D gęstość rościeku, będzie $m = DSa$; więc ilością ruchu przechodzącą w ciało, będzie $D \times S \times pL \times gs$. Już tedy teráz nieidzie o nic więcéy, tylko o wynalezienie wártościów linii czyli ilościów pL i gs.

Lecz oznaczywszy sobie przez i kąt
fig. 8. TgM (fig. 8), iaki czyni kierónek ruchu każdéy cząsteczki, z powierzchnią, (kąt który nazywa się *kątém padłości* (angle d' incidence), i który iest ténże sam co kąt
fig. 9. MpO (fig. 9), a tén znowu równa się kątowi GpK; tróykąt prostokątny GpK, da nam $1 : pG :: \text{wst.}\, i : GK$ albo pL; więc $pL = pG\, \text{wst.}\, i = V\, \text{wst.}\, i$; bo liniia pG,
fig. 10. wyraża szypkość. Co należy do gs (fig. 10); złączywszy dwa punkta r i s, tróykąt grs będzie prostokątny w punkcie s; z przyczyny że gR' albo liniiá gs iest prostopadła płaszczyznie $abcd$, w któréy znayduie się rs; i
fig. 8. kąt grs będzie równy kątowi TgM (fig. 8), to iest, kątowi i. Będzie tedy $1 : \text{wst.}\, i :: gr : gs$; więc $gs = gr\, \text{wst.}\, i$; albo z przyczyny że gr, iest wyrażeniém rozległości przebieżonéy z szypkością V w przeciągu czasu dt, skąd wypada $gs = Vdt$, będzie $gs = Vdt \times \text{wst.}\, i$. Położywszy tedy te wártości zamiast pL i gs w wyrażeniu $D \times S \times pL \times gs$, a oráz oznaczywszy przez R' takowy odpór czyli uderzénie, mieć będziém $R' = DSV^2dt \times \text{wst.}\, i$; albo ieszcze powszechniéy, na fundamencie uwagi, wyżéy podanéy (382), będzie $R' = nDSV^2dt\, \text{wst}\, i$,

387.

387. Przypomniymy sobie tu teráz, że na wártość odporu, w takim przypadku kiedy powierzchnia nadstawia się prostopadle, znaleźliśmy wyżéy (382), $R = nDSV^2dt$, będzie tedy $R : R' :: nDSV^2dt : nDSV^2dt\, \text{wst.}\, i :: 1 : \text{wst.}^2\, i :: 1^2 : \text{wst.}^2\, i$; więc (*zastawiwszy wszystko w tychże okolicznościach*), *odpór albo uderzenie proste rościeku, ma się do oddporu nachylonego względém téyże powierzchni, iak się ma kwadrat promienia, do kwadratu wstawy kąta padłości*. A zatém takowe odpory, zawsze łatwo wnoszą stę iedén z drugiego.

388. Odpór dopiéro wyrachówany, iest skutkuiący prostopadle na powierzchnią. Ale nayczęściéy bywa potrzeba wiedzieć, co on sprawuie w inszym iakimkolwiek kierónku danym. Zobaczmy tedy, iakby można przyiśdź do téy wiadomości. Łatwo widzieć się daie (fig. 8), że fig. 8.
ponieważ ta siła iest wykierówana prostopadle na powierzchnią AB-CD, nachyloną względém płaszczyzn $AEBF$, $AELD$, $EFGL$, które rozumieliśmy bydź sobie wzaié-

mnie proſtopadłémi, więc dąży do nadania ciału, ruchu w kiérónkach proſtopadłych na każdą z tych trzech płaſzczyzn.

Zeby naznaczyć wartość każdéy z tych trzech uſilnościów, trzebaby rozłożyć uſilność R' proſtopadłą na $ABCD$, na inne trzy proſtopadłe tym trzem płaſzczyznóm; ale to łatwiéy można wykonać, wynalazłſzy naprzód iednę którąkolwiek z tych uſilnościów, w ſpoſób naſtępuiący; a potém z niéy wnioſą ſię drugie.

389. Obierzmy ſobie tedy na przykład to zagadnienie powſzechne: Maiąc wiadomą ſiłę R' (fig.
fig. 12. 12), przyłożoną proſtopadle do płaſzczyzny $ABCD$, iak wynaléśdź iéy moc, czyniącą w kierónku proſtopadłym znaioméy płaſzczyznie $EFGL$.

Przez kierónek gR' ſiły R', trzeba zmyślić ſobie płaſzczyznę, która byłaby razém proſtopadła i płaſzczyznie $ABCD$ i drugiéy $EFGL$. Przecięciami zaś téy płaſzczyzny z płaſzczyznami $ABCD$ i $EFGL$, niech będą liniie MI i HI; a liniia TK niech będzie ſpólnem przecięciém między témi oſtatniémi dwiéma płaſzczyznami; w takim razie liniie MI i HI będą proſtopadłémi linii TK, a kąt MIH będzie miarą nachylenia dwóch płaſzczyzn iednéy względém drugiéy. Jeżeli na linii $R'g$ iako na przekątnéy, zrobimy równoegłobok $gROQ$ położony na płaſzczyznie MIH, którego boki gQ i gR byłyby, piérwſzy proſtopadłym, a drugi równoległym płaſzczyznie EF-

$EFGL$; to zamiaſt ſiły R', będzie można położyć dwie ſiły gR i gQ. Lecz ſiła gR będąc równoległą płaſzczyznie $EFGL$, niémoże nadać płaſzczyznie $ABCD$ żadnego ruchu, ani do zbliżénia ſię ku płaſzczyznie $EFGL$, ani téż do oddalenia ſię od niéy, ale tylko to ſprawuie, żeby mogła ruchać ſię równolegle ſama ſobie, odległość ſwoię od płaſzczyzuy $EFGL$, zachowuiąc zawſze nieodmiénną; więc płaſzczynie $ABCD$, do ruchania ſię proſtopadle względém płaſzczyzny $EFGL$ mocą ſiły R', niezoſtaie tylko uſilność gQ. Zobaczmy teráz, iaka będzie iéy wartość.

Na fundamencie przepiſanym do roſkładania ſił, (oznaczywſzy przez Q ſiłę gQ), miéć będziém $R' : Q :: gO : gQ$. Lecz przedłużywſzy liniią gQ. ażby ſpotkała ſię z liniią HI w punkcie S, łatwo widzieć ſię da, że dwa tróykąty proſtokątne OgQ i gSI, ſą podobne ſobie; bo oprocz kąta proſtego w Q i S, dwa kąty OgQ i gIS, ſą ſobie równe, każdy z nich będąc dopełniéniém iednegoż kąta SgI. Więc będzie $gO : gQ :: Ig : IS$; więc $R' : Q :: Ig : IS$. Lecz znowu tróykąt proſtokątny gSI, daie $Ig : IS :: 1 :$ wſt. $IgS :: 1 :$ doſt. SIg, więc naoſtatek będzie $R' : Q :: 1 :$ doſt. SIg; to ieſt, *że uſilność bezwzględna ſiły* R' *proſtopadłéy płaſzczyznie* ABCD, *ma ſię do uſilności téyże ſiły, czyniącéy w kierònku proſtopadłym innéy płaſzczyznie iakiéykolwiek* EFGL, *iak ſię ma promień do doſtawy kąta, w iakim znayduią ſię bydź nachylone te dwie płaſzczyzny iedna względém drugiéy.*

390. Co ſię dotyczé uſilności gR, która ieſt równoległą linii IH, z

z takowéy powſtaią dwie uſilności proſtopadłe płaſzczyznóm $AEFB$: $AELD$; które ażeby mieć, trzeba, iak iuż indziéy uważyliśmy, rozłożyć ſiłę gR na dwie inne, któreby były proſtopadłémi tym dwóm płaſzczyznóm wzaiemnie ſobie proſtopadłym i płaſzczyznie $EFGL$. Lecz łatwo widziéć ſię daie, że ponieważ trzy uſilności, na które ſiła R' znayduie ſię w tym razie bydź rozłożona, ſą wzaiémnie ſobie proſtopadłe, a zatém ponieważ żadna z tych trzech niémoże przyłożyć ſię do ſkutku dwóch innych, więc każda może bydź wynaleziona w tén ſpoſób, iak uczyniliśmy dopiéro wyżéy; to ieſt, roſkładaiąc proſto ſiłę R' na dwie inne, z których iedna byłaby proſtopadłą, a druga równoległą płaſzczyznie o którą rzecz idzie. Tak że ſiła R' ma ſię do każdéy z trzech uſilnościów, mocą których dąży do ſkutkówania proſtopadle na płaſzczyzny $EFGL$, $AEFB$, $AELD$, wzaiemnie ſobie proſtopadłe, iak ſię ma promień, do doſtawy kąta nachylenia płaſzczyzny $ABCD$, względém każdéy z tych trzech płaſzczyzn.

391.

391. Owóż mamy naznaczony ſtóſunek między témi trzema uſilnościami. Ale ażeby nam mógł ſłużyć do tego do czego użyć go chcemy, muſimy dać mu inakſzą poſtać.

A zatém niechay będzie $ABCD$ (fig. 11) iakakolwiek powiérſzchnia płaſka. Zmyślmy ſobie od wſzyſtkich punktów iéy, poprowadzone proſtopadłe na iakąkolwiek płaſzczyznę $A'B'FE$, któraby ſpotykała ſię z płaſzczyzną $ABCD$ w linii proſtéy EF. Te proſtopadłe wyrażą na płaſzczyznie $A'B'FE$ powiérſzchnią $A'B'C'D'$, która nazywa ſię *Piętném* czyli *wypiętnówaniém* płaſzczyzny $ABCD$, i która będzie mieć ſię do téy, iak ſię ma doſtawa kąta nachylenia iednéy płaſzczyzny względém drugiéy, do promiénia. *fig.* 11.

Jakóż, zmyśliwſzy ſobie na płaſzczyznie $ABCD$ dwie liniie proſte MNP, mnp, niezmiérnie bliſkie iedna drugiéy, i proſtopadłe ſpólnému przecięciu FE; a oraz wyſtawiwſzy ſobie ich wypiętnówania $M'N'P$ $m'n'p$, łatwo widziéć ſię daie, z przyczyny ſpólnéy wyſokości Pp, że dwie powiérſzchnie $MmpP$ i $M'm'pP$, maią ſię między ſobą, iak $MP : M'P$. Z téyże przyczyny, powiérſzchnie $NnpP$, $N'n'pP$, maią ſię między ſobą : : $NP : N'P$, albo (z przyczyny równoległych MM', $N'N$) : : $MP : M'P$; więc i powiérſzchnie $MmnN$, $M'm'n'N'$ maią ſię także między ſobą : : $MP : M'P$. Lecz znowu tróykąt proſtokątny $MM'P$, daie $MP : M'P$: : 1 : wſt. PMM'; więc ponieważ dwie powierſzchnie można zawſze uważać, iakoby złożone z iednakowéy liczby nierównoległoboków odpowiadaiących, takich iak $MmnN$, $M'm'n'N'$, które mieć ſię będą iedén

do

do drugiego : : 1 : wſt. PMM'; można powiedzieć ogółém, że jakakolwiek powiérſzchnia płaſka $ABCD$. ma ſię do powiérſzchni z niéy wypiętnówanéy : : 1 : wſt. PMM'. A że linije MP ſą proſtopadłe ſpolnému przecięciu EF, więc kąt MPM' ſtąd powſtający, ieſt wymiarém nachylenia dwóch płaſzczyzn $ABCD$ i $A'B'C'D'$ iednéy względém drugiéy; a z przyczyny tróykąta proſtokątnego MPM'; kąt MPM' ieſt ſpełniéniém tegóż nachylenia; a zatém w powſzechności: *ieżeli na iakiéykolwik płaſzczyznie, wypiętnuie ſię powiérſzchnia płaſka iakakolwiek, to powiérſzchnia wypiętnówana, mieć ſię będzie do powiérſzchni z którey ieſt wypiętnówana, iak ſię ma promién, do doſtawy kąta nachylénia tych dwóch płaſzczyzn, iedna względém drugiéy.*

392. A zatém ſtąd wnieśmy ſobie, że ponieważ podług (390) rozfig. 12. łożywſzy ſiłę R' (fig 12) na inne trzy, proſtopadłe trzém płaſzczyznom wiadomym, i wzaiémnie ſobie proſtopadłym, ponieważ mówię ta ſiła ma ſię do każdéy onę ſkładaiącéy, iak ſię ma promién, do doſtawy kąta, iaki czyni płaſzyzna $ABCD$, z tą płaſzczyzną któréy ſiła ſkładaiąca ieſt proſtopadłą, więc oznaczywſzy ſobie przez r, r', r'' ſkutki, iakie ſprawuie uderzenie R' rościeku na płaſzczyznę $ABCD$ w rozumiéniach proſtopadłych — względém każdéy z trzech płaſzczyzn $EFGL$, $AEFB$, $AELD$; cyżdzież oznaczywſzy przez s, s', s'' potudzież oznaczywſzy przez s, s', s'' powiérſzchnie powſtaiące z wypiętnówania każdéy z tych trzech płaſzczyzn na płaſzczyznie $ABCD$, oznaczonéy przez S; mieć będziém $R' : r : r' : r'' :: S : s : s' : s''$; a ponieważ znalezliśmy byli $R' = nDS \times V^2 dt$ wſt^2 i, więc ieżeli z tego rzędu ſtóſunków wyciągniémy te trzy proporcye, $R' : r :: S : s$; $R' : r' :: S : s'$; $R' : r'' :: S : s''$; i ieżeli zamiaſt R' położymy onego wártość, to będzie $r = nDsV^2 dt$ wſt^2 i; $r' = nDs'V^2 dt \times$ wſt^2 i; $r'' = nDs''V^2 dt$ wſt^2 i. To ieſt, że, *kiedy powiérſzchnia iakakolwiek* ABCD *ieſt wyſtawiona na uderzenie od rościeku, ieżeli zechcemy wiedziéć, iaki ſkutek uczyni to uderzenie w danym kierònku, to trzeba zmyślić ſobie tę powiérſzchnią, iakoby wypiętnówaną na płaſyczyznie, któréy takowy kierónek byłby proſtopadły; a wynalázłſzy, podług tego iak ſię nauczyło* (382), *uderzenie, iakiemu podlégałoby to wypiętnówanie, gdyby miało ruch proſtopadły, trzeba go rozmnożyć przez kwadrat wſtawy ką-*

kąta padłości rościeku na prawdziwą powiérſzchnią.

393. Można tedy zawſze na tych fundamentach, wynaléśdź uſilności, do iakich ſprawiénia w ciele, dąży uderzenie albo odpór rościeków, a to w trzech kierónkach wzaiémnie ſobie proſtopadłych, bądźto że ciało takowe, nadſtawia wiele powiérſzchniów płaſkich różnie nachylonych, bądź też że nienadſtawia tylko iednę powiérſzchnią krzywą czyli wypukłą; bo w tym oſtatnim przypadku, można zawſze zmyślić ſobie takową powiérſzchnią, iakoby rozłożoną, na niezmiérną liczbę maleńkich powiérſzchniów płaſkich.

O Odporze iakiego doznaie Bryła kołoiwrotna, ruchaiąca ſię w kiéronku ſwoiéy oſi.

394. W ciałach powſtaiących z kołowrotu powiérſzchni, około pewnéy linii proſtéy, to ieſt we wſzyſtkich bryłach kołowrotnych, ruchaiących ſię w kiéronku ſwoich oſiów, łatwo widzieć ſię daie, że zmyśliwſzy ſobie powiérſzchnią ich podziéloną na paſki, przez płaſzczyzny niezmiérnie bliſkie iedna drugiéy, i proſtopadłe na oś, że mówię odpór, czyniący przeciwko całéy rozległości powiérſzchni paſka, wychodzi na iedyną uſilność ſkutkuiącą w kiérónku oſi bryły kołowrotnéy; albowiém wyſtawiwſzy ſobie w myśli, dwie płaſzczyzny wzaiémnie iedna drugiéy proſtopadłe, przechodzące przez oś, ieżeli poſzukamy ſpoſobém wzwyż przepiſanym, uſilnościów proſtopadłych tym płaſzczyznóm, wynikaiących z uderzenia, ſkutkuiącégo przeciwko każdéy cząſtce tegoż paſka, to łatwo widzieć ſię da, z przyczyny regularnéy poſtaci paſka, że wſzyſtkie uſilności proſtopadłe każdéy z tych dwóch płaſzczyzn, wzaiémnie zniſzczą ſię iedne przez drugie.

A co ſię dotyczé uſilnościów równoległych oſi, podobnież wynikaiących z uderzéń, ſkutkuiących przeciwko różnym cząſtkóm tegóż paſka. ſtąd co poprzédziło, łatwo widzieć ſię daie, że te uſilności, wſzyſtkie będą ſobie równe, i równo rozłożone wokoło oſi; a zatém niewyniknie z nich tylko iedna uſilność, ſkutkuiąca w kiérónku oſi.

395. Żeby wynaléśdź wártość tèy uſilności, zmyślmy ſobie, że liniia *AMR* (fig. 13), ieſt liniią krzy- *fig.* 13.
wą, z którèy kołowrotu powſtaie bryła; tak że *Mm* będzie bokiém, z

z którego powſtaie paſek. Łatwo widzieć ſię daié, że wſzyſtkie cząſtki z których ſkłada ſię powiérſzchnia tego paſka, ſą iednakowo nachylone względém oſi AB, i że wymiarém ſpólnego ich nachylenia ieſt kąt Mmr, który czyni bok Mm linii krzywéy z rzędną pm. A zatém kąt padłości, który wzwyż (386) oznaczyliśmy przez i, będzie $= rMm$. Lecz oznaczywſzy AP, przez x; PM przez y; mamy $Mm : rm$ albo $ds : dy :: 1 :$ wſt. rmM; więc wſt. rMm albo wſt. $i = \frac{dy}{ds}$.

Nato niemniey także łatwo widzieć ſię daie, że wypiętnowawſzy paſek powſtaiący z kołowrotu łuku Mm, na płaſzczyznie pro-
fig. 14. ſtopadłéy linii AB, to wypiętnówanie (fig. 14), uczyni koronę $MrqomQ$, któréy ſzérokością będzie Mr, a promiéniém PM, liniie
fig. 13. równaiące ſię liniióm mr i PM w figurze 13; a ponieważ powiérſzchnia téy korony, oczywiście ieſt $= Mr \times$ koł. PM, więc wypiętnówanie paſka będzie $= dy \times$ kół. y; albo (oznaczywſzy przez $r : c$ ſtóſunek promiénia do okręgu), będzie $= \frac{cydy}{r}$; więc (392), uſilność, albo odpór czyniący w kierónku óſi, powſtaiący z przypuſzczonego popędu na paſek, będzie wyrażony przez $nDV^2dt \frac{cydy}{r} \times \frac{dy^2}{ds^2}$ albo przez $\frac{nDc}{r} V^2dt \times \frac{ydy^3}{ds^2}$; a zatém wſzy-

wſzyſtek odpór, powſtaiący z przypuſzczonego popędu na całą powiérſzchnią bryły, będzie wyrażony przez $\int \frac{nDc}{r} V^2dt \times \frac{ydy^3}{ds^2}$; albo przez $\frac{nDc}{r} V^2dt \int \frac{ydy^3}{ds^2}$; gdyż tu niémamy innych odmiénnych, tylko te które zależą od poſtaci bryły. Taka tedy ieſt formuła ſłużąca do wyrachówania odporu, czyniącego przeciwko bryłóm kołowrotnym, ruchaiącym ſię w kiérónku oſiów ſwoich.

396. Przyſtóſuymy tę formułę do kuli, iako do pociſku naypoſpoliciéy w Artyleryi używanego.

Zrównanie należące do koła AMB (fig. 15), z którego powſtaie kula, ieſt takie, $yy = ax - xx$ (Algebr. 219), oznaczywſzy AP przez x, AB przez a, a PM przez y. Więc $ydy = \frac{1}{2}adx - xdx$: Nadto, poprowadziwſzy promień MC, tróykąty Mmr, MPC, podobne ſobie, daią $Mm : mr :: MC : CP$, albo $ds : dy :: \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a - x$; więc $\frac{dy}{ds} = \frac{\frac{1}{2}a - x}{\frac{1}{2}a}$; fig. 15.
więc $\frac{ydy^3}{ds^2} = \frac{(\frac{1}{2}a - x)^3}{\frac{1}{4}a^2} dx$; więc (66) $\int \frac{ydy^3}{ds^2} = C - \frac{(\frac{1}{2}a - x)^4}{a^2}$. A że kiedy $x = 0$, całka powinna także bydź zerèm; więc będzie $C = \frac{1}{16}a^2$; więc $\int \frac{ydy^3}{ds^2} = \frac{1}{16}a^2 - \frac{(\frac{1}{2}a - x)^4}{a^2}$.

Zeby mieć zupełną wártość ilości $\int \frac{ydy^3}{ds^2}$, trzeba uważyć, że ponieważ ciało rucha ſię w kiérónku BA, więc tylko przednia połowa kuli *DAE*, ieſt wyſtawiona na uderzenie, a zatém wártość ilości $\int \frac{ydy^3}{ds^2}$, ma bydź rachówana tylko od *A* do *C*; to ieſt że w cáłce, trzeba zrobić $x = \frac{1}{2}a$; będzie tedy $\int \frac{ydy^2}{ds^2} = \frac{1}{16}a^2$; więc wyrażenie odporu $\frac{nDc}{r} V^2 dt \int \frac{ydy^3}{ds^2}$, przemièni ſię w to $nDV^2 dt \times \frac{ca^2}{16r}$.

Lecz odpór, czyniący przeciwko nayWiękſzemu kołu *DE*, ruchaiącemu ſię proſtopadle, byłby podług (382) wyrażony przez $nDV^2 dt \times \frac{ca^2}{8r}$, z przyczyny, że powierſzchnią tego koła ieſt $\frac{ca^2}{8r}$; więc, *odpòr czyniący przeciwko kuli, ieſt tylko połową odporu, czyniącego przeciwko nayWiękſzemu kołu onéyże.*

O Ruchu ciáł proſto-liniiowym w miéyſcach odpornych.

397. Odpór, mocą którego ſprzeciwiaią ſię miéyſca ruchówi ciáł, mówiąc w powſzechności, może ſprawówać dwoiaki ſkutek. Piérwſzy ieſt, że takowy odpór, może odmiénić kierónek ruchu, ieżeli kieronek, w którym czyni ſiła złożona z wſzyſtkich popędów ſkutkuiących przeciwko częściom powiérſzchni

ſzchni wyſtawionéy na uderzenie, nie znayduie ſię bydź położony w téyże linii proſtéy, w którey odprawia ſię niniéyſzy ruch ciała. Drugi ſkutek ieſt, że przerzeczony odpór, może odmiénić ſzypkość ruchadła.

Ponieważ tu mówić ſię niebędzie tylko o tych ciałach, których części rozumieią ſię bydź regularnie położone względèm kiérónku ruchu, a zatém z przyczyny téy ſwoiéy poſtaci, niémogą podlégać żadnéy zdrożności, przeto ruchu ciał w miéyſcach odpornych, uważać tu niebędziémy, tylko względém utraty ſzypkości, iaką w nich ponoſzą. A naprzód, zaſtanowimy ſię nad ruchém ciał nieważnych, albo co wychodzi na iedno, nad ruchém ciał, ruchaiących ſię mocą nadanego ſobie popędu, na płaſzczyznie poziemnéy, niepodlegaiącéy żadnému tarciu.

398. Oznaczywſzy przez *M* miąźſzość ruchadła; przez *u* ſzypkość iego po upłyniéniu iakiegokolwiek czaſu *t;* przez *s* powiérſzchnią płaſką, która w proſtym ruchu, doznawałaby tegoż ſamego odporu, iakiego doznaie powiérſzchnia niniéyſzego ruchadła; przez *D* gęſtość rościeku; to podług uwagi wzwyż założoney (382), na wyrażenie ilości ruchu, iaką utraca ruchadło za każ-

dą chwilką dt, mielibyśmy $nDsu^2dt$; a zatém (158), stopień szypkości utraconéy w téyże chwilce, albo różnica między szypkościami ruchadła w dwóch chwilkach po sobie następuiących, będzie wyrażona przez $\frac{nDsu^2dt}{M}$. Będzie tedy $\frac{nDsu^2dt}{M} = -du$; dawszy podług (21) ilości du znak $-$; bo kiedy t rośnie, to u umniéysza się.

Zeby scałkować to zrównanie, trzeba naprzód rozdzielić go przez u^2; co nam da $\frac{nDsdt}{M} = \frac{du}{u^2}$; ilość, któréy całką podług (60), iest $\frac{nDst}{M} = C + \frac{1}{u}$.

Stateczna C wynayduie się przez tén warunek, że ieżeli V oznacza szypkość, iaka była nadana ruchadłu na początku ruchu, to wypada $u = V$, w tén czas kiedy $t = 0$. Będzie tedy $0 = C + \frac{1}{V}$; skąd wnosi się $C = -\frac{1}{V}$ więc $\frac{1}{u} - \frac{1}{V} = \frac{nDst}{M}$; zrównanie, z którego łatwo wyciągnąć można wártość szypkości u, maiącéy miéy-

miéysce po wypłyniéniu iakiegokolwiek czasu t.

Zebyśmy zobaczyli w przykładzie, w w iaki sposób używaią się ilości wchodzące w to zrównanie, daymy że sześcian słoniowy iednocalowy, rucha się w wodzie, na płaszczyznie poziemnéy AB (fig. 16), nadstawiaiąc prostopadle ścianę swoię CD. Szypkość iego początkowa niechay wynosi 50 *st.* na iednę minutę wtórą; iest zadano w co obraca się takowa szypkość, po upłyniéniu iednéy półminuty wtóréy. *fig. 16.*

Mamy tedy $t = \frac{1}{2}u$; $V = 50$ *st.*; $s = 1$ *cc.* $= \frac{1}{144}$ *ss.*; $n = \frac{1}{2}$ (382). Co zaś dotyczé się wártości M, takowa równa się obiętości cała sześciénnego, rozmnożonéy przez gęstość słoniowèy kości, którą tu oznaczmy sobie przez D'; to iest, że będzie $M = \frac{1}{1728} D'$. A zatèm miéć będziém $\frac{1}{u} - \frac{1}{50} = \frac{\frac{1}{2}D \times \frac{1}{144} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{1727} D'} = \frac{3D}{D'}$. Lecz podług Tablicy położonéy na końcu III. Tomu tego dzièła, mamy $D' : D :: 1{,}825 : 1$, albo $\frac{D}{D'} = \frac{1}{1{,}825} = 0{,}548$, więc $\frac{1}{u} - \frac{1}{50} = 1{,}644$, albo $\frac{1}{u} = 1{,}664$; więc $u = \frac{1}{1{,}664} = 0{,}601$; to iest, że po wypłyniéniu iednéy półminuty wtóréy, szypkość niewynosiłaby tylko $\frac{3}{5}$ stopy na iednę minutę wtórą, z małém uchybieniém.

399. Obrachuymy teráz rozległość przebieżoną w tymże przeciągu czasu t.

 Ozna-

Oznaczywſzy takową rozległość przez x, mieć będziém (179), $dx = udt$; położywſzy zamiaſt u wártość iego wynalezioną, będzie $dx = \frac{MVdt}{nDVst + M}$; zrównanie, którego podług (100) cáłką ieſt $x = C + \frac{M}{nDs} \log. (nDVst + M)$. Zeby wynaléſdź wártość ſtateczné C, trzeba uważyć, że kiedy $t = 0$, to powinno bydź także $x = 0$; więc $0 = C + \frac{M}{nDs} \log. M$; więc $x = \frac{M}{nDs} \log. (\frac{nDVst}{M} + 1)$.

A tak w przykładzie poprzédzaiącym, będzie $x = \frac{\frac{1}{1728} \times D'}{\frac{1}{2} \times D \times \frac{1}{144}} \log. (\frac{\frac{1}{2} \times D \times 50 \times \frac{1}{144} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{1728} \times D'} + 1)$, albo $x = \frac{1}{6} \frac{D'}{D} \log. (150 \frac{D}{D'} + 1)$; a ponieważ $\frac{D}{D} = 0{,}548$, albo $\frac{D'}{D} = 1{,}825$, więc będzie $x = 0{,}304 \log. 82{,}20$. A że takowy Logarytm o który tu idzie, ieſt logarytm hiperboliczny, przeto biorę w Tablicach logarytm poſpolity liczby 82,20 to ieſt, 1,9148718, i rozmnożywſzy go przez 2,3025851 mam 4,4091550; więc będzie $x = 0{,}304 \times 4{,}4091550$, albo naoſtatek $x = 1{,}341$ *ſt.* $= 1$ *ſt.* 4 *c.*; ſkąd pokazuie ſię, iż ſześcian utracił $\frac{49}{50}$ ſwoiéy ſzypkości, przebiégłſzy 16 razy ſwoie długość.

400.

400. Przyſtąpmy teráz do ruchu proſtoliniiowego ciál ważnych w miéyſcach odpornych. Rozumiéymy naprzód, że ciało na dół zſtępuie. W takim razie, ruch iego muſi bydź opozniony z dwóch przyczyn; z których piérwſzą ieſt, odpór pochodzący z uderzenia przeciwko cząſtkóm rościeku; druga przyczyna zaſadza ſię na tém, że ciało podług (312) utraca w rościeku część wagi ſwoiéy, równaiącą ſię wadze obiętości rościeku wyrugówanego. Zachowawſzy tedy też ſame oznaczenia co wyżéy, utrata ruchu, pochodząca od piérwſzéy z dwóch założonych przyczyn, podług (382) będzie wyrażona przez $nDsu^2dt$.

Co zaś dotyczé ſię drugiéy przyczyny; trzeba wynaléſdź wagę obiętości rościeku, iaką zabiéra ruchadło. Lecz kiedy obiętości ſą równe (160), miąższości maią ſię między ſobą iak gęſtości; więc oznaczywſzy przez D' gęſtość ruchadła, będzie $D' : D :: M$: do miąższości rościeku wyrugówanego, która zatém będzie wyrażona przez $\frac{MD}{D'}$. Więc, ieżeli p ieſt ſzypkością, iaką nadaie ważność ciału ſwobodnemu w iedny minucie wtóréy, w którymto razie pdt, będzie ſzypkością, odpowiadaiącą chwilce dt, to na wagę obiętości rościeku wyrugówanego, albo na ilość ru-

 chu,

chu, iaką utraca ruchadło z drugiey przyczy-ny, wypadnie $\frac{MD}{D'}\,pdt$. Więc cała utrata ruchu, odpowiadaiąca każdéy chwilce, będzie wyrażona przez $\frac{MD}{D'}\,pdt + nDsu^2dt$. A że ważność za każdą chwilką, nadaie ciału ilość ruchu wyrażoną przez $Mpdt$; więc toż ciało rzetelnie ruchać ſię niebędzie tylko z ilością ruchu $Mpdt - \frac{MD}{D'}\,pdt - nDsu^2dt$; więc pomnożenie ſzypkości za każdą chwilką niewynoſi tylko

$$\frac{Mpdt - \frac{MD}{D'}\,pdt - nDsu^2dt}{M},$$

albo $\left(1 - \frac{D}{D'}\right)pdt - \frac{nDsu^2}{M}\,dt$. A zatém będzie $\left(1 - \frac{D}{D'}\right)pdt - \frac{nDsu^2}{M}\,dt = du$. Gdzie dla proſtſzego wyrażenia zróbmy $\left(1 - \frac{D}{D'}\right)p = g$, a $\frac{nDs}{M} = \frac{g}{k^2}$; ſkąd mieć będziém $gdt - \frac{gu^2}{k^2}\,dt = du$, albo $gdt = \frac{k^2du}{k^2-u^2}$.

Zeby ſcałkówać tę ilość, przemiéniam ią podług (108 i 111), na $gdt = \frac{\frac{1}{2}kdu}{k-u} + \frac{\frac{1}{2}kdu}{k+u}$; któréy (100) całką, ieſt $gt = C - \frac{1}{2}k\,\log.\,(k-u) + \frac{1}{2}k\,\log.\,(k+u)$. Rozumieymy znowu dla tém większéy łatwości, że ruchadło na początku ruchu, nieodebrało żadnego pędu. To w takim razie ſtateczna C, powin-

winna bydź wynaleziona przez tén warunek, ażeby kiedy ieſt $t = 0$, także było $u = 0$. Więc będzie $0 = C - \frac{1}{2}k\,\log.\,k + \frac{1}{2}k\,\log.\,k$; to ieſt, będzie $C = 0$. A zatém $gt = \frac{1}{2}k\,\log.\,\frac{k+u}{k-u}$, ieſt zrównanie daiące ſzypkość ruchadła, po upłynieniu iakiegokolwiek czaſu t.

401. Zeby mieć rozległość przebieżoną w tymże przeciągu czaſu t, powróćmy do zrównania $dx = udt$ (179), w którém rozległość przebiéżona rozumié ſię bydź wyrażona przez x. Trzeba tedy z poprzédzaiącego zrównania wyciągnąć wártość głoſki u, i położyć ią w tém zrównaniu.

Lecz zrównanie $gt = \frac{1}{2}k\,\log.\,\frac{k+u}{k-u}$, daie $\log.\,\frac{k+u}{k-u} = \frac{2gt}{k}$, albo $\log.\,\frac{k+u}{k-u} = \frac{2gt}{k}\,\log.\,e$, oznaczywſzy przez e liczbę, któréy logarytmém byłoby 1, albo naoſtatek $\log.\,\frac{k+u}{k-u} = \log.\,e^{\frac{2gt}{k}}$; więc $\frac{k+u}{k-u} = e^{\frac{2gt}{k}}$; a zatém $u = \frac{ke^{\frac{2gt}{k}} - k}{e^{\frac{2gt}{k}} + 1}$;

więc

więc $dx = \frac{e^{\frac{2gt}{k}} - 1}{e^{\frac{2gt}{k}} + 1} kdt$; zrównanie, które naprzód przemiéniam na to,

$$dx = \frac{kdte^{\frac{2gt}{k}}}{e^{\frac{2gt}{k}}+1} - \frac{kdt}{e^{\frac{2gt}{k}}+1}$$; a potém na to drugie, $dx = \frac{kdte^{\frac{2gt}{k}}}{e^{\frac{2gt}{k}}+1} - \frac{kdte^{\frac{-2gt}{k}}}{1+e^{\frac{-2gt}{k}}}$.

Lecz podług tego, co poprzédziło (28 i 100), łatwo widziéć ſię daie, że dwa wyrazy drugiéy części, każdy z nich ieſt różniczką logarytmową; a zatém całką będzie $x = C + \frac{kk}{2g}\log.(e^{\frac{2gt}{k}}+1) + \frac{kk}{2g} \times \log.(e^{\frac{-2gt}{k}}+1)$, albo $x = C + \frac{kk}{2g}\log.(e^{\frac{2gt}{k}}+1) + \frac{kk}{2g}\log.\left(\frac{e^{\frac{2gt}{k}}+1}{e^{\frac{2gt}{k}}}\right)$, albo $x =$

$= C + \frac{kk}{2g}\log.\frac{(e^{\frac{2gt}{k}}+1)^2}{e^{\frac{2gt}{k}}}$, albo naoſtatek $x = C + \frac{kk}{g}\log.\left(\frac{e^{\frac{2gt}{k}}+1}{e^{\frac{2gt}{k}}}\right)$.

Zeby wynaléśdź wártość ſtatecznéy C; mamy uważyć, że kiedy $t = 0$, to powinno bydź także $x = 0$; bo rozumiémy że ciało z początku nieodebrało żadnego popędu. Będzie tedy $0 = C + \frac{kk}{g}\log.\frac{1+1}{1} = C + \frac{kk}{g}\log.2$; więc $C = -\frac{kk}{g}\log.2$; a zatém nakoniec, będzie $x = \frac{kk}{g}\log.\left(\frac{e^{\frac{2gt}{k}}+1}{2e^{\frac{gt}{k}}}\right)$. Zrownanie, które da rozległość x przebieżoną w przeciągu iakiégokolwiek czaſu t.

402. Przyſtąpmy teráz do ruchu ciała wſtępuiącego do góry. W takim razie, ważność i odpór miéyſca, przykładaią ſię do umniéyſze-

ſzenia ſzypkości ruchadła; lecz w niniéyſzym przypadku, tak iak w poprzédzaiącym, ważności ubywa, z przyczyny, że ruchadło utraca tyle wagi, ile waży obiętość rościeku wyrugówanego; więc ſiłą opóźniaiącą ruch, będzie $Mpdt - \frac{MD}{D'} pdt + nDsu^2 dt$; więc wynikaiąca ſtąd ütrata ſzypkości, muſi mieć to wyrażenie, $pdt - \frac{D}{D'} pdt + \frac{nDsu^2 dt}{M}$. A zatém będzie $(1 - \frac{D}{D'}) pdt + \frac{nDsu^2 dt}{M} = -du$.

Zróbmy iak wyżéy, $(1 - \frac{D}{D'}) p = g$; i $\frac{nDs}{M} = \frac{g}{k^2}$; a miéć będzièm $gdt + \frac{g}{k^2} u^2 dt = - du$; ſkąd wyciąga ſię $gdt = \frac{-k^2 du}{k^2 + u^2}$. Zróbmy daléy $u = kz$; a miéć będziém $gdt = \frac{-kdz}{1 + zz}$, albo $\frac{-gdt}{k} = \frac{dz}{1 + zz}$. Lecz druga część tego zrównania (86), wyraża ſkładkę łuku kołowego, którego ſtyczną byłoby z, a promiéniém 1; więc z, ieſt ſtyczną łuku, wyrażaiącego całkę téy drugiéy części zrównania, albo wártości iéy, zawiéraiącéy ſię w piérwſzèy części. Więc $z = -$ Stycz. $(\frac{gt}{k} + C) = \frac{u}{k}$; więc $u = - k$ ſtycz. $(\frac{gt}{k} + C)$.

Ze-

Zeby wynaléśdź wártość ſtateczněy C, trzeba uważyć, że kiedy $t = 0$, to u powinno równać ſię ſzypkości, z iaką ruchadło było popędzone. Daymy że takową ſzypkością ieſt V, to będzie $u = -k$ ſtycz. C; a zatém Stycz. $C = -\frac{V}{k}$, albo $C =$ łuk. ſtycz. $\frac{-V}{k}$: to ieſt łukowi, maiącemu za ſtyczną $\frac{-V}{k}$. Więc oznaczywſzy przez A łuk, maiący za ſtyczną $\frac{V}{k}$, będzie $C = -A$. Więc $u = k$ Stycz. $(A - \frac{gt}{k})$.

403. Zeby miéć rozległość przebieżoną, wezmiymy znowu zrównanie $dx = udt$; a miéć będziém $dx = kdt$ X

$$\text{ſtycz.}(A - \frac{gt}{k}) = \frac{kdt \text{ wſt.}(A - \frac{gt}{k})}{\text{doſt.}(A - \frac{gt}{k})}$$

(Jeom. 22 i 27). Lecz ta ilość ieſt różniczką Logarytmową, więc podług (100) będzie $x = C' + \frac{k^2}{k}$ log. doſt. $(A - \frac{gt}{k})$.

A co ſię dotyczé ſtateczněy C', ta powinna bydź taka, ażeby było $x = 0$, kiedy ieſt $t = 0$; więc będzie $0 = C' + \frac{k^2}{k}$ log. doſt. A; więc $C' = \frac{-k^2}{g}$ log. doſt. A; więc naoſtatek x

=

$$= \frac{k^2}{g} \log. \frac{\text{doſt.}\left(A - \frac{gt}{k}\right)}{\text{doſt.}\, A}$$; zrównanie, które nam da rozległość przebieżoną, w przeciągu upłynionego iakiegokolwiek czaſu t.

404. Żeby znowu mieć całą wyſokość, do którey ciało podnieſie ſię, mocą nadaney ſobie ſzypkości V, trzeba w zrównaniu $u = k$ ſtycz. $\left(A - \frac{gt}{k}\right)$, rozumieć $u = 0$, a zatém $A - \frac{gt}{k} = 0$; co nam da $x = \frac{k^2}{g}$ log. $\frac{\text{doſt.}\, 0^0}{\text{doſt.}\, A} = \frac{k^2}{g} \log. \frac{1}{\text{doſt.}\, A}$.

405. Przyſtąpmy teráz do niektórych przyſtóſowań tey teoryi. Obierzmy ſobie na przyład iedno z doświadczeń wykonanych przez *Newtona*, w mieſiącu Czerwcu R. 1710. *Newton* doznał ſkutkiém, że wydęta kula ſzklana napełniona powietrzem, maiąca w śrzednicy 4,6932 *cal.* a ważąca w powietrzu 1,0219 *unc.* (na miarę i wagę Paryſką), upadła z wyſokości $206\frac{1}{2}$ *ſt.* w przeciągu czaſu $8''\frac{1}{5}$. Zobaczmy tedy, ieżeli w rzeczy ſamey ciało ważne, w przeciągu $8''\frac{1}{5}$, dla odporu powietrza, niepowinno przebiédz więkſzey rozległości, iak tylko 206,5 *ſt.*

Wynaydziymy naprzód ilości g i k. Zrobiliśmy byli $g = \left(1 - \frac{D}{D'}\right) p$, gdzie rozumié ſię $p = 30,2$. Żeby mieć ſtóſunek $\frac{D}{D'}$ między gęſtością powietrza i gęſtością kuli ſzklaney, trzeba wyrachówać wagę obiętości powietrza, równaiącey ſię obiętości pomienioney kuli; którą dodawſzy do wagi, iaką miała taż kula w powietrzu, mieć będziém rzetelną wagę tey kuli; a dopiero tę wagę przyrównawſzy do wagi podobneyże obiętości powietrza, znaydziémy zachodzący ſtóſunek między gęſtościami; bo kiedy obiętości ſą równe, to gęſtości maią ſię między ſobą iak wagi (160).

Przerzeczona kula maiąca w śrzednicy 4,6932 *cal.* albo 0,3911 *ſt.* mieć będzie w obiętości 0,03134 ſtopy ſześciénney; a ponieważ ważność powietrza ieſt 850*tą* częścią ważności wody, a tey ſtopa ſześciénna waży 70 *ſtów* albo 1120 uncyi; więc ſtopa ſześciénna powietrza ważyć będzie $\frac{1120}{850}$ albo $\frac{112}{85}$ uncyi; więc waga kuli powietrſzney, teyże śrzednicy co ſzklana użyta w doświadczeniu, wynoſi 0,0413 uncyi. A ponieważ kula użyta w doświadczeniu, powinna była utracić w powietrzu część wagi ſwoiey równaiącą ſię wadze obiętości powietrza wyrugówanego; więc idzie za tém, że w mieyſcu próżném byłaby ważyła 1,0632 *unc.* A że znowu podobnaż obiętość powietrza, waży 0,0413, więc będzie $D' : D :: 1,0632 : 0,0413 :: 10632 : 413$; więc $\frac{D}{D'} = \frac{413}{10632} = 0,0388$.

Więc $g = \left(1 - \frac{D}{D'}\right) p = (1 - 0,0388) \times 30,2 = 0,9612 \times 30,2 = 29,03$.

A co należy do k, ponieważ zrobiliśmy $\frac{nDs}{M} = \frac{g}{k^2}$; więc mieć będziém $k^2 = \frac{gM}{nDs}$.

Lecz

Lecz M równa ſię obiętości kuli, obiętości mówię rozmnożonéy przez gęſtość iey D'; obiętość zaś takową wynalezliśmy wyżéy bydź $= 0{,}03134$, więc będzie $M = 0{,}03134\,D'$; więc $k^2 = \frac{g \times 0{,}03134 D'}{nsD}$. Lecz znowu podług (382), mamy $n = \frac{1}{2}$, a podług (396), s, tyle wárto, co połowa powiérſzchni naywiękſzego koła ninièyſzéy kuli, a takowa powiérſzchnia wynoſi 0,12028; więc $s = 0{,}06014$; więc $k^2 = \frac{0{,}03134}{\frac{1}{2} \times 0{,}06014} \times g \times \frac{D'}{D} = \frac{0{,}03134}{0{,}03007} \times 29{,}03 \times \frac{1}{0{,}0388} = 779{,}53$; więc $k = 27{,}92$.

Miéć tedy będziém $g = 29{,}03$; $k = 27{,}92$ a $t = 8''\frac{1}{5}$.

Niezoſtaie tedy tylko położyć te wártości, w wyrażeniu wártości głoſki x, to ieſt w zrównaniu $x = \frac{kk}{g} \times \log. \left(\frac{e^{\frac{2gt}{k}} + 1}{2e^{\frac{gt}{k}}} \right)$. Ale nim to uczynimy, daymy piérwéy téy oſtatniéy formule poſtać wygodniéyſzą do rachunków. Zróbmy $e^{\frac{gt}{k}} = N$; a miéć będziém $e^{\frac{2gt}{k}} = N^2$; a zatém $x = \frac{kk}{g} \log. \frac{N^2 + 1}{2N}$.

Zeby miéć N, zrównanie $e^{\frac{gt}{k}} = N$, daie $\frac{gt}{k} \log. e = \log. N$, albo $\frac{gt}{k} = \log. N$; maiąc zaś logarytm ilości N, łatwo będzie można miéć i ſamo N.

To

To tedy na przod założywſzy, będzie $\log. N = \frac{29{,}03 \times 8\frac{1}{5}}{27{,}92} = 8{,}52599$. Ale iż tén logarytm ieſt hiperboliczny, przeto żeby miéć liczbę onemu odpowiadaiącą, trzeba go przemiènić w logarytm poſpolity (88), rozmnożywſzy go przez 0,4342945; co nam da 3,7027895; lógarytm, który w poſpolitych Tablicach odpowiada liczbie 5044. Więc $N = 5044$ z małém uchybiéniém.

Ponieważ nam tu na N niewypada liczba doſyć znaczna, przeto uważam, że w ilości $\frac{N^2 + 1}{2N}$, bez popełniénia znacznego błędu, mogę zaniedbać wyrazu 1 względém N^2, a zatém wártość ilości x, przemiénić w tę: $x = \frac{kk}{g}$ $\log. \frac{N^2}{2N} = \frac{kk}{g} \log. \frac{N}{2} = \frac{779{,}53}{28{,}03} \log. 2522$.

Biorę tedy podług (88), logarytm hiperboliczny ilości 2522, który znayduię bydź 7,8328075, i rozmnożywſzy go przez $\frac{779{,}53}{29{,}03}$, wypada mi $x = 210{,}2$ *ſt.*; ilość nieróżniąca ſię od doświadczenia tylko około na 3,7 *ſt.*

Toż ruchadło, w tymże czaſie (174) w miéyſcu próżném przebiegłoby 1015 *ſt.*

406. Co do ſzypkości, znalezliśmy wyżéy na wyrażenie iéy, $u = \frac{ke^{\frac{2gt}{k}} - k}{e^{\frac{2gt}{k}} + 1}$, to ieſt $u = \frac{kN^2 - k}{N^2 + 1}$.

Więc położywſzy zamiaſt k i N onych wártości dopiéro wzwyż wynalezione, miéć bę-

dziém

dziém $u = \frac{[(5044)^2 - 1] \times 27,92}{(5044)^2 + 1} = 27,92$, z małém uchybiéniém.

407. Wyrażenie $u = \frac{ke^{\frac{2gt}{k}} - k}{e^{\frac{2gt}{k}} + 1}$, w któ-

rém ilość $e^{\frac{2gt}{k}}$ coraz bardziéy rośnie w miarę rosnącego t, daie znać, że po wypłynieniu pewnego czasu, szypkość daléy nieprzyspiészа się tylko bardzo nieznacznie. Jakóż, poprzédzaiące wyrażenie napisawszy tak:

$$u = k\left(\frac{e^{\frac{2gt}{k}} - 1}{e^{\frac{2gt}{k}} + 1}\right),$$

daie się widzieć, iż ta wartość nieustannie przybliża się do téy --

$$u = \frac{ke^{\frac{2gt}{k}}}{e^{\frac{2gt}{k}}} = k;$$

tak iż ciała ważne spadaiące z góry na dół w miéyscach odpornych, nieprzyspiészaią nieustannie swoiéy szypkości tak iak w miéyscach próżnych; ta szypkość nigdy niémoże stać się większą nad k; a lubo (biorąc ścisle), ciała nienabywaią téy szypkości aż dopiéro po upłynięniu czasu niezmiérnego, atoli iednak w przeciągu czasu dosyć krótkiego przychodzą do tego, że ich szypkość iuż bardzo mało różni się od k. Oczywistym dowodém tego, iest przykład wyżéy przywiedziony (406), w którym widzieliśmy, że po upłynięniu przeciągu $8''\frac{1}{2}$, ruchadło prawie doszło takowéy szypkości.

408. Można téż ieszcze inszym sposobém wynaléśdź nayweiększą szypkość, iakiéy może nabydź ciało spadaiące z góry na dół w miéyscu odpornem. W zrównaniu $(1 - \frac{D}{D'})pdt - \frac{nDsu^2}{M}dt = du$, ieżeli rozumieć będziémy $(1 - \frac{D}{D'})pdt - \frac{nDsu^2}{M}dt = 0$, iawna iest, że także będzie $du = 0$; to iest, że szypkość przestanie przyspiészać się. Lecz zrównanie $(1 - \frac{D}{D'})pdt - \frac{nDsu^2}{M}dt = 0$, daie $Mpdt - \frac{MD}{D'}pdt = nDsu^2dt$; gdzie piérwsza część wyraża wagę ciała w rościeku, a druga wyraża odpór ninie skutkuiący przeciwko niému; więc ruch przychodzi do iednokształtności w tén czas, kiedy odpór, staie się równym wadze ciała w rościeku; co też skądinąd iest oczywista.

Z tegóż samego zrównania wnosi się ieszcze, $u^2 = \frac{(M - \frac{MD}{D'})p}{nDs} = \frac{(1 - \frac{D}{D'})p}{\frac{nDs}{M}} = \frac{g}{\frac{g}{k^2}} = k^2$, albo $u = k$, iak było wyżéy.

O szypkości, iakiéy nabydź mogą pociski, od czynności rościeku sprężystego zgęszczonego, iakim iest powietrze, albo proch zapalony.

409. Siła, iaką powietrze zgęszczone w pewnéy rozległości AB (fig.

fig. 17. (fig. 17) rozſzérzaiąc ſię wywiéra przeciwko ruchadłu albo pociſkowi *M* za każdym momentém, nieſprawuie ſzypkości pomiérnéy. Roſprężenie ſprężyſtości dzieie ſię ſtopniami niezmiérnie małémi, których ſumma, w przeciągu czaſu pomiérnego, ſkłada ſzypkość także pomiérną, z iaką pociſk zoſtaie wyrzucony.

410. Ponieważ takowa ſiła ſkutkuie ſtopniami niezmiérnie małémi, więc może bydź porównana z wagą ciał, a zatém miérzyć ſię może przez wagę. Waga, do którèy zechcemy przyrównać w niniéyſzym razie tę ſiłę, ieſt waga powietrſzni, to ieſt waga ſłupa powietrza maiącego za podſtawę, iedno z naywiękſzych kół kuli *M*, a za wyſokość, wyſokość ſaméyże powietrſzni; którato waga ieſt nam iuż wiadoma podług (333).

Daymy tedy że *P* ieſt miąźſzością takiéyże wagi iak ſłup przerzeczony; *p* niechay będzie ſzypkóścią, iaką ſprawuie w ciele ważność w przeciągu czaſu iednéy minuty wtóréy; to *Ppdt*, będzie wagą wzmiankowanego ſłupa; a ieżeli oznaczymy przez 1 : *q* ſtoſunek téy wagi, do

wagi maiącéy miérzyć ſiłę ſprężyſtości powietrza zgęſzczonego w rozległości *AB*, to na wyrażenie téy oſtatniéy wagi, czyli na miarę ſiły ſprężyſtości powietrza zgęſzczonego, miéć będziém ilość *Ppqdt*.

Odłóżmy tym czaſém na ſtronę ważność ruchadła *M*, to ieſt rozumiéymy, że kanał *AD* armaty znuyduie ſię w położeniu poziémném; daymy nadto, że ruchadło ieſt tegoż ſamego wagomiaru co wylot, tąk iż między niémi żadnego niéma przeſtworu; a tak poſzukaymy z iaką ſzypkością wypadłby pociſk z działa w miéyſcu prożném czyli ſwobodném.

Uważmy go w tym razie, gdy dobieży do iakiegokolwiek punktu *C* kanału armatnego. Ponieważ ſiła ſprężyſtości powietrza, ma ſię w ſtóſunku odwrotnym rozległości iakie zabiéra (334), więc ſiła iego w tén czas kiedy zabiéra rozległość *AC*, miéć ſię będzie do ſiły iaką miało zabiéraiąc rozległość *AB*, to ieſt, do *Ppqdt* : : *AB* : *AC*; więc oznaczywſzy przez *F* ſiłę powietrza rozeſzłą po rozległości *AC*, będzie $F = \frac{AB}{AC} \times pq.Pdt = \frac{pqPadt}{x}$, oznaczywſzy *AB* przez *a*, a *AC* przez *x*.

To wyrażenie, byłoby wyrażeniém ſiły, użytéy do przyſpiéſzenia ruchu pociſku w punkcie *C*, gdyby tłoczenie powietrza zewnętrſznego niemiało miéyſca; ale iż to ſkutkuie w rozumiéniu przeciwném, z ſiłą $= pPdt$, więc idzie za tém, że ſiłą rzetelnie przyſpié-

 ſza-

ſzaiącą ruchadło, będzie tylko $\frac{pqPadt}{x} - pPdt$; więc pomnożeniém ſzypkości, iakie odbiéra ruchadło w którymkolwiek punkcie C, ieſt $\frac{\frac{pqPadt}{x} - pPdt}{M}$, oznaczywſzy przez M miąższość ruchadła. Więc ieżeli wyrazimy przez u niniéyſzą ſzypkość ruchadła, tak iżby du wyrażało iéy przyraſtanie, to będzie $\frac{\frac{pqPadt}{x} - pPdt}{M} = du$ albo $\frac{pqPadt}{x} - pPdt = Mdu$.

Zeby wyciągnąć z tego zrównania wártość głoſki u, trzeba zaniaſt dt położyć onego wártość $\frac{dx}{x}$ (179), co nam da $\frac{pqPadx}{ux} - \frac{pPdx}{u} = Mdu$, albo $pqP\frac{adx}{x} - pPdx = Mudu$; zrównanie, którego całką ieſt $pqPa \log. x - pPx + C = \frac{Mu^2}{2}$.

Zeby naznaczyć wártość ſtatecznéy C, uważmy, że ponieważ rozumié ſię, iż roſprężenie ſprężyſtości powietrza poczyna ſię w punkcie B, gdzie ieſt $x = a$, przeto zrównanie poprzédzaiące powinno bydź takie, ażeby zrobiwſzy $x = a$, było $u = 0$. Będzie tedy $pqPa \log. a - pPa + C = 0$, a zatém $C = pPa - pqPa \log. a$; więc

więc $\frac{Mu^2}{2} = pqPa \log. \frac{x}{a} - pP(x - a)$.

I toć ieſt zrównanie, które daie nam ſzypkość pociſku, w iakimkolwiek punkcie C długości działa.

411. Daymy *np.* iż wiatrówka, maiąca długości kanału $3\frac{1}{2}$ *ſt.*, ieſt nabita kulką ołowianą *złotową*, wynoſzącą w średnicy 0,0524 *ſt*; powietrze zgęſzczone niechay w niéy zabiéra 6 *cal.* długości; którego gęſtość miałaby ſię do gęſtości powietrza naturalnego : : 100 : 1. Jeſt zadano, ażeby wynaléźdź ſzypkość kuli, w ſamym wylocie z rury.

Mamy tu tedy $a = 6$ *cal.* $= \frac{1}{2}$ *ſt.*; $x = 3\frac{1}{2}$ *ſt.*; $M = \frac{1}{16}$; $q = 100$. Zeby mieć P, należy ſobie przypomnieć (333), że waga powietrzni, równa ſię wadze ſłupa wody na 32 *ſt.* wyſokiego. A zatém, ponieważ naywiększe koło kulki ma w frzednicy 0,0524 *ſt.* więc powiérzchnia iego mieć będzie 0,00216 ſtopy kwadratowéy; więc $P = 0{,}00216 \times 32 \times 70$ *ſtów*; z przyczyny, iż ważność przyrodna wody wynoſi 70 *ſtów*; będzie tedy $P = 4\frac{5}{6}$ *ſt.* z małém uchybiéniém. Nadto (172), mamy $p = 30{,}2$. Więc położywſzy te wártości w zrównaniu wyrażaiącém ſzypkość, będzie

$$\frac{1}{32}u^2 = 100 \times 30{,}2 \times 4\tfrac{5}{6} \times \tfrac{1}{2} \log. \frac{3\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - 30{,}2 \times 4\tfrac{5}{6} \times 3$$

$= 7298 \log. 7 - 437{,}9$. A że logarytmém poſpolitym *7miu*, ieſt 0,8450980, więc podług (88), rozmnożywſzy go przez 2,30258509 dla przemiany w logarytm hiperboliczny, mieć będziém 1,9459, zaniedbawſzy reſztę dzieſiątnych, które nam ſą niepotrzebne. Skąd naoſtatek wnoſi ſię $\frac{1}{32}u^2 = 7298 \times 1{,}9459 - 437{,}9 = 13762$; więc $u = 664$ *ſt.*; to ieſt, że kulka w ſamym wylocie z rury, miałaby

 ſzyp-

ſzypkość, wynoſzącą 664 *ſt.* na iednę minutę wtórą.

Jeżeli byłoby zapytano, iaką długość trzebaby dać rurze, ażeby kulka odebrała od naboiu wſzelką czynność iak tylko naywiękſzą odebrać może; to uważyć trzeba, że w tén czas kiedy uſtaie ſkutek naboiu, iuż niéma żadnego powiękſzenia ſzypkości, to ieſt, że w takim razie $du=0$. Powróciwſzy tedy do zrównania $\frac{pqPadt}{x}-pPdt=Mdu$, wyżéy wynalezionego, i zrobiwſzy w niém $du=0$, znaydziémy bydź $\frac{qa}{x}-1=0$, albo $x=qa$; to ieſt, że długość rury, powinna miéc ſię do długości naboiu $::q:1$, albo iak ſię ma ſprężyſtość powietrza ſkładaiącego nabóy, do ſprężyſtości powietrza naturalnego.

412. Chcąc zaś wiedziéć, iaki powinién bydź nabóy, albo iak mocno powietrze powinno bydź zgęſzczone, ażeby pociſk na wylocie z rury, miał pewną zadaną ſzypkość, nietrzeba do tego więcéy, tylko użyć poprzédzaiącego zrównania $\frac{Mu^2}{2}=pqPa\log.\frac{x}{a}-pP(x-a)$; z którego wyciąga ſię $q=\frac{pP(x-a)+\frac{1}{2}Mu^2}{pPa\log.\frac{x}{a}}$.

413.

413. Sprężyſtość powietrza i długość rury zoſtawiwſzy nietykane, ieżeli zmyślimy ſobie obiętość powietrza pomnożoną, która w takim razie ieſt proporcyonalna ilości a, to ieſt ieżeli rozumiéć będziémy nabóy bydź pomnożony, to ſtopnie ſzypkości przechodzące w ruchadło w równych odległościach od dna, będą więkſze; bo ogołém, ſiła ſprężyſtości ieſt proporcyonalna ilości $\frac{x}{a}$. A że to co ſię przyczynia długości naboiu uymuie ſię z długości rury, tak iż ruchadłu tèm mniéy zoſtawać ſię będzie miéyſca, w przeciągu którego ma ſkutkować przeciwko niému czynność rościeku ſprężyſtego; więc muſi znaydówać ſię iakaś pewna długość naboiu, odpowiadaiąca zadanéy długości rury, to ieſt, muſi bydź pewny taki nabóy, któryby nadawał pociſkowi naywiękſzą ſzypkość iaka tylko bydź może.

Zeby wynaléśdź takowy nabóy, trzeba powrócić do zrównania $\frac{Mu^2}{2}=pqPa\log.\frac{x}{a}-pP(x-a)$, i zróżniczkówać go, poczytawſzy tylko

ſa-

ſame u i a za odmiénne, a potém trzeba du zrównać z zerém. Będzie tedy $o = pqPda \log. \frac{x}{a} - pqPdx + pPda$, albo $q. \log. \frac{x}{a} = q - 1$; ſkąd wyciąga ſię $\log. \frac{x}{a} = \frac{q-1}{q}$.

A zatém ſtóſuiąc to do przykładu poprzédzaiącego, gdzie było $q = 100$, a $x = 3{,}5$ *ſt.*; mieć będziém $\log. \frac{3{,}5}{a} = \frac{99}{100} = 0{,}99$. A że ta liczba, wyraża logarytm hiperboliczny ilości $\frac{3{,}5}{a}$; więc chcąc mieć wartość téy ilości $\frac{3{,}5}{a}$ przy pomocy Tablic poſpolitych, trzeba rozmnożyć 0,99 przez 0,4342945; co nam da 0,4299515, to ieſt logarytm, który odpowiada liczbie 2,7; więc $\frac{3{,}5}{a} = 2{,}7$; więc $a = \frac{3{,}5}{2{,}7} = 1{,}3$; to ieſt, iż naboy, któryby kulce w ſamym wylocie iéy z rury, mógł nadać nayiwiękſzą ſzypkość, powiniénby bydź długi na 1 *ſt.* 3 *c.* 7. *l.* Na tym fundamencie rachuiąc daléy, w ténże ſpoſób co wyżéy w tymże przykładzie, znaleźlibyśmy na ſzypkość kulki w ſamym wylocie z rury, 770 *ſt.* na iednę minutę wtórą.

414. Rościek powſtaiący w ſtrzelbach z ſpłoniénia prochu, ieſt rościekiém ſprężyſtym, którego natura ieſzcze nam nieieſt doſkonale wiadoma. Mali to bydź powietrze nieiako uwięzione w materyach proch ſkłada-

da-

daiących? alboli téż woda wchodząca w kryſztałowanie ſalitry, obrócona w parę? Wiémy to dobrze, że powietrze zamknięte w ciałach, i zdaiące ſię wchodzić w iſtotę onych, znayduie ſię w nich w ſtanie arcy wielkiego zgęſzczenia. Wiémy i to, że woda obrócona w parę, może zabiérać rozległości aż do 16000 razy większe, od tych iakie zabiéra w ſtanie naturalnym. Któż wié, czy nie te obie razém przyczyny, wpływaią w dzielność prochu? Atoli bądź co chce, to ieſt pewna, że ſzypkość, iakiéy nabywaią pociſki, od ſpłonionego prochu, ieſt ſkutkiém ſprężyſtości rościeku ſprężyſtego; a ieżeli takowa ſprężyſtość ieſt proporcyonalna gęſtości rościeku, to ruch ſtąd wynikaiący, może bydź wynaleziony przy pomocy zaſad wzwyż założonych.

Atoli iednak trzebaby ieſzcze wprowadzić w tamtén rachunek niektóre uwagi, któreśmy pominęli; iakoto 1*sz* wagę kuli, kiedy rura niebyłaby w poziemném położeniu; 2*re* odpór powietrza, przez tén czas kiedy kula przebiéga kanał; 3*cie* przeſtwór kuli i zapału, którędy wykradaiąca ſię część rościeku ſprężyſtego, pomniéyſza ſkutek iego; 4*te*. Spłóniénie naſtępne a nie iednomomentalne prochu, to ſprawuiące, że część prochu niezapalonego bywa wyrzucona z kanału, która zatém niepowinna wchodzić w rachubę ſkutku. Z tych uwag, dwie piérwſze mniéyſzéy wagi, mogą bydź łatwo podciągnione pod rachunek. Trzecia lubo nietak łatwo, atoli ieſzcze może mu bydź poddana; ale co do czwartéy, ponieważ niémamy względém niéy doſyć warunków danych, przy pomocy których mogłaby bydź oſzacówana, przeto w dalſze rozebranie tego zagadnienia wdawać ſię niebędziémy. Wreſzcie lubo nie-

ktéktóre z przerzeczonych uwag, niedopuſzczaią naznaczyć ściſłego ſtóſunku, między ſprężyſtością tego rościeku, a ſprężyſtością powietrza naturalnego, atoli na fundamencie mniémań wielce podobnych do prawdy, tyczących ſię czynności tego oboiego rościeku, przynaymniéy o tém zapewnić ſię można, że takowy ſtóſunek ieſt bardzo wielki. Jakóż, wynaleziono témi ſpoſobami, że ſiła prochu, ieſt przynaymniéy 1000 razy więkſzą od ſprężyſtości powietrza naturalnego. (Zob. Artyl. Tom I. l. 81. kart. 99).

415. W rozwiązaniu Zagadniénia poprzédzaiącego, rozumieliśmy działo *AD* bydź nieruchome, albo przynaymniéy odſkok iego wcale nieznaczny. Ale gdyby takowy odſkok był znakomitſzy, to i ſzypkość wypadłaby inakſza; iako ſię to zaraz pokaże.

O Sile odskoku w Wiatrówkach i w poſpolitych Strzelbach.

416. Ponieważ ſiła wypędzaiąca pociſk, nieieſt co innego, tylko ſprężyſtość rościeku, rozſzérzaiąca ſię po kanale działa, więc powinna w wſzelakiém rozumiéniu wſzętém równo ſkutkówać (295). A zatém w tymże czaſie kiedy wypędza pociſk, muſi oráz czynić przeciwko wnętrſzné powiérſzchni i przeci-

ciwko dnu działa. A że czynność iéy przeciwko wnętrſznéy powiérſzchni ieſt iednakowa na wſzyſtkie ſtrony, więc niémoże ſprawić innego ſkutku, tylko że dąży do roſtrzaſkania ſztuki. Co zaś dotyczé ſię czynności przeciwko dnu, takowéy naturalny ſkutek ieſt tén, że działu nadaie popęd, w rozumiéniu przeciwném temu, który odebrał pociſk. Zeby tedy naznaczyć ſzypkość ſtąd wynikaiącą działa w tył odſkakuiącego, obierzmy ſobie do rozwiązania Zagadniénie naſtępuiące.

417. Niechay będą *M* i *m* (fig. 18), dwie miąższości znaiome, fig. 18.
popędzone w rozumiéniach przeciwnych, od ſprężyſtości *ab*, roſprężaiącéy ſię w kiéronku linii, łączącéy z ſobą śrzodki pomiénionych miąższościów. Jeſt zadano znaléśdź, iakie będą ſzypkości obu ciał, gdy oddalą ſię z miéyſc ſwoich na iaką pewną daną rozległość.

Daymy że po upłyniéniu iakiegokolwiek przeciągu czaſu t, pomiénione dwa ciała przybędą do c i d (fig. 19), tak iżby fig. 19.
M przebiegło rozległość $ac = z$, a m rozległość $bd = y$. Szypkość ciała M w punkcie c podług (179) będzie wyrażona przez $\frac{dz}{dt}$; więc wzroſtkiém ſzypkości iego, będzie

$d\left(\frac{dz}{dt}\right)$, a zatém $Md\left(\frac{dz}{dt}\right)$, będzie ilością ruchu, iakiéy nabędzie w przeciągu momentu dt. A ieżeli ſiłę, iakiéy udziela ſprężyſtość w przeciągu momentu dt, oznaczymy przez $F \times dt$ albo przez Fdt, to mieć będziém $Fdt = Md\left(\frac{dz}{dt}\right)$. Że zaś oczywiście ſprężyſtość, powinna równo roſprężać ſię na obie ſtrony przeciwne, więc z podobnéyże przyczyny muſi bydź $Fdt = md\left(\frac{dy}{dt}\right)$.

Z tych dwóch zrównań, wnoſi ſię proſto $Md\left(\frac{dz}{dt}\right) = md\left(\frac{dy}{dt}\right)$, a ſcałkówawſzy, wypadnie $\frac{Mdz}{dt} = \frac{mdy}{dt}$, zrównanie, któremu nieprzydaie ſię żadna ſtateczna; bo i tak ſtaie ſię zadość warunkowi Zagadnienia, który ieſt tén, ażeby ſzypkości tak ciała m iako też i ciała M, obie razém ſtawały ſię zerém. A zatém oznaczywſzy przez u ſzypkość ciała M, a przez v ſzypkość ciała m, będzie $Mu = mv$. Do wynalezienia wartościów téy oboiéy ſzypkości, iéſzcze iednego zrównania potrzebuiemy. Powróćmy tedy teráz do dwóch poprzédzaiących.

$$Fdt = Md\left(\frac{dz}{dt}\right) \text{ i } Fdt = md\left(\frac{dy}{dt}\right).$$

Rozmnożywſzy pierwſze przez $\frac{dz}{dt}$ a drugie przez $\frac{dy}{dt}$, a dodawſzy te dwa zrównania iedno do drugiego, mieć będziém $Fdz + Fdy = M\frac{dz}{dt}d\left(\frac{dz}{dt}\right) + m\frac{dy}{dt}d\left(\frac{dy}{dt}\right)$. Lecz oznaczywſzy przez s odległość cd, a przez

a odległość początkową ab między dwóma ciałami, będzie $s = a + z + y$; więc $ds = dz + dy$. Więc $Fds = M\frac{dz}{dt}d\left(\frac{dz}{dt}\right) + m\frac{dy}{dt}d\left(\frac{dy}{dt}\right)$; a zatém $\int Fds = \frac{1}{2}M\frac{dz^2}{dt^2} + \frac{1}{2}m\frac{dy^2}{dt^2}$, albo $2\int Fds = Mu^2 + mv^2$.

418. Żeby to rozwiązanie przyſtóſówać do Zagadnienia zadanego względém odſkoku, trzeba rozumiéć, że m ieſt miąžſzością kuli M (fig. 17), fig. 17. a zaś M ieſt miąžſzością działa AD. Rozumieiąc zaś przez F ſiłę prochu albo rościeku ſprężyſtego, która rozwięzuiąc ſię pod czas ſpłonienia, kulę popędza, będzie podług (410), $F = \frac{pqPa}{x} - pP = pP\left(\frac{qa}{x} - 1\right)$, zachowawſzy też ſame oznaczenia, których użyliśmy w miéyſcu pomienionem. Lecz co tam było oznaczono przez x, tu w fig. 19 wyraziliśmy fig. 19. przez s; a ilość a która tam (410) oznaczała rozległość naboiu, ieſt taż ſama, co tu w fig. 19 odległość ab; więc będzie $F = pP\left(\frac{qa}{s} - 1\right)$, a zatém $Fds = pP\left(\frac{qads}{s} - ds\right)$. Zrównanie tedy $2\int Fds = Mu^2 + mv^2$ przemieni ſię w to $2pP(qa \text{ log. } s - s)$ +

$+ C = Mu^2 + mv^2$. Lecz kiedy ieſt $s = a$, to ieſt na początku ruchu, powinno bydź $u = 0$, i $v = 0$; więc $C = -2pP(qa \log. a - a)$; więc $Mu^2 + mv^2 = 2pP(qa \log. \frac{s}{a} + a - s)$. Więc naoſtatek, ieżeli oznaczymy przez l długość działa, a oráz rozumiéć będziém, że czynność uſtaie w ſamym wylocie z kanału, to miéć będziém $Mu^2 + mv^2 = 2pP(qa \log. \frac{l}{a} + a - l)$; przy pomocy którego iako téż i tego drugiego zrównania $Mu = mv$, wynaydziémy ſzypkość kuli i ſzypkość działa.

Jakóż, ieżeli z tych dwóch zrównań wyciągniémy $u^2 = \frac{2mpP}{M(M+m)} \times (qa \log. \frac{l}{a} + a - l)$, i $v^2 = \frac{2MpP}{m(M+m)} \times (qa \log. \frac{l}{a} + a - l)$, i ieżeli rozumiéć będziémy M, bydź nazbyt wielkie względém m, iako to bywa w działach wielkich wymiarów, to będzie $u^2 = \frac{2mpP}{M^2} qa (\log. \frac{l}{a} + a - l)$, i $v^2 = \frac{2pP}{m} (qa \log. \frac{l}{a} + a - l)$. To oſta-

tnie

tnie zrównanie wychodzi na tóż ſamo, które znaleźliśmy wyżéy (410), iak bydź powinno; bo kiedy M ieſt nazbyt wielkie względém m, to ſzypkość odſkoku wypadać, muſi bardzo mała.

Z tych tedy zrównań pokazuie ſię, że kiedy miąźſzość działa, nieieſt nazbyt wielka względém pociſku, a oráz kiedy działo, nieieſt niczém wſtrzymane, to ſzypkość pociſku zależy téż i od miąźſzości działa.

419. Dla przyſtóſówania tego co poprzédziło, daymy niechay będzie potrzeba wyrachówać ſzypkość odſkoku armaty 24 *ſwey*, nabitéy $\frac{1}{3}$*ką* wagi kuli, rozumieiąc przy tém, że ſiła prochu nieieſt mnièyſza, od wagi ſłupa powietrſznego, odpowiadaiącego wylotowi armaty, powtórzonego 1000 razy.

Srzednica kuli 24 *ſwéy* Francuſkiéy wynoſi 5,444 *cal.*; a przydawſzy 2 *lin.* albo 0,166 *cal.* na przeſtwór, miéć będziém na śrzednicę kanału 5,61 *cal.* Ponieważ ſtopa ſześcienna prochu waży 64 *ſty*, więc nabóy wynoſzący 8 *ſtów*, muſi zabiérać $\frac{1}{8}$ ſtopy ſześciennéy, albo $\frac{1728}{8}$ calów ſześciénnych; a że znowu podſtawa wałka, iaki zabiéra w kanale tèn nabóy, ma w śrzednicy 5,61 *cal.*, więc na długość takowego wałka wypada 8,73 *cal.*; a zatém będzie $a = 8,73$ *cal.* $= 0,73$ *ſt.* Nadto, armata 24 *ſwa* ieſt długa na 9 *ſt.* 6 *cal.*; więc $l = 9,5$ *ſt.* Waga téyże armaty wynoſi

 5400

5400 *ſtów*; daymy iż z łożém ważyłaby 6500 *ſtów*; więc będzie $M = 6500$. a $m = 24$; tak iż nam niezoſtaie do wyrachówania tylko P.

Lecz P podług (333), równa ſię wadze wałka wody maiącego 32 *ſt.* wyſokości, a 5,61 *cal.* w śrzednicy ſwoiéy podſtawy, więc wynoſi 385 *ſtów* około; a zatém $P = 385$; naoſtatek q rozumieliśmy bydź $= 1000$. Będziemy tedy miéć $u^2 = \frac{48 \times 30{,}2 \times 385}{6500 \times 6524}$ (1000 $\times$ 0,73 log. $\frac{9{,}5}{0{,}73}$ + 0,73 − 9,5) = 0,013 (730 $\times$ 1,11440 $\times$ 2,3025851 − 8,77) = 0,13 $\times$ 1864 = 24,3; więc $u = 5$ z małém uchybiéniém; to ieſt, że ſzypkość odſkoku, pod czas ſamego wylotu kuli z kanału, wynoſiłaby około 5 *ſt.* na iednę minutę wtorą. Na ſzypkość zaś kuli znalezlibyśmy także $v^2 = \frac{2 \times 6500 \times 30{,}2 \times 385}{24 \times 6524} \times 1864$; ſkąd wyciąga ſię $v = 1340$; to ieſt że ſzypkość kuli, pod czas ſamego wylotu iéy z kanału, wynoſiłaby 1340 *ſt.* na iednę minutę wtórą. Skąd pokazuie ſię, iż (czynność prochu, rozumieiąc bydź pochodzącą z rościeku ſprężyſtego, któregoby ſiła umniéyſzała ſię w ſtóſunku rozległościów przezeń zaymówanych, a którego ſprężyſtość w piérwſzym momencie byłaby wyrażona przez wagę ſłupa powietrznego odpowiadaiącego wylotowi armaty, i 1000 razy powtórzonego); ſkąd mówię pokazuie ſię, iż kiedy kula 24 *ſwa*, nabywa ſzypkości wynoſzącéy 1340 *ſt.* na iednę minutę wtórą, to ſzypkość odſkoku tèyże armaty, niewynoſiłaby tylko 5 *ſt.* na takąż minutę wtórą.

W tèm wſzyſtkièm co poprzédziło, odłożyliśmy na ſtronę odpór powietrza, a któ-

ry

ry przecięż bardzo znacznie wpływa w ſkutek odſkoku. Jakóż, kiedy *np.* kula przyidzie w kanale do ſzypkości 1000 *ſt.* na iednę minutę wtórą; to podług (382) wyrażeniém odporu iakiegoby doznawała przez moment dt, ieſt $nDsu^2dt$. Rozumiéiąc tedy $n = \frac{1}{2}$. $s = \frac{1}{2}s'$, oznaczywſzy przez s' powiérſzchnią nayweiękſzégo koła kuli, na wyrażenie tego odporu miéć będziém $\frac{1}{4}Ds'u^2dt$. Lecz oznaczywſzy przez a śrzednicę kuli a przez D' gęſtość onèyże, wagą iéy będzie $\frac{2}{3}s'aD'pdt$; więc odpór ma ſię do wagi kuli $: : \frac{1}{4}Ds'u^2dt : \frac{2}{3}s'aD'pdt : : \frac{3D}{8D'} \times \frac{u^2}{pa} : 1$. Lecz znowu gęſtość powietrza ma ſię do gęſtości żelaza $: : 1 : 6000$ około, to ieſt że $\frac{D}{D'} = \frac{1}{6000}$; $p = 30{,}2$; $a = 5{,}444$ *cal.* $= 0{,}454$ *ſt.*; a nakoniec $u = 1000$; więc w poprzédzaiącym przypadku, odpór ma ſię do wagi kuli $: : \frac{3}{8} \times \frac{1}{6000} \times \frac{(1000)^2}{30{,}2 \times 0{,}454} : 1 : : \frac{3000}{48 \times 30{,}2 \times 0{,}454} : 1 : : \frac{3000}{658} : 1 : : 4{,}5 : 1$; to ieſt, że odpór ieſt bliſko cztèry i pół razy więkſzy od wagi kuli. Czynności tedy rościeku ſprężyſtego rozwięzuiącego ſię z prochu, nietrzeba uważać iakoby czyniła przeciwko miąźſzości ſtatecznéy, równéy pociſkowi, ale iakoby czyniła przeciwko miąźſzości pomnażaiącéy ſię nieuſtannie. A zatém téż i czynność wynikaiąca ſtąd przeciwko dnu w przeciwném rozumiéniu, pomnaża ſię także nieuſtannie. A lubo łatwo byłoby nam ułożyć zrównania różniczkowe, wyrażaiące ruch armaty i kuli, ſtóſownie do téy przyczyny, atoli ponieważ takowe zrównania niémogą bydź ſcałkówane, przeto nad niémi zabawiać ſię tu niebędziémy.

421.

421. Wreſzcie, z przyczyny że ſzypkość odpowiadaiąca kuli w przykładzie ninieyſzym, zaſadza ſię na tém przypuſzczeniu, iż ſiła prochu ieſt tyſiąc razy większa od ſłupa powietrſznego, odpowiadaiącego wylotowi armaty, można ſobie zawczaſu wnieść, że ieżeli rościék ſprężyſty rozwiązuiący ſię z prochu pod czas ſpłoniénia, rozſzérza ſię podług prawa wzwyż założonego, to w rzeczy ſaméy ſiła prochu, muſi bydź większa od téy, iaką naznaczyliśmy. Jakóż kiedy w dalſzym przeciągu mówić będziémy o odporze powietrza, czyniącym przeciwko ruchowi pociſków, to znaydziémy tam takie donioſłości, które potrzebuią daleko więkſzéy ſzypkości, a niżeli ieſt 1340 *ſt.* na iednę minutę wtórą.

422. Strzélaiąc tylko ſamym prochém, odſkok armaty, należy przypiſać téy oſtatniéy przyczynie o któréy dopiéro mówiliśmy, to ieſt, udérzeniu czyli odbiciu ſię o powietrze rościeku ſprężyſtego, rozwiązanego z prochu; téyże ſaméy przyczynie, trzeba także przypiſać i podnoſzenie ſię raców do góry. Rościék ſprężyſty zamknięty wewnątrſz *itzy* (fuſée), rozſzérza ſię z ſzypkością proporcyonalną ſile ſprężyſtości, i ſzczupłości zadławionéy *ſzyiki*, (etranglement). Ta ſzypkość w bezwładności znayduie dla ſiebie odpór, który niechay będzie iaki chce, czyni zawſze tén ſkutek, iakiby czyniła miąższość, maiąca bydź popędzona od pomiénionego rościeku, a zatém muſi ſprawówać odſkok. Co zaś dotyczé ſię prawa tego odporu, takówe zawiſło od ſzypkości, z iaką rościék ſprężyſty zamknięty w zadanéy rozległości, przechodzi w inny rościék także ſprężyſty, przez otwartość zadaną; Zagadniénie, które teráz nazbyt daleko odwiodłoby nas od zamiaru naſzego.

A ſtąd ieſzcze należy ſobie wnieść, że ſzypkość odſkoku, ſprawiona przez tén czas, póki kula przebiéga kanáł, nieieſtto iuż wſzyſtka ſzypkość maiąca miéć miéyſce; bo czynność rościeku ſprężyſtego przeciwko powietrzu, po wylocie kuli z kanału, muſi ieſzcze przyczyniać ſię do pomnożenia przerzeczonéy ſzypkości odſkoku; ale ieſt rzeczą arcy trudną naznaczyć granice i ſkutek téy nadmiénionéy czynności.

O Ruchu ciáł ważnych wzdłuż płaſzczyzn nachylonych.

423. Ciało ważne zoſtawione ſamemu ſobie na powiérzchni płaſkiéy *KLHI* (fig. 20), nachylonéy ku poziomowi *PIHN*, nieieſt ſwobodnie poſłuſzne ſwoiéy ważności. Część ſiły, iaką mu nadaie ważność, ieſt użyta na utłoczenie płaſzczyzny; a druga iéy część ſłuży do nadania mu ruchu wzdłuż płaſzczyzny. Ważność tedy muſi rozkładać ſię na dwie ſiły, z których iedna, ſprawówałaby utłoczenie płaſzczyzny, a druga nadawałaby ciału ruch, odprawiaiący ſię wzdłuż téyże płaſzczyzny. A zatém niech będzie *G* śrzodkiém ciężkości ciała, czyli punktém, w który cała czynność iego rozumiałaby ſię bydź ſkupioną (235); niechay będzie *GB* rozle- fig. 20.

głością miéyſca, iaką przebiegłoby ciało w iednym momencie, gdyby było ſwobodne. Poprowadźmy liniią *GC* proſtopadłą płaſzczyznie *KLHI*; a przez linije *GB* i *GC* zmyślmy ſobie przechodzącą płaſzczyznę; ta płaſzczyzna będzie proſtopadłą dwóm płaſzczyznóm *KLHI* i *IPNH*; z przyczyny że przechodzi przez linije proſtopadłe tymże płyſzczyznóm. Więc ieżeli zmyślimy ſobie że *DE* i *EF*, ſą przecięciami téy płaſzczyzny przedłużonéy z dwiéma płaſzczyznami *KLHI* i *IPNH*, to linije *DE* i *EF*, będą proſtopadłe ſpólnemu przecięciu *HI* tych pomiénionych dwóch płaſzczyzn.

Poprowadźmy *GA* równoległą linii *DE*, i zmyślmy ſobie równoległobok *GABC*, w którym *GB* przekątną, a *GA* i *GC* byłyby bokami. Podług (190), można rozumiéć, że ważność zamiaſt przynaglania ciała do iednego ruchu w kierónku *GB*, przynagla go do dwoiakiego ruchu, to ieſt w kierónku *GC* z ſzypkością *GC*, i w kierónku *GA* z ſzypkością *GA*. Lecz iawna ieſt, że ſiła *GC* będąc płaſzczyznie proſtopadłą, muſi zoſtać zniſzczoną, ieżeli punkt *O*, w którym ciało ſpotyka ſię z płaſzczyzną, ieſt także punktém należącym do ciała. Co ſię zaś dotycze ſiły *GA*, ta ponieważ niezmiérza, ani do zbliżenia ani do oddalenia ciała od

od płaſzczyzny, któréy ieſt równoległą, przeto muſi uczynić ſwóy ſkutek. A zatém liniia *GA* oznacza ſzypkość, iaką ma powziąść i w rzeczy ſaméy powezmie ciało w piérwſzym momencie.

Ponieważ ſiła *GA* znayduie ſię bydź położona na płaſzczyznie dwóch linii *GB* i *GC*. więc ieſt na płaſzczyznie *DEF*. Można tedy odłożyć na ſtronę rozległość dwóch płaſzczyzn *KLHI*, *IPHN*. i nieuważać tylko ſamę płaſzczyznę *DEF*, wyrażoną w (fig. 21); i rozumiéć ciało ruchaiące ſię tylko na linii *DE*. którą tu nazwiemy *Płaſzczyzną nachyloną*; liniia *FE* będzie iéy podſtawą, i będzie oznaczać płaſzczyznę poziemną, a proſtopadła *DF*. ſpuſzczona z iakiegokolwiék punktu *D* linii *DE* na liniią *EF*, będzie *wyſokością* takowéy płaſzczyzny nachylonéy. fig. 21.

424. Ponieważ ſiła *GA*, przechodzi przez śrzodek ciężkości *G* ciała *M*, więc podług (269), powinna roſchodzić ſię równo po wſzyſtkich częściach tegoż ciała. Więc odłożywſzy na ſtronę tarcie, ciało niémoże miéć innego ruchu, tylko ruch ślizgania ſię wzdłuż płaſzczyzny, a nigdy niebędzie miéć ruchu toczenia ſię po niéy, poſtać ciała niechby była iaka chce, byleby proſtopadła *GC* ſpotykała ſię z płaſzczyzną w takim punkcie, któryby oraz należał i do powiérzchni

G 4 cia-

ciała. Inaczéy zaś rozumiéć trzeba, iak zobaczymy niżéy, gdyby proſtopadła na płaſzczyznę, punkt albo punkta podpory ciała zoſtawiała z iednéy ſtrony, albo téż gdyby zachodziło tarcie. Ale oprócz tego, w żadnym innym przypadku ciało nigdy potoczyć ſię niémoże.

425. Ponieważ ciało M, powinno przebiégać liniią GA w tymże czaſie, w iakim przebiegłoby liniią GB, mocą ſwobodnéy czynności ſwoiéy ważności, przeto ieżeli zmyślimy ſobie, że po wypłynieniu piérwſzego momentu ważność ſkutkuie daléy na nowo; ponieważ takowa w momentach ró-wnych, nadaie równe ſtopnie ſzypkości. ieżeli mówię, w drugim ſtopniu téy ſzypkości czyniącéy w rozumiéniu pionowém, zmyślimy ſobie podobne rozłożenie ſił tamtému, iakiego użyliśmy do piérwſzego momentu, to znaydziémy drugi równoległobok, doſkonale równy piérwſzému, i położony na téyże ſaméy płaſzczyznie. Skąd nam wyniknie ténże ſam wnioſek, to ieſt, że ſiła proſtopadła płaſzczyznie, zoſtanie zniſzczona, a ſiła równoległa, równaiąca ſię ſile GA, złączy ſię z tą oſtatnią, tak iż podobnymże ſpoſobem rozumiąc daléy względém momentów naſtępuiących, można wnieść w powſzechności, że ſzypkość ſkutkuiąca wzdłuż płaſzczyzny nachylonéy, przyſpieſza ſię ſtopniami równémi; to ieſt, że *ruch ciał ważnych wzdłuż płaſzczyzn nachylonych, ieſt ruchém iednokſztáłtnie przyſpieſzonym*. Więc to wſzyſtko, co powiedziało ſię wyżéy (160 i daléy), o ruchach iednokſztáłtnie przy-ſpie-

ſpieſzonych, ſłowo w ſłowo da ſię przyſtóſować do ruchu ciał wzdłuż płaſzczyzn nachylonych; tak iż w nim ſzypkości maią ſię iak czaſy; rozległości przebieżone iak kwadraty czaſów, albo iak kwadraty ſzypkościów i. t. d.

426. Więc aźeby bydź w ſtanie naznaczenia ruchu na iakiéy wiadoméy płaſzczyznie nachylonéy, nietrzeba więcéy tylko miéć wiadomy ſtóſunek między ſiłą przyſpiéſaiącą, a między ważnością, to ieſt, ſtóſunek linii GA do GB. Lecz liniie GA i GB będąc równoległémi liniióm DE i DF to ſprawuią że kąt $AGB = EDF$; a kąt A będąc proſty, tak iak kąt F, dwa tróykąty AGB, EDF muſzą bydź ſobie podobne; więc dadzą $DE : DF :: GB : GA$; to ieſt, *że długość płaſzczyzny nachylonéy, ma ſię do wyſokości onéyże, iak ſię ma ſzypkość, iakąby ciału nadała ważność, gdyby było ſwobodne, do ſzypkości iaką nadaie mu w rzeczy ſaméy do ruchania ſię wzdłuż płaſzczyzny nachylonéy.*

Np. gdyby długość płaſzczyzny była dwa razy większa od wyſokości onéyże, to ſzypkość nabyta wzdłuż takowéy płaſzczyzny, w przeciągu piérwſzéy mi-

minuty wtorey, wynosiłaby połowę 30,2 ſtop; to ieſt że po upłynieniu iedney minuty wtótey, gdyby ważność przeſtała czynić, ciało za każdą minutą wtórą, przebiégałoby 15,1 ſt.

427. Tym ſpoſobém naznaczywſzy ſzypkość odpowiadaiącą piérwſzéy minucie wtóréy, można zawſze mieć ſzypkość po upłynieniu takiéy liczby minut wtórych iak ſię ſpodoba, rozmnożywſzy owę piérwſzą ſzypkość, przez ilość minut wtórych. Rozległość zaś przebieżona wynaydzie ſię, rozmnożywſzy też piérwſzą ſzypkość, przez połowę kwadratu liczby minut wtórych (174). Słowém podług tego co ſię rzekło (172 i daléy), łatwo można naznaczyć wſzelkie okoliczności ruchów tego rodzaiu. Skąd naturalnie wnoſzą ſię naſtępuiące własności.

428. Jeżeli dwa ciała ważne, ruch ſwóy wráz poczynaiące od
fig. 22. punktu D (fig. 22), zſtępuią iedno wzdłuż płaſzczyzny DE, a drugie wzdłuż lininii pionowéy DF, żeby wiedzieć na które miéyſce płaſzczyzny DE dobieży piérwſze ciało, w tén czas kiedy drugie ſtanie w iakimkolwiek punkcie A, to nietrzeba-

ba więcéy tylko poprowadzić liniią AB, proſtopadłą linii DE; a punkt B będzie żądanym punktèm.

Jakóż oznaczywſzy przez p, ſzypkość iaką nadaie ważność w przeciągu iedney minuty wtórey ciału ſwobodnemu, a przez t oznaczywſzy czas, potrzebny do przebieżenia rozległości DA, będzie podług (174), $DA = \frac{pt^2}{2}$. A z drugiey ſtrony, podług (426), ponieważ ſzypkość, iakiey nabywa w iedney minucie wtorey ciało ſpadaiące wzdłuż linii DE, ieſt wyrażona przez $\frac{p \times DF}{DE}$; więc oznaczywſzy przez T, czas potrzebny do przebieżenia od D do B, będzie (174), $DB = \frac{p \times DF}{DE} \times \frac{T^2}{2}$; więc $DA : DB :: \frac{pt^2}{2} : \frac{p \times DF}{DE} \times \frac{T^2}{2} :: DE \times t^2 : DF \times T^2$; lecz $DA : DB :: DE : DF$; więc $DE : DF :: DE \times t^2 : DF \times T^2$; więc $T^2 = t^2$, a zatem $T = t$.

429. Więc ieżeli DG (fig. 23), ieſt trzecią płaſzczyzną którą przebiéga trzecie ruchadło, wypadaiące z punktu D w tymże czaſie co dwa piérwſze, to poprowadziwſzy od punktu A proſtopadłą AC, punkta A,B,C, będą punktami, w których pomiénione trzy ruchadła ſtaną w iednymże czaſie. fig. 23.

430.

430. Jeżeli na linii DA iako na śrzednicy opiſzemy połokręgu, to takowy podług (Jeom. 172) przechodzić będzie przez punkta C i B, z przyczyny, że kąty C i B ſą oba proſte. Więc cięciwy DC i DB, bywaią przebieżone w tymże czaſie, co śrzednica pionowa AD; a że ta okoliczność wcale niezależy ani od długości, ani od nachylenia cięciw, więc można powiedzieć w powſzechności, że *czas upadku ciała przez cięciwę koła iakąkolwiek, poprowadzoną od wiérſzchołka śrzednicy pionowéy, ieſt ténże ſam, co czas upadku tegóż ciała, przez śrzednicę pionową przerzeczoną.*

431. Widzieliśmy wyżéy (426), że kiedy p ieſt ſzypkością, iaką nadaie ważność w iednéy minucie wtóréy ciału ſwobodnemu, to $\frac{p \times DF}{DE}$, będzie ſzypkością, iaką nadaie taż ważność w tymże czaſie ciału ruchaiącemu ſię wzdłuż linii DE. Niechay tedy będą t i T czaſy potrzebne, do przebiéżenia linii DF i DE; to miéć będziém $DF = \frac{pt^2}{2}$, a $DE = \frac{p \times DF}{DE} \times \frac{T^2}{2}$; więc $DF : DE :: \frac{pt^2}{2} : \frac{p \times DF}{DE} \times \frac{T^2}{2}$; więc $\frac{(DF)^2}{DE} \times T^2 = DE \times t^2$, albo $(DF)^2 \times T^2 = (DE)^2 \times t^2$, albo $DF \times t = DE \times t$; więc $t : T :: DF : DE$. To ieſt, że *czaſy potrzebne, na dobieżenie różnych punktów F i E, położonych na linii poziemnéy FE, kiedy ciała przebiégaią płaſzczyzny iednéyże wyſokości, maią ſię między ſobą iak długości tychże płaſzczyzn.*

432.

432. Szypkością ciała ſpadaiącego wzdłuż linii DF, ieſt pt, po upłynièniu czaſu t. Z podobnéyże przyczyny, ſzypkością ciała, ſpadaiącego wzdłuż linii DE, ieſt $\frac{p \times DF}{DE} \times T$, po upłyniéniu czaſu T; więc oznaczywſzy przez u i v, ſzypkości nabyte, kiedy ciała przybędą do F i E, miéć będziém $u : v :: pt : \frac{p \times DF}{DE} T$; więc $pvt = pu \times \frac{DF}{DE} T$. Lecz widzieliśmy dopiéro wyżéy (431), że $t : T :: DF : DE$, ſkąd wnoſi ſię $t = \frac{DF \times T}{DE}$, - - więc używſzy téy wártości t, po zebraniu, będzie $v = u$. Więc, *ieżeli wiele ciał przebiégaią płaſzczyzny róznie nachylone, ale iednakiéy wyſokości, to ciała każde na ſwoiéy płaſzczyznie, po przebieżeniu części iednéyże wyſokości, miéć będą iednakową ſzypkość.*

O Ruchu wzdłuż Powiérſzchniów krzywych.

433. Jeżeli ciało niémaiące ani ważności ani ſprężyſtości, mocą nadanego ſobie początkowego popędu, przebiéga z koléi naſtępnie boki AB, BC i. t. d. (fig. 24), iakiegokolwiek wielokąta, to na ſpotkaniu ſię z każdym bokiém, utraci część ſzypkości ſwoiéy, która może bydź naznaczona w ſpoſób naſtępuiący. *fig. 24.*

Zmyślmy ſobie, że pomiénione ciało rucha ſię ninie od A ku B, a ſta-

ſtanąwſzy w *B*, niechay ma taką ſzypkość, mocą któréy gdyby było ſwobodne, w pewnym czaſie, iako to w iednéy minucie wtoréy, przebiegłoby liniią *BF*, w kierónku linii *AB* przełdużonéy. Poprowadziwſzy z punktu *B* na liniią *BC* proſtopadłą *BE*, trzeba ſobie zmyślić równoległobok proſtokątny *BD*. *FE*, w którym liniia *BF* byłaby przekątną, a bokami byłyby liniie *BD* i *BE*; gdzie zamiaſt iednéy ſzypkości *BF*, rozumiéymy iż pomiénione ciało, ma dwie ſzypkości *BD* i *BE*; a że bok *BC*, niedopuſzcza mu bydź poſłuſznèm ſzypkości *BE*, więc iawna ieſt, że mu nie zoſtanie ſię tylko ſzypkość *BD*.

Jeżeli znowu z punktu *B* iako ze śrzodka promiéniém *BF* zmyślimy ſobie opiſany łuk *FI*; to różnica *DI* między *BF* i *BD*, będzie ſzypkością utraconą; lecz *DI*, ieſt wſtawą odwrotną łuku *FI* albo kąta *FBC*, iaki czynią między ſobą dwa boki przyległe *AB*, i *BC*; więc póki te dwa boki zamykać będą między ſobą kąt pomiérny, póty też ciało na ſpotkaniu ſię z każdym bo-

kiém, utracać będzie pomiérną część ſwoiéy ſzypkości.

434. Ale ieżeli kąt zawarty między témi dwóma bokami, ieſt niezmiérnie mały, to utracona ſzypkość nietylko niebędzie ilością pomiérną, ale newet ani będzie niezmiérnie małą w piérwſzym porządku, lecz aż dopièro w drugim. Chcąc to okazać, rzecz na tém zależy, ażeby dowiéśdź, iż wſtawa odwrotna kąta niezmiérnie małego, ieſt niezmièrnie małą w drugim porządku; czego dowodzimy w tén ſpoſób.

Jeżeli *CD* (fig. 25), ieſt łukiém iakimkolwiek, a *BD* proſtopadłą na śrzednicę *AC*, to podług (Jeom. 121), będzie *AB* : *BD* : : *BD* : *BC*; więc ieżeli liniia *CD*, a zatém *BD* ieſt niezmiérnie mała, to *BC* (czyli wſtawa odwrotna łuku *CD*) muſi bydź niezmiernie mniéyſza od *BD*, iako zawiéraiąca ſię w *BD* tyle razy, ile razy *BD* zawiéra ſię w ilości niezmiérnie więkſzéy *AB*. Więc liniia *BC*, ieſt niezmiérnie mała w drugim porządku. *fig. 25.*

455. A zatém wniéśmy ſobie ſtąd, *że ieżeli ciało nieważne rucha ſię wzdłuż powiérſzchni krzywéy* ABC (*fig. 26*) *to wſzędzie ma iednakową ſzypkość.* Albowiém uważaiąc tę krzywość, iako wielokąt złożony z niezmiérnéy liczby boków, z przyczyny że te boki czynią między ſobą kąty niezmiérnie małe, utrata ſzypkości na ſpotkaniu każdego boku muſi bydź niezmiérnie *fig. 26.*

ma-

mała drugiego porządku, względém ſzypkości początkowéy. Więc ſumma wſzyſtkich ſzypkościów utraconych, przez czas przebieżenia niezmiérnéy liczby tych boków, to ieſt przez czas przebieżenia łuku ABC, niémoże ſkładać ilości niézmiérnie małéy piérwſzego porządku. Więc ſzypkość zoſtaie nieodmiénna.

436. Przyſtąpmy teráz do ruchu ciáł ważnych na powiérſzchniach krzywych. Niebędziémy tu uważać inſzego tylko tén, który ſię zdarza na płaſzczyznach pionowych. Niechay będzie AMB (fig. 27) przeznięcie powiérſzchni krzywéy przez płaſzczyznę pionową, i tór którego trzyma ſię ciało przebiégaiąc téż powiérſzchnią. Wyſtawmy ſobie tę liniią krzywą, iako wielokąt złożony z niezmiérnéy liczby boków, i zmyślmy ſobie że ciało dopiéro co przebiégło mały łuczek nM. Ponieważ ſpotkanie ſię iego z bokiém Mm, niémoże mu nic odiąć z iego ſzypkości (434), więc przebiégłoby dałéy łuk Mm z tąż ſzypkością iaką miało w punkcie M, gdyby ważność nieſkutkówała. Ale że ta ſiła czyniąc w kierónku linii piononéy Mq, przynagla na nowo ciało do ruchu tak iakby go przynaglała na płaſzczy-

fig. 27.

czy-

czyznie podobnież nachylonéy; więc ieżeli ſobie zmyślimy ſzypkość Mq, iaką nadaie ważność w iednym momencie, ieżeli ią mówię zmyślimy ſobie rozłożoną na dwie inne, iednę Ms proſtopadłą na Mm, a drugą Mo, wykierówaną w linii Mm, to łatwo da ſię widzieć, że ſzypkość punktu M, tylko mocą téy oſtatniéy ſiły przyſpiéſzać ſię będzie. Lecz poprowadziwſzy pionową mr, dwa tróykąty Mqo, Mmr, ſobie podobne i przyſtóiówane iedén do drugiego, daią $Mm : mr :: Mq : Mo$; więc $Mo = \frac{Mq \times mr}{Mm}$.

Daymy teráz że różne punkta linii krzywéy iakiéykolwiek AB, uważaią ſię względèm oſi pionowéy także iakiéykolwiek BZ. Oznaczmy ſobie BP przez x; PM przez y; łuk BM przez s; a miéć będziém Pp albo $mr = -dx$, $Mm = -ds$. Daiemy tu (21) tym ilościóm znak —, bo kiedy pomnaża ſię czas t, to ilości x i s w poſtępówaniu umniéyſzaią ſię. Niech będzie p ſzypkość, iaką nadaie ważność ciału ſwobodnemu w iednéy minucie wtóréy; to pdt (173), będzie ſzypkością, iakąby mu nadała taż ważność w przeciągu momentu dt. A zatém muſi bydź $Mq = pdt$. Oznaczywſzy przez u ſzypkość, iaką ma ciało przybywſzy do M, to du oznaczać będzie wzroſt iéy przez czas dt; ſkąd wypada $du = Mo$. Położywſzy te wártości w zrównaniu $Mo = \frac{Mq \times mr}{Mm}$, będzie $du = pdt \times \frac{-dx}{-ds}$

=

$= pdt \times \frac{dx}{ds}$. Lecz podług (179), $dt = \frac{-ds}{u}$; więc po zebraniu, będzie $udu = -pdx$; zrównanie, którego całką ieſt $\frac{uu}{2} = C - px$, albo $uu = 2C - 2px$.

Zeby naznaczyć wartość ſtateczney C, daymy że punkt A, z którego ciało poczęło upadać, ieſt podnieſiony nad liniią poziemną przechodzącą przez B na ilość $BZ = b$. Trzeba tedy ażeby kiedy u ieſt zerém, było $x = b$; więc $0 = 2C - 2pb$; więc $C = pb$; więc $uu = 2pb - 2px = 2p(b - x) = 2p \times PZ$. Lecz podług (176), gdyby ciało ważne ſpadało ſwobnie z wyſokości ZP, kwadrat ſzypkości, iaką miałoby w punkcie P, wynoſiłby $2p \times PZ$; więc, *kiedy ciało ſpada wzdłuż linii krzywéy iakiéykolwiek, to w ktòrymkolwiek bądź punkcie, ma zawſze tęż ſamę ſzypkość, iakąby miało, gdyby z podobnéyże wyſokości ſwobodnie ſpadło.*

A zatém ſzypkość iakiéy coráz nabywa ciało, mocą ważności ſwoiéy ſpadaiące na wklękłość linii krzywéy, od natury téyże linii bynaymniéy niezależy.

437. Więc, ieżeli ciało przybywſzy do punktu B nayniżſzego, któremuby odpowiadała ſtyczna poziemna, ieżeli mówię przybywſzy do takiego punktu B, ſpotka ſię z wklękłością téyże albo innéy linii krzywéy iakiéykolwiek, któraby ſtykała ſię z piérwſzą w punkcie B, to w téy oſtatniéy podnieſie ſię do góry, do takiéy wyſokości, z iakiéy bieg ſwóy poczęło. Ja-

kóż daymy że ciało M znayduie ſię ninie w punkcie B, gdzie $x = 0$; to ſzypkość iego będzie taka, że ieſt $uu = 2pb$, albo $VV = 2pb$, oznaczywſzy przez V takową ſzypkość, dla rozróżniénia iéy od drugiéy. Daymy że z tą ſzypkością ciało podnoſi ſię w górę wzdłuż linii krzywéy iakiéykolwiek BM'; przy pomocy tegóż ſamego rozumòwania co wyżéy znaydziémy, że ſzypkość iego odpowiadaiąca iakiémukolwiek punktowi M', wnoſi ſię z tego zrównania, $-du' = pdt \times \frac{dx}{ds'}$, oznaczywſzy ſzypkość przez u', łuk BM' przez s', i uważywſzy, że kiedy t, s' i x rósną, to u' umniéyſza ſię. Położywſzy tedy zamiaſt dt onego wártość $\frac{ds'}{u'}$, mieć będziém $u'du' = -pdx$; a ſcałkówawſzy będzie $u'^2 = 2C - 2px$; lecz kiedy $x = 0$, ſzypkość u' przemiénia ſię w V, więc $V^2 = 2C$; a że $V^2 = 2pb$, więc $2C = 2pb$; więc $u'^2 = 2pb - 2px$. Lecz kiedy ciało przeſtanie podnóſić ſię do góry, mamy $u' = 0$, a zatém i $2pb - 2px = 0$, ſkąd wnoſi ſię $x = b$; więc punkt do

 któ-

którego ciało podnieſie ſię w linii iakiéykolwiék BA', ieſt podnieſiony do téyże wyſokości, co punkt A.

438. Co ſię dotyczé czaſu, iakiego potrzebówałoby ciało, do przebieżenia łuku iakiegokolwiek AM albo AB linii krzywéy; ponieważ mamy $dt = \frac{-ds}{u}$, więc będzie $dt = \frac{-ds}{\sqrt{(2pb - 2px)}}$, tak iż przy pomocy zrównania należącego do linii krzywéy, trzebaby miéć wártość ilości ds, wyrażoną w x i dx, a położywſzy ią w niniéyſzéy wártości ilości dt, i ſcáłkówawſzy, pokazałaby ſię wártość czaſu t.

439. Ponieważ ciało ſpadaiące przez łuk linii krzywéy iakiéykolwiek, ma zawſze iédnakową ſzypkość w każdym punkcie bądź iakim chce, i to taką iak gdyby ſpadło pionowo, z wyſokości punktu ſkąd ruch poczęło, nad punkt w którym znayduie ſię ninie (436); więc idzie za tém, że ieżeli ciało ſpa-
fig. 28. da przez łuk AD (fig. 28), to w punkcie D miéć będzie też ſamę ſzypkość, iak gdyby ſpadło wzdłuż linii FD, gdzie liniia AF rozumié ſię bydź poziemną, a CD pionową. Z téyże przyczyny, ieżeli ſpada przez łuk BD, to w punkcie D miéć będzie też ſamę ſzypkość, iak gdyby ſpadło wzdłuż linii ED. Lecz ſpuciwſzy ciało naſtępnie z punktu F i z punktu E, takowe przybywſzy do punktu D, miałoby ſzypkości (172), które byłyby między ſobą, iak piérwiaſtki kwadratowe wyſokościów; więc oznaczywſzy przez u i u' te ſzypkości, będzie $u : u' :: \sqrt{(FD)} : \sqrt{(ED)}$.

Lecz

Lecz znowu (Jeom. 173), ieżeli ABD jeſt łukiém koła, a AD i BD ſą cięciwami łuków ABD i BD, to będzie $(AD)^2 : (BD) :: FD : ED$, a zatém $AD : BD :: \sqrt{(FD)} : \sqrt{(ED)}$; więc $u : u' :: AD : BD$, to ieſt, że ſzypkości nabyte przez czas upadku wzdłuż łuków kołowych ABD i BD, maią ſię między ſobą iak cięciwy AD i BD tychże łuków.

440. Więc iezeli te łuki ſą bardzo małe, będą między ſobą iak też łuki z małém uchybieniém, to ieſt, w ſtóſunku rozległościów, które mają bydź przebieżone do nayniżſzego punktu.

441. A zatém, żeby ruchadłu nadać ſzypkość podwóyną, potróyną, i. t. d. względém téy iaką miało w punkcie D ruchadło ſpuſzczone przez łuk BD, nietrzeba więcéy, tylko ſpuścić piérwſze ruchadło przez łuk ABD, którego cięciwa byłaby podwóyną, potróyną i. t. d. względém cięciwy BD.

442. Chcąc zaś nadać ruchadłu ſzypkość iaką wiadomą, *np* ſzypkość wynoſzącą 4 *ſt.* na iednę minutę wtórą, nietrzeba więcéy, tylko podług tego co ſię powiédziało wyżéy (176), wynaleźdź, z iakiéy wyſokości powinno ciało upaśdź, żeby nabyło téy żądanéy ſzypkości 4 *ſt.* na iednę minutę wtórą; a wziąwſzy na linii pionowéy CD, liniią DF równaiącą ſię téy wyſokości, trzeba do punktu C obranego poniżéy na linii DC, przywiązać nić lub ſznurek tak długi, iak DC, a

za-

zawiesiwszy ruchadło, oddalić go aż do punktu *A*, w którym prostopadła *FA*, przecina łuk *DA*. A naténczas takowe ruchadło, spuszczone z punktu *A*, gdy dobieży do punktu *D*, mieć będzie szypkość wynoszącą 4 *st.* na iednę munutę wtórą, to iest szypkość żądaną.

Te własności i następuiąca do któréy zaráz przystąpimy, tycząca się zawsze równéy trwałości upadków przez małe łuki kołowe, są fundamentém silni, przy pomocy któréy czynią się w Fizyce doświadczenia względém upadku ciał. *Zobacz Posiedzenia Fizyczne Xa Nollet, Fizykę de s' Gravesande, i inne.*

O Ruchu kołysania (Oscillatio).

443. Widzieliśmy wyżéy (437), że ciało ważne spáclszy przez łuk iakikolwiek linii krzywéy
fig. 27. *AB* (fig. 27), powinno (odłożywszy na stronę odpór powietrza i tarcie), podnieść się do podobneyże wysokości w linii krzywéy *BA'*, która w punkcie *B* miałaby też samę styczną poziemną, co *BA*. Więc toż ciało potém nazád spadaiąc, przebiegłoby w rozumiéniu przeciwném całą rozległość *A'BA*, i tak nieustannie biegałoby zawsze i nazád powracałoby bez końca. Takowy ruch nazywa się *ruchém kołysania*. Widzieliśmy indziéy (438), iak trzeba sobie postąpić, żeby miéc trwałość każdego

zosobna przekołysania, która oczywiście powinna bydź dwa razy tak wielka, iak iest trwałość upadku przez łuk *AB*, ieżeli łuk *BA'* iest takiż sam co *BA*.

Jeżeli liniia krzywa, wzdłuż któréy ciało upada, iest kołém, a oráz ieżeli kołysania przebiégaią małe łuczki, to maią tę osobliwszą i pożyteczną własność, że trwałość ich niezależy od rozległości łuku *AB* (fig. fig. 29.
29); tak iż kiedy łuk *AB* iest mały (iakoto od 4 albo 5 stopniów nayięcéy), to ruchadło zawsze w iednakowym czasie przybędzie do punktu *B*, czylito będzie spuszczone z punktu *A*, czyli téż z wszelkiego innego iakiegokolwiek punktu *O*, obranego pomiędzy *A* i *B*. Zobaczmy iak o téy własności przekonać się można.

Zatrzymawszy też same oznaczenia co wyżéy, a oráz wyraziwszy przez *a* promiéń *BA* koła *BAD*; z natury koła mieć będziém, $y=\surd(2ax-xx)$; skąd łatwo wnosi się, że łuk *Mm*, albo *ds*, albo $\surd(dx^2 \; dy^2)$, iest $=\frac{adx}{\surd 2ax-xx}$. Ale że łuk *BM*

iest

ieſt mały, tak że x ieſt małe względém a; więc dla wyrażenia tego warunku, trzeba zaniedbać xx względém $2ax$; co nam da $ds = \frac{adx}{\sqrt{(2ax)}}$. Położywſzy tę wártość ilości ds, w wártość ilości dt (438), będzie $dt = \frac{-adx}{\sqrt{(2ax} \times \sqrt{(2pb-2px)}}$, co wychodzi na $dt = \frac{-\frac{1}{2}adx}{\sqrt{(ap)} \times \sqrt{(bx-xx)}}$, albo na $dt = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{-\frac{1}{2}dx}{\sqrt{(bx-xx)}}$.

Lecz iako podług (93) $\frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$ wyraża ſkładkę łuſku kołowego, maiącego za średnicę $2a$, tak też $\frac{\frac{1}{2}bdx}{\sqrt{(bx-xx)}}$ wyraża ſkładkę łuku kołowego, którego średnicą było by b a odcinkiem x. A że tu ieſt linija $BZ = b$, więc ieżeli na BZ iako na średnicy opiſzemy pół koła $BM'Z$, to na pomienioną ſkładkę mieć będziem $M'm$; tak iż będzie $\frac{\frac{1}{2}bdx}{\sqrt{(bx-xx)}} = M'm = d(BM')$; więc $\frac{\frac{1}{2}dx}{\sqrt{(bx-xx)}} = \frac{d(BM')}{b}$. Położywſzy tę wártość w wártości ilości dt, będzie $dt = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{-d(BM')}{b}$; a ſcałkowawſzy, będzie $t = C - \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{BM'}{b}$. Nieidzie tedy iuż więcéy, tylko o wynaleziénie wartości ſtateczney C. Lecz ła-

two

two widzieć ſię daie, że kiedy $t = o$, to ieſt kiedy ciało ſpuſzcza ſię z punktu A, łuk BM' przemiénia ſię w pół okręgu $BM'Z$; więc $o = C - \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{BM'Z}{b}$, a $C = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{BM'Z}{b}$; więc $t = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{BM'Z}{b} - \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{BM'}{b}$, albo $t = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{ZM'}{b}$. I toć ieſt wyrażenie czaſu, potrzebnego do przebieżenia łuku iakiegokolwiek AM; który rozumié ſię bydź rachówany w minutach wtórych.

Ale kiedy łuk AM przemiénia ſię w AB, to ieſt po upłynieniu połowy przekołyſania, to łuk ZM' przemiénia ſię w $ZM'B$; więc oznaczywſzy przez $\frac{1}{2}T$ trwałość połowy przekołyſania, będzie $\frac{1}{2}T = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{ZM'B}{b}$ albo $T = \sqrt{\frac{a}{p}} \times \frac{2ZM'B}{b}$. Lecz znowu oznaczywſzy przez $1 : c$ ſtoſunek średnicy do okręgu koła, mamy $1 : c :: b : 2ZM'B$, a zatém $\frac{2ZM'B}{b} = c$; więc $T = \sqrt{\frac{a}{p}} \times c$, albo $T = c\sqrt{\frac{a}{p}}$. Owoż mamy wyrażenie całego przekołyſania. A że ta ilość niezawiéra w ſobie b, to ieſt wyſokości z któréy ciało upada, a zatém ani rozległości przebiegu AB, więc idzie za tém, że trwałość czaſu T, wcale niezależy od rozległości łuku, kiedy ieſt mały. Więc, *Kołyſania dzieiące ſię w małych łukach kołowych, ſą widocznie* równotrwałe, (*iſochronicæ*), *to ieſt, odbywaiące ſię każde w równym przeciągu czaſu.*

444.

444. To wszystko co dopiéro poprzédziło, naturalnie stósuie się do *Zawieśideł* (pendulum). W powszechności nazywa się *Zawieśidłém*, wszelka nić albo pręt, utrzymuiący iedno lub więcéy ciał, zawieszonych lub przywiązanych do punktu stałe-
fig. 30. go C (fig. 30). Nazywa się *Zawieśidłém prostém*, kiedy niebędzie tylko iedna miąższość zawieszona na nici albo na pręcie niémaiącym ważności, a oráz kiedy takowa miąższość będzie bardzo małéy średnicy względém długości Zawieśidła. Niemówimy tu teráz tylko o zawieśidle prostém.

Oddaliwszy zawieśidło od położenia pionowego CB; ponieważ w takim razie usilność przeciwko miąższości przenieśionéy do A, czyniąc w kierónku linii pionowéy AM, nieiest cała użyta na poruszenie ciała, więc część iéy skutkuie przeciwko punktowi C. Trzeba tedy zmyślić sobie usilność AM, rozłożoną na dwie inne, iednę AN wykierówaną w linii CAN, która zostaie zniszczona, a drugą AP, która ciału nadaie ruch w kierónku łuku AB. A że promień CA iest prostopadłym łukowi, więc iawna iest, że tu ruch rozkłada się takimże sposobém, iak gdyby ciało naturalnie spadało wzdłuż łuku AB, maiącego za promień długość zawieśidła CA. Więc w saméy rzeczy, to wszystko co poprzédziło dopiéro wyżéy, stó-

stósuie się bezśrzednie do zawieśideł. A teráz przystąpmy do niektórych wniosków, wynikaiących z rachuuku poprzédzaiącego, przystósówanego do zawieśideł.

445. Na wyrażenie trwałości iednego przekołysania, znalezliśmy byli $T = c\sqrt{\frac{a}{p}}$. Więc w drugiém Zawieśidle, któregoby długość była a', a w którém skutkówałaby insza ważność, to iest mogąca nadać szypkość p' w iednéy minucie wtóréy, w tém mówię drugiém Zawieśidle, oznaczywszy przez T' trwałość iednego przekołysania, mielibyśmy $T' = c\sqrt{\frac{a'}{p'}}$.

Więc $T : T' :: c\sqrt{\frac{a}{p}} : c\sqrt{\frac{a'}{p'}} :: \sqrt{\frac{a}{p}} : \sqrt{\frac{a'}{p'}}$; to iest, ieżeli *dwa zawieśidła różnéy długości, są sporządzone z różnémi ważnościami, to w nich trwałości kołysań maią się między sobą, iak pierwiastki kwadratowe długościów zawieśideł, rozdzielone przez pierwiastki kwadratowe, wyrażaiące te ważności.*

446. Ponieważ ważność w iednémże miéyscu iest zawsze iednakowa, przeto należy stąd wnieść, że trwałości kołysań maią się między

dzy fobą, iak piérwiaftki kwadratowe długościów zawiefideł.

447. Ale gdyby toż famo Zawiefidło, było z kolei poddane czynności dwóch różnych od fiebie miąższościów, to w takim razie, rozumieiąc $a = a'$, byłoby $T : T' :: \sqrt{\frac{a}{p}} : \sqrt{\frac{a}{p'}} :: \sqrt{ap'} : \sqrt{ap} :: \sqrt{p'} : \sqrt{p}$; to ieft, że trwałości kołyfań, byłyby między fobą w ftófunku odwrotnym piérwiaftków kwadratowych, wyciągnionych z ważnościów.

448. Niechay będzie n liczba wielowrotów iaką czyni zawiefidło a w czafie zadanym, iakoto w iednéy godzinie albo w 3600''; to będzie $T = \frac{3600''}{n}$. Z téyże przyczyny, ieżeli oznaczymy przez n' liczbę wielowrotów, iaką czyni w takimże czafie zawiefidło a', to będzie $T' = \frac{3600''}{n'}$; więc $T : T' :: \frac{3600''}{n} : \frac{3600''}{n'} :: n' : n$; to ieft, że liczby wielowrotów, iakie czynią w iednymże czafie, dwa Zawiefidła różnych długościów, maią w ftófunku odwrotnym trwałościów każdego wielowrotu.

A że mamy $T : T' :: \sqrt{\frac{a}{p}} : \sqrt{\frac{a'}{p'}}$, więc będzie także $n : n' :: \sqrt{\frac{a'}{p'}} : \sqrt{\frac{a}{p}}$; to ieft, że

licz-

liczby wielowrotów, iakie czynią w iednymże
czafie, dwa Zawiefidła różnych długościów,
poddane rònym ważnościòm, fą między fobą
w ftófunku odwrotnym piérwiaftków kwadra-
towych, wyciągnionych z długościów zawiefi-
deł, w ftófunku mówię tych piérwiaftków kwadra-
towych, rozdzielonych przez piérwiaftki kwa-
dratowe ważnościów. Tak, iż ieżeli ważno-
ści będą iednakie, to liczby wielowrotów
będą między fobą odwrotnie, iak piérwiaftki
kwadratowe długościów zawiefideł; a ieże-
liby długości były iednakie, to liczby wie-
lowrotów będą między fobą profto iak piér-
wiaftki kwadratowe ważnościów.

449. Więc, ieżeli toż famo Zawiefidło, zawiezione na różne miéyfca okręgu Ziemfkiego, nieczyni wfzędzie iednakiéy liczby wielowrotów w tymże przeciągu czafu, to należy ftąd wnieść, że w tych różnych miéycach ważność nieieft iednakowa; a zatèm liczba wielowrotów, w iednymże czafie na każdym miéyfcu odbywaiących fię, daie znać o ubywaiącèy albo o rofnącèy ważności. I tymci to fpofobém zapewniono fię, że córaz bardziéy zbliżaiąc fię do *Ekwatora*, ważność córaz bardziéy zmniéyfza fię; a przeciwnie córaz bardziéy zbliżaiąc fię do *ofiów*, (polus) taż ważność pomnaża fię córaz to bar-

dziéy.

dziéy. Przyczynę tego w krótce zobaczymy.

450. Ta zaſada, że liczby wielowrotów uczynionych w iednymże czaſie, przez dwa różne od ſiebie zawieſidła, poddane téyże ważności, ſą odwrotnie proporcyonalne piérwiaſtkóm kwadratówym długościów zawieſideł, może ſłużyć do wynaleziénia długości zawieſidła, wſkazuiącego minuty wtóre w iakiémkolwiek miéyſcu.

Zawieſiwſzy na nitce metalowéy bardzo ciénkiéy ciało iakie, które pod małą obiętością zawiérałoby w ſobie wiele materyi, iakoto kulkę ołowianą, miedzianą, złotą i.t.d. trzeba dać takowéy nici, (rachuiąc od punktu zawieſzenia, aż do śrzodka kulki), przynaymniéy 3 *ſt.* długości wymiérzone iak naydoſkonaléy. Potém przywodzi ſię do kołyſania to zawieſidło, oddalaiąc go niewiele od linii pionowéy, i rachuié ſię liczba kołyſań, odbytych przez czas pewny pilnie wymiarkowany, *np.* przez godzinę; to maiąc układa ſię proporcya naſtępniąca, 3600 kołyſań, które ma odbydź zawieſidło ſzukane, maią ſię do liczby kołyſań wypadłych z doświadczenia, iak ſię ma piérwiaſtek kwadratowy długości zawieſidła, użytego w pomiénionèm doświadczeniu, do czwartego wyrazu, który będzie piérwiaſtkiém kwadratowym długości zawieſidła, wymiérzaiącego minuty wtóre; więc ſkwadrówawſzy go wypadnie ſama długość. I tymto ſpoſobém wynaleziono, że Zawieſidło proſte odbywaiące iedno przekołyſanie za każdą minutą wtorą, w ſzérokości Paryża, powinno miéć długości 3 *ſt.* o *cal.* 8,57 *l.* Ta miara ieſt uſtanowiona, przez wielokrotne doświadczenia, wykonane z wielką pilnością.

451. A teráz, bardzo łatwo da ſię wynaléśdź, o wiele w piérwſzéy minucie wtóréy powinno upaśdź ciało, któremu powietrze w tymże przeciągu czaſu, nieczyniłoby znakomitego odporu.

Jakóż, zrównanie $T = c\sqrt{\frac{a}{p}}$, daie $p = \frac{acc}{TT}$; wártość, w któréy przez p oznacza ſię ſzypkość, iakiéy nabywa ciało ważne w piérwſzéy minucie wtóréy ſwego upadku, a która podług (165), ieſt dwa razy więkſza od wyſokości, z któréy upadłoby w tymże czaſie; a wyraża długość Zawieſidła, odbywaiącego ſwoie kołyſania w czaſie T; tak iż ieżeli zamiaſt T położymy iednę minutę wtórą, to a powinno wynoſić 3 *ſt* o *cal.* 8,57 *l.* albo 440,57 *l.* Naoſtatek c wyraża ſtóſunek okręgu do śrzednicy, którego wártością ieſt $\frac{355}{113}$; więc $p = \left(\frac{355}{113}\right)^2 \times 440{,}57$; co wychodzi na 4348,25146 *l.* albo 30,19619 *ſt.*; więc rozległość iaką przebiéga ciało ważne, w piérwſzéy minucie wtóréy ſwego upadku, ieſt = 15,09809 *ſt.*; iako to wyżéy (172) obiecaliśmy byli okazać.

452. Jeżeli oznaczymy przez t czas, iakiego potrzebówałoby ciało ważne ſwobodnie ſpadaiące, do przebieżenia śrzednicy BD albo $2a$ (fig. 29), to podług (175), miéć będziém $2a = \frac{pt^2}{2}$; więc $\sqrt{\frac{a}{p}} = \frac{1}{2}t$. Położy- *fig.* 29.

wſzy tę wártość w zrównaniu $T = c\sqrt{\frac{a}{p}}$, będzie $T = \frac{1}{2}ct$, albo $\frac{1}{2}T = \frac{1}{4}ct$; ſkąd wnoſi ſię $\frac{1}{2}T : t :: \frac{1}{4}c : 1$; to ieſt, że trwałość upadku przez mały łuczek iakikolwiek AB. ma ſię do czaſu upadku przez śrzednicę, iak ſię ma cwierć okręgu do śrzednicy. Lecz cwierć okręgu ieſt mniéyſza od śrzednicy; więc ciało potrzebuie mniéy czaſu, do ſpadniénia przez mały łuczek kołowy, ktorego ſtyczna dólna byłaby poziemna, aniżeliby potrzebówało do ſpadniénia wzdłuż śrzednicy. A ponieważ podług (430), przeciąg czaſu upadku przez śrzednicę, ieſt ténże ſam, co czas upadku przez iakąkolwiek cięciwę AB; więc iawna ieſt, że ciało prędzéy przybędzie od A do B ſpadaiąc przez łuk AB, aniżeliby przybyło przez liniią proſtą AB. A zatém liniia proſta lubo ieſt drogą naykrótſzą, ale niezawſze bywa drogą potrzebuiącą naykrótſzego przeciągu czaſu.

O Ruchu w linii krzywéy, w powſzechności.

453. **P**onieważ ciało ráz nadane ruchém, (odłączywſzy na ſtronę wſzelkie przeſzkody), powinno nieuſtannie trwać w tym ſtanie ruchu, z tąż ſamą ſzypkością i w tymże kierónku (150); więc idzie za tém, że ciało niémoże przebiégać linii krzywéy, chyba za ſprawą iakiéy ſiły albo przeſzkody, odmiéniaiącéy za każdym momentém kierónek iego.

Jeżeli ſiła, ſkutkuiąca przeciwko ruchadłu w kierónku różnym od tego w iakim dyba, czyni przeciwko niému w przeciągach czaſu pomiérnych, i nadaie mu w każdym przeciągu czaſu, ſzypkość także pomiérną, to ciało muſi przebiégać wielokąt. *Np.* kiedy ciało przebiéga liniią AB (fig. 31), przybywſzy do B, ieżeli odbierze popęd, mocą którego mogłoby przebieżyć BE w tymże czaſie; to zamiaſt przebieżenia $BD = AB$, iakby uczyniło, gdyby była niezaſzła ta nowa ſiła, przebieży (191), przekątną BC. równoległoboku $BECD$. A przybywſzy do C, kiedy zmiérza do przebiéżenia linii CG. równéy linii BC, i w iednéyże linii z nią położonéy, ieżeli go popędzi nowa ſiła w kierón- *fig.* 13.

rónku linii CH, mocą któréy mogłoby przebieżyć tęż liniią CH w tymże czaſie, to iéy nieprzebieży, ale przekątną CT równoległoboku $CHFG$, i tak daléy. Tak iż dla ſprawionych w niém wielu zboczéń, przebieży boki AB, BC, CF, i. t. d. wielokąta.

454. Ale ieżeli, kiedy ruchadło odebrało z początku ſzypkość pomiérną, ſiła zwracaiąca go czyni przeciwko niému bezuſtannie, albo co na iedno wychodzi, czyni przeciwko niému w przeciągach czaſu niezmiérnie małych, i ieżeli oráz za każdym takowym przeciągiém czaſu, nadaie mu ſtopnie ſzypkości niezmiérnie małe; to w takim razie, boki BC, CF, przebieżone w przeciągu każdego momentu, będą także niezmiérnie małe; a że liniie BE, CH, które oznaczaią czynności niezmiérnie małe ſiły odmieniaiącéy ruch początkowy, powinny bydź niezmiérnie małe w porównaniu linii BC, CF oznaczaiących niniéyſzą ſzypkość ruchadła, więc kąty BCE, CFH, albo onym równe DBC, GCF będą także niezmiérnie małe; a zatém torém ruchadła bieżącego będzie liniia krzywa. Skąd pokazuie ſię, że niedoſyć ieſt kiedy ciało ma przebiégać liniią krzywą, ażeby ſiła ſkutkówała za każdym momentém niezmiérnie małym, ale nadto potrzeba ażeby czynność, iaką ſprawuie w ſwoim właſnym kierónku za każdym momentém, była niezmiérnie mała. Taka ieſt czynność ważności, ſkutkuiącéy za każdym momentém: taki téż ieſt odpór rościeków w każdym momencie ruchu.

455. Czylito ſiła ſkutkuiąca przeciwko ruchadłu, ieſt ſiłą czynną, iaką ieſt ważność, czyli téż ieſt tylko ſiłą odporną, iaką ieſt odpór punktu ſtałego, albo rościeku będącego w ſpoczynku, albo téż wſzelkiéy innéy iakiéykolwiek zawady; to zawſze wolno ieſt uważać ſobie ruch, iakoby naſtępſtwo ruchow ſkładanych, na wzór przykładu wzwyż przytoczonego; albo téż uważać go iako naſtępſtwo ruchów rozłożonych w ſpoſób naſtępuiący.

Np. kiedy ruchadło przybywſzy do B (fig. 32), ieſt gotowe do odebrania popędu od ſiły BE; mogę ſobie zmyślić, ruch BD w iakimby zoſtało gdyby nieprzyſtąpiła ta nowa ſiła, rozłożony na dwa inne; to ieſt na ruch BC, który powezmie ruchadło rzeczą ſamą, i na drugi ruch BI, który niéma ſprawić zadnego ſkutku, a zatém który muſi bydź równy i wbréw przeciwny uſilności BE. Podobnież, kiedy ciało przybędzie do C, mogę ſobie zmyślić ruch CG, w iakimby zoſtało, gdyby nieprzyſtąpiła nowa ſiła CH, rozłożony na dwa inne ruchy, iakoto na CF, iaki powezmie ruchadło rzeczą ſamą, i na drugi ruch CK, równy i wbrew przeciwny uſilności CH. *fig. 32.*

W wſzelkim iakimkolwiek bądź przypadku, zawſze można uważać ruch ſpoſobém z tych dwóch iednym, który ſię ſpodoba. Ale naynaturalniéy będzie, uważać go pierwſzym ſpoſobém, kiedy ſiła odmiéniaiąca ruch, ieſt ſiłą czynną, iaką ieſt ważność; a przeciwnym ſpoſobem, kiedy takowa ſiła ieſt odporna, iakoto bywa iaki punkt ſtały i.t.d. nayprzyzwoiciéy będzie, uważać pomieniony ruch drugim ſpoſobém.

456. Ciało tedy ruchaiące ſię w linii krzywèy, za każdym momentèm może bydź uważone, iakoby ruchało ſię po linii ſtyczněy temu punktówi w którym ſię znayduie; a gdyby ſiła ſpędzaiąca go na bok za każdym momentèm, przeſtała czynić, to przerzeczone ciało trwałoby w nieuſtannym ruchu zawſze na takowèy linii ſtyczněy.

457. Ogołém nazywa ſię *ſiłą śrzodkową* (vis centralis), ſiła zwracaiąca ciało za każdym momentèm, ażeby przebiégało liniią krzywą. Uważaiąc ruch względém pewnego iakiego punktu ſtałego, ieżeli ſiła zmiérza do przybliżenia ciała ku temu punktowi, to nazywa ſię ſiłą *wśrzodmiérną* (centripeta); a przeciwnym ſpoſobém nazywa ſię ſiła *śrzodkoboyna* (centrifuga), iakoby boiąca ſię szrodka, ieżeli zmiérza do oddalenia go od tegóż punktu.

458. Ponieważ ciało przebiégaiące liniią krzywą, uſtałoby bieżyć iéy torém, i trzymałoby ſię kierónku linii ſtycznéy, gdyby

by ſiła śrzodkowa uſtała czynić; więc iawna
ieſt, że względém punktu iakiegokolwiek *A* fig. 33.
(fig. 33). obranego po ſtronie wklękłéy, rucha
dło *M*, mocą ruchu ſwoiego po linii krzywéy,
ieſt prawdziwie nadane ſiłą śrzodkoboyną: al-
bowiém zmiérzaiąc do przebiégania linii *MT*,
zmiérza oráz do oddalenia ſię od punktu *A*,
ku któremu niémoże bydź inaczéy napędzo-
ne, tylko przez czynność ſiły śrzodkowéy.

O Ruchu w Kole i o Sile Srzodkoboynéy.

459. Ażeby ciało *A* ſwobodne i niémaiące ważności (fig. 34), popędzone w iakiınkolwiek kiérónku *PA*, mogło przebieżyć koło, mocą nadaněy ſobie ſzypkości, i mocą ſiły ſtatecznèy i ſtatecznie wykieròwaněy do punktu nieruchomego *C*; trzeba naprzód ażeby kierónek *PA* był proſtopadły linii *AC*, łączącèy punkt *A* z punktèm *C*. Ale na tym warunku niedoſyć; trzeba ieſzcze nadto, ażeby ſzypkość nadana, miała iakąś pewną miare. fig. 34.

Daymy że liniia *AB* niezmiérnie mała, oznacza rozległość, iaką przebiegłoby to ciało w iednym momencie, gdyby nieprzyſtąpiła czynność ſiły śrzodkowèy; i że (454) liniia *AD* znowu niezmiérnie mniéyſza, oznacza roz-

I 3 le-

ległość, do przebieżenia któréy w tymże momencie siła śrzodkowa czyniąca bezustannie, nadaie zdolność pomiénionemu ciału. W takim razie, ponieważ liniia AB iest niezmiérnie mała, więc siłę śrzodkową można sobie wystawić, iakoby czyniącą przeciwko ruchadłu w kierónku równoległym linii AD; a zatèm poprowadziwszy liniią Bb, równoległą linii AD, szypkość AB musi bydź taka, ażeby ilość Bb o którą ciało ma się oddalić, równała się ilości AD, o którą siła śrzodkowa, może go ku śrzodkowi napędzić. Zobaczmy tedy teráz, iakim sposobém przy pomocy tego warunku, moglibyśmy wynaléśdź stósunek między siłą śrzodkową i szypkością nadaną.

Przedłużmy promień AC, ażby spotkał się z okręgiém w punkcie E. Z natury koła mieć będziém, $(Db)^2 = AD \times DE$. Ale z przyczyny że liniia AB iest niezmiérnie mała, liniia DE powinna bydź poczytana za równą linii AE albo $2CA$, więc będzie $(Db)^2$ albo $(AB)^2 = AD \times 2CA$. A nazwawszy V, szypkość nadaną, podług (179) będzie $AB = Vdt$. Więc $V^2dt^2 = (AB)^2 = AD \times 2CA$. Teráz oznaczmy sobie przez g, szypkość iakąby sprawiła siła śrzodkowa w przeciągu jednéy minuty wtóréy, w ruchadle, poddaném tylko iéy saméy czyn-

czynności, ponawiaiącéy się równo za każdym momentèm; to podług (166), rozległość przebieżona mocą téy szypkości w przeciągu momentu dt, będzie wyrażona przez $\frac{gdt^2}{2}$. A zatém będzie $AD = \frac{gdt^2}{2}$; więc $V^2dt^2 = \frac{gdt^2}{2} \times 2CA$, albo $V^2 = g \times CA$. Niechay będzie h wysokością, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia szypkości V; a p niechay będzie szypkością, iaką ważność nadaie ciału w iednéy minucie wtóréy; to będzie $V^2 = 2ph$ (176) Więc $2ph = g \times CA$; skąd wnosi się $g : p :: 2h : CA :: h : \frac{1}{2}CA$; to iest, iż ażeby ciało swobodne i nieważne przebiegło okrąg kołowy, odpowiadaiący pewnemu wiadomemu promièniowi mocą siły wykierówanéy do śrzodka iego, i nadanéy mu szypkości początkowéy; trzeba ażeby siła śrzodkowa miała się do ważności. iak się ma wysokość, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź dla nabycia nadanéy sobie szypkości, do połowy promiénia. A zatém kiedy szypkość nadana i siła śrzodkowa, niémaią między sobą stósunku potrzebnego do tego końca, to ciało niebędzie mogło obieżyć okręgu kołowego. Kiedy zaś takowy stósunek między niémi zachodzić będzie, to ciało obieży łuk Ab.

460. Ponieważ siła śrzodkowa, będąc wykierówana do śrzodka C, iest prostopadła łukowi; więc niezmiérza ani do pomnożenia ani do umniéyszenia szypkości ciała. Więc ciało przybywszy do punktu b, względém siły śrzodkowéy, znaydówać się bę-

będzie w tychże ſamych okolicznościach, w iakich znaydówało ſię w punkcie A. Skąd wnoſi ſię; że *ieżeli ciało obiéga okrąg kołowy, mocą ſiły wykierówanéy do śrzodka, i ſzypkości ſobie nadanéy; to ſzypkość iego ieſt iednokſztáłtna, i ſiła śrzodkowa ſtateczna.*

461. Jeżeli ciało nieieſt ſwo-
fig. 35. bodne; *np.* ieżeli ciało A (fig. 35), ieſt przyſilone do punktu ſtałego C, przy pomocy nici nieociągaiącéy ſię, albo iakiego pręta; naténczas dawſzy mu popęd bądź w iakim chce kierónku, zmiérzaiący do oddalenia go od śrzodka, to koniecznie obieżyć muſi okrąg, maiący za promiéń CA; tén zaś ruch, można ſobie wyobrazić, iakoby odbywaiący ſię w tén ſpoſób.

Ciało przybywſzy do iakiegokolwiek bądź punktu A, zmiérza do przebieżénia ſtycznéy AB (456). A ponieważ niémoże powziąć tego ruchu, więc podług (287), takowy muſi roſkładać ſię na dwa inne, to ieſt iedén Ab. w linii okręgowéy, maiący odprawiać ſię rzeczą ſamą, i na drugi AD, który zoſtanie zniſzczo-

ny

ny; trzeba tedy ażeby tén oſtatni ruch był wykierówany w linii CAD; bo niémoże bydź inaczéy zniſzczony, tylko przez odpór punktu ſtałego. A zatém ruch odbywać ſię będzie, iak w przypadku poprzédzaiącym, iedynie z tą różnicą, że ſiła śrzodkowa, zamiaſt wśrzódmiérnéy odmiénia ſię w śrzodkoboyną.

A tak, to wſzyſtko, co ſię powiedziało względém piérwſzego przypadku, ma także miéyſce i w tym razie; iakoto: 1*òd* Ze ruch będzie iednokſztáłtny. 2*re* Ze ſiła śrzodkoboyna będzie zawſze taż ſama w każdym punkcie okręgu, albo że nić będzie zawſze z iednakową ſiłą wytężona. 3*cie* Ze ſiła śrzodkoboyna, miéć ſię będzie do ważności, iak ſię ma wyſokość, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź, dla nabycia nıniéyſzéy ſzypkości, odpowiadaiącéy ruchładłu A, do połowy promiénia CA.

Np. daymy że ciało ważące 1*ſt.* przymocuione do kónca ſznura długiego na 5*ſt.* krąży z ſzypkością, wynoſzącą 30,2 *ſt*, na iednę minutę wtórą. Pieniewaź wyſokość odpowiadaiąca téy ſzypkości ieſt $=$ 15,1 *ſt.*; więc ſiła śrzodkoboyna tego ciała, miéć ſię będzie do ważności, iak $15{,}1 : \frac{5}{2} :: 30{,}2 : 5 :: 6{,}04 : 1$; więc waga iednego funta tak wytęża ſznur, iakby go wytężała waga nieruchoma $6\frac{4}{100}$ *ſtów*; bo ſiły albo ilości ruchu, iakie toż ſamo ciało A może miéć, mocą ſwoiéy ważności i ſiły śrzodkoboynéy, maią ſię między ſobą, iak ſzypkości g i p, które mogą bydź ſprawione od tychże dwóch ſił w tymże przeciągu czaſu.

462.

462. Daymy, że ruchadło ważne *D* (fig. fig. 28. 28), przyſilone do punktu ſtałego *C* przy pomocy nici *CD*, kołyſze ſię około punktu *C*, a kołyſząc ſię przebiéga łuki *ADI* wiadoméy wielkości. Zeby wiedziéć, kiedy to ciało przechodzi przez punkt *D*, o wiele ſiła śrzodkoboyna, pomnaża uſilność ſkutkuiącą mocą wagi iego przeciwko punktowi *C*; trzeba poprowadzić proſtopadłą *AF*, a natenczas *FD*, będzie wyſokością (436), odpowiadaiącą ſzypkości mianey w punkcie *D*. Więc (459), ſiła śrzodkoboyna, mieć ſię będzie do ważności : : $DF : \frac{1}{2}CA$; to ieſt, iak ſię ma wſtawa odwrotna łuku *AD* do połowy promiénia. Tak, iż gdyby łuk *AD*, był wielki *np.* na 10° którego wſtawa odwrotna wynoſi z małém uchybiéniém $\frac{1}{66}$ promiénia; to ſiła śrzodokoboyna, miałaby ſię do ważności : : $\frac{1}{66} : \frac{1}{2}$: : 1 : 33, także z małém uchybiéniém; to ieſt że uſilność pochodząca od wagi, zoſtałaby pomnożona około na $\frac{1}{33}$.

A ſtąd pokazuie ſię, że kiedy dla przefig. 36. nieſiénia beczki *A* (fig. 36), takowa przywięzuie ſię przy pomocy ſznura *AC* do drąga *MN*, który potém drążniki zakładaią na ſwoie ramiona, (iak zwyczay nieſie po wielu miéyſcach); to na takim ſpoſobie przenoſzenia ciężarów, ſzkodówałoby ſię rzetelnie, gdyby iedén z drążników nieprzytrzymówał beczki ręką, ażeby niekołyſała ſię w noſzeniu. Atoli trzeba uważyć, że ieżeli te kołyſania ſą małe, to pomnożenie wagi ſprawione przez ſiłę śrzodkoboyną, umnieyſza ſię w ſtóſunku daleko więkſzym aniželi ſą łuki; albowiém umniéyſzać ſię będzie iak kwadraty cięciw odpowiadaiących tym łukóm, albo iak kwadraty ſamychże łuków. A zatém gdyby łuk zamiaſt 10° iak w przykładzie poprzédzaiącym, miał tylko 1° którego wſta-

wſtawa odwrotna wynoſi $\frac{15}{100000}$ promiénia, to ſkutek ſiły śrzodkoboynéy, niewynoſiłby więcéy iak $\frac{3}{10000}$ wagi.

463. Teraz tedy łatwo można przyrównać do ſiebie dwie ſiły śrzodkoboyne, odpowiadaiące dwóm ruchadłóm iakimkolwiek, obiégaiącym okręgi iakiekolwiek, z ſzypkościami danémi albo w czaſach zadanych.

Jakóż zrównanie $V^2 = g \times CA$, wzwyż wynalezione, daie $g = \frac{V^2}{CA}$. A że *g*, wyraża ſzypkość, iaką w ruchadle ſprawiłaby ſiła śrzodkowa w iednéy minucie wtóréy, gdyby czyniła przeciwko niému nieuſtannie a równo za każdym momentém; więc *gdt* będzie ſzypkością, iakąby ſprawiła w przeciągu momentu *dt*; a $A \times gdt$, będzie ilością ruchu, iaką za każdym momentém taż ſiła nadawałaby ruchadłu; więc położywſzy zamiaſt *g*, wártość onego, takowa ilość ruchu będzie wyrażona przez $\frac{A \times V^2 dt}{CA}$. Więc oznaczywſzy przez *F* ſiłę śrzodkoboyną, bezwzględną, czyli tę ilość ruchu odpowiadaiącą ciału *A*, będzie $F = \frac{A \times V^2 dt}{CA}$; albo racz éy nazwawſzy *R* promiéń *CA*, będzie $F = \frac{AV^2 dt}{R}$. Więc w inſzéy miąż ſzości *A'*, któraby obiégała z ſzypkością *V'*, okrąg maiący za promiéń *R'*, mielibyśmy $F' = \frac{A'V'^2 dt}{R'}$, oznaczywſzy przez *F'*, ſiłę śrzodkoboyną.

Więc

Więc $F : F' :: \frac{AV^2dt}{R} : \frac{A'V'^2dt}{R'}$, albo -- $:: \frac{AV^2}{R} : \frac{A'V'^2}{R'}$; to ieſt ogołém, że *ſiły śrzodkoboyne, odpowiadaiące dwóm ruchadłóm, maią ſię między ſobą iak miąższości, rozmnożone przez kwadraty ſzypkościów, a rozdziélone przez promiénie obieżonych okręgòw.*

464. Niechay będą C i C' takiémi okręgami, T i T' czaſami, iakich potrzebuią dwa ruchadła do odbycia iednego kołowrotu. Z przyczyny że te ruchy ſą iednokſztáłtne, miéć będziém $V = \frac{C}{T}$, a $V' = \frac{C'}{T'}$ -- (153). A ponieważ oznaczywſzy ſtóſunek promiénia do okręgu, przez $1 : c$, mamy $C = cR$, a $C' = cR'$; więc $V = \frac{cR}{T}$, a $V' = \frac{cR'}{T'}$; a zatém położywſzy zamiaſt V i V' onych wártości w proporcyi dopiéro wyżey wynalezionéy, miéć będziém $F : F' :: \frac{Ac^2R^2}{RT^2} : \frac{A'c^2R'^2}{R'T'^2} :: \frac{AR}{T^2} : \frac{A'R'}{T'^2}$; wiec *ſiły śrzodkoboyne, maią ſię między ſobą, iak miąższości rozmnożone przez promiénie, a rozdzielone przez kwadraty czaſów, odpowiadaiących każdemu iednému kołowrotowi.*

465. Z owego ſtóſunku wzwyż uſtanowionego (459) między ważnością i ſiłą śrzodkoboyną, pokazuie ſię, że kiedy iedno, albo wiele ciáł ſobrylaſtych, połączonych między ſobą, obracaią ſię około punktu ſtałego, to części takowych ciáł zmiérzaią do odłączenia ſię iedne od drugich, pod czas oddalenia ſię od śrzodka; i że ta uſilność może znacznie przewyżſzyć ſamę wagę. To zaś co ſię okazało (464), daie znać, że ieżeli ciała wráz kończą ſwoie kołowroty, to ich ſiły śrzodkoboyne, ſą proporcyonalne miąższościóm, rozmnożonym przez promiénie; tak iż części równe, zmiérzaią z tém większą uſilnóścią do oderwania ſię, im bardziéy ſą oddalone od śrzodka kołowrotu. Więc ieżeli krąży rościék iaki ważny albo nieważny, to cząſtki iego nieuſtannie zmiérzaią do odłączenia ſię i oddalenia od śrzodka; tak że kiedyby rościék znaydówáł ſię zamknięty w iakim naczyniu, to zrobiwſzy w niém otwartość, bądź w iakiéy chce odległości od śrzodka, pomiéniony rościék wydobędzie ſię przez nię.

Np. woda zawarta w bębenku *ADFC* (fig. 37), rozruchana kołowrotnie około ofi *GH*, tłoczy fię na powiérfzchnią wypukłą; a ponieważ takowe tłoczenie rofchodzi fię wfzędzie (295), więc zrobiwfzy otwartość w którymkolwiek punkcie *R*, woda przez nię wytryfkać będzie.

466. I na tymto fundamencie wymyślono miechy nieuftanne, fłużyć maiące do odnawiania powietrza na okrętach albo w
fig. 38. Szpitalach. Bębęnek nieruchomy *ABC* (fig. 38), ieft otwarty w fwoiéy części *AC*, do któréy przyprawia fię rura *FAC*. Kółko zębate *Z* ofadzone na flupcu *DR*, obraca fię przy pomocy korby *E*, i zawadza fwèmi zębami o fzczeble trybu *X*, maiącego na fwoim walcu ofadzone fkrzydła *ae*, *bf*, i. t. d. na-
fig. 39. leżące do *wiéwadła* (fig. 39), uftawionego wewnątrfz bębenka. Te fkrzydła obracaiąc fię, fprawuią w powietrzu ruch kołowrotny, i fiłę śrzodkoboyną, która go przymufza do wyniścia przez otwártość *F*. Blifko śrzod-
fig. 38. ka *X* (fig. 38), ieft kilka dziur *P*, *Q* i. t. d. którémi wchodzi świéże powietrze, maiące znowu bydź wypędzone tak iak piérwfze. Ktoby zaś był ciekawy iefzcze infzych fpofobów, iakie powymyślano do przeczyfzczenia czyli odnowiénia powietrza na okrętach, i w innych tym podobnych zadufznych miéyfcach, takowy niechay fię poradzi Dzieła Pa *Duhamel* pod tytułém: *Moyens de conferver la fanté aux Equipages.*, i Pamiętnika Pa *Bigot de Morogues* pod tytułém: *Sur la Corruption de l' air dans les vaiffeaux; w Pamiętnikach ofiarówanych Akademii Nauk w Tomie I.*

467. Miążfzość rościeczna, któréy cząftki niepodlégałyby nagabaniu innych fił, iak
fig. 40. tylko iednéy, mocą któréy zmiérzałyby do śrzodka *C* (fig. 40), takowa miążfzość maiąca poftać kulową, któréy śrzodkiém byłoby *C*, zachowałaby, ftatecznie tę poftać, gdyby pomienione zmiérzanie, czyli uciążenie ku punktowi *C*, znaydówało fię zawfze iednakowe w równych odległościach od *C*; i to ieft oczywifta. Ale ieżeliby taż miążfzość miała oráz i ruch kołowrotny, około iakiéykolwiek linii proftéy *AB*, to niebędzie mogła zachować przerzeczonéy poftaci. Jakóż w takim razie, cząfteczka iakakolwiek *M*, obiégaiąc koło, maiące za promién *PM*, ieft nadana pewną fiłą śrzodkoboyną, zmiérzaiącą do oddalenia iéy od śrzodka *P*, z ufilnością proporcyonalną odległości *PM*, (464). Więc oznaczywfzy takową ufilność przez *Mm*, a ufilność ważności czyli zmiérzania ku *C*, przez *MO*; zmyśliwfzy fobie nadto równoległobok *mM-OR*, *MR* będzie kierónkiém, podług którego cząfteczka *M* znayduie fię bydź przynaglona do ruchu; a że fiła *MO*, we wfzyftkich cząfteczkach położonych na powiérfzchni ieft iednakowa, a fiła *Mm* w nich odmiénia fię, zmniéyfzaiąc fię tèm bardziéy, im więcéy przerzeczone cząfteczki oddalaią fię od naywiększego koła czyli od *Ekwatora*, oznaczonego przez *EQ*; więc iawna ieft, że fiły bezwzględne *MR*, odpędzaiące rzeczą famą pomiénione cząfteczki, fą wfzyftkie różne, i wykierówane ku różnym punktóm. Miążfzość tedy mufi utracać poftać kulową; ale bądź iaką chce potém infzą wezmie poftać, to takowa mufi mieć tę własność (297), ażeby fiła bezwzględna *MR*, popędzaiąca każdą cząftezkę powiérfzchni, była proftopadłą téy nowéy powiérfzchni; więc nowa poftać *TVNX* iaką wezmie przerzeczona miążfzość, mufi bydź taka, żeby fiła *MR* była iéy proftopadłą; więc ta miążfzość mufi bydź

bydź ſpłaſzczona ku oſióm X, V, a przeciwnym ſpoſobém muſi bydź wydęta w położeniu *Ekwatora*. który zamiaſt EQ, przemiéni ſię w TN.

A to właśnie ſtóſuie ſię do ziémi, która na ſamym początku czyli to była rościeczna, czyli téż po części bryłaſta a po części rościeczna, zaráz muſiała miéć poſtać ſpłaſzczoną; inaczéy, mocą ſił śrzodkoboynych, odpowiadaiących rożnym częściom, muſiałoby ſię było wſzyſtko na niéy poprzewracać, nim przyſzła do poſtaci ſpłaſzczonéy, przyzwoitéy ruchowi kołowrotnému.

MO ieſt prawdziwym kiérónkiém ważności, nie téy wprawdzie któréy doznaiemy ſkutków, ale téy która miałaby miéyſce gdyby ſię ziemia nieobracała. MR, ieſt kierónkièm ważności, któréy ſkutki widzimy; i w tymto kierónku upadaią ciała, położone bliſko powiérſzchni ziémi ku punktowi M. A zatém ważność niniéyſza, nienapędza ciał do śrzodka ziemi. Ale ponieważ z doświadczéń pokazało ſię niezawodnie, że ſpłaſzczenie ziemi ieſt małe względém promiénia *Ekwatora*, przeto punkt S niewiele rożni ſię od punkru C.

A że kąt mMO wypada koniecznie rozwarty, więc ſtąd łatwo widziéć ſię daie, że linia MR ieſt zawſze mniéyſza od MO, a to tém bardziéy, im bardziéy punkt M przybliża ſię do *Ekwatora*, tak iż ważność poſtępuie umniéyſzaiąc ſię coráz od oſiów aż do *Ekwatora*. Więc długość zawieſidła maiącego wybiiać minuty wtóre (449), nieieſt wſzędzie równa po wſzyſtkich miéyſcach ziemi; im bliżéy *Ekwatora*, tém bardziéy umniéyſzać ſię powinna.

Przy ſamych oſiach, gdzie ſiła śrzodkoboyna, nic nieſkutkuie, ważność czyni tak, iakby czyniła gdyby ziemia była nieru-

choma. Przy ſamym zaś *Ekwatorze*, gdzie ſiła śrzodkoboyna, ieſt wbréw przeciwna ważności początkowéy, ważność zmniéyſza ſię na całą ilość ſiły śrzodkoboynéy. W miéyſcach pośrzednich, ważność zmniéyſza ſię z dwóch przyczyn; naprzód dla tego, że ſiła śrzodkoboyna, niebędąc wbréw przeciwna ważności początkowéy, niewyniſzcza iéy tylko część, a to tém mniéyſzą, im większy ieſt łuk MT; a powtóre dla tego, że ſiła śrzodkoboyna, umniéyſza ſię w proporcyi oddalenia punktu M od *Ekwatora*.

O Ruchu Pocisków w miéyſcu prożném.

468. Nazwiſko *pociſku* daie ſię w poſpolitości wſzelkiemu ruchadłu, które będąc wyrzucone iakąkolwiek ſiłą i w iakimkolwiek bądź kierónku, ieſt oráz poſłuſzne ſile ważności.

Ciało wyrzucone w kierónku iakimkolwiek AB (fig. 41) w miéyſcu fig. 41.
prożném czyli nieodpornéni, gdyby niebyło poddane ſkutkóm ważności, zachowałoby na wieki nadany ſobie kierónek AB (150), i w nim poſtępowałoby ſtatecznie zawſze z iednakową ſzybkością. Ale ruchadło będąc przez ſię ważne, niezoſtaie tylko przez iedén moment w kiérónku AB. Czynność ważności złączona

z ſzypkością rzucenia, odmiénia za każdym momentém kierónek iego i ſzypkość, przynaglaiąc go do przebieżenia linii krzywéy, maiącéy za ſtyczną w początkywym punkcie ruchu, linią rzucenia AB.

Żeby ſobie uczynić prawdziwe wyobrażenie ſpoſobu, w iaki odbywa ſię tén ruch, zmyślmy ſobie że ACD ieſt linią którą pociſk przebiéga, i że właśnie ninie znayduie ſię w punkcie F téyże linii. Daymy że takowy pociſk, przebiégł w iednym momencie łuk niezmiérnie mały EF; przedłużywſzy łuk EF wzięty za linią proſtą, na ilość $Fg = EF$, iawna ieſt, podług (150), że w takimże momencie, przebiégłby linią Fg. Ale że oráz i ważność ſkutkuie; zmyśliwſzy ią ſobie taką, iżby nadała pociſkowi zdólność do przebieżenia w tymże momencie linii Fi, więc iawna ieſt, że pociſk ruſzaiąc z punktu F, i znayduiąc ſię bydź poddany czynnościóm dwóch ſił Fg i Fi, muſi podług (191) przebiégać przekątną FK równoległoboku, zrobionego z linii Fg i Fi iako z boków ſobie przyległych. I tymto ſpoſobém ruch odmiénia ſię co moment.

469. Lubo z tego wyobrażenia ſobie ruchu, możnaby bardzo łatwo wnieść naturę, i właſności linii krzywéy; atoli, iż tén ſpoſób wyciągałby w niektórych rachunkach całkowania, przeto zdaie nam ſię bydź radniéy prościéyſzémi drogami dochodzić tegoż ſamego zamiaru; iak naſtępuie.

470. Jeżeli ruchadło zamiaſt coby było ważne, uważać go będziémy iakoby niémaiące ważności, i ieżeli zmyślimy ſobie, że w tén czas kiedy dyba w linii AB, że mówię w tén czas linia AB (fig. 42) opada pionowo i równolegle ſama ſobie, podług prawidła właſnego ciałóm ważnym; to iawna ieſt, że pociſk przebiegnie też ſamę linią, iaką przebiéga naturalnie; albowiém za każdym momentém znaydzie ſię bydź ſpuſzczony poniżéy linii AB, o też ſamę ilość, na iaką powinién upaśdź w takimże czaſie mocą ważności ſwoiéy. fig. 42.

To założywſzy, daymy że AC oznacza ſzypkość rzucenia, to ieſt, ta-

taką rozległość do którey przebieżenia w pewnym przeciągu czaſu *np.* wiedney minucie wtórey, ſiła wyrzucaiąca nadałaby ruchadłu zdolność; i że *AP* ieſt ilością, o którą ciało ſwobodne upada na dół w piérwſzéy minucie wtórey mocą ſwoiéy ważności. Jeżeli poprowadzimy liniią *PD* równoległą linii *AB*, to podług naſzego przypuſzczenia, liniia *AB* przybędzie do *PD*, w tymże czaſie, w którym pociſk przebieżałby na téyże linii ilość *AC*; więc poprowadziwſzy liniią *CM*, równoległą linii *AP*, punkt *M* będzie takim punktém, gdzie pociſk po upłyniéniu iednéy minuty wtóréy znaydówać ſię powinién.

Podobnież, wziąwſzy liniią *AB* dwa razy tak wielką iak *AC*, iawna ieſt, że po upłyniéniu dwóch minut wtórych, pociſk niémaiący ważności, znaydówałby ſię w punkcie *B*. A ieżeli wezmiémy na linii pionowéy *AP*, ilość *AP'*, cztéry razy tak wielką iak *AP*, to *AP'* będzie ilością (172), o którą kiérónek *AB* zniży ſię po upłyniéniu dwóch minut wtórych; więc poprowadziwſzy liniie *BM'* i *PM'* równoległe liniióm *AP* i *AB*, punkt *M'*, będzie takim punktém, na którym pociſk ſtanie, po upłyniéniu dwóch minut wtórych. Podobnymże ſpoſobém możnaby okazać, że wziąwſzy *AO* trzy razy tak wielkie iak *AC*, a *AP''* dziewięć razy tak wielkie iak *AP*, i poprowadziwſzy liniie *OM''*, *P''M''*, równoległe liniióm *AP* i *AB*, punkt *M''*, byłby takim punktém, na którym ſtanąłby pociſk po upłyniéniu trzech minut wtórych.

Lecz z tego wykryślenia pokazuie ſię 1ód że liniie *AP''*, *AP'* i *AP* ſą między ſobą iak kwadraty czaſów; 2re że liniie *AC*, *AB*, *AO* albo onym równe *PM*, *P'M'*, *P''M''* ſą między ſobą iak czaſy; więc liniie *AP*, *AP'*, *AP''* ſą między ſobą iak kwadraty linii odpowiadaiących *PM*, *P'M'*, *P''M''*; ſkąd, iako też i z tego co powiedziało ſię indziéy (Alg. 301), oczywiście wynika, że liniia krzywa ieſt Parabolą; bo kwadraty rzędnych *PM* równoległych ſtycznéy *AB*, maią ſię między ſobą, iak odpowiadaiące im odcinki *AP*. Dla łatwiéyſzego wnioſku innych własnościów téy liniii krzywéy, uczyńmy powſzechniéyſzém poprzédzaiące wykryślenie.

471. Daymy że liniia iakakolwiek *AE* (fig. 43), oznacza ſzypkość nadaną, to ieſt liczbę ſtóp, iaką przebiégałoby ruchadło za każdą minutą wtórą, gdyby ſtatecznie zachowało tę ſzypkość; a przy tém w ſamym momencie ruſzenia ſię iego z punktu *A*, zmyślmy ſobie tę ſzypkość rozłożoną na dwie inne, iednę *AD* poziemną, a drugą *AF* pionową. Jawna ieſt, że kiérónek ważności będąc pionowy, czyli proſtopadły na liniią *AD*, czynność ważności niezmiérza ani do umniéyſzenia ani fig. 43.

 też

też do pomnożenia ſzypkości AD; a zatém ruchadło w dalſzym biegu ſwoim niechay znayduie ſię gdzie chce, to zawſze ſtatecznie zachowa też ſamę ſzypkość równolegle z poziómém. Co zaś dotyczé ſię ſzypkości w kieronku AF; kiedy ruchadło mocą ſwoiéy ſzypkości ſtatecznéy równolegle z poziomém, ubieży ilość iakąkolwiek AP, to nieznaydzie ſię bydź podnieſione do wyſokości PN, ktoréyby doſzło gdyby ważność ſkutkówała, ale znaydzie ſię bydź w iakim punkcie M niżſzym od N, a położonym na téyże linii pionowéy PN; bo ponieważ ſzypkość iego w rozumiéniu pionowém, ieſt wbréw przeciwna ſzypkości pochodzącéy z ważności, więc rozległość iakąby przebiegło mocą téy ſzypkości pionowéy, powinna bydź zmniéyſzona o tyle, ile ciało mocą ważności ſwoiéy mogłoby przebieżyć w podobnymże czaſie.

Oznaczmy tedy przez V ſzypkość nadaną w kierónku AZ, to ieſt liczbę ſtóp, iaką pociſk przebiégałby iednokſztáłtnie za każdą minutą wtórą mocą takowéy ſzypkości; oznaczmy przez t, czas, to ieſt liczbę minut wtórych, albo liczbę części minuty wtó-

réy, którychby potrzebówáł pociſk, na przebieżenie od punktu A do punktu któregokolwiek N. To miéć będziém $N = Vt$ (154). Niechay będzie p ſzypkość, iaką nadaie ważność w przeciągu iednéy minuty wtóréy; to $\frac{pt^2}{2}$, będzie rozległością, iaką przebieży ciało ważne w liczbie t minut wtórych (174). Więc ieżeli M ieſt punktém, do którego ciało przybędzie rzeczą ſamą po upłyniéniu czaſu t, to miéć będziém $NM = \frac{1}{2}pt^2$.

Przez punkt A poprowadźmy pionową AX; a przez punkt M liniią MQ równoległą ſtycznéy AZ; oznaczmy AQ przez x'; a QM, równą linii AN przez y'. Miéć tedy będziém $x' = \frac{1}{2}pt$, a $y' = Vt$. Z tego oſtatniego zrównania wyciągnąwſzy wártość ilości t i położywſzy ią w piérwſzém zrównaniu, będzie $x' = \frac{\frac{1}{2}py'^2}{V^2}$, albo $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p}x' = y'^2$. Lecz podług (176) $\frac{V^2}{2p}$ wyraża wyſokość, z któréy ciało ważne powinnoby upaśdź dla nabycia ſzypkości V; więc oznaczywſzy przez h takową wyſokość, będzie $\frac{V^2}{2p} = h$, a zatém $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p} = 4h$; więc $4hx' = y'^2$. Więc każdy punkt M linii krzywéy AMC, ma tę własność, że kwadrat rzędnéy y' albo QM, króra ieſt równoległa ſtycznéy AZ, równa ſię mnogości, wynikaiącéy z rozmnożenia odcinka AQ przez liniią ſtateczną $4h$; więc podług (Alg. 301), liniia AMC, ieſt Parabolą, maiącą za średnicę liniią pionową AX, a za palirzędną, poczwórność wyſokości, od-

 po-

powiadaiącéy szypkości wyrzucenia; i w którćy kąt AQM, iaki czynią rzędne z śrzednicą, iest dopełniénićm kąta rzucenia ZAC; więc maiąc wiadomą szypkość rzucenia i kąt rzucenia, łatwo będzie nakryślić takową liniią krzywą, podług tego co w téy mierze przepisało się indziéy (Alg. 302).

472. Przystósuymy teráz różne punkta téy linii, do linii poziemnéy AC, poprowadziwszy liniią MP, prostopadłą na AC. Oznaczmy AP przez x; PM przez y; kąt rzucenia ZAC przez a. W tróykącie prostokątnym APN, miéć będziém $1 : AN :: $ wst. $NAP : PN ::$ dost. $NAP : AP$; więc $PN = Vt$ wst. a; a zaś $AP = Vt \times$ dost. a; a że $MN = \frac{1}{2}pt^2$ iak widzieliśmy wyżéy, więc będzie $PM = Vt$ wst. $a - \frac{1}{2}pt^2$. A zatém $x = Vt \times$ dost. a; a $y = Vt$ wst. $a - \frac{1}{2}pt^2$. Z piérwszego zrównania wyciągnąwszy wártość ilości t, i położywszy ią w drugiém zrównaniu, po uczynioném zebraniu, i wziąwszy zamiast $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p}$ wártość tego wyrażenia, to iest $4h$, będzie $4hy$ dost.$^2 a = 4hx$ wst. a dost. $a - xx$; skąd wnoszą się następuiące własności.

473. Ponieważ szypkość nadana ruchadłu, musi miéć pewną miarę, przeto skutek iéy w rozumiéniu pionowém, powinién się wyniszczyć przez czynność ważności, po upłyniéniu pewnego czasu; tak iż iest pewny punkt niby iaka granica, do któréy ciało podnosi się, a potém iuż na dół opada. Ale że szypkość iego poziemna nieiest szypkością przyspieszoną; więc przybywszy do punktu B naywyżéy wyniesionego, od niego daléy przebiégać będzie drugie ramie téyże linii krzywéy, a nakoniec spotka się na nowo z liniią poziemną w drugim punkcie C.

474. Zeby miéć wiadomą odległość AC, która nazywa się *doniosłością rzucenia* (amplitude du jet), iawna iest, że do tego nietrzeba więcéy, tylko rozumiéć $y = 0$. A zatém będzie $4hx$ wst. a dost. $a - xx = 0$; skąd wnosi się $x = 0$, i $x = 4h$ wst. a dost. a. Piérwsza wártość ilości x oznacza punkt A, a druga, wyraża wártość linii AC, któréy wymiár wypadnie, przedłużywszy XA o ilość $AK = 4h$; spuściwszy z punktu K, prostopadłą KL na AZ, a z punktu L prostopadłą LC na AC, będzie $AC = 4h$ wst. a dost. a.

A zatém maiąc wiadomą ſzypkość rzucenia, i kąt rzucenia, donioſłość bardzo łatwo wyrachówać ſię daie. *Np.* gdyby zadano było wynaléśdź, iakaby była donioſłóść, odpowiadaiąca linii paraboliczney, którąby obiégł pociſk wyrzucony z ſzypkością 150 *ſt.* na iednę minutę wtórą, w nachyleniu kąta od 36°. Podług (176), znalezlibyśmy, wyſokość h odpowiadaiącą ſzypkości 150 *ſt.*, bydź $= \frac{(150)^2}{2 \times 30,2} = 372,5$ *ſt.*; a że wſtawa kąta od 36°, wynoſi 0,5878 oznaczywſzy promiéń przez 1; a doſtawa ieſt $= 0,809$; więc miéć będziém $AC = 4h$ wſt. a doſt. $a. = 1490 \times 0,5878 \times 0,809 = 708,6$ *ſt.*; to ieſt, że ciało wyrzucone, upadłoby na ziemię w odległości wynoſzącéy 709 *ſt.*

475. Wártość linii $AC = 4h$ wſt. $a \times$ doſt. a nieodmiénia ſię, chociażby zamiaſt kąta a położyło ſię iego dopełniénie, bo w takim przypadku mielibyśmy $AC = 4h \times$ doſt. a wſt. a; co ieſt oczywiſta; lecz te dwie wártości to ieſt a, i $90° - a$, znayduią ſię bydź równo oddalone od 45°; więc *rzucenia uczynione iednakim naboiém prochu, w nachyléniach kątów równo oddalonych od 45°. daią iednakową donioſłość.*

476. Taż wártość $AC = 4h$ wſt. $a \times$ doſt. a, daie także znać, że począwſzy od 0° aż do 45°, donioſłości roſną coráz bardziéy; a pominąwſzy 45°, coráz bardziéy ubywaią; gdyż łatwo widziéć ſię daie, że pominąwſzy tén ſtopiéń, wártości kąta a ſą ſpełniéniami wártościów odpowiadaiących niżſzéy ſtronie; więc, *ſpomiędzy wſzyſtkich rzuceń, wykonanych zawſze iednakową ſiłą prochu, rzucenie w 45° daie naywiękſzą donioſłość.*

477. Ponieważ w takim razie kąt a wynoſi 45°, którego tak wſtawa iako téż i doſtawa każda z nich $= \sqrt{\frac{1}{2}}$, wziąwſzy za promiéń 1; więc idzie za tém, że naténczas donioſłość ſtaie ſię $AC = 4h \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 4h \times \frac{1}{2} = 2h$ więc *naywiękſza doniosłość, równa ſię wyſokości dwa razy wziętéy, która odpowiada ſzypkości wyrzucenia.*

478. Można też wynaléśdź ténże ſam wypadek, na który natrafiliśmy wyżéy (476), używſzy ſpoſobu indziéy przepiſanego (36). Tym umyſłém trzeba zróżniczkówać wártość ilości AC, poczytawſzy h za ſtateczną, a za odmiénną, i różniczkę zrównawſzy z zerém. A tak podług tego co ſię rzekło (22 i 23) znalezlibyśmy $4hda$ doſt.$^2 a - 4hda$ wſt.$^2 a = 0$; ſkąd wyciąga ſię $\frac{\text{wſt.}^2 a}{\text{doſt.}^2 a} = 1$, albo ſtycz:^{2} $a = 1$; więc ſtycz. $a = 1$; więc kątém żądanym, ieſt taki kąt, któregoby ſtyczna równała ſię promiéniowi, to ieſt podług (Jeom. 276) ieſt kąt od 45°.

479. Gdyby tedy było z doſtateczną pewnością wiadomo, iaką ſzypkość nadać może pociſkowi wiadomemu, pewna zadana ilość prochu, to bardzo łatwo ſtąd możnaby ſobie wnieść donioſłość, zaráz bezśrzednie. Lecz w niedoſtatku téy pewności, doſyć będzie na iednéy próbie, z któréy

przy pomocy zaſád poprzédzaiących, donioſłość odpowiadaiąca wſzelkiému innému wyrżuceniu tąż ſiłą prochu, zawſze da ſię wynaléśdź.

Jakóż, daymy że wyrzuciwſzy pociſk pewną ilością prochu znaiomą, i w ſtopniu nachylenia także znaiomym, odmiérzyła ſię rozległość paraboli czyli donioſłość pociſku; bardzo łatwo potém wnieść ſobie będzie można wártość ilości h; bo oznaczywſzy tę donioſłość przez b', a kąt nachylenia przez a', będzie $b' = 4h$ wſt. a' doſt. a'; więc h - - $= \frac{b'}{4 \text{ wſt. } a' \text{ doſt. } a'}$; położywſzy tę wártość ilości h, w wyrażeniu rozległości AC oznaczonéy przez b, mieć będziém b - - - $= \frac{b' \text{ wſt. } a \text{ doſt. } a.}{\text{wſt. } a' \text{ doſt. } a'}$; ſkąd wnoſi ſię $b : b' ::$ wſt. a doſt. a : wſt. a' doſt. a'; to ieſt, że donioſłości odpowiadaiące różnym nachyleniom, ſą między ſobą iak wſtawy rzucenia, rozmnożone przez doſtawy onychże.

480. Podług tego co ſię rzekło (Jeom. 286) łatwo widzieć ſię daie, że wſt. a doſt. $a = \frac{1}{2}$ wſt. $2a$; więc $b : b' ::$ wſt. $2a$: wſt. $2a'$; to ieſt, że *donioſłości ſą między ſobą iak wſtawy podwóynośći kątów rzucenia.*

481. Donioſłość, z którą ſtółówać ſię zwykły wſzyſtkie inne, ieſt donioſłość w 45°; ponieważ tedy w takowym kącie, mamy wſt. $2a = 1$; więc

więc będzie $b : b' :: 1 :$ wſt. $2a'$, a zatém $b' = b$ wſt. $2a'$; to ieſt, że *donioſłość odpowiadaiąca iakiemukolwiek kątowi, równa ſię donioſłości w 45°, rozmnożonéy przez wſtawę podwóyności kąta rzucenia.*

482. Moc prochu, poſpolicie próbówać ſię zwykła w 45°, i ſłuſznie; bo omyłki iakie zdarzyć ſię mogą w miérzeniu kąta nachylenia, ſprawuią naymnieyſzy ſkutek w linii donioſłości, około 45*tego* ſtopnia. Jakóż, w zrównaniu $b = 4h$ wſt. a doſt. a. rozumieiąc zdarzoną omyłkę względém wártości kąta a, wynoſzącą ilość barazo małą da, żeby mieć wártość błędu, wpływaiącego ſtąd w donioſłość b; nietrzeba więcéy, tylko zróżniczkówać poprzédzaiące zrównanie, poczytawſzy b i a za odmiènne; a tak będzie $db = 4hda \times$ doſt.$^2 a - 4hda$ wſt.$^2 a = 4hda$ (doſt.$^2 a -$ wſt.$^2 a$). Więc błąd db będzie tém mniéyſzy, im mniéy różnić ſię będzie wſt. a od doſt. a. Lecz kąt nachylenia im ieſt bliżſzy 45°, tém bardziéy wſtawa a przybliża ſię do doſt. a; więc zbytki lub niedoſtatki w donioſłości, pochodzące z omyłek w kącie nachylenia, ſą ſpomiędzy wſzyſtkich naymnieyſze iak tylko bydź mogą, pod 45°.

483. Przyſtąpmy teráz do wynaleziènia donioſłości armat, wycélowanych *oſtro przez metal* (de but en blanc) to ieſt, zmyślmy ſobie armatę AB (fig. 44) tak uſtanowioną, że linia célu CD, znayduie ſię w położe- *fig. 44.*

żeniu poziemném. Kula wyſtrzelona w kierónku oſi ABG, obieży parabolę $BLKF$, która ſpotka ſię z liniią célu przédłużoną, w dwóch punktach L i F, z których piérwſzy ieſt bliſko armaty, a drugi F bardziéy odległy. To ieſt, że kula wypadaiąca z punktu B, poniżéy célu, naprzód wynieſie ſię nad tęż liniią, potém ku niéy ſpuſzcza ſię, aż do ſpotkania ſię z nią w punkcie F. Idzie tedy rzecz, o wynaleziénie odległości poziemnéy DF, albo, zmyśliwſzy ſobie poziemną BM, i pionową FM, idzie rzecz, o wynaleziénie linii BM.

Oznaczywſzy przez a, kąt, iaki czyni z oſią liniia célu; przez c odległość od oſi, do naywyżſzego punktu głowy D; ſpuſciwſzy proſtopadłą BN, będzie $DN = c$ wſt. a, a $BN = c$ doſt. $a = FM$. Kąt GBM, który tu ieſt kątém rzucenia, równa ſię kątowi BED, a zatém $= a$.

To założywſzy, ponieważ zrównanie odpowiadaiące linii krzywéy BKF (472), ieſt $4hy$ doſt.$^2 a = 4hx$ wſt. a doſt. $a - xx$; więc ia-wna ieſt, iż ażeby miéć BM, nietrzeba więcéy, tylko położyć w tém zrównaniu, zamiaſt y wár-tość iego FM albo c doſt. a, a potém wyciągnąć

z

niego wártość ilości x. Będzie tedy $4hc$ doſt.$^3 a = 4hx$ wſt. a doſt. $a - xx$; co daie $x = 2h$ wſt. a doſt. $a \pm \sqrt{(4hh \text{ wſt.}^2 a \text{ doſt.}^2 a - 4hc \times \text{doſt}^3 a)}$. Ale że kąt a ieſt bardzo mały, taki iż różnica między doſtawą iego a promiéniém, ieſt wcale nieznaczna, więc można napiſać $x = 2h$ wſt. $a \pm \sqrt{(4hh \text{ wſt}^2 a - 4ch)} = 2h$ wſt. $a \pm 2h$ wſt. $a \sqrt{(1 - \frac{c}{h \text{ wſt.}^2 a})}$.

Lecz że h ieſt zawſze ilością bardzo wielką w porównaniu z wymiarami armaty, a ilość $\frac{c}{h \text{ wſt. } a}$, ieſt zawſze ilością bardzo małą (Alg. 133), tak iż na wartość doſtatecznie przybliżoną ilości $\sqrt{(1 - \frac{1}{h \text{ wſt}^2 a})}$, można wziąść ilość $1 - \frac{c}{2h \text{ wſt.}^2 a}$; więc będzie $x = 2h$ wſt. $a \pm 2h$ wſt. $a\,(1 - \frac{c}{2h \text{ wſt.}^2 a})$; ſkąd wnoſzą ſię te dwie wártości ilości x, to ieſt $x = 4h$ wſt. $a - \frac{c}{\text{wſt. } a}$ i $x = \frac{c}{\text{wſt. } a}$, z których oſtatnia wártość, wyraża odległość BO, a piérwſza daie odległość BM, to ieſt donioſłość armaty wycelówanéy *przez metal.*

Jeżeli położymy zamiaſt h, wártość iego wzwyż wynalezioną (477), na donioſłość armaty wycélowanéy *przez metal* miéć będziém', ilość $x = 2b$ wſt. $a - \frac{c}{\text{wſt. } a}$; gdzie przez b wyraża ſię donioſłość w 45^o.

A zatém w 12*fwéy* armacie polowéy, któréy donioſłość w 45^o wynoſi około 1800 *ſąż.*; a kąt linii célu z oſią (Jeom. 301) $= 0^o 58'$; $c = 4{,}926$ *cal.* $= 0{,}4105$ *ſt.* $= 0{,}0684$ *ſą.*; będzie

x

$x = 3600 \times \text{wſt. c}^{\underline{o}}58' - \dfrac{0{,}0684}{\text{wſt. c}^{\underline{o}}58'} = 3600 \times 0{,}01687 - \dfrac{0{,}0684}{0{,}01687} = 57$ ſążni z małém uchybiéniém. Ta donioſłość różni ſię bardzo od prawdziwéy donioſłości téy armaty wycélowaniéy *przez metal*; ale też niémoże bydź inaczéy; bo donioſłość w 45° wynoſząca 1800 *ſą*. któréy tu użyliśmy do wyrachówania donioſłości odpowiadaiącéy wycelówaniu *przez metal*, ieſt daleko mniéyſza od téy, iaka wypadłaby w miéyſcu prożném; tak iż obrachówanie paraboli, dla wynaleziénia tak mocnych donioſłościów w miéyſcu odporném, byłoby wcale zawodne. Przyczynę tego w krótce okażemy.

484. Zrównanie $4hy$ doſt.$^2 a = 4hx$ wſt. a doſt. $a - xx$, zawiéraiące w ſobie cztéry ilości, ſłuży téż do rozwiązania cztérech różnych zagadnién, w których ſpomiędzy cztérech ilościów, byłyby trzy wiadome. My tu zoſtanowić ſię niemyślimy, tylko nad Zagadniéniém naſtępuiącém.

Maiąc zadaną ſiłę prochu, odległość poziemną, i wyſokość pionową célu zadanego, iak wynaléśdź nachylenie, iakieby dać trzeba moździérzowi, żeby ugodzić w cél zamiérzony.

fig. 45. Daymy, że M (fig. 45) ieſt cél zadany. Zmyśliwſzy ſobie proſtopadłą MP; odległość AP i kąt MAP, trzeba poczytać za wiadome. Jeżeli te-

tedy ieſt kąt $MAP = b$, a odległość $AP = c$; to będzie $MP = \dfrac{c \text{ wſt. } b}{\text{doſt. } b}$. A zatém względém punktu M, będzie $x = c$, a $y = \dfrac{c \text{ wſt. } b}{\text{doſt. } b}$. Położywſzy te wártości w zrównaniu zawieraiącém w ſobie x i y, miéć będziém $4h$ wſt. b doſt.$^2 a = 4h$ wſt. a doſt. a doſt. $b -$ c doſt. b; lecz podług (Jeom. 286) mamy $2a =$ doſt. a doſt. $a -$ wſt. a wſt. a $=$ doſt.$^2 a -$ wſt.$^2 a =$ doſt.$^2 a - 1 +$ doſt.$^2 a$ $= 2$ doſt.$^2 a - 1$; więc doſt.$^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$doſt. $2a$. A podług (Jeom. 286), wſt. $2a =$ wſt. $a \times$ doſt. $a +$ wſt. a doſt. $a = 2$ wſt. a doſt. a; więc wſt. a doſt. $a = \frac{1}{2}$wſt. $2a$. Położywſzy te wártości w zrównaniu poprzédzaiącém, będzie $2h$ wſt. $b + 2h \times$ wſt. b doſt. $2a = 2h$ wſt. $2a$ doſt. $b -$ c doſt. b, albo $2h$ wſt. $2a$ doſt. $b - 2h$ wſt. b doſt. $2a = 2h$ wſt. $b + c$ doſt. b, albo (Jeom. 286), $2h$ wſt. $(2a - b) = 2h \times$ wſt. $b + c$ doſt. b; więc naoſtatek $\dfrac{2h}{\text{wſt. } b} \times$ wſt. $(2a - b) = \dfrac{2h \text{ wſt. } b}{\text{doſt. } b} + c$; ſkąd wywypada wykryślenie naſtępuiące.

Poſtawiwſzy na linii AM proſtopadłą nieokréśloną AE; z połowy D linii $AK = 4h$, trzeba poſtawić na AK proſtopadłą

DE, przecinaiącą liniią AE w punkcie E, z którego iako ze śrzodka promieniem EA, kryśli ſię łuk $ANN'K$, a przedłużywſzy liniią PM, ażby ſię ſpotkała z tymże łukiem w punktach N i N', ieżeli poprowadzą ſię liniie ANZ, $AN'Z'$, to te liniie będą dwóma kierónkami, w których wyrzucone ruchadło z ſzypkością odpowiadaiącą wyſokości h, może zarówno ugodzić w punkt M. Jakoż łatwo widzieć ſię daie, że kąt EAD tróykąta proſtokątnego ADE, równa ſię kątowi MAP. A że $AD = 2h$, a $AP = c$, więc będzie $ED = \frac{2h \,\text{wſt.}\, b}{\text{doſt.}\, b}$ i $ED + AP$ albo $EI = \frac{2h \,\text{wſt.}\, b}{\text{doſt.}\, b} + c$; więc $\frac{2h \,\text{wſt.}\, (2a-b)}{\text{doſt.}\, b.} = EI$. Lecz w tymże tróykącie ADE, mamy $AE = \frac{2h}{\text{doſt.}\, b}$, więc - - $AE \,\text{wſt.}\, (2a-b) = EI$.

Zmyślmy ſobie łuk KNA przedłużóny, ażby ſpotkał ſię z liniią pionową GE w punkcie G; a z punktów N i N' poprowadźmy proſtopadłe NL, $N'L'$. W tróykącie NEL, mamy $NE : NL$, albo $AE : EI :: 1 : \text{wſt.}\, NEG$; więc $AE \,\text{wſt.}\, NEG = EI$; więc także $\text{wſt.}\, (2a-b) = \text{wſt.}\, NEG$; a $2a - b = NEG = NEA + b$; więc $a = \frac{1}{2} NEA + b$. Lecz z przyczyny, że kąt NAM ma ſwóy wierſzchołek przy okręgu, i że AM ieſt ſtyczną, mamy $NAM = \frac{1}{2} NEA$; nadto kąt $MAP = b$; więc $a = NAM + MAP = NAP$; więc punkt N czyni zadoſyć Zagadnieniu. Dowiedlibyśmy podobnież, że punkt N' czyni mu także zadoſyć; bo w tróykącie $N'EL'$ ieſt $NE : N'L'$ albo $AE : EI :: 1 : \text{wſt.}\, N'EL'$, albo $:: 1 : \text{wſt.}\, N'EG$; więc $AE \,\text{wſt.}\, N'EG = EI$; więc także $\text{wſt.}\, (2a-b) = \text{wſt.}\, N'EG$, a $2a - b = N'EG = N'EA + b$; więc $a = \frac{1}{2} N'EA + b = N'AM + MAP = N'AP$. Gdyby cél znaydówał ſię bydź położony poniżéy poziomu działobitni, to b tzebaby zrobić przéczącém.

485. A zatém tąż ſamą ſiłą prochu, w iedénże cél M, zawſze można ugodzić w dwóch kierónkach, byleby liniia AP niebyła większa nad DR. Kierónek AN' ieſt zawſze pożytecznieyſzy w tén czas, kiedy bómbami domy lub inne przedmioty gnieść i gruchotaćby trzeba. A kierónek CN w tén czas, kiedy nieidzie tylko o wywrócenie mety, tudzież chcąc ażeby pociſk ugodziwſzy w cél, i zerwawſzy ſię, ieſzcze daléy w nieiakiéy odległości ſkutkówał *na odbitkę* (à ricochet).*

486. Obrachuymy téraz czas potrzebny pociſkowi do dobieżenia célu zamiérzonego. Zrównanie $x = Vt \times \text{doſt.}\, a$, daie nam bardzo proſte czaſu wyrażenie, iakoto $t = \frac{x}{V \,\text{doſt.}\, a}$. Położywſzy w tém zrównaniu zamiaſt

* *Takie ſtrſzélanie nazwaliśmy wprawdzie* czołgaiącém, *w Xiążce Artyleryi. ſtoſuiąc ſię do tego ſłowa, iako iuż nieco wziętego w używanie; ale położony tu wyraz, lepiéy naturę rzeczy zdaie nam ſię wyrażać.*

x wártość iego c, a zamiaſt V wártość $\surd(2ph)$, miéć będziém $t = \frac{c}{\text{doſt.}\, a\, \surd(2ph)}$. Widzieliśmy zaś wyżéy, iak wynayduie ſię h przez doświadczenie; a oráz wiémy że $p = 30{,}2$. To ogólne wyrażenie czaſu, może ſłużyć do umiarkówania zapalników do bómb.

fig. 43. 487. Naoſtatek żeby wiedziéć, iaka ieſt naywiękſza wyſokość DB (fig. 43), do ktoréy pociſk może ſię wynieść, należy uważyć, że w takim razie DB będąc naywiękſzością, różniczka iego podług (36) powinna bydź zerém. Trzeba tedy zróżniczkować zrównanie $4hy\ \text{doſt.}^2 a = 4hx\ \text{wſt.}\, a\ \text{doſt.}\, a - xx$, poczytaiąc ſame tylko y i x za odmiénne, a zrównawſzy dy z zerém, będzie $4hdx\ \text{wſt.}\, a\ \text{doſt.}\, a - 2xdx = 0$; ſkąd wyciąga ſię $x = 2h\ \text{wſt.}\, a\ \text{doſt.}\, a$. Położywſzy tę wártość ilości x w zrównaniu poprzédzaiącém, miéć będziém $y = h\ \text{wſt.}^2 a = BD$. Wſpomniymy tu cokolwiek o ſtrzélaniu *na odbitkę*.

488. *Odbitka*, ieſt ruch przez który pociſk natrafiwſzy na iakąkolwiék zawadę, podſkakuie i odbiia ſię, zaczynaiąc na nowo ruch podobny owemu, iaki miáł z razu. Im mniéy-

mniéyſzy kąt czyni z poziomèm kierónek, w którym ruchadło ieſt wyrzucone, tém ſpoſobniéyſzy ieſt pociſk, (nietykaiąc innych okoliczności), do takowych podſkoków na odbitkę; bo w takim razie ſiła rzucenia, prawie cała ſkutkuie w rozumiéniu poziemném, i niémoże bydź wyniſzczona przez odpór powietrza i inne przeſzkody, aż dopiéro w daleko znaczniéyſzym przeciągu czaſu. Gdyby pociſk był nieſprężyſty, gdyby powiérſzchnia na którą pada, była poziemna a niegiętka, to odbitka niémogłaby miéć miéyſca; albowiém ſzypkość pociſku przybywſzy do C (fig. 46), w kierónku iakimkowiek MC, fig. 46. roſkładałaby ſię na dwie inne, z których iedna QC proſtopadła powiérſzchni, zoſtałaby proſto zgoła zniſzczoną, bez żadnego powrotu, z przyczyny że niéma żadnéy ſprężyſtości, a druga ſzypkość PC pozoſtałaby, odłączywſzy na ſtronę tarcie i odpór powietrza, tak iż ciało pośliznęłoby ſię wzdłuż linii CZ.

489. Ale ieżeli w punkcie C (fig. 47), w którym ruchadło ſpotyka ſię z fig. 47. powiérſzchnią, znayduie ſię iaka wyzina CE; to ruch MC, roſkłada ſię na ruch QC, proſtopadły powiérſzchni CE téyże wyziny, i na drugi PC podaiący ſię tak iak powiérſzchnia, mocą którego, ruchadło weźmie ſwóy bieg w kiérónku PE, i pominąwſzy punkt E, będzie mogło obieżyć nową linią krzywą téyże natury, iakąby obiegło, gdyby by-

było wyrzucone z punku E w kie-
runku CE z tąż samą szypkością;
tak iż wzniesie się aż do pewnéy
wysokości, i znowu na powrót spo-
tka się z tąż powiérszchnią w inszym
punkcie I, skąd będzie ieszcze mo-
gło podobnyż ruch i daléy zawziąśdź,
ieżeliby znaydówało się w podo-
nychże okolicznościach.

490. Odbitka tedy o któréy dopiéro mó-
wiło się, zależy od położenia zawady, na
którą trafi ruchadło. Ale ieżeli zawada bę-
dzie giętka albo ruchoma, iakoto iest ziemia,
woda i.t.d. to odbitka może mieć mieysce
nawet na płaszczyznie doskonale poziemnéy.
fig. 48. Jakóż (fig. 48), mocą szypkości pionowéy
QC, ruchadło zmièrza do wkopania się, i
w rzeczy saméy wkopuie się więcéy lub
mniéy podług natury zawady, gdy tym cza-
sém mocą szypkości PC ryie ziemię i robi
brózdę, któréy głębokość póty pomnaża się,
póki szypkość pionowa QC niezostanie zni-
szczona. A natènczas mocą szypkości pozo-
stałéy w rozumiéniu poziemném, ubiia przed
sobą materyą zawadzaiącą, i uprząta ią, dla
otworzenia sobie drogi w tę stronę, z któ-
réy doznaie naymniéyszego odporu; w tém
ubiianiu materyi, wydrążenie brózdy, staie
się tém względém ruchadła, czém była po-
fig. 47. wiérszchnia CE (fig. 47) w przypadku po-
przedzaiącym. A że (nietykaiąc innych oko-
liczności), łatwość wydobycia się oczywi-
ście iest tém większa, im mniéysza będzie
całkowita głębobość brózdy, i że takowa
szypkość zawisła od szypkości pionowéy
QC

QC, która będzie tém mniéysza, im mniéy-
szy będzie kąt MCP, albo im mniéyszy bę-
dzie kąt rzucenia RAZ; więc iawna iest,
iako łatwość tego ruchu na odbitkę zależy
od tego, aby kąt rzucenia był mały.

491. Odbitka wiele też ieszcze zawisła od postaci pocisku. Jeżeli *np.* rzecz idzie o odbitkę na wodzie, pociskiém postaci kulowéy, chcąc ażeby miała miéysce, to szypkość MC powinna bydź taka, ażeby szypkość pionowa QC została piérwéy strawiona czyli zniszczona, nimby zanurzyła się cała śrzednica pionowa; bo iak ta iuż ráz zanurzy się, to odpór wody natychmiast skutkuie równo z oboiéy strony kieronku ruchadła, tak iż więcéy niémoże bydź zwrócone, chyba czynnością ważności, a ta z natury swoiéy sprzeciwia się odbitce.

492. Ponieważ wkopanie się dzieie się następnie, więc łatwo widzieć się daie, że w przeciągu takowego wkopywania się, śrzodek pocisku obiéga linią krzywą; bo kierónek w którym skutkuie odpór odmiénia się nieustannie. *Np.* kiedy śrzodek C (fig. 49) przebiégłszy torém iakimkolwiek fig. 49.
PC, zmiérza do ruchania się w przedłużeniu
CI niniéyszego swego kierónku, ieżeli zmy-
ślimy sobie dwie styczne BR, DS równo-
ległe tému kiéronkowi, to iawna iest, że tyl-
ko część BVL doznawać będzie odporu; a
ie-

ieżeli ciało, ieſt poſtaci kulowéy, to odpôr *CK*, złożony z wſzyſtkich odporów czyniących przeciwko różnym punktóm części *BVL*, mieć będzie kierónek, zmiérzaiący do podnieſiénia ciała nad *CI*; tak iż zamknąwſzy równoległobok *CIEK*. *CE* będzie torém, iakiego ciało trzymać ſię będzie przez moment, zamiaſt *CI*, ważność odłożywſzy na ſtronę.

493. Naoſtatek ieżeli ruchadło i zawada ſą giętkiémi, ieżeli ſą ſprężyſtémi, to te okoliczności mogą także dopomódz do ułatwiénia odbitki. Obierzmy ſobie na przykład, przypadek bardzo proſty; daymy że ſamo tylko ruchadło ieſt giętkie i ſprężyſte, pozwólmy oráz że ta ſprężyſtość ieſt doſkonała, a nadto odłączmy na ſtronę ważność. W tym momencie kiedy ruchadło
fig. 50. wyrzucone w kierónku *AC* (fig. 50), dotknie ſię powiérſzchni, ſzypkość iego rozkłada ſię na ſzypkość poziemną *QC*, która zoſtanie ſtatecznie nieodmiénną, ieżeli niémą tarcia ani odporu z ſtrony tego mieyſca, w którém znayduie ſię ruchadło. Co ſię zaś dotyczé ſzypkości proſtopadłéy czyli pionowéy *PC*, takowa tłoczy ciało, a nietrawiąc ſię tylko naſtępnie, gdy tym czaſém ſzypkość poziemna trwa zawſze, iawna ieſt, że śrzodek *C* przybliża ſię do płaſzczyzny *HZ* ſtopniami coráz mnieyſzémi; gdy tym czaſém ſtopnie, którémi pomyka ſię równolegle z płaſzczyzną *HZ*, zoſtaią nieodmiénne. Więc za każdym momentèm zmyśliwſzy ſobie zamkniony równoległobok, któregoby poziemny bok, miał ſię do boku pionowego, iak ſię ma ſzypkość poziémna, do ſzypkości pozoſtałéy w rozumiéniu pionowém; przekątna takowego równoległoboku, któ-ra powinna okazywać tór śrzodka odpowia-

da-

daiący każdemu momentowi, będzie za każdym momentem różna i różnie położona, tak iż śrzodek *C* zbliżać ſię będzie do *HZ*, obiégaiąc linią krzywą przez czas tłoczenia. Które kiedy iuż uſtanié, śrzodek *C*, przez ieden moment ruchać ſię będzie po linii ſtycznéy, równoległéy płaſzczyznie *HZ*; a potém ſprężytość roſprężaiąc ſię, powróci nazád ciału ſtopnie ſzypkości, którémi śrzodek zmiérzać będzie do oddalenia ſię od płaſzczyzny, tymże ſpoſobém, iakim przybliżył ſię do niéy pod czas tłoczenia. i obieży drugie ramię *RO* piérwſzému *RC* doſkonale równe. Naoſtatek przybywſzy do punktu *O*, odległego od *HZ* na ilość równą promiéniowi *IC*, ruchać ſię będzie w kierónku ſtycznéy *OT*, podobnież położonéy iak *AC*; to ieſt, że uderzenie ukośne ciała ſprężyſtego w płaſzczyznę niegiętką i niewzruſzoną, (odłożywſzy na ſtronę ważność) wykonywa ſię w tén ſpoſób, że kąt *odbitności* (reflexion) równa ſię kątowi padłości; każdy zaś z tych dwóch kątów mierzy ſię przez kąt, iaki czynią z płaſzczyzną poziemną linie ſtyczne z końcami *C* i *O* linii krzywéy, którą obiéga śrzodek pod czas utłoczenia i powrotu ſprężyſtości; ta linia krzywa ieſt tém mnieyſza. im takowe utłoczenie i powrót do ſprężyſtości ſą bliżſze przeciągu momentalnego.

494. Jeżeli zechcemy miéć wzgląd na ważność, i rozumiéć będziémy że ciało rucha ſię w kierónku *BD*; to takowe, obieży część *DC* paraboli, któréy liniia *AC* byłaby ſtyczną, aż do ſpotkania ſię z płaſz-

płaszczyzną; a gdy ustanie tłoczenie, to obieży znowu drugą część OS paraboli, piérwszéy części doskonale równą, i tak położoną iak tamta.

495. Tarcie pomaga także do łatwości odbitki, sprawuiąc w ruchadle kołowrot, przy pomocy którego, tém łatwiéy przełamuie zawady; co pokaże się lepiéy, gdy mówić będziemy o tarciu. Takie tedy są przyczyny i główniéysze okoliczności sciągaiące się do strzélania *na odbitkę*.

Co się zaś tycze natury linii krzywéy, iaką obiéga pocisk wkopuiąc się, i co do stósunku zachodzącego między kątèm padłości a kątém odbitności, w téy mierze trzebaby miéć wiadome prawidło odporu tego miéysca, w którém wkopuie się pocisk; a takowe prawidło nieiest nam wiadome, tylko w rościekach właściwie rzeczonych. Lecz ponieważ zrównania, mogące służyć do ustanowiénia takowego ruchu w rościekach, zdaią się bydź niezgodne do całkowania sposobami znaioméml, przeto niemyślimy tu ściśley téy materyi rozbiérać.

O Ruchu Pocisków w miéyscach odpornych.

496. Widzieliśmy dopiéro, że w miéyscu nieodpornéin, liniia krzywa którą pociski przebiégaią iest Parabolą; i że maiąc wiadomą tylko iednę donioßość pod kątém także wiadomym, można łatwo

wynaléśdź inną donioßość, odpowiadaiącą wszelkiemu innemu danemu nachyleniu. W miéyscu zaś, przynaymniéy znacznie odpornéin, rzeczy maią się inaczéy; liniia krzywa wypada zawilsza, i donioßości nietak łatwo wnoszą się iedne z drugich.

497. Lubo zdawałoby się że powietrze, około 850 razy mniéy geste aniżeli iest woda, niepowinnoby z téy przyczyny ruchowi pocisków czynić znacznego odporu; atoli zbyteczna szypkość z iaką pospolicie pociski Artyleryczne wyrzucone bywaią, niepozwala o tém bynaymniéy wątpić, ażeby tén odpór niémiał znakomitego stósunku z wagą pomiénionych pocisków; a zatém iawna iest, iż koniecznie nań trzeba miéć wzgląd, chcąc z iednéy donioßości wiadoméy, wniéść sobie donioßość odpowiadaiącą inszemu nachyleniu.

498. Nim przystąpimy do ustanowiénia téoryi w téy matéryi, zobaczmy piérwéy, czego nas uczy doświadczenie o tym odporze.

Próby

Próby wykonane w la Fère *w Mieſiącu Czerwcu R.* 1740, *armatą* 24ſwą, *nabitą* 9ſtami *prochu.*

KĄTY rzucenia	Donioſłości doświadczone	Jakie powinny były bydź donioſłości wmiéyſcu prożném; uważaiąc donioſłość pod 15° iakoby wykonaną także w miéyſcu prożném.
ſtopnie	*ſążnie*	*ſążnie*
4	820	467
15	1675	1675
20	1740	2153
25	1825	2566
30	1910	2901
35	2020	3148
40	2050	3300
45	2200	3350.

Trzecia kolumna téy Tablicy zaſadza ſię na formule $b = 4h$ wſt. a doſt. $a = 2h$ wſt. $2a$ (575 i 480). Rozumieiąc $a = 15°$, a $b = 1675$, znayduie ſię bydź $h = 1675$. A zatém poprzedzaiąca formuła przemiénia ſię w tę $b = 3350 \times$ wſt. $2a$; tak iż biorąc z kolei $a = 20°$, $a = 25°$ i.t.d. wypadłyby z rachunku te liczby które znayduią ſię bydź położone w trzeciéy kolumnie.

To założywſzy, przyſtóſówanie drugiéy i trzeciéy kolumny iedna do drugiéy, ſtanowi widocznie znaczny odpór z ſtrony powietrza. Jakóż 1òd, wziąwſzy donioſłość pod 15° iakoby wykónaną w miéyſcu próżném, moc prochu tym ſpoſobém bierze ſię za mniéyſzą, aniżeli ieſt w ſaméy rzeczy; albowiém iawna ieſt, że trzeba było większéy mocy, do ſprawiénia donioſłości na 1675 *ſą.* w miéyſcu odpórnèm, aniżeli w miéyſcu próżném. Idzie więc za tem że donio-

nioſłość wnieſiona ſtąd, ażeby odpowiadała
4 ſtopniom w miéyſcu próżném, nietylko
muſi wypadać mniéyſza, iakby wypadała w
témże miéyſcu prożném, wykonana prawdzi-
wą ſiłą prochu, ale może bydź nawet mniéy-
ſzą od téy, która naſtąpi w miéyſcu odpór-
ném, ieżeli błąd wynikaiący z tego przypu-
ſzczenia względém mocy prochu, ieſt zna-
komity; iak tu w rzeczy ſaméy widziéć ſię
daie, gdzie donioſłość w miéyſcu prożném,
niewynoſi tylko 467 *ſą.*, gdy tym czaſém w
miéyſcu odpornèm pokazała ſię bydź wielka
na 820 *ſą.* 2re Lubo ſtąd iawna ieſt, że uwa-
żaiąc donioſłość pod 15° iakoby wykonaną
w miéyſcu prożném, że mówię tym ſpoſobém
moc prochu bierze ſię daleko mniéyſza, aniże-
li ieſt w rzeczy ſaméy, atoli z przyſtóſówa-
nia między ſobą innych donioſłościów poka-
zuie ſię, że odpór powietrza, donioſłości do-
świadczone znacznie poodmiéniał. Jakóż z
trzeciéy kolumny wnióść ſobie można, że do-
nioſłości wykonane mocą prochu tak oſzacó-
waną iak wyżéy, to ieſt mocą daleko ſłabſzą
od rzetelnéy, przecięż powinnyby były bydź
znacznie większe od doświadczonych. Rzecz
tedy ieſt bynaymniéy niewątpliwa, (przy-
naymniéy w naboiach wielkich), że odpór
powietrza tak dalece odmiénia donioſłości,
iż na fundamencie tego poſpolitego mniéma-
nia, iakoby pociſki obiégały parabolę, nié-
można ſobie wnoſić donioſłościów iedne z
drugich, bez wydania ſię na popełniénie da-
leko znaczniéyſzych błędów, aniżeli ſą te
wártości, które maią bydź wynalezione.

499. Zobaczmy teráz iakim ſpoſobém teorya, może nas nauczyć, wynaleziénia z donioſłości wiadoméy,

méy, innéy donioſłości, odpowiadaią-
céy wſzelkiému innému nachyleniu.

Zmyślmy ſobie, że liniia ABC
fig. 51. (fig. 51), ieſt żądaną liniią krzywą,
i że ruchadło właśnie ninie przebié-
ga łuczek niezmiérnie mały Mm.
Bez czynności odporu i ważności,
w naſtępuiącym momencie toż ru-
chadło przebiegłoby liniią mq, poło-
żoną w przedłużeniu łuku Mm. Day-
my że w przeciągu tegóż momentu,
dla odporu, ſpozniłoby ſię na ilość qn,
a mocą ważności, żniżyłoby ſię na
ilość nm'; to punkt m' będzie pun-
ktém na którym ruchadło ſtanie w
drugim momencie. Poprowadźmy
liniią qr równoległą pionowéy MP,
i ns, równoległą poziemnéy AC.
Oznaczmy AP przez x; PM przez
y; łuk AM przez s; a oráz rozumiéy-
my że R i p, oznaczaią odpór i wa-
żność ruchadła w rościeku; to ieſt
ſzypkości, iakieby ſprawiły te ſiły w
przeciągu iednéy minuty wtóréy,
gdyby za każdym momentém równo
czyniły przez tęż minutę wtórą.
To na wyrażenie ſzypkościów, ſpra-
wionych w przeciągu iednego mo-
mentu, mielibyśmy Rdt i pdt (163).

Zmyśl-

Zmyślmy ſobie umniéyſzenie ſzypko-
kości, pochodzące z odporu, które tu może-
my ſobie oznaczyć przez qn, zmyślmy ie
ſobie mówię rozłożone na dwa inne, iedno
pionowe qs, a drugie poziemne qo; mieć bę-
dziém $nq : sq : : Rdt$ do umniéyſzenia ſzyp-
kości, ſprawionego przez odpór w rozumié-
niu pionowém; mieć także będziém $nq : sn$
$: : Rdt$ do umniéyſzenia ſzypkości w rozu-
miéniu poziémném. Lecz poprowadziwſzy
liniią Mt równoległą linii AC, mamy nq
$: sq : sn : : Mm : mt : Mt : : ds : dy : dx$; więc
umniéyſzenie ſzypkości w kiérónku qs, bę-
dzie wyrażone przez $\frac{Rdydt}{ds}$, a w kiérónku
sn, przez $\frac{Rdxdt}{ds}$. Więc ieżeli do piérwſzego
umniéyſzenia, przydamy czynność ważności
pdt, mieć będziém $\frac{Rdydt}{ds} + pdt$, i $\frac{Rdxdt}{ds}$, na
umniéyſzenia ſzypkości, w rozumiéniu pio-
nowém i w rozumiéniu poziemném.

Lecz ciało przebiégaiąc łuk Mm, pomy-
ka ſię równolegle z liniią PM, na ilość tm
albo dy, a równolegle z liniią AP na ilość
Mt albo dx; więc ſzypkością iego równole-
głą linii PM, będzie $\frac{dy}{dt}$, a ſzypkością ró-
wnoległą linii AP, będzie $\frac{dx}{dt}$. Więc kiedy
będzie przebiégać łuk mm', takowémi ſzypko-
ściami byłyby ilości $\frac{dy}{at} + d\left(\frac{dy}{dt}\right)$ i $\frac{dx}{dt} + d\left(\frac{dx}{dt}\right)$,
ieżeli coráz rosną; więc $-d\left(\frac{dy}{dt}\right)$ i $-d\left(\frac{dx}{dt}\right)$.
ſą umniéyſzeniami czyli ubytkami pomiénio-
nych

nych ſzypkościów. Miéć tedy będziém $\frac{Rdydt}{ds} + pdt = -d(\frac{dy}{dt})$, i $\frac{Rdxdt}{ds} = -d(\frac{dx}{dt})$.. Dwa zrównania, których ſcałkówanie, okaże nam ruch i liniią krzywą. Zobaczmy to w niektórych przyſtóſowaniach.

500. Jeżeli odporu niéma żadnego, to będzie $pdt = -d(\frac{dy}{dt})$, i $o = -d(\frac{dx}{dt})$; co po ſcałkowaniu, daie nam $pt = C - \frac{dy}{dt}$, i $C = \frac{dx}{dt}$. Żeby wynaléśdź wártości tych dwóch ſtatecznych, daymy że AZ ieſt liniią rzucenia; kąt ZAC oznaczmy przez a; a ſzypkość rzucenia przez V; miéć będziém V doſt. a, na poziemną ſzypkość początkową; a V wſt. a, na pionową ſzypkość także początkową. Więc ſtateczne C i C' powinny bydź takie, ażeby kiedy ieſt $t = o$, było $\frac{dx}{dt} = V$ doſt. a, a $\frac{dy}{dt} = V$ wſt. a. Będzie tedy $o = C - V$ wſt. a, a $C = V$ doſt. a. Więc $pt = V$ wſt. $a - \frac{dy}{dt}$, a V doſt. $a = \frac{dx}{dt}$. Więc ſcałkówawſzy na nowo, będzie $y = Vt$ wſt. $a - \frac{1}{2}pt^2$, i $x = Vt$ doſt. a. Całki, którym nieprzydaią ſię ſtateczne; bo w tén czas kiedy $t = o$, y i x ſtaią ſię także zerami, iak bydź powinno. Jeżeli w piérwſzém z tych dwóch zrównań, położymy wártość ilości t, wyciągnioną z drugiego zrównania, to miéć będziem $y = \frac{x \text{ wſt. } a}{\text{doſt. } a} - \frac{\frac{1}{2}px^2}{V^2 \text{doſt.}^2 a}$; albo oznaczywſzy przez h wyſokość odpowiadaiącą ſzypkości V, będzie $y = \frac{x \text{ wſt. } a}{\text{doſt. } a} - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 a}$, zrównanie ze wſzech miar toż ſamo, które wzwyż wynaleźliśmy w podobnmyże przypadku (472).

501. Daymy teráz że odpór ieſt proporcyonalny kwadratóm ſzypkościów, podług prawidła należącego do odporu rościeków (375). Na fundamencie tego co ſię rzekło (382), miéć będziém $nDSu^2dt$, na ilość ruchu, iaką odpór wyniſzcza w przeciągu momentu dt; a zatém oznaczywſzy przez M miąższość pociſku, miéć będziém $\frac{nDSu^2dt}{M}$ na wyrażenie ſzypkości utraconéy w iednym momencie, albo na wártość, którą in-

dziéy oznaczyliśmy byli przez Rdt; więc $R = \frac{nDsu^2}{M}$; zróbmy $\frac{nDS}{M} = \frac{p}{k^2}$, i położmy zamiaſt u wártość iego $\frac{ds}{dt}$, a mieć będziém $R = \frac{p}{k^2} \times \frac{ds^2}{dt^2}$.

Naſze tedy dwa zrównania ogólne (499), przemienią ſię w te, $\frac{pdyds}{k^2dt} + pdt = -d\left(\frac{dy}{dt}\right)$, i $\frac{pdxds}{k^2dt} = -d\left(\frac{dx}{dt}\right)$. Dla proſtſzego wyrażenia rozumieymy dt bydź ſtateczne, co nam da $\frac{pdyds}{k^2} + pdt^2 = -ddy$, i $\frac{pdxds}{k^2} = -ddx$. Położywſzy w piérwſzém z tych dwóch zrównań wártość ilości ds wyciągnioną z drugiego zrównania, mieć będziém $\frac{-dyddx}{dx} + pdt^2 = -ddy$, albo $pdt^2 = \frac{dyddx - dxddy}{dx} = -dx \times d\left(\frac{dy}{dx}\right)$. A że zrównanie $\frac{pdxds}{k^2} = -ddx$, będąc rozmnożone przez k^2dt^2, daie $pdxdsdt^2 = -k^2dt^2ddx$. Więc położywſzy zamiaſt pdt^2, wártość iego $-dx \times d\left(\frac{dy}{dx}\right)$, mieć będziém $-dx^2 d\left(\frac{dy}{dx}\right) ds = -k^2dt^2ddx$. Lecz znowu $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)}$; więc naoſtatek będzie $dx^3 d\left(\frac{dy}{dx}\right) \times \sqrt{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)} = k^2dt^2ddx$, albo $d\left(\frac{dy}{dx}\right) \times \sqrt{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)} = k^2dt^2 \times \frac{ddx}{dx^3}$. I toć ieſt

ieſt zrównanie, które trzeba ſcałkówać, żeby mieć liniią krzywą iaką przebiéga pociſk.

502. Z przyczyny że dt ieſt ſtateczne, druga część zrównania może bydź łatwo ſcałkówana i daie $\frac{-k^2dt^2}{2dx^2}$. Zobaczmy teráz iakby ſcałkować część piérwſzą.

503. Uważmy że $\frac{dy}{dx}$ wyraża ſtyczną kąta, iaki czyni liniia krzywa w każdym punkcie z liniią poziemną. Zróbmy $\frac{dy}{dx} = \frac{zz}{1-zz}$; to z będzie ſtyczną połowy tego kąta. Jakóż podług tego co ſię rzekło (Jeom. 286), ieżeli a oznacza kąt iakikolwiek, to będzie wſt. $2a$ = 2wſt. a doſt. a. i doſt. $2a$ = doſt.$^2 a$ — wſt.$^2 a$; więc $\frac{\text{wſt. } 2a}{\text{doſt. } 2a}$, albo ſtycz. $2a = \frac{2 \text{ wſt. } a \text{ doſt. } a}{\text{doſt.}^2 a - \text{wſt.}^2 a}$, albo rozdzieliwſzy przez doſt.$^2 a$, będzie ſtycz. $2a$

$$= \frac{\frac{2 \text{ wſt. } a}{\text{doſt. } a}}{1 - \frac{\text{wſt.}^2 a}{\text{doſt.}^2 a}} = \frac{2 \text{ ſtycz. } a}{1 - \text{ſtycz.}^2 a}.$$

504. To założywſzy, ieżeli zrobimy w rzeczy ſaméy $\frac{dy}{dx} = \frac{2z}{1-zz}$, to mieć będziém

dziém $d(\frac{dy}{dx}) = \frac{2(1+zz)}{(1-zz)^2}dz$; i $\sqrt{(1+\frac{dy^2}{dx^2})}$ $= \sqrt{(1+\frac{4z^2}{(1-zz)^2})} = \sqrt{(\frac{1+2z^2+z^4}{(1-zz)^2})} = \frac{1+zz}{1-zz}$.

Naſze tedy zrównanie przemiéni ſię w to, $\frac{2(1+zz)^2}{(1-zz)^3}dz = k^2dt^2\frac{ddx}{dx^3}$. Lecz podług (103), całką piérwſzéy części, ieſt $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} + \int\frac{dz}{1-zz}$, iako to można ſobie ſprawdzić przez zróżniczkówanie; podług tego zaś co ſię rzekło (108 i 111), znalezlibyśmy $\int\frac{dz}{1-zz} = \frac{1}{2}\log.\frac{1+z}{1-z}$, więc będzie $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} + \frac{1}{2}\log.(\frac{1+z}{1-z}) = C - \frac{k^2dt^2}{2dx^2}$.

505. Wynaydźmy naprzód ſtateczną C. Oznaczmy przez l kąt rzucenia. W punkcie rzucenia mieć będziém $ds : dx :: 1 : \text{doſt.}\ l$; a zatém $dx = ds\ \text{doſt.}\ l$; więc $dx^2 = ds^2\ \text{doſt.}^2\ l$. Niechayby było V ſzypkością rzucenia; to w ſamym punkcie rzucenia, będzie $ds = Vdt$. Mieć tedy będziém $dx^2 = V^2dt^2\ \text{doſt.}^2\ l$; a zatém $\frac{dt^2}{dx^2} = \frac{1}{V^2\ \text{doſt.}^2\ l}$. Oznaczywſzy przez h wyſokość, z któréy pociſk powiniénby upaśdź w miéyſcu prożném, żeby nabył mocą wagi ſwoiéy iaką ma w powietrzu, ſzypkości rzucenia V, mielibyśmy $V^2 = 2ph$ (176). Więc $\frac{dt^2}{2dx^2} = \frac{1}{4ph\ \text{doſt.}^2\ l}$. Położywſzy tę wartość w naſzém zrównaniu, a oraz wziąwſzy $\frac{1}{2}l$ zamiaſt z, mieć będziém $\frac{\text{ſtycz.}\ \frac{1}{2}l + \text{ſtycz.}^3\ \frac{1}{2}l}{(1-\text{ſtycz.}^2\ \frac{1}{2}l)^2} + \frac{1}{2}\log.\frac{1+\text{ſtycz.}\ \frac{1}{2}l}{1-\text{ſtycz.}\ \frac{1}{2}l} = C - \frac{k^2}{4ph\ \text{doſt.}^2\ l}$; ... zrównanie, daiące wártość ſtateczné C.

506. Powróćmy teráz do naſzéy całki, i połóżmy w niéy zamiaſt dt^2, wártość iego wyciągnioną z zrównania $pdt^2 = -dx\,d(\frac{dy}{dx})$, które, z przyczyny że $\frac{dy}{dx} = \frac{2z}{1-zz}$, przemiénia ſię w to, $pdt^2 = -dx \times d(\frac{2z}{1-zz})$. Mieć tédy będziém $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} + \frac{1}{2}\log.(\frac{1+z}{1-z})$

$$= C + \frac{k^2d(\frac{2z}{1-zz})}{2pdx};$$ ſkąd wyciąga ſię

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d(\frac{2z}{1-zz})}{C - \frac{z+z^3}{(1-zz)^2} - \frac{1}{2}\log.(\frac{1+z}{1-z})}.$$

Takie więc ieſt zrównanie, które trzeba ſcałkówać, żeby mieć liniią krzywą, iaką obiéga pociſk w miéyſcu odpórném, kiedy gęſtość materyi odpórnéy ieſt nieodmiénna.

507. To zrównanie nieda ſię w powſzechności ſcałkówać ſpoſobami znaioméмi, ſpoſoby też poſpoli-

litego przybliżenia, niémogą tu mieć miéyſca, iak tylko w przypadku, na którym nam naymniéy zależy, to ieſt w takim przypadku, kiedyby ſzypkość była nieznaczna. Kiedy ſzypkość ieſt bardzo mała, to z przyczyny ilości C naténczas bardzo wielkiéy, można zaniedbać całą część odmiénną mianownika, przez co zrównanie wyſzłoby na $\frac{2pdx}{k^2} = -\frac{1}{C} d(\frac{2z}{1-zz})$.

Podług tegóż przypuſzczenia, wártość ilości C, wypada $C = \frac{k^2}{4ph \text{ doſt}^2 I}$; tak iż ſtaie ſię $dx = -2k \text{ doſt}^2 I \times d(\frac{2z}{1-zz})$; zrównanie, którego cálką ieſt $x = C' - 2h \text{ doſt}^2 I \times \frac{2z}{1-zz}$. Lecz kiedy ieſt $\frac{2z}{1-zz}$ albo $\frac{dy}{dx} =$ ſtycz. I, to powinno bydź $x = 0$; więc $0 = C' - 2h \text{ doſt}^2 I \times$ ſtycz. I; a $C' = 2h$ wſt. I doſt. I; więc $x = 2h$ wſt. I doſt. $I - 2h \text{ doſt}^2 I \times \frac{2z}{1-zz} = 2h$ wſt. I doſt. $I - \frac{2hdy}{dx} \times$ doſt. I; ſkąd wyciąga ſię $\frac{x^2}{2} = 2hx$ wſt. I doſt. $I - 2hy \text{ doſt}^2 I$; a zatém $4hy \text{ doſt}^2 I = 4hx$ wſt. I doſt. $I - xx$; zrownanie toż ſamo, które znalezliśmy byli do miéyſca nieodpornego (472); tak iż kiedy ſzypkość ieſt bardzo mała, to liniia krzywa ieſt Parabolą, iak było w miéyſcu prożném.

508.

508. Jeżeli ſzypkość, niebedąc bardzo małą, ieſt przecięż taka, izby C było znacznie większe, od naywiękſzéy wártości ilości $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} + \frac{1}{2}\log.(\frac{1+zz}{1-z})$; to w takim razie można ſcáłkówać przez przybliżenie, wykonawſzy rozdzielenie podług (Alg. 135) licznika $-d(\frac{2z}{1-zz})$, przez mianownika $C - \frac{z+z^3}{(1-zz)^2} - \log.(\frac{1+z}{1-z})$, wziętego za ilość dwuſłowną, któréy piérwſzym wyrazém byłoby C. A potèm ilości $\frac{2z}{1-zz}$, $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2}$, i $\log.\frac{1+z}{1-z}$ zebrawſzy w rzęd, ſpoſobém w Algebrze przepiſanym, na wártość ilości $\frac{2pdx}{k^2}$, mielibyśmy naſtępſtwo ilościów iednoſłownych, łatwych do ſcálkówania, które ſkładać będą rzęd tém znakomiciéy ubywaiący, im będzie większe C. Ale nad tym rodzaiém przybliżenia, zaſtanawiać ſię tu niebędziémy, tém bardziéy, że nietylko rościąga ſię do małéy liczby przypadków, ale też iż te nawet przypadki, zawiérać ſię będą w naſtępuiącém przybliżeniu.

509. Rozłóżmy naſamprzód w rzęd, ilość $\frac{1}{2}\log.\frac{1+z}{1-z}$; a mieć będziém (87), $\frac{1}{2}\log.(\frac{1+z}{1-z}) = z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \frac{z^9}{9} + \frac{z^{11}}{11}$ i.t.d. Rozmnóżmy tę ilość przez $(1-zz)^2$, a mnogość dodaymy

do

do licznika ilości $\frac{z + z^3}{(1 - zz)^2}$; co nam da $\frac{2z - 2z^3 + \frac{4}{3}z^3 + \frac{8}{15}z^5 + \frac{8}{105}z^7 + \frac{8}{315}z^9 + \frac{8}{693}z^{11} \text{ i.t.d.}}{(1 - zz)^2}$.

Naſze tedy zrównanie przemiéni ſię w to

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\left(\frac{2z}{1 - zz}\right)}{C - \frac{2z - 2z^3 + \frac{4}{3}z^3 + \frac{8}{15}z^5 \text{ i.t.d.}}{(1 - zz)^2}};$$

co można zebrać na $\frac{2pdx}{k^2} = -$

$$\frac{-d\left(\frac{2z}{1 - zz}\right)}{C - \frac{2z}{1 - zz}\left(1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{15}z^4 + \frac{4}{105}z^5 + \text{t.d.}}{1 - zz}\right)}.$$

To założywſzy, gdyby ilość $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{15}z^4 \text{ i.t.d.}}{1 - zz}$, była ſtateczna, albo gdyby bez narażenia ſię na popełnienie błędów daleko większych, aniżeli ſą te które w praktyce zdarzyć ſię mogą, można było rozumiéć, że ilość $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{15}z^4 \text{ i.t.d.}}{1 - zz}$ równa ſię pewnéy ilości ſtatecznéy a, to zrównanie dałoby ſię ſcáłkować bardzo łatwo; bo w takim razie miélibyśmy

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\left(\frac{2z}{1 - zz}\right)}{C - \frac{2az}{1 - zz}},$$

gdzie druga - -

część

część ieſt różniczką logarytmową. Zobaczmy tedy iak daleko można ſobie pozwolić w poczytaniu ilości $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \text{t.d.}}{1 - zz}$ za ſtateczną.

511. Ponieważ z, oznacza ſtyczną połowy kąta, iaki czyni liniia krzywa w którymkolwiek punkcie z poziómém, przeto naywiękſzą iego wártością w ramiéniu *odziemném*, ieſt ſtyczna połowy kąta rzucenia; tak iż *np.* ieżeli kąt rzucenia ma 25°, to wyráz $\frac{\frac{2}{3}z^2}{1 - zz}$ albo $\frac{2z}{1 - zz} \times \frac{1}{3}z$, który ieſt daleko więkſzy od naſtępuiących, byłby wyrażony przez ſtycz. 25° × $\frac{1}{3}$ſtycz. 12°30′; lecz ta ilość wychodzi około na 0,034; więc w całéy rozległości ramiénia odziemnego, ilość $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{15}z^4 \text{ i.t.d.}}{1 - zz}$ nieodmiéniałaby ſię, iak tylko od 1,034 aż do 1. Więc przynaymniéy aż do 25°, można bez grubego błędu rozumieć, że $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{15}z^4 \text{ t.d.}}{1 - zz}$ ieſt ilością ſtateczną.

512. Zeby wiedzieć iakiey ilości ſtatecznéy nayprzyzwoiciéy użyćby można zamiaſt $1 + \frac{\frac{2}{3}z^2 + \text{t.d.}}{1 - zz}$, uważam, iż ponieważ ſzypkość rzucenia ieſt bardzo wielka, przeto ramię odziemne, w więkſzéy ſwoiéy części *AC* (fig. 52), wypada znacznie proſtoliniowe, a zatém z, w całéy rozległości fig. 52.

ści AC powinno zachować wartość swoię początkową z małém uchybiéniém. Więc nayprzyzwoiciéy będzie zrobić $z = \frac{1}{2}$ stycz. I.

513. A tak, w rzuceniach wykonanych pod stopniami małoco przechodzącémi 25°, zrownanie $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2az}{1-zz}}$ wyraża liniią krzywą z dostateczną dokładnością, przynaymniéy co do części odziémnèy, rozumieiąc bydź $a = 1 + \frac{\frac{2}{2}\,\text{stycz.}^2 \frac{1}{2}I + \frac{4}{15}\,\text{stycz.}^4 \frac{1}{2}I \text{ i. t. d.}}{1 - \text{stycz.}^2 \frac{1}{2}I}$.

514. Co się dotyczé ramiénia *kuziemnego*; lubo z pominąwszy punkt D, gdzie nachylenie iest takież samo iak w punkcie A, powinno miéć wártości coráz większe, atoli błąd któryby wyniknął z naszego przypuszczenia, niewpływa tak bardzo w to drugie ramię, iak w piérwsze. Albowièm w takim razie z będąc ilością przéczącą, mianownik $C - \frac{2z}{1-zz}(1 + \text{t. d.})$ zamiast wyrażania rożnicy między dwiéma ilościami, wyraża summę onychże, a zatém błąd zachodzący w tym mianowniku, wpływa tem mniéy w wártość ułamka. Więc byleby liniia krzywa w punkcie upadku E, nieczyniła z poziómem kąta bardzo wielkiego, to zrównanie $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2az}{1-zz}}$, może zawsze służyć do całéy linii krzywéy.

515. Rozbierzmy teráz szczególniéy, co takowe przybliżenie może sprawić w doniosłościach.

$$\text{Wártość } \frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2z}{1-zz}(1 + \text{t. d.})}.$$

staiąca się naymniéyszą iak tylko bydź może w tén czas, kiedy $z = 0$, to iest w samym wiérszchołku linii krzywéy, daie znać, że $\frac{2px}{k^2}$ iest różnicą, między pewną ilością stateczną, a między całką ilości $\frac{d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2z}{1-zz}(1 + \text{t. d.})}$, to iest, że $\frac{2px}{k^2} = C' - \int \frac{d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2z}{1-zz}(1 + \text{t. d.})}$.

Więc w miarę tego, iako nasze przybliżenie, ilość położoną pod znakiém $\int$ da nam wielką lub małą, doniosłość przeciwnym sposobém wypadać będzie mała lub wielka.

516.

516. Lecz w wyrażeniu $\frac{-d(\frac{2z}{1-zz})}{C-\frac{2az}{1\mp zz}}$, ilości *a* naznaczamy tu taką wártość, która w ramièniu odziémném, ieſt rzetelnie większa nad czynnika, zamiaſt którégo kładzie ſię, a zatém która powiękſza ilość położoną pod znakièm $\int$; więc w ramièniu odzièmném, przybliżenie naſze, zmiérza do wſkazania nam donioſłościów mnièyſzych, iakby wypadać powinny, przypuściwſzy gęſtość materyi odpornéy wſzędzie iednokſztáłtną.

517. W ramiéniu kuziemném, gdzie *z* ieſt ilością przéczącą, zrównanie przemiénia ſię w to $\frac{2px}{k^2} = C' + \int \frac{d(\frac{2z}{1-zz})}{C + \frac{2z}{1-zz}(1 + \text{t. d.})}$ w którém, wártość ilości *a* ieſzcze ieſt na- fig. 52.
zbyt wielka od punktu *B* (fig. 52) aż do punktu *D*, gdzie nachylenie powraca nazád do tegóż ſtopnia iak było w punkcie *A*, więc i tu przybliżenie naſze daie nam donioſłość ieſzcze zamałą. Lecz pominąwſzy punkt *D*, ilość *a* ieſt bardzo mała, przez co ilość położona pod znakiém ſtaie ſię bardzo wielką, więc tu iuż powiękſza ſię donioſłość.

Z tém wſzyſtkiém, ponieważ wártość ſtatecznéy *C'* ſtanowi ſię tylko przez przybliżenie, przeto takowa wártość iéy, ſłuży po

po większéy części do nadgrodzenia tego, coby przypuſzczona wártość ilości *a*, mogła ſprawować obłędnego; tak iż nawet w nachyleniach kątów znacznie wielkich, donioſłości wypadać będą ogółém dość doſkonanałe, przypuściwſzy gęſtość mrteryi odpornéy wſzędzie iednokſztáłtną.

518. Niebyłoby nam rzeczą bardzo trudną, to przybliżenie przywiéśdź ieſzcze do ściśléyſzéy dokładności, dawſzy inſzą poſtać mianownikowi wártości dx; ale odkładamy to ſobie na koniec ninièyſzego tomu; bo chociażbyśmy tym ſpoſobém zrównanie ſłużące do donioſłościów w miéyſcu iednokſztáłtnie odpórném, uczynili doſkonálſzém, iednakże wypadek nielepiéy przeto zgadzálby ſię z doświadczeniém, gdybyśmy oráz niepodali ſpoſobu wprowadzenia w rachunek odmiéniaiącéy ſię gęſtości. Co teráz odwiodłoby nas zbyt daleko od zamiaru naſzego.

519. Przyſtąpmy tym czaſém do oſtatecznego zrównania. Daymy naſamprzód ſtatecznéy *C* i czynnikowi *a*, poſtać naywygodniéyſzą do liczebnego rachunku. Mamy *a*

$$= 1 + \frac{\frac{2}{3}\,\text{ſtycz.}^2\,\tfrac{1}{2}I + \frac{4}{15}\,\text{ſtycz.}^4\,\tfrac{1}{2}I + \frac{4}{105}\,\text{ſtycz.}^6\,\tfrac{1}{2}I \text{ i.t.d.}}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\tfrac{1}{2}I}.$$

Takowéy wártości *a*, możemy dać inſzą poſtać

ſtać $a = 1 + \frac{2\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I} \times (\frac{1}{3}\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I + \frac{2}{15}\,\text{ſtycz.}^3\,\frac{1}{2}I + \frac{2}{105}\,\text{ſtycz.}^5\,\frac{1}{2}I$ i. t. d.); a że $\frac{2\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I} = \text{ſtycz.}\,I$, więc mieć będziém $a = 1\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I \times (\frac{1}{3}\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I + \frac{2}{15}\,\text{ſtycz.}^3\,\frac{1}{2}I + \frac{2}{105}\,\text{ſtycz.}^5\,\frac{1}{2}I$ i. t. d.). Co ſię tyczy ſtateczněy C, znalezliśmy wyżéy $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I} + \frac{\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I + \text{ſtycz.}^3\,\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I} + \frac{1}{2}\log.\left(\frac{1 + \text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I}\right)$; a zatém tę ilość rozłożywſzy w rzęd, i rozumiąc ſpoſobém podobnym owemu, iakiégo użyliśmy wyżéy (509 i daléy) względém z, znaydziémy bydź $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I} + \frac{2\,\text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I}\left(1 + \frac{\frac{2}{3}\text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I + \frac{4}{15}\,\text{ſtycz.}^4\,\frac{1}{2}I + \text{t.d.}}{1 - \text{ſtycz.}^2\,\frac{1}{2}I}\right)$; to ieſt $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I} + a\,\text{ſtycz.}\,I$.

520. To założywſzy, mieć tedy będziém $\frac{2pdx}{k^2} = -\frac{d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{2az}{1-zz}}$, zrównanie, którego całką podług (100), ieſt $\frac{2px}{k^2} = C' + \frac{1}{a}\log.\left(C - \frac{2az}{1-zz}\right)$.

Zeby mieć ſtateczną C', uważam
fig. 52. że w punkcie rzucenia A (fig. 52), powinno bydź $x = 0$; lecz w punkcie A,

ma-

mamy $\frac{2z}{1-zz} = \text{ſtycz.}\,I$, więc $0 = C' + \frac{1}{a}\log.(C - a\,\text{ſtycz.}\,I)$, a zatém $C' - \frac{1}{a}\log.(C - a\,\text{ſtycz.}\,I) = \frac{1}{a}\log.\frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I}$, położywſzy zamiaſt ſtateczněy C wártość onéyże. Więc $\frac{2px}{k^2} = \frac{1}{a}\log.\frac{4ph\,\text{doſt.}^2\,I}{k^2} \times \left(C - \frac{2az}{1-zz}\right)$. Więc oznaczywſzy przez e liczbę, któréy logarytmém byłoby 1, mieć będziém $e^{\frac{2apx}{k^2}} = \frac{4ph\,\text{doſt.}^2\,I}{k^2} \times \left(C - \frac{2az}{1-zz}\right)$, a zaś $\frac{2z}{1-zz} = \frac{1}{a}\left(C - \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I} \times e^{\frac{2apx}{k^2}}\right)$. Lecz mamy $\frac{dy}{dx} = \frac{2z}{1-zz}$; więc $dy = \frac{Cdx}{a} - \frac{k^2dx}{4aph\,\text{doſt.}^2\,I}\,e^{\frac{2apz}{k^2}}$. Scałkowawſzy na nowo, i wynalázłſzy ſtateczną przy pomocy tego warunku, ażeby y było zerém, kiedy x ieſt zerém, mieć będziém $y = \frac{Cx}{a} + \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2\,I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right)$, albo położywſzy zamiaſt C wártość onego $y = \left(\text{ſtycz.}\,I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2\,I}\right)x$.

+

$$+ \frac{k^4}{8a^2p^2h \text{ doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right).$$ Takie więc ieſt oſtateczne zrównanie, wynikaiące z piérwſzego przybliżenia, przy pomocy którego, można dochodzić donioſłościów, odpowiadaiących ſzypkościóm, zacząwſzy od naymniéyſzéy, przynaymniéy aż do takich, iakie wſkazuią próby wzwyż położone w Tablicy (498).

521. Jeżeli odpór ieſt mały, i ſzypkość wyrzucona także niewiélka, to naténczas naywiękſzą wártością ilości $\frac{2apx}{k^2}$ będzie mały ułamek, dla czego zamiaſt ilości $e^{\frac{2apx}{k^2}}$ można wziąśdź podług (90) iéy wártość przybliżoną $1 + \frac{2apx}{k^2} + \frac{2a^2p^2x^2}{k^4} - + \frac{4a^3p^3x^3}{3^{k^6}} -$ i.t.d. Zrównanie tedy przemiéni ſię w to, $y = x \text{ ſtycz. } I + \frac{k^2x}{4aph \text{ doſt.}^2 I} - \frac{k^2x}{4aph \text{ doſt.}^2 I} - - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 I} - \frac{apx^3}{6k^2h \text{ doſt.}^2 I}$ i. t. d.; które wychodzi na $y = x \text{ ſtycz. } I - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 I} - - - \frac{apx^3}{6k^2h \text{ doſt.}^2 I}$ i. t. d. A gdyby niebyło wcale żadnego odporu, tak iżby wypadało $\frac{p}{k^2} = 0$, tobyśmy mieli $y = x \text{ ſtycz. } I - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 I}$; albo $4hy \text{ doſt.}^2 I = 4hx \text{ wſt. } I \text{ doſt. } I - xx$; zrównanie zgoła takież ſamo, iakie znalezliśmy byli wyżéy (472); co téż tak bydź powinno.

522. Liedy odpór, lubo niezgoła równaiący ſię zerowi, ale przecięż ieſt taki, iż $\frac{k^2}{2ap}$ powinno bydź większe nad x, gdzie przez x rozumié ſię donioſłość, to liniią krzywą można wynaléśdź przy pomocy rzędu $y = x \text{ ſtycz. } I - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 I} - \frac{apx^3}{6k^2h \text{ doſt.}^2 I}$ i. t. d. doſtatecznie przedłużonego, w miarę małości ułamka $\frac{2apx}{k^2}$. Ale ieżeliby ułamek $\frac{2apx}{k^2}$ niewypádł dość mały, to zawſze krócéy i niezawodniéy będzie użyć zrównania wykładniczego, wzwyż podanego.

523. Zobaczymy zaráz, że w próbie uczynionéy pod 15º. (zob. Tab. pod l. 498), mamy $\frac{2ap}{k^2} = 0{,}0016597$; a że taż ſama próba daie $x = 1675$, więc będzie $\frac{2apx}{k^2} = 2{,}78$ z małém uchybiéniém; a zatém do wyrachówania doioſłościów przywiedzionych w przerzeczonéy Tablicy, niémożémy użyć rzędu $y = x \text{ ſtycz. } I - \frac{x^2}{4h \text{ doſt.}^2 I} - \frac{apx^3}{6k^2h \text{ doſt.}^2 I}$ i. t. d.; który w tym razie byłby roſnący.

524. Zobaczmy teráz iak daleko ta teorya zgadza ſię z doświadczeniém. Przez p rozumiéliśmy ważność pociſku w powietrzu; albo raczéy ſzypkość iakiéyby nabył pociſk w przeciągu iednéy minuty wtóréy, upadaiąc w miéyſcu próznèm, ale z umniéyſzeniem

niém wagi, takiéy obiętości powietrza, iakiéy zabiéra miéyſce ténże pociſk (312). Niechay będzie $2r$ śrzednica kuli; $1 : c$ ſtóſunek śrzednicy do okręgu; to na obiętość kuli mieć będziém $\frac{4}{3}cr^3$. Więc ieżeli D ieſt gęſtością powietrza, a D' gęſtością kuli, to mieć będziém $\frac{4}{3}D'cr^3$ na miąższość kuli, a $\frac{4Dcr^3}{3}$ na miąższość takiéy obiętości powietrza, iakiéy miéyſce zabiéra kula,

Niechay będzie p' ſzypkością, iaką nadaie ważność ciału ſwobódnemu, w przeciągu iednéy minuty wtóréy; to $p'dt$ wyrażać będzie ſzypkość odpowiadaiącą iednému momentowi; a zatém wagą kuli w miéyſcu próżném, ieſt $\frac{4D'cr^3}{3}p'dt$, a wagą obiętości powietrza, iakiéy miéyſce zabiéra kula, ieſt $\frac{Dcr^3}{3}p'dt$; więc $\frac{4cr^3}{3}p'dt\,(D'-D)$; wyrażać będzie wagę kuli w powietrzu; więc rozdzieliwſzy przez miąższość $\frac{4cr^3}{3}D'$ kuli, wypadnie $p'dt\left(\frac{D'-D}{D'}\right)$ na ſzypkość, iakiéy w rzeczy ſaméy nabywa kula w powietrzu, w przeciągu iednego momentu; więc mamy $p'dt\left(\frac{D'-D}{D'}\right)=pdt$ albo $p=\frac{D'-D}{D'}p'$.

Przyrodna ważność powietrza, ieſt 850tą częścią takiéyże ważności wody, a ważność żelaza lanego, ma ſię do ważności wody :: 7,114 : 1; więc $D' : D :: 6047 : 1$; więc $p=\frac{6046}{6047}p'$. Lecz że tén ułamek bardzo ma-

ło różni ſię od iedności, przeto możemy wziąśdź $p=p'=30{,}2$ ſt. $=5{,}03333$ ſą., ilość któréy logarytmém ieſt, log. $p=0{,}7018556$.

Rozumieliśmy znowu bydź $\frac{nDS}{M}=\frac{p}{k}$.

Lecz podług (382), $n=\frac{1}{2}$, a podług (396) $S=\frac{1}{2}S'$, gdzie przez S' oznacza ſię powierſzchnia naywiękſzego koła kuli. Nadto $S'=cr^2$; więc $S=\frac{1}{2}cr^2$. Widzieliśmy zaś dopiéro wyżéy, że $M=\frac{4}{3}cr^3D$; więc używſzy tych wártościów, mieć będziém $\frac{nDS}{M}=\frac{p}{k^2}=\frac{3}{8}\times\frac{D}{D'}\times\frac{1}{2r}$. Mamy zaś $\frac{D}{D'}=\frac{1}{6047}$, $2r=5{,}444$ cal. $=0{,}453666$ ſt. $=0{,}075611$ ſąż.

Skąd wnoſi ſię log. $\frac{p}{k^2}=6{,}9139057$.

525. Wynaydźmy naprzód ſiłę prochu, to ieſt, wyſokość h odpowiadaiącą ſzypkości kuli w ſamym wylocie z armaty. Piérwſza próba ſpomiędzy tych co wyżéy położyły ſię w Tablicy, była wykonana w 4^{o} to ieſt w nachyleniu kąta bardzo małego, który do naſzego zamiaru byłby nayzgodniéyſzy, gdybyśmy mogli bydź zapewnionémi, że kula wypádłſzy z kanału, trzyma ſię doſkonale kiérónku powziętego w nachyleniu z poziomém na 4^{o}; ale że nawet mała omyłka w miérzeniu tego kąta, ma zawſze znaczny ſtóſunek z ſamymże kątém, przeto moc prochu z niego wnieſiona, mogłaby bydź bardzo obłędna. A zatém kąt od 15^{o} zda nam ſię bydź do tego zgodniéyſzy, który i dla małości ſwoiéy pozwala mam pryzwoicie użyć rachunków naſzych, i oráz ieſt doſyć znaczny, na ſprawiénie tego, ażeby niepewność, mogąca zachodzić względém prawdziwego kiéronku kuli,

niém wagi, takiéy obiętości powietrza, iakiéy zabiéra miéyſce ténże pociſk (312). Niechay będzie $2r$ śrzednica kuli; $1 : c$ ſtóſunek śrzednicy do okręgu; to na obiętość kuli miéć będziém $\frac{4}{3}cr^3$. Więc ieżeli D ieſt gęſtością powietrza, a D' gęſtością kuli, to miéć będziém $\frac{4}{3}D'cr^3$ na miąższość kuli, a $\frac{4Dcr^3}{3}$ na miąższość takiéy obiętości powietrza, iakiéy miéyſce zabiéra kula,

Niechay będzie p' ſzypkością, iaką nadaie ważność ciału ſwobódnemu, w przeciągu iednéy minuty wtóréy; to $p'dt$ wyrażać będzie ſzypkość odpowiadaiącą iednému momentowi; a zatém wagą kuli w miéyſcu próżném, ieſt $\frac{4D'cr^3}{3}\,p'dt$, a wagą obiętości powietrza, iakiéy miéyſce zabiéra kula, ieſt $\frac{Dcr^3}{3}\,p'dt$; więc $\frac{4cr^3}{3}\,p'dt\,(D'-D)$; wyrażać będzie wagę kuli w powietrzu; więc rozdzieliwſzy przez miąższość $\frac{4cr^3}{3}\,D'$ kuli, wypadnie $p'dt\,(\frac{D'-D}{D'})$ na ſzypkość, iakiéy w rzeczy ſaméy nabywa kula w powietrzu, w przeciągu iednego momentu; więc mamy $p'dt\,(\frac{D'-D}{D'}) = pdt$ albo $p = \frac{D'-D}{D'}\,p'$.

Przyrodna ważność powietrza, ieſt 850tą częścią takiéyże ważności wody, a ważność żelaza lanego, ma ſię do ważności wody :: $7,114 : 1$; więc $D' : D :: 6047 : 1$; więc $p = \frac{6046}{6047}\,p'$. Lecz że tén ułamek bardzo ma-

lo

ło różni ſię od iedności, przeto możemy wziąśdź $p = p' = 30,2$ ſt. $= 5,03333$ ſą., ilość któréy logarytmém ieſt, log. $p = 0,7018556$.

Rozumieliśmy znowu bydź $\frac{nDS}{M} = \frac{p}{k}$.

Lecz podług (382), $n = \frac{1}{2}$, a podług (396) $S = \frac{1}{2}S'$, gdzie przez S' oznacza ſię powierſzchnia naywiękſzego koła kuli. Nadto $S' = cr^2$; więc $S = \frac{1}{2}cr^2$. Widzieliśmy zaś dopiéro wyżéy, że $M = \frac{4}{3}cr^3 D$; więc używſzy tych wártościów, miéć będziém $\frac{nDS}{M} = \frac{p}{k^2} = \frac{3}{8} \times \frac{D}{D'} \times \frac{1}{2r}$. Mamy zaś $\frac{D}{D'} = \frac{1}{6047}$, $2r = 5,444$ cal. $= 0,453666$ ſt. $= 0,075611$ ſąż.

Skąd wnoſi ſię log. $\frac{p}{k^2} = 6,9139057$.

525. Wynaydźmy naprzód ſiłę prochu, to ieſt, wyſokość h odpowiadaiącą ſzypkości kuli w ſamym wylocie z armaty. Piérwſza próba ſpomiędzy tych co wyżéy położyły ſię w Tablicy, była wykonana w 4^{o} to ieſt w nachyleniu kąta bardzo małego, który do naſzego zamiaru byłby nayzgodniéyſzy, gdybyśmy mogli bydź zapewnionémi, że kula wypádłſzy z kanału, trzyma ſię doſkonale kiérónku powziętego w nachyleniu z poziomém na 4^{o}; ale że nawet mała omyłka w miérzeniu tego kąta, ma zawſze znaczny ſtóſunek z ſamymże kątém, przeto moc prochu z niego wnieſiona, mogłaby bydź bardzo obłędna. A zatém kąt od 15^{o} zda nam ſię bydź do tego zgodniéyſzy, który i dla małości ſwoiéy pozwala nam przyzwoicie użyć rachunków naſzych, i oráz ieſt doſyć znaczny, na ſprawiénie tego, ażeby niepewność, mogąca zachodzić względém prawdziwego kiéronku kuli,

od-

odpowiadaiącego temu kątowi, niewpływała znacznie w miarę téy ilości którey ſzukamy.

Weźmy tedy donioſłość 1675 ſq. odpowiadaiącą 15 ſtopniom; to ieſt rozumiéymy bydź $x = 1675$. A naténczas, w zrównaniu $y = x\left(\text{ſtycz. } I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}\right) \ldots$

$$+ \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right),$$ ieżeli zrobimy $y = 0$, a $x = 1675$, to wártością h, będzie ilość wynikaiąca z zrównania $0 = 1675$

$$\left(\text{ſtycz. } I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}\right) + \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I} \times \left(1 - e^{\frac{2ap}{k^2} \times 1675}\right).$$

Ilość $\frac{k^2}{p}$ mamy wiadomą; Styczna téż I i doſt. I, łatwo mogą bydź wynalezione przy pomocy Tablic; niezoſtaie nam tedy do wyrachówania tylko a. To założywſzy na przód, mięć będziém.

Lo. ſtycz. 15° 0′ = 9,4280525	Stycz. 15° 0′ = 0,26795
log. doſt. 15 0 = 9,9849438	lo. ſtycz. 7. 30 = 9,1194291

Więc maiąc $a = 1 + \text{Stycz. } I\left(\frac{1}{3}\text{ſtycz. }\frac{1}{2}I + \frac{2}{15}\text{ſtycz.}^3 \frac{1}{2}I + \text{t. d.}\right)$, poſtąpimy daléy w rachunku w ten ſpoſób.

log. ſtycz. $\frac{1}{2}I$ - 9,1194291	log. $\frac{2}{15}$ ſtycz.^{3} $\frac{1}{2}I$ 6,4832260.
dop. log. 3 - - - 9.5228787	Więc $\frac{1}{3}$ St. $\frac{1}{2}I + \frac{2}{15}$ ſtycz.^{3} $\frac{1}{2}I$
log. $\frac{1}{3}$ ſtycz. $\frac{1}{2}I$ - 8,6423078	= 0,04389 + 0,00030
I znowu.	= 0,04419.
log. ſtycz.^{3} $\frac{1}{2}I$ - 7.3582873	Log. 0,04419 - 8.6453240
log. 2 - - - - 0,3010300	Log. ſtycz. I - 9,4280525
dop. log. 15 - - 8,8239087.	Więc log. ſtycz. I × ($\frac{1}{3}$ ſty-

($\frac{1}{3}$ ſtycz. $\frac{1}{2}I$ + $\frac{2}{15}$ ſtycz.^{3} $\frac{1}{2}I$) - 8,0733765	Log. $\frac{k^2}{4ap}$ - - - 2,4789224.
co odpow. liczbie 0,01184.	Dop. l. doſt.^{2} I - 0,0301124
Więc a = - - - 1,01184	Log. $\frac{k^2}{4ap\,\text{doſt.}^2 I}$ 2,5090348.
a log. a = - - 0,0051119.	
To założywſzy mamy log. $\frac{k^2}{p}$ = 3,0860943	Log. $\frac{k^2}{2ap}$ - - - 2,7799524
Dop. log. a - - 9,9948881	L. $\frac{k^4}{8a^2p^2\,\text{doſt.}^2 I}$ 5,2889872.
Dop. log. 2 - - 9.6989700	
Więc log. $\frac{k^2}{2ap}$ - 2,7799524.	Więc $\frac{k^4}{8a^2p^2\,\text{do.}^2 I}$ = 194530.
a log. $\frac{2ap}{k^2}$ - - - 7,2200476	Do tego lo. $\frac{k^2}{4ap\,\text{do.}^2 I}$ 2,5090348
log. 1675 - - - 3,2240148	log. 1675 - - 3,2240148
log. $\frac{2ap}{k^2}$ × 1675 0,4440624.	Log. $\frac{1675k^2}{4ap\,\text{doſt.}^2 I}$ 5,7330496
co odpow. liczbie 2,780112.	Więc $\frac{1675k^2}{4ap\,\text{doſt.}^2 I}$ = 540816.
Nadto log. $\frac{k^2}{2ap}$ - 2,7799524	Naoſtatek l. ſty. I 9,4280525
	log. 1675 - - 3,2240148
Dop. log. 2 - - 9,6989700	Log. 1675 ſtyc. I 2,6520673.

Więc 1675 ſtycz. $I = 448{,}815$. A zatém naſze zrównanie przemiénia ſię wto, $0 = 448{,}815$
$$+ \frac{540816}{h} + \frac{19430{,}27}{h}\left(1 - e^{2{,}780112}\right).$$

Lecz ogółém e^b, wyraża liczbę, któréy b byłoby logarytmém hiperbolicznym, a zatém podług (88) liczbę, która miałaby za logarytm poſpolity $b \times 0{,}4342945$; więc rozmnożywſzy 2,780112 przez 0,4342945, mięć będziém 1,2073873 na logarytm poſpolity ilości $e^{2{,}780112}$, który odpowiada liczbie 16,120829; więc $0 = 448{,}815 + \frac{54016}{h} -$

$$-\frac{194530{,}27 \times 16{,}120829}{h}, \text{ albo } 0 = 448{,}815 - \frac{2400643}{h}; \text{ więc } h = \frac{2400643}{448{,}815} = 5348{,}85 \text{ ſq.};$$

ilość, której logarytmem ieſt, log. h = 3,7282603.

526. Stąd tedy pokazuie ſię, że kula 24*ſtowa* wyſtrzelona 9*ſtami* prochu, wypada z wylotu z ſzypkością początkową, odpowiadaiącą wyſokości 5348,85 *ſq.* albo 32093 *ſt.* Lecz ciało ſpadaiące w mieyſcu próżnem z takiey wyſokości, nabyłoby ſzypkości 1393 *ſt.* na iednę minutę wtórą (176); więc naboy zawieraiący w ſobie 9 *ſtów* prochu, nadaie kuli 24*ſwey* w ſamym wylocie oneyże, ſzybkość wynoſzącą 1393 *ſt.* na iednę minutę wtórą

527. Skąd pokazuie ſię *1od* potwierdzenie tego co powiedziało ſię wyżey (421) o mocy prochu 2*re.* Wielka różnica zachodząca z tey przyczyny w oſzacowaniu mocy prochu. Jakoż, gdybyśmy uważali donioſłość w 15° iakoby zaſzłą w mieyſcu próżnem, na wyſokość h mielibyśmy 1675 *ſq.*, zamiaſt że tu na tęż wyſokość mamy 5349 *ſq.* 3*cie.* Ze lubo, przyrównawſzy do ſiebie drugą i trzecią kolumnę Tablicy wyżey położoney (498), w donioſłościach pod 20° nieznayduiemy tylko 413 *ſq.* różnicy, między donioſłością doświadczoną, a tą która powinnaby była naſtąpić w mieyſcu próżnem, gdyby donioſłość w 15° mogła także bydź uważona iakoby w mieyſcu prożnem; atoli różnica między donioſłością doświadczoną, a tą któraby w rzeczy ſamey naſtąpiła w mieyſcu próżnem, ieſt nierównie większa. Bo ponieważ ſiła prochu zamiaſt 1675 *ſq.* mierzy ſię przez 5348,85 *ſq.*; więc łatwo ſtąd daie ſię wnieść

przy

przy pomocy formuły $2h$ wſt. $2a$, że donioſłość pod 20° w mieyſcu prożnem wynoſiłaby 6876 *ſq.* A że w powietrzu znalezliśmy ią bydź = 1740; więc odpór powietrza, zmnieyſzył donioſłość na $\frac{3}{4}$ tey donioſłości, iakaby miała mieyſce bez takowego odporu.

528. Zobaczmy teraz co nam da teorya na donioſłości w 4*tym* i 20*ſtym* ſtopniu. Tym umyſłem powróćmy do zrównania $y = x$ (ſtycz. I

$$+ \frac{k^2}{4aph \text{ doſt.}^2 I} + \frac{k^4}{8a^2p^2h \text{ doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right).$$

Żeby mieć donioſłość, trzeba rozumieć $y = 0$, a dopiero wnieść ſobie wartość ilości x, z tego zrównania, x (ſtycz. $I + \frac{k^2}{4aph \text{ doſt.}^2 I}$

$$+ \frac{k^4}{8a^2p^2h \text{ doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right) = 0.$$

Ale że to zrównanie niemoże bydź zwyczaynym ſpoſobem rozwiązane, przeto trzeba z kolei próbować różnych liczb zamiaſt x, aż póki która z nich nieuczyni zadoſyć warunkowi zrównania. Małość kąta od 4°, pozwala nam rozumieć $a = 1$; przez co poprzedzaiące zrównanie wychodzi na, x (ſtycz. $4° + \frac{k^2}{4ph \text{ doſt.}^2 4°}$

$$+ \frac{k^4}{8p^2h \text{ doſt.}^2 4°}\left(1 - e^{\frac{2px}{k^2}}\right).$$

Znalezliśmy iuż wyżey wartość ilości $\frac{k^2}{p}$, tudzież ilości h. Tablice zaś poſpolite daią nam wartość ſtyczney od 4° i doſtawy od 4°. A zatem rozumieiąc $x = 820$, i tę wartość położywſzy w zrownaniu, znay-

dziedziémy na wypadek twiérdzący 5 ſą.; co daie znać, że w odległości na 820 ſą., rzędna znayduie ſię bydź podnieſiona na 5 ſą., powyżéy linii poziemnéy, a zatém widzę, że donioſłość muſi bydź większa nad 820 ſą. Jeżeli daléy zamiaſt 820 ſą. próbówać będziómy z kolei 840 i 860 ſą. to znaydziémy wypadki coráz mniéyſze twiérdzące; aż naoſtatek ſprobówawſzy 862 ſą. zobaczymy, iż ta liczba prawie czyni zadoſyć. Teorya tedy na donioſłość w 4°, daie 862 ſą.; a doświadczenie 820; więc różnica zachodzi tylko o $\frac{1}{20}$ donioſłości. Gdy tym czaſém w miéyſcu prożnèm na takową donioſłość mielibyśmy 1489 ſą.

W obrachówaniu donioſłości pod 20°, mamy $a = 1{,}02165$, a log. $a = 0{,}0093021$. Wziąwſzy z Tablic wártość ſtycznéy od 20°, i doſtawy od 20°, a oráz używſzy wártościów ilości $\frac{k^2}{p}$ tudzież ilości h, wyżéy wynalezionych, i położywſzy ie w zrównaniu $0 = x(\text{ſtycz.}\, I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}$ - - - - $+ \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right)$, pokazałoby ſię, że próbuiąc zamiaſt x donioſłości doświadczonéy 1740, wypadek wynikáłby twiérdzący, wynoſzący około 85 ſą.; a próbuiąc daléy z kolei liczb 1780, 1800, 1820, i 1840, znalezlibyśmy, iż dopiéro ta oſtatnia liczba daie nam wypadek zero. Teorya tedy, daie 1840 ſą., na donioſłość w 20°; która różni ſię od doświadczonéy około na $\frac{1}{17}$ donioſłości.

W miéyſcu prożnèm zamiaſt 1840, mielibyśmy 6876. Skąd iawna ieſt, iak bliſko ta te-

teorya zgadza ſię z doświadczeniém, lubo tu ieſzcze nieieſt tak ściśle wzięta iakby bydź mogło (517). Prawda że donioſłości tu wyrachówane, wypadaią mocniéyſze, iakby ſię zdawało iż bydź powinny (517); ale wktótce zobaczymy tego przyczynę, która nam zadość uczyni.

529. Odbywſzy tym podobne rachunki dla wynaleziénia dénioſłościów w 25, 30, 35, 40 i 45°; znalezlibyśmy z kolei $a = 1{,}03514$; $a = 1{,}05378$; $a = 1{,}075958$; $a = 1{,}10730$; $a = 1{,}14777$; ſkąd potém pownoſiłyby ſię donioſłości, takie iakie tu daią ſię w Tablicy niżéy położonéy.

Wreſzcie, ponieważ wyrachówanie wártości a, przy pomocy rzędu wyżéy rozłożonego (519) może wypadać bardzo żmudne, kiedy kąt I będzie nieco przywiękſzy, przeto dla łatwości radniéy będzie użyć naſtępuiącéy formuły $a = \frac{1}{2\,\text{doſt.}\, I} + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\, I$ $\log.\frac{1}{\text{ſtycz.}(45° - \frac{1}{2}I)}$, albo $a = \frac{1}{2}\,\text{Siecz.}\, I +$ $\frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\, I.\ \log.\,\text{ſtycz.}(45° - \frac{1}{2}I)$. Ten logarytm rozumié ſię bydź hiperboliczny. Ta zaś formuła wnoſi ſię ſtąd, że $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2 I} + a \times$ ſtycz. I, iak było (519); i że $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2 I}$ $+ \frac{\text{ſtycz.}\frac{1}{2}I + \text{ſtycz.}^3\frac{1}{2}I}{(1 - \text{ſtycz.}^2\frac{1}{2}I)} + \frac{1}{2}\log.\frac{1 + \text{ſtycz.}\frac{1}{2}I}{1 - \text{ſtycz.}\frac{1}{2}I}$, iak było (505).

530. Naoſtatek, dla lepſzego ieſzcze porównania téy teoryi z doświadczeniém, obrachuymy donioſłość armaty wycélowanéy przez metal. Wypadek, który wyżéy (483) znalezliśmy na takową donioſłość, ieſt bardzo daleki od doświadczenia, czego przyczynę iuż

iuż dobrze teráz poymuiemy. Moc prochu tamtemu rachunkowi odpowiadaiąca, była wnieſiona z tego przypuſzczenia, iakoby wſzyſtko wykonywało ſię w mieyſcu prożném, a zatém ieſt daleko mnieyſza od rzetelnéy mocy prochu; a naſtępnie muſi też dawać daleko mnieyſzą donioſłość armaty wycelowanéy przez metal czyli pod oko. Lecz ieżeli poſzukamy téy donioſłości przez naſzę teoryą, to nierownie lepiéy przybliżymy ſię do prawdy. Obrachuymy tedy pomienioną donioſłość do armaty 24*ſwéy*, nabitéy 9 *ſtami* prochu.

Kąt iaki czyni liniia celu z oſią armaty, w dziale 24 *ſwym* Francuzkiém, ieſt od 1°11'. A zatém ilość *a* można tu rozumieć równą iedności, iako też i doſtawę *l*. Rozumieć także będziemy, że odległość *BL*
fig. 44. (fig. 44), w którey liniia krzywa ſpotyka ſię z liniią celu, ieſt bardzo mała w porównaniu donioſłości ſzakanéy; co też w ſaméy rzeczy tak ſię znayduie. To założywſzy, mamy $l = 1°11'$; a zrównanie z którego ma bydź wnieſiona donioſłość *x*, będzie to,

$$0 = x\left(\text{ſtycz.}\, 11°11' + \frac{k^2}{4ph}\right) + \frac{k^4}{8p^2h} \times \left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right).$$

Sprobówawſzy naprzód liczby 300 *ſą*. na wártość ilości *x*, znalezlibyśmy wypadek twierdzący, wynoſzący około 1 *ſą*.; co daie znać że donioſłość *pod oko* powinna bydź cokolwiek większa nad 300 *ſą*.; próbuiąc zaś liczby 320, trafilibyśmy na wypadek przeczący, to ieſt — 0, 4 *ſą*.; ſkąd należy ſobie wnieść, że donioſłość *pod oko*, zawiéra ſię między 300 i 320 *ſą*. A zatem ſprobówawſzy liczby 314, znaydziemy że ta liczba czy-

czyni zadoſyć warunkowi zrównania; tak doſkonale iak można żądać. Doświadczenie też w rzeczy ſaméy na takową donioſłość *pod oko* armaty 24*ſwéy*, nabitéy 9*ſtami* prochu, daie 300 *ſą*.

531. Pozbierawſzy to wſzyſtko co poprzédziło, mieć będziemy takie wypadki, iakie tu kładą ſię w naſtępuiącéy Tablicy.

TABLICA

*Donioſłościów doświadczonych, i donioſłościów obrachówanych do armaty 24*ſwéy*, nabitéy 9*ſtami *prochu, używaiąc donioſłości doświadczonéy w 15° do naznaczenia mocy prochu, podług teoryi przyſtóſówanéy do miéyſca odpornego.*

	Podług Doświadczenia,	Podług teoryi i podług 1go przybliżenia.	Podług teoryi Parabolicznéy w miéyſcu prożnèm.
Nachylenie	*Donioſłości*	*Donioſłości*	*Donioſłości.*
4° 0'	820 *ſą*.	862 *ſą*.	1489 *ſą*.
15 0	1675 —	1575 —	5349
20 0	1740 —	1840 —	6876
25 0	1825 —	1956 —	8191
30 0	1910 —	2011 —	9265
35 0	2020 —	2038 —	10053
40 0	2050 —	2035 —	10526
45 0	2200 —	1992 —	10698.
	Donioſłość pod oko		
1 11	300	314	442.

532. Ta Tablica pokazuie iaśnie wielką różnicę między donioſłościami rzetelnémi, a między tèmi, iakieby wypadły gdyby niebyło odporu.

533.

533. Co ſię dotyczy donioſłościów wyrachówanych, porównawſzy ie z donioſłościami rzetelnémi, trzeba przyznać, że w nich teorya tak dobrze zgadza ſię z doświadczeniém, iak tylko można żądać po piérwſzém przybliżeniu. Jakóż *ród* nie nowina ieſt widziéć donioſłości pod iednymże nachyleniém ſtopnia, różniące ſię o 40. 50 i o więcéy nawet ſążni iedne od drugich, zwłaſzcza w donioſłościach bardzo wielkich, iak ſą niniéyſze.

534. *2re* Z téy Tablicy pokazuie ſię, że donioſłości aż do 40go ſtopnia, nielicząc go, ſą wſzyſtkie większe od doświadczonych. A lubo donióſłości wyrachówane podług tego piérwſzego przybliżenia, ściśle biorąc, nienależy żeby były takież ſame, iakie ſą doświadczone, przecięż niepowinny różnić ſię iedne od drugich tak daleko iak tu widzimy; ta różnica zawſze grzéſząca zbytkiém aż do 40°, pokazuie oczywiście, że donioſłość w 15° oſzacówana na 1675 *ſą.* ieſt nazbyt wielka, przynaymniéy, przypuściwſzy nieodmiénną gęſtość materyi odpornéy.

Jakóż, w rzeczy ſaméy różnica między donioſłością, iakąby dało zrównanie ſcałkówane iak nayściśléy, a między donioſłością wypadaiącą z tegoż zrównania ſcałkówanego naſzym ſpoſobém, ieſt wcale nieznaczna; i tém bardziéy zdawałoby ſię bydź potrzebne umniéyſzenie w doniosłości 1675 *ſą,* że *ród* różnica między donioſłościami doświadczonémi od 15° aż do 20°, porównana z różnicą między donioſłościami od 20° aż do 25°, ieſt mniéyſza aniżeliby ſię zdawało że bydź powinna. *2re* Ze nietrzeba tylko bardzo małoco zmniéyſzyć téy donioſłości, żeby znacznie przybliżyć do doświadczenia donioſłości grzéſzące zbytkiém; ale

my

my tu niemyślimy przedſiębrać doſkonalſzego pogodzenia rachunków z doświadczeniami; bo chcąc to wykonać z donioſłościami przenoſzącémi *26ty* ſtopień aż do *30ſtego,* trzebaby miéć wzgląd na różność gęſtości powietrza. Czém zabawiać ſię niebędziémy aż dopiéro przy końcu Tomu teraźniéyſzego.

535. Lubo moc prochu wyrachówana z doniosłości doświadczonéy w 15°, zmiérza do powiękſzenia inſzych doniosłościów, przecięż widzimy tu że doniosłość doświadczona w 45°, ieſt większa od doniosłości wyrachówanéy, i że począwſzy niedaleko od 30° a zbliżaiąc ſię coráz do 45° doniosłości wyrachówane, coráz mniéyſzą ilością, przenoſzą doniosłości doświadczone.

536. To pochodzi naturalnie od zmniéyſzaiącéy ſię gęſtości powietrza, im kula coráz podnoſi ſię wyżéy. Bo tym ſpoſobém, coráz doſkonaléy nadgradza ſię błąd wynikaiący z wynalezionéy mocy prochu, drugim błędém, wynikaiącym z przypuſzczenia wſzędzie iednoſtaynéy gęſtości; nadgradza ſię mówię coráz doſkonaléy iedno drugiém od 30° aż około do 42°. Pominąwſzy zaś tén ſtopién, błąd wynikaiący z przypuſzczenia ſtatecznéy gęſtości, ſtaie ſię większym od błędu pochodzącego z wyrachówanéy mocy prochu.

537. Wreſzcie chociażbyśmy bądź iak chce uważali, ubywanie gęſtości w rożnych wyſokościach, to iednak zawſze trudno ieſt niedorozumiéwać ſię iakiéy omyłki pod 45°. Jakóż daie ſię widziéć w tych doniosłościach doświadczonych, że począwſzy od 25°, różnice między niémi z kolei naſtępuiące ſą te, 85 *ſą.*, 110 *ſą.*; 30 *ſą.*; 150 *ſą*; to ieſt, że ſą roſnące i twiérdzące aż około do 35°; ubywaią-

iące zaś ale twierdzące od 35° do 40°; a potém roſnące i znowu twierdzące od 40 aż do 45°. Gdy tym czaſém zdawałoby ſię, przypuściwſzy to mniémanie, które też i doświadczenie potwierdza, że doniosłość w 45° ieſt większa od doniosłości w 40°, zdawałoby ſię mówię, iż różnica między niémi powinnaby wypadać przynaymniéy mniéyſza, aniżeli między 40 i 35°; ieſtto albowiém reguła powſzechna, że im bardziéy ilość iaka przybliża ſię do naywiękſzości, tém mniéyſzémi ſtopniami roſnąć powinna. Jeſt tedy niémała przyczyna domniémania ſię, że doniosłość w 45° ieſt daleko mocniéyſza, aniżeliby względém innych bydź była powinna, gdyby ſię do niéy była nieprzyczyniła inna okoliczność, iak tylko ſama odmiana nachylenia. Prawda że maiąc wzgląd na odmiénność gęſtości, zbytek doniosłości w 45° nad doniosłość w 40° powinién bydź większy aniżeli w przypuſzczeniu ſtateczney gęſtości, atoli wſzelako niezdaie ſię ażeby mógł przenoſić zbytek doniosłości w 40° nad doniosłość w 35°.

538. Odmiénność gęſtości powietrza, wytłómaczyłaby nam podobno lepiéy, dla czego naywiękſza doniosłość, która podług pierwſzego przybliżenia przypada bardzo bliſko 40go ſtopnia, podług doświaczenia przypada wyżéy; tak iż kąt odpowiadaiący naywiękſzéy doniosłości w powietrzu, ieżeli nieieſt w 45°. to przynaymniéy podług tych doświadczeń zdaie ſię bydź umieſzczony między 40 i 45°. W przypuſzczeniu gęſtości ſtateczney, i takiéy któraby była 850*tą* częścią gęſtości wody, kąt nawiękſzéy doniosłości wypadałby ieſzcze mniéyſzy od tego iaki nam wſkazuie naſza teorya. Ale odmiénność gęſto-

ści

ści może tén kąt przybliżyć ku 45° a lubo doniosłość doświadczona w 45°, ieſt nayświększą ſpomiędzy wſzyſtkich położonych w Tablicy, atoli niémożna wątpić, ażeby doświadczenia z pilnością odbyte około 35°, 40° i 45° ſtopniów, niewſkazały takowéy doniosłości znacznie poniżéy 45° ſtopnia.

539. Uczyńmy ſobie teraz przybliżone oſzacówanie gęſtości powietrza w górney części linii krzywéy. Tym końcém powróćmy do zrównania $y = x\,(\text{ſtycz.}\,I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}) + \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I}\,(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}})$.

Zeby mieć naywiękſzą rzędną, trzeba podług (36) zróżniczkować wártość ilości y, i wypadłą różniczkę zrównać z zerém. Będziém tedy mieć $0 = dx\,(\text{ſtycz.}\,I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}) - \frac{k^2dx}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}\,(e^{\frac{2apx}{k^2}})$; ſkąd wyciąga ſię

$$e^{\frac{2apx}{k^2}} = \frac{\text{ſtycz.}\,I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}}{\frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}} = \frac{b}{\frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}}$$

$= \frac{4aphb\,\text{doſt.}^2 I}{k^2}$, zrobiwſzy $\text{ſtycz.}\,I + \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I} = b$. Więc $\frac{2apx}{k^2}\log.\,e$, albo proſto $\frac{2apx}{k^2} = \log.\frac{4aphb\,\text{doſt.}^2 I}{k^2}$, a $x = \frac{k^2}{2ap}\log.\frac{4aphb\,\text{doſt.}^2 I}{k^2}$.

Położywſzy tę wártość w wártości ilości y, będzie $y = \frac{bk^2}{2ap}\log.\frac{4aphb\,\text{doſt.}^2 I}{k^2} + \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I} \times (1 - \frac{4aphb\,\text{doſt.}^2 I}{k^2})$.

540.

540. Ponieważ iuż wynalezliśmy wyżéy wártości ilościów $\frac{k^2}{p}$, a, h, i-t. d. przeto teráz iuż nam łatwo będzie wyrachówać, naywiękſze wyſokości y, do których pociſk powinién ſię był podnoſić w rzuceniach wyżéy w Tablicy wyrażonych (498). Tym tedy ſpoſobém wyrachówaliśmy ie, i złożyliśmy z nich Tablicę niżéy położoną.

541. Podług tego rachunku i przy pomocy tego co rzekło ſię indziéy (341), łatwo będzie można wynaléśdź ſobie gęſtość powietrza, w iakiéy znaydówáł ſię pociſk pominąwſzy naywyżſzy punkt linii krzywéy; Któreto liczby przyſtóſówawſzy do formuły tamże podanéy (341), znalezlibyśmy wypadki zawarte w naſtępuiącéy Tablicy.

T A B L I C A

Naywiękſzych wyſokościów do których powinna była podnieść ſię kula w próbach wzwyż przytoczonych (498), i gęſtości powietrza w tychże wyſokościach.

Kąty Rrzucenia	Naywiękſze Wyſokości	Gęſtość powietrza w tychże wyſokościach, kiedy w punkcie rzucenia ieſt = 1
4°	19,5 ſą.	0,995
15	173,5	0,975
20	269,9	0,945
25	376,8	0,92
30	492,	0,90
35	614	0,873
40	741,6	0,85
45	869,5	0,825.

542. Namiéńmy przynaymniéy cokolwiek o wyrażeniu czaſu. Mieliśmy wyżéy (504) zrównanie $\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} + \frac{1}{2}\log.(\frac{1+z}{1-z}) = C - \frac{k^2dt^2}{2dx^2}$, które rozłożone w rzęd, iak było (509 i daléy), wychodzi na $k^2dt^2 = 2dx^2 \times (C - \frac{2az}{1-zz})$. A że znalezliśmy byli $C - \frac{2az}{1-zz} = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt}.^2 I} e^{\frac{2apx}{k^2}}$, więc mieć będziém $k^2dt^2 = \frac{2k^2dx^2}{4ph\,\text{doſt}.^2 I} e^{\frac{2apx}{k^2}}$, albo $dt = \frac{dx e^{\frac{apx}{k^2}}}{\text{doſt}.I\sqrt{(2ph)}}$; a zatém $t = \frac{k^2}{ap\,\text{doſt}.I\sqrt{(2ph)}}(e^{\frac{apx}{k^2}} - 1)$, przydawſzy takową ſtateczną, ażeby kiedy $x = 0$, było także $t = 0$. Jeżeli ilość $\frac{apx}{k^2}$ ieſt bardzo mała, to na wártość iéy, można wziąśdź wártość przybliżoną $1 + \frac{apx}{k^2} + \frac{a^2p^2x^2}{2k^4} + \frac{a^3p^3x^3}{6k^5}$ i.t.d. a naténczas, czas byłby wyrażony przez $t = \frac{1}{\text{doſt}.I\sqrt{(2ph)}} \times (x + \frac{apx^2}{2k^2} + \frac{a^2p^2x^3}{6k^4}$ i.t.d).

543. Więc 1^{od} ieżeli $\frac{p}{k^2}$ czyli odpór, wcale równa ſię zerowi, to będzie $t = \frac{x}{\text{doſt.} l\sqrt{(2ph)}}$; co doſkonale zgadza ſię z ilością wyżéy wynalezioną (486). 2^{re} Jeżeli $\frac{p}{k^2}$ nieieſt $=0$, ale iednakże ilość $\frac{apx^2}{2k^2}$ wypada bardzo mała względém x, to w takim razie, z małém tylko uchybiéniém, będzie $t = \frac{x}{\text{doſt.} l\sqrt{(2ph)}} \times (1 \dotplus \frac{apx}{2k^2})$; ſkąd pokazuie ſię, że czas, z małém uchybiéniém, będzie proporcyonalny rozległości przebieżonéy.

544. Przyſtóſuymy to do doświadczéń wykonanych w Strażburgu 18 Siérpnia 1766, Poſtawiono na bitéy drodze wiodącéy do *Fort-Louis* armatę 12 *ſwą* polową, w taki ſpoſób, że oś iéy wykiérówana w
fig. 53. linii poziemnéy *AH* (fig. 53), znaydówała ſię bydź podnieſióna na 14 *ſt.* 4 *cal.* nad pozióm łąki; to ieſt, że upadek kuli *DC* wynoſił 14 *ſt.* 4 *cal.*; i znalazło ſię, że donioſłość pośrzednia *BC* (naboiém zawiéraiącym w ſobie 4 *ſty* prochu) wynoſiła $176\frac{1}{2}$ *ſą*. Przeprowadzono potém też armatę na inſzy punkt *A'*, podnieſióny nad pozióm łąki tylko na 3 *ſt.* 9 *cal.* i wyſtrzeliwſzy takimże naboiém, wymiérzyło ſię donioſłości *B'C*, 95 *ſą*.

To

To na przód założywſzy, ponieważ wyſokości z których kula w obu przypádkach ſpadać miała, ſą bardzo małe, przeto odpór w ſzypkości pionowéy niémogł zrobić znacznéy odmiany, a zatém trwałości tych upadków, czyli trwałości donioſłościów, powinny były miéć ſię między ſobą, jak piérwiaſtki kwadratowe wyſokościów. to ieſt $: : \sqrt{(14.33333)} : \sqrt{(3.75)} : : 1,95 : 1$. Lecz donioſłości maią ſię do ſiebie $: : 176.5 : 95$ albo $: : 1,86 : 1$; więc podług doświadczenia ſtoſunek zachodzący między czaſami, w rzeczy ſaméy mało ſię różni od ſtóſunku między donioſłościami. Zobaczmy co nam teorya pokaże.

Stóſunek między czaſami, podług teoryi, powinién bydź tén, $176\frac{1}{2}(1 \dotplus \frac{p}{2k^2} \times 176\frac{1}{2})$ $: 95(1 \dotplus \frac{p}{2k^2} \times 95)$, ieżeli ilość $\frac{176\frac{1}{2}p}{2k^2}$ ieſt małym ułamkiém. Lecz przez rachunek podobny owemu (524), znalezlibyśmy, że (rozumieiąc kulę 12 *ſwą*. któréy śrzednica $= 4,321$ *cal.* albo $0,060013$ *ſą*, znalezlibyśmy mówię, że $\frac{p}{k^2} = 0,0010333$; więc $\frac{p \times 176\frac{1}{2}}{2k^2} = 0,0912$, a $\frac{p \times 95}{2k^2} = 0.0489$; więc czaſy maia ſię między ſobą $: : 176\frac{1}{2} \times 1.0912 : 95 \times 1.0489$; ſtóſunek takiż ſam, iak $1.94 : 1$, który małoco różni ſię od ſtóſunku między donioſłościami, a oráz bardzo przybliża ſię do ſtóſunku między pirwiaſtkami kwadratowémi wyſokościów; jak bydź powinno.

545 A ſtąd pokazuie ſię, iżby zawiódł ſię bardzo, ktoby ſobie wnoſił z tych doświadczéń, że odpór powietrza w ruchu pociſku nieſprawuie znacznéy odmiany. Prawda

wda że tu ſtóſunek między czaſami, wypada, z małém uchybieniém prawie takiż ſam, iak w miéyſcu próżném, ale téż i teorya odporu uczy nas, iż w tym razie, powinién w rzeczy ſaméy wypadać takiż ſam z małém uchybiéniém. Niémożna tedy ſtąd wnoſić ſobie, żeby powietrze niémiało czynić dość znacznego odporu.

546. Zeby zaś dóyśdź w tymże przypadku wielkości tego odporu, nietrzeba więcéy (520), tylko w zrównaniu $y = x$ (ſtycz. I

$$+ \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}) + \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I}\left(1 - e^{\frac{2apx}{k^2}}\right),$$

położyć $-14,3333$ *ſt.* albo $-2,3888$ *ſą.* zamiaſt y; a $176,5$ *ſą.* zamiaſt x; tudzież zero zamiaſt ſtycz. I; 1, zamiaſt doſt. I; iako téż 1 zamiaſt a; a potém wyrachówać wártość ilości h, położywſzy także zamiaſt $\frac{k^2}{p}$ wártość onego, wynikaiącą z poprzédzaiącego rachunku (544). Tym ſpoſobém znalezlibyśmy $h = 3646$ *ſą.*; którym (176) odpowiada ſzybkość rzucenia, wynoſząca 192 *ſą.* albo 1142 *ſt.* na iednę minutę wtórą. Skutek zaś momentalny odporu, oznaczony przez $\frac{nDsu^2dt}{M}$ albo przez $\frac{p}{k^2}u^2dt$, (z przyczyny że (501) zrobiliśmy $\frac{nDs}{M} = \frac{p}{k^2}$), będzie wyrażony przez $0,0010333u^2dt$; albo, położywſzy zamiaſt u wártość iego 192 *ſą.* (ponieważ ilości wchodzące w wyraz $\frac{p}{k^2}$ wymierzyliśmy byli na ſążnie), ſkutek momentalny odporu będzie wyrażony

przez $0,0010333 \times (192)^2 \times dt$ albo przez $38,1dt$. A że ſkutek momentalny ważności, wynoſi $30,2dt$ albo $5,03dt$; więc ſkutek momentalny, czyli ſkutek początkowy odporu, ma ſię do ſkutku momentalnego ważności $:: 38,1 : 5,03$ albo $:: 7,6 : 1$ albo $:: 7\frac{3}{5} : 1$; to ieſt, że ſkutek odporu w pierwſzym momencie, równał ſię wadze kuli powtórzonéy $7\frac{3}{5}$ razy.

547. Ponieważ upadek kuli dzieie ſię tu z wyſokości 14 *ſt.* i 4 *cal.* albo 2,3888 *ſą.*; na co potrzeba czaſu iednéy minuty wtoréy, z uchybieniém tylko bardzo małém; więc rozumieiąc odpór ſkutkuiący przez tén czas bardzo krótki biegu kuli, iakoby trwaiący bez żadnéy odmiany, takowy odpór na odległości 192 *ſą.* które kula w tymże przeciągu czaſu powinnaby przebieżyć bez odporu, muſiałby ſprawić umniéyſzenie wynoſzące $2,3888$ *ſą.* $\times 7\frac{3}{5}$, to ieſt około 18 *ſą.* Jakoż, różnica między prawdziwą donioſłością $176\frac{1}{2}$ *ſą.* a między donioſłością 192 *ſą.* iaka powinnaby naſtąpić bez odporu, wynoſi $15\frac{1}{2}$ *ſą.*; co z doświadczeniém zgadza ſię doſkonale, bo odpór w rzeczy ſaméy przez czas piérwſzéy minuty wtóréy, lubo bardzo mało, iednakże muſiał ſię umniéyſzyć względém tego iaki był na początku.

548. Gdybyśmy chcieli przyſtóſówać wyrażenie czaſu, wyżéy wynalezione (542), to ieſt $t = \frac{k^2\left(e^{\frac{apx}{k^2}} - 1\right)}{ap\,\text{doſt.}\,I\sqrt{(2ph)}}$, do donioſłościów wyżéy w Tablicy wynaleziónych (498), i porównać go z trwałościami donioſłościów, iakieby wypádły w miéyſcu próżném, używaiąc takiéyże ſaméy mocy prochu iak w miéyſcu odpornem, to znalezlibyśmy ie takie iak naſtępuią w niżéy położonéy Tablicy.

TA-

TABLICA

Z trwałościami doniosłościów w powietrzu i w mieyſcu próżném, moc prochu rozumieiąc bydź taką, iaka wynalazła ſię wyżey (525) z próby uczynioney w 15°, obrachówanémi do armaty 24ſwéy nabitéy 9ſtami prochu.

Nachylenie	Trwałość doniosłościów w powietrzu.	Trwałość doniosłościów w mieyſcu próżnem.
° ' "	*min. wtór.*	*min. wtór.*
4 0 —	5,4	6,4
15 0 —	16,2 — — —	23,9
20 0 —	20 — — —	31,5
25 0 —	23,9 — — —	39
30 0 —	27 — — —	46,1
35 0 —	29,7 — — —	52,9
40 0 —	33,6 — — —	59,2
45 0 —	35,7 — — —	65,2
Doniośłość pod oko		
1 11.	1 1,535	1 1,9

549. W tém wſzyſtkiém co poprzédziło, ważność rozumieliśmy bydź ſtateczną, i kierónki czynności iéy przeciwko ruchadłu, w każdym punkcie linii krzywéy uważaliśmy iakoby równólegle. Co wprawdzie nie:eſt tak, ściśle rzeczy biorąc, ale ſkutki mogące wynikać z odmiénnéy ważności i z iéy kierónków, ſą tak małe, i tak dalece niedochodzące nieuchronnych omyłek praktycznych, iż byłoby rzeczą wcale zbyteczną nad tém zaſtanawiać ſię.

Jakóż 1ód, w próbach wyżéy przytoczonych (498), naywiękſza doniośłość wynoſi 2200 ſą.: co czyni około iednę milę taką, iakich 25 wchodzi na ſtopień: bo takowa mila zawiera w ſobie 2283 ſą. Więc ta doniosłość, podcina względém śrzódka ziemi, łuk od 2' 29"; więc kierónki ważności w punkcie

rzu-

rzucenia i w punkcie upadku czynią kąt zaledwie wynąſzący 2' 29". 2re Naywiękſza wyſokość, do którey pociſk może ſię podnieść, mocą prochu odpowiadaiącą tym próbóm, (rozumieiąc gęſtość ſtateczną), ieſt 1400 ſą. naywięcéy, iako to można ſobie wnieść ſtąd, co ſię powiedziało wyżéy (176 i 525). Ale że im bardziéy podnoſi ſię pociſk, tém bardziéy gęſtość umniéyſza ſię, przeto pozwólmy, iżby ſię podniósł ieſzcze przez połowę wyżéy, to ieſt aż do 2100 ſą.; co nawet zdaie ſię przechodzić wſzelkie podobiéńſtwo; te 2100 ſą. czyniłyby około na iednę milę. Ponieważ ważność oddalaiąc ſię nad powièrſzchnią ziemi, umniéyſza ſię w ſtóſunku odwrotnym kwadratu odległości; więc idzie za tém, (rozumieiąc promień ziemi długi na 1432 mil), że ważność w podnieſiéniu w górę na iednę milę, mieć ſię będzie do ważności na powiérſzchni ziemi : : $(1432)^2 : (1433)$ albo : : 1 : 1,0014; to ieſt, że w takowém podnieſiéniu, ważność zmniéyſza ſię około na $\frac{1}{700}$; i to tylko dopiéro w tym momencie, gdy pociſk dóydzie ſwoiéy naywiękſzéy wyſokości, i w takim przypadku, kiedyby podniósł ſię pionowo.

O ROWNOWADZE I O RUCHU W SILNIACH.

550. Powſzechnym zamiarém Silniów, ieſt, ażeby czynność ſił podawała ſię przez nie gdzie potrzeba. W użyciu Silniów, niezawſze bywa tén cél, ażeby powiękſzyć czynność, do iakiéy ſiła poruſzaiąca byłaby zdólną, gdyby bezśrzednie czyniła przeciw ruchadłu; czaſém nieidzie tylko o to, ażeby takową czynność podać w pewnym iakim kierónku; i taki *np.* ieſt zamiar *klubów nieruchomych*. Indziéy niebywa potrzeba, tylko ruchadło tak uſtatkówać, ażeby przebiégało rozległości umiarkówane podług pewnych warunków, ſtóſuiących ſię czyto do czaſu czy też do innych okoliczności bądź iakichkolwiek; mówię podług warunków, które niezawſze wyciągaią, ażeby ſiła poruſzaiąca, przechodząc dokąd, razém też i powię-

kſzała ſię; w ſilniach zegarowych mamy tego wiele przykładów.

551. Liczba i natura ſilniów odmiéniaią ſię podług zamiarów iakie ſobie w nich zakładamy. Ale żeby wytknąć ich ſkutki, niepotrzeba nam dla tego wſzyſtkich rozważać. Niechayby były iak ſię ſpodoba wieloſkładne, lub odmiénne, to przecięż nieſą tylko zebraniém doſyć niewielkiéy liczby ſilniów proſtych. Tych tedy naſamprzód opiſzemy właſności. A potém pokażemy w różnych przykładach, iak te właſności maią bydź przyſtóſówane do oſzacówania ſkutków w ſilniach wieloſkładnych.

Liczbę ſilniów proſtych, zbierzemy tu na pięć; i takiémi ſą: *Sznury*, *Drąg*, *Kluba*, *Winda*, i *Płaſzczyzna nachylona*.

Nieuważaiąc tych Silniów tylko względém Równowagi, możnaby ie zebrać na dwie, a nawet tylko na iednę, to ieſt, możnaby wſzyſtkie zawrzéć w *drągu*. Ale w przypadkach ruchu, natura każdéy, daie okazyą do uwag każdéy właściwych, króre przeto wyciągaią, ażebyśmy zoſobna o nich mówili. O

O Sznurach.

552. Rozumiéć naprzód będziémy, że sznury są ciałami doskonale giętkiémi; na inszém miéyscu zaś zobaczymy, w iaki sposób trzeba miéć wzgląd na niedostatek w nich takowéy doskonałéy giętkości. Uważać tu także na początku będziémy sznury iakoby nieważne; ale w krótce potém zobaczymy, iak mamy miéć wzgląd i na ich ważność. Na fundamencie tego dwoiakiego przypuszczenia, łatwo widziéć się daie, że większa lub mniéysza śrzednica sznurów, wcale nic nieczyni w skutkówaniu sił; można zawsze zamiast sznurów, wystawić sobie w myśli nić przechodzącą przez oś wałka sznurowego, i rozumiéć że siła przyłożona do sznura, skutkuie tylko iedynie za sprawą takowéy nici.

553. Używaią sznurów, dla podania
gdzie potzeba czynności sił, bądźto bezśrze-
dnie, bądź tèż przyłożywszy sznury do sil-
niów. Ale ażeby można sądzić o skutkach
sił przyłożonych do silniów przy pomocy
sznurów, trzeba wprzód miéć wiadome sku-
tki, do których są zdólne téż siły, czyniące
przy pomocy tylko samych sznurów.

554. Zmyślmy tedy sobie naprzód trzy siły P, Q, R, (fig. 54) czyniące iedne przeciw drugim za pośrzednistwém sznurów AP, AQ, AR, złączonych z sobą węzłem A; a rozumieiąc kierónki AP, AQ, AR, bydź wiadome, ustanówmy warunki potrzebne do tego, ażeby te trzy siły czyniły sobie wzaiemnie równowagę, i wynaydźmy stósunki zachodzące między témiż siłami. fig. 54.

Jawna iest ród, że wszystkie powinny
znaydówać się na iednéyże płaszczyznie. Bo
gdyby iedna z nich np. siła P niebyła poło-
żona na téyże płaszczyznie co dwie inne,
to zawsze możnaby ią sobie zmyślić, iako-
by rozłożoną na dwie siły, z których iedna
byłaby na téy płaszczyznie, a druga byłaby
prostopadłą téyże płaszczyznie, a zatém pro-
stopadłą każdéy z dwóch sił R i Q; owa te-
dy siła z żadnéy miary nicby nieczyniła do
sprzeciwiénia się tym dwóm; więc niebyło-
by nic takiego coby ią zniszczyć miało; a
zatém niebyłoby i równowagi. 2re Te trzy
siły będąc położone na iednéyże płaszczy-
znie, żeby sobie czyniły równowagę, trze-
ba, ażeby iedna z nich którakolwiek np. siła
P sprawówała dwie usilności, iednę równą i
przeciwną sile Q, a drugą równą i przeci-
wną sile R.

Lecz ieżeli przedłużywszy RA i QA, obierzemy sobie liniią iakąkolwiek AD, na oznaczenie siły P, i ieżeli na AD iako na przekątnéy, zrobimy równoległobok $ACDB$, któregoby boki AB, AC znaydówały ſię na przedłużeniach linii QA i RA, to podług (193), dwa boki AB, AC wyrażać będą dwie ſiły, które czyniąc ſpólnie w takowych kierónkach, ſprawiłyby ténże ſam ſkutek co ſiła P. Więc AB i AC ſą dwiéma uſilnościami, iakiémi w rzeczy ſaméy ſiła P ſprzeciwia ſię dwóm ſiłóm Q i R; więc ażeby była równowaga, trzeba żeby ſiła Q mogła bydź wyrażona przez BA, a ſiła R przez CA; co rozumié ſię, ieżeli ſiła P była wyrażona przez AD. Muſi tedy bydź $P : Q :: AD : AB$, i $P : R :: AD : AC$, to ieſt, $P : Q : R :: AD : AB : AC$. Taki tedy powinień zachodzić ſtóſunek między trzema ſiłami P, Q, R, kiedy maią zoſtawać między ſobą w równowadze.

555. Ponieważ dwie ſiły Q i R powinny bydź, równe dwóm ſiłóm AB, AC z których ſkłada ſię ſiła P, więc można powiedziéć, że kiedy ieſt równowaga między trzema ſiłami, to dwie z nich którékolwiek, powinny miéć ténże ſam ſtóſunek z trzecią, iaką maią dwie ſiły ſkładaiące z ſiłą złożoną.

556. Więc (201), miéć także będziém $P : Q : R ::$ wſt. BAC : wſt. $CAD : DAB$, albo :: wſt. RAQ : wſt. RAS : wſt. QAS, przedłużywſzy PA ku S; to ieſt, że *kiedy trzy ſiły czynią ſobie równowagę, to każda z nich ieſt wyrażona przez wſtawę kąta, zawártego między kierónkami*

mi dwóch innych, przedłużonémi ieżeli tego potrzeba; albo téż ieſzcze, *z trzech ſił zoſtaiących między ſobą w równowadze, każda ieſt wyrażona przez wſtawę tego kąta, przez który przechodzi kiéronek iéy przedłużony.* Bo kąty RAP, QAP ſą ſpełniéniami kątów RAS, QAS, a zatém maią też ſame wſtawy.

557. Lubo odłączywſzy na ſtronę wagę ſznurów, i uważaiąc ie iakoby doſkonale giętkie, zdawałoby ſię ogołém, iż długość ich małoco wpływa w ſkutek iaki ma bydź ſprawiony; atoli zdarza ſię bardzo wiele takich przypadków, w których, względu na takową długość niémożna poczytać za rzecz oboiętną.

Np. kiedy mularz uiąwſzy ſię ſznura węzłówatego ABD, przymocnionego do punktu A (fig. 55), chce ſię oddalić od pionowéy AE, dla iakiéy naprawki po prawéy albo po lewéy ſtronie téyże pionowéy, to pomocnik ciągnie go przy pomocy ſznura BC, którym naprowadza ſię ſznur węzłowaty do położenia ABD; a w tém położeniu, uſilność iakiéy powinień użyć pomocnik, ma ſię do wagi mularza :: wſt. ABD : wſt. ABC (556), albo przedłużywſzy pionową BB, :: wſt. ABO : wſt. ABC; ale gdyby ſznur węzłówaty zamiaſt punktu A był przywiązany do inſzego punktu A', bliżſzego punktowi B, to ſiła iakiéy potrzebówałby pomocnik, miałaby ſię do wagi mularza :: wſt. $A'BO$: $A'BC$. Lecz łatwo widziéć ſię daie, że kąty ABC, $A'BC$ będąc rozwártémi, wſt. $A'BC$ ieſt mniéyſza fig. 55.

od

od wſt. ABC. a że znowu wſt. ABO ieſt mnieyſza od wſt. $A'BO$, więc idzie za tém że pomocnik muſiałby użyć większey uſilności, gdyby ſznur był w punkcie A' aniżeli kiedy ieſt przymocniony w punkcie A. Z teyże ſamey przyczyny także widzieć ieſt, że pomocnik uiąwſzy ſię ſznura BC, tém mnieyſzey ſiły potrzebować będzie im dłużſzy będzie ſznur BC.

558. Zaſtanówmy ſię ieſzcze nad drugim przypadkiem, w którym długość ſznurów zamiaſt pożytku, zaſzkodziłaby owſzém. Daymy iż armata ma bydź wyciągnióna na

fig. 56. górę KI (fig. 56), i że pierwſzy koń iuż ſtanął na wierſzchu I; ieżeli AC ieſt długością poſtrónka, i ieżeli na tym kierónku obierzemy ſobie część AO na oznaczenie uſilności z iaką ciągnie ów koń, to łatwo widzieć ſię da, że ſkutek czynności w kierónku AO, nieieſt cały użyty do ciągnienia armaty, ale że iedna iey część ſkutkuie w kierónku AB poſtronka przedłużonego AL, druga część AB czyni proſtopadle względem tego poſtrónka; że ſiła ſkutkuiąca w kierónku AB, tylko ſama ſłuży do ciągnienia armaty; ſiła zaś AH ieſt i owſzém ſzkodliwa, iako zmierzaiąca do obalenia drugiego kónia. Lecz gdyby poſtrónek zamiaſt długości AC, miał większą iakoto np. AG; to naténczas liniie CD i GF każda równaiąc ſię wyſokości pierſi kónſkich, iawna ieſt, że uſilność ciągnienia AO' rozłożona iak wyżey, ſprawiłaby mnieyſzy ſkutek w kierónku AB, a większy ſkutek AH' w kierónku AH; bo uſilność AO ma ſię do uſilności AH w pierwſzym przypadku :: wſt. BAH : wſt. $B\ O$, albo $AO : AH$ :: wſt. BAH : wſt. BAO; lecz z teyże przyczyny $AH' : AO'$ :: wſt. BAO' : wſt. BAH' albo wſt. BAH; ſkąd łatwo wnoſi ſię, że AH'

: AH :: wſt. BAO' : wſt. BAO; więc uſilność zmierzaiąca do obalenia drugiego kónia będzie tém większa, im dłużſzy będzie poſtrónek. A tak lubo byłoby pożyteczno w nieiaki ſpoſób, dawać poſtrónkóm pewną długość, ażeby konie po ſpoczynku, wciągnieniu na górę lepiey zawziąśdź ſię mogły, atoli robić ie zbyt długie byłoby rzeczą tém nieprzyzwoitſzą, że konie bardziey ſtrudzone ku wierſzchowi góry aniżeli indziey, mniey ſą ſpoſobne do oparcia ſię tey uſilności, która do tego zmierza żeby ie obaliła.

559. Ponieważ trzy ſiły P, Q, R (fig. 54) maiące zoſtawać w równo- fig. 54.
wadze, ſą oznaczone przez AD, AB, AC, albo (co na iedno wychodzi) przez boki AD, AB, BD tróykąta ABD, którego kąty ABD, BDA, DAB równaią ſię kątóm CAQ, RAS, QAS, wſkazuiącym kierónki tychże ſił, więc iawna ieſt, że wſzelkie zagadnienia tyczące ſię wártościów i kierónków ſił, maiących zoſtawać w równowadze, zawiſły od Trygonometryi.

Np. gdyby były zadane wártości trzech ſił P, Q, R, a przy tém byłoby zapytano, iak maią bydź wykierówane, żeby zoſtały w równowadze; to nietrzebaby, tylko podług (Jeom. 308) rozwiązać tróykąt DAB, którego ſą zadane trzy boki; a kąty wypadaiące z tego rozwiązania, pokazałyby, iakie kąty czynić między ſobą powinny, kierónki ſił pomienionych.

Gdy-

Gdyby były zadane dwie ſiły P i Q, i kąt PAQ powſtaiący z ich kierónków, i bo onego ſpełniénie $QAS = DAB$; to alténczas maiąc wiadome dwa boki AD, AB to na- i kąt zawarty między niémi DAB, można- by podług (Jeom. 310) wyrachówać bok DB, to ieſt wártość ſiły R, i kąt BDA, którému równaiący ſię kąt SAR, ieſt kątém, iaki czynić ma kierónek ſiły R z kierónkiém ſiły P. Gdyby były zadane tylko ſame kąty, iakie maią czynić między ſobą trzy kierónki zadane, to podług (Jeom. 271) niémożnaby wynaléśdź bezwzględnych wártościów odpowiadaiących trzém ſiłóm, ale tylko ſtóſunki zachodzące między niémi. W innych zaś wſzelkich przypadkach, na fundamencie wyżéy uſtanowionego podania (559), zawſze można wynaléść to czego ſię ſzuka, byleby miéć trzy rzeczy dane.

560. Gdyby zamiaſt dwóch ſił Q i R, przyłożonych do dwóch ſznurów, gdyby mówię, te dwa ſznury były nieruchomie przywiązane w punktach Q i R, lub w innych iakichkolwiek, położonych na kierónkach tychże ſznurów; to liniie AB, AC, będą wyrażeniami uſilnościów, iakie wytzymuią przerzeczone punkta.

fig. 54. 561. W (fig. 54) rozumieliśmy trzy ſznury bydź nieruchome, umocnione w ſamym węzle A. Ale gdy-
fig. 57. by ſiła P (fig. 57) była przyłożona do ſznura, opatrzonego kółkiém w ſwo-

ſwoim końcu, przez które przechodziłby ſznur QAR; to naténczas niebyłoby wolno dać trzém ſznuróm iakichkolwiek kierónków. Jakóż w takim razie, niedoſyć ieſt, ażeby uſilność AB była wykierówana w linii QA i równała ſię ſile Q, co też rózumié ſię o uſilności AC względém R, ale nadto potrzeba, ażeby kółko nieślizgało ſię; ta zaś okoliczność wyciąga ażeby kąt QAS równał ſię kątowi SAR; to ieſt, że ſiła P powinna bydź tak wykierówana, ażeby kąt QAR dzieliła na dwie równe połowy. Wreſzcie zawſze będzie $P : Q : R ::$ wſt. QAR wſt. SAR : wſt. QAS; ale że $SAR = QAS = \frac{1}{2} QAR$, więc poprzédzaiące naſtępſtwo ſtóſunków przemiénia ſię, na $P : Q : R ::$ wſt. QAR : wſt. $\frac{1}{2} QAR$: wſt. $\frac{1}{2} QAR$; tak że dwie ſiły R i Q muſzą bydź ſobie równe.

562. Gdyby ſznur QAR, zamiaſt cò był ciągnióny przez dwie ſiły Q i R, przeciwnym ſpoſobém znaydówał ſię bydź przymocnióny w dwóch punktach nieruchomych
Q i R (fig. 58), to oczywiście wſzyſtkoby fig. 58
wyſzło na iedno; to ieſt, że kiedyby równowaga miała miéć miéyſce, to trzeba ażeby ſiła P dzieliła kąt QAR na dwie równe połowy; ſiła zaś P może miéć taką

wartość iaka ſię ſpodoba, byleby dwa punkta nieruchome Q i R, były zdólne do dania wſzelkiego odporu choćby naywiększego.

563. Zmyśliwſzy ſobie ſznur QAR obracaiący ſię około dwóch punktów nieruchomych Q i R za ruchém kółka pociągnionego od ſiły P, to punkt A podług (Alg. 225) w takowym ruchu obiégać będzie ellipſę, w któréy środpałami byłyby punkta Q i R, a większa oś BC równałaby ſię długości RAR; lecz widzieliśmy w (Alg. 235), że proſtopadła na tę linią krzywą, dzieli kąt QAR na dwie połowy; więc można powiédziéć, że ſznur QAR niechby znaydówał ſię w iakiém chce położeniu, to ſiła P zawſze zoſtanie w równowadze, ieżeli ciągnie w kierónku proſtopadłym punktowi A ellipſy BAC, w którym ſchodzą ſię dwie części QA i RA.

564. Jeżeli ſiła P ieſt iakim ciężarém fig. 59. (fig. 59), to naténczas niepotrafi utrzymać równowagi, tylko ſzczególnie w iedném położeniu; to ieſt, kiedyby punkt A znaydówał ſię bydź położony w takim punkcie ellipſy, któréinu odpowiadałaby ſtyczna poziemna; a zatem żeby wynaléśdź położenie punktu, w którym ciężar P zoſtawałby w równowadze, trzeba nakryślić ellipſę BAC, co niepodléga żadnéy trudności; a potém poprowadziwſzy śrzednicę poziemną HS, trzeba przytknąć do ellipſy ſtyczną, równoległą téyże śrzednicy, albo któraby czyniła z rzędną AQ, kąt równaiący ſię dopełnieniu kąta HDB; co także ieſt rzeczą łatwą, podług przepiſu (32).

565. Gdyby ſznur RAQ, będąc ciągniony przez dwie ſiły R i Q (fig.

(fig. 60) przechodził ponad punkt fig. 60. nieruchomy A, to dwie ſiły R i Q podobnież powinny ſobie bydź równe; utłoczenie zaś w takim razie punktu A, będzie wykierówane w linii, dzielącéy kąt QAR na dwie połowy, i miéć ſię będzie do iednéy z dwóch ſił, iak ſię ma wſtawa kąta QAR, do wſtawy odpowiadaiącéy połowie tegóż kąta.

566. Zrozumiawſzy dobrze to wſzyſtko co poprzédziło, niémoże bydź nic łatwiéyſzego, iak wynaléśdź ſobie warunki równowagi, maiącéy zachodzić między tak wielu ſiłami iak ſię ſpodoba, przyłożonémi do różnych ſznurów, złączonych z ſobą iednym albo wielu węzłami.

567. Rozumiéymy naſamprzód, że każdy węzeł niełączy tylko trzy ſznury, i że wſzyſtko znayduie ſię na iednéyże płaſzczyznie, takiéy iak pokazuie (fig. 61). Owóż mamy fig. 61. iakby można uważać równowagę, a z niéy wnieść ſobie ſtoſunki zachodzące między ſiłami. Siła P wywiéra ſwoię uſilność przeciwko ſznurom AT, AB. Przedłużmy tedy ich kierónki, a obrawſzy ſobie AF na

na oznaczenie ſiły P, zróbmy na AF iako na przekątnéy i na przedłużeniach AE, AD iako na bokach, równoległobok $ADFE$; to uſilność T iaką wytrzymuie hak, muſi bydź wyrażona przez AE, a wytężenie ſznura BA będzie wyrażone przez AD; tak iż oznaczywſzy takowe wytężenie przez a, miéć będziém $P : T : a :: AF : AE : AD$, albo $P : T : a ::$ wſt. DAE : wſt. FAD : wſt. FAE, albo $P : T : a ::$ wſt. TAB : wſt. PAB : wſt. TAP.

Zmyślmy ſobie uſilność AD przyłożoną w punkcie B, w linii BI, któraby równała ſię linii AD, i w iednéyże linii była z nią położona; to BI wywiéra uſilność przeciwko ſile Q, i przeciwko ſznurowi BC; więc przedłużywſzy iak wyżéy, ſznury QB i CB, i zamknąwſzy równoległobok $GBHI$, BH będzie wártością, iaką powinna miéć ſiła Q, a BG będzie wytężeniém ſznura CB. A zatém oznaczywſzy to wytężenie przez b, z téyże przyczyny, miéć będziém, $a : Q : b ::$ wſt. GBH : wſt. IBG : wſt. IBH, albo $a : Q : b ::$ wſt. QBC : wſt. ABC : wſt. ABQ.

Zmyślmy ſobie znowu uſilność BG przyłożoną w punkcie C w linii CK, któraby równała ſię linii BG, i w iednéyże linii była z nią położona; to CK wywiéra uſilność przeciwko ſiłóm S i R. Więc przedłużywſzy RC i SC, i złożywſzy równoległobok $MCLK$ iak wyżéy, CM będzie wártością, iaką powinna miéć ſiła R, a CL będzie wártością ſiły S. A zatém z téyże przyczyny, miéć

miéć będziém, $b : R : S ::$ wſt. MCL : wſt. KCL : wſt. MCK, albo $b : R : S ::$ wſt. RCS : wſt. BCS : wſt. BCR. Gdybyśmy zaś chcieli miéć bezśrzednie ſtóſunek zachodzący, między wytężeniém T, ramiénia ſznurowego któregokolwiek TA, a między wytężeniém innego ramiénia także któregokolwiek *np.* CS, to łatwo znaléśdź go możemy w ſpoſób naſtępuiący.

Spomiędzy naſtępſtw ſtoſunków wzwyż położonych, wezmiymy tylko te, które ſię tyczą wytężéń ramión ſznura $TABCS$; a miéć będziém $T : a ::$ wſt. PAB : wſt. TAP;
$a : b ::$ wſt. QBC : wſt. ABQ;
$b : S ::$ wſt. RCS : wſt. BCR;

Te ſtóſunki rozmnożone porządnie, dadzą $T : S ::$ wſt. $PAB \times$ wſt. $QBC \times$ wſt. RCS : wſt. $TAP \times$ wſt. $ABQ \times$ wſt. BCR. Gdybyśmy zaś chcieli miéć ſtóſunek, między wytężeniém T a między wytężeniém b, to nietrzebaby, iak tylko dwie piérwſze proporcye rozmnożyć; toż o innych. Zeby znowu miéć ſtóſunek między ſiłami; nietrzeba więcéy, tylko z wyżéy położonych naſtępſtw ſtóſunków, wyciągnąć ſtóſunek zachodzący między dwiéma ſiłami po ſobie naſtępuiącémi, a między pośrzedniém wytężeniém ſznura; co nam da $P : a ::$ wſt. TAB : wſt. TAP;
$a : Q ::$ wſt. QBC : wſt. ABC;
$Q : b ::$ wſt. ABC : wſt. ABQ;
$b : R ::$ wſt. RCS : wſt. BCS,

Rozmnożywſzy te cztèry proporcye porządnie, po zebraniu, miéć będziém, $P : R ::$ wſt. $TAB \times$ wſt. $QBC \times$ wſt. RCS : wſt. $TAB \times$ wſt. $ABQ \times$ wſt. BCS. Chcąc zaś miéć ſtóſunek między P i Q, to tylko dwie piérwſze proporcye trzeba rozmnożyć. Skąd pokazuie ſię, iakby ſobie trzeba poſtąpić z większą liczbą ſił, iako téż w wynaydówaniu ſtóſunków, między wytężeniami ſznurów a ſamèmi ſiłami.

568. Gdyby ſiły P i Q dzieliły na dwie części równe kąty TAB, ABC i.t.d. to naténczas kąty TAP, PAB byłyby ſobie równe, iako też i kąty ABQ, QBC i.t.d.; ſkąd i oráz z ſtóſunków wzwyż założonych wnoſi ſię, że wſzyſtkie części ſznura $TABCS$ ſą równo wytężone.

569. Gdyby zamiaſt ſił P,Q,R, figura (fig. 61), były dane nieruchome punkta A, B, C, (fig. 62), to naténczas (565) tłoczenie ſkraynych części ſznura na takowe punkta nieruchome, byłoby tak wykierówane, iżby dzieliło każdy kąt na dwie równe połowy; i wytężenia wſzyſtkich części TA, AB i.t.d. ſznura $TABCS$ byłyby ſobie równe (568). Więc ieżeli dwie ſiły T i S (fig. 63) wytężaią ſznur, przyłożony do obwodu wielokąta lub linii krzywéy, iakichkolwiek, to wytężenie wſzędzie równo podawać ſię będzie, tak iż te dwie ſiły powinny bydź ſobie równe.

figura 61. 62.

fig. 63.

570. Kiedy liczba ſznurów złączonych iednym węzłém, i położonych na iednéyże płaſzczyznie będzie większa nad trzy, a kiedy ſą położone na różnych płaſzczyznach,

znach, ieżeli ich będzie więcéy nad cztéry; to w takim razie, maiąc dane kierónki ſznurów, niemożna naznaczyć bezwzględnie ſtóſunków między ſiłami i między wytężeniami ſznurów; to ieſt, że ieżeli pewna liczba ſił, (byleby niebyła mnieyſza od téy, iak dopiéro przepiſała ſię wyżéy), trzymała równowagę w kierónkach wiadomych, to zamiaſt tych ſił można użyć innych, maiących też ſame kierónki, a które będąc między ſobą w różnych ſtóſunkach od piérwſzych, niemniéy ſię przeto zoſtawać będą w równowadze.

Np. Jeżeli cztéry ſznury AP. AQ, AR, AS (fig. 64) maią kierónki ſwoie na iednéyże płaſzczyznie, wziąwſzy AB na oznaczenie ſiły P, i przedłużywſzy ſznur SA ku C, ieżeli zmyślimy ſobie uſilność AB, złożoną, z dwóch innych AC, AD, z których piérwſza równałaby ſię i byłaby wbrew przeciwna ſile S, to niebędziémy mieć żadnego warunku któryby wytykał, iaki powinién bydź kierónek AD, czynności maiącéy ſprzeciwić ſię uſilności złożonéy z dwóch ſił Q i R; nic nam mówię niewytyka takowego kierónku, tyle tylko wiémy, że będąc przedłużony, powinién przechodzić przez kąt QAR; warunek, któremu oczywiście można uczynić zadoſyć niezmierną liczbą ſpoſobów. Zaczém obrawſzy ſobie podług upodobania kierónek AD, byleby zgodził ſię z warunkiem do-

fig. 64.

dopiéro przerzeczonym, ieżeli na linii *AB* iako na przekątnéy i na kiérónkach *AC*, *AD* iako na bokach, zamkniémy równoległobok *ACBD*; i znowu ieżeli na *AD* iako na przekątnéy, i na przedłużeniach *AE*, *AF* kierónków dwóch fił *Q* i *R*, zamkniemy drugi równoległobok *AEDF*; to natenczas wziąwfzy *AB* na oznaczenie wártóści fiły *P*, można wziąśdź *AC* na wártość fiły *S*, *AF* na wártość fiły *R*, a *AE* na wártość fiły *Q*; bo fiła *AB* tak czyni, iakby czyniły dwie fiły *AC*, *AD*, z których piérwfza, żeby zoftawała w równowadze z fiłą *S*, powinna bydź = *S*; a co do drugiéy *AD*, takowa czyni, iak dwie fiły *AF*, *AE*, które żeby zoftawały w równowadze z fiłami *R* i *Q*, powinny im bydź równe każda każdéy. Lecz iawna ieft, że dawfzy ufilności *AB* infzą wártość, a zachowawfzy kierónki fił *S*, *Q* i *R*, ufilności *AD*, *AF* i *AE* mieć także będą infze wártości, atoli takie, że nadawfzy ie tym fiłóm, na których kierónkach znayduią fię, te fiły zoftawałyby w równowadze; więc w takim przypadku, zoftawiwfzy kierónki nieodmiénne, można te fiły uftanowić w równowadze, niezmiérną liczbą fpofobów.

571. Tož famo ma fię rozumiéć, kiedy fznury rofchodzące fię z iednego wezła, były położone na różnych płafzczyznach, i znaydówały fię w większéy liczbie nad cztéry. Ale kiedyby niebyło ich więcéy iak cztéry, to maiąc dane kierónki, ftófunki między fiłami iakie do tych fznurów maią bydź przyłożone, iuż byłyby określone. Al-

Albowiém przez dwa którekolwiek *AP*, *AS* z tych fznurów (fig. 65), można zawfze zmyślić fobie płafzczyznę, która będąc doftatecznie przedłużona, fpotka fię z płafzczyzną *RAQ*, odpowiadaiącą innym dwóm fznuróm, w linii *DAE* iakièykolwiek, ale któréy położenie, wyznaczaią kiéronki cztérech fił. fig. 65.
Naténczas ieżeli przedłużymy kierónek *SA*, i obrawfzy *AB* na oznaczenie fiły *P*, ieżeli na *AB* iako na przekątnéy, i na kierónkach *AD*, *AC* iako na bokach, zamkniémy równoległobok *DACB*, to mieć będziém *AC* na wártość fiły *S*, a zaś *AD* na wártość ufilności, iaką wywiéra fiła *P* przeciwko dwóm fiłóm *Q* i *R* fpólnie czyniącym. Więc przedłużywfzy liniie *QA* i *RA* położone na téyże płafzczyznie co *AD*, ieżeli na *AD* iako na przekątnéy, i na przedłużeniach *AF*, *AG*, iako na bokach, zamkniemy równoległobok *AFDG*; to *AF* i *AG* będą wártościami, iakie dacby potrzeba fiłóm *Q* i *R*.

572. Wrefzcie w iakimkolwiek bądź przypadku, czyto fznury fą położone na iednèyże płafzczyznie czy nie fą; z przyczyny że równowaga wyciąga, ażeby każdy wę-

węzél zoſtawáł nieruchomy, ieżeli ſiła czyli wytężenie każdego ſznura przyłożonego do tegóż węzła, rozłoży ſię na trzy inne ſiły, wzaiemnie ſobie proſtopadłe, albo na trzy ſiły równoległe trzém liniióm wzaiémnie ſobie proſtopadłym; to podług (283) potrzeba, ażeby względém każdego węzła, ſumma ſił równoległych każdéy z pomiénionych linii, była zerèm, (nieprzepominaiąc o tém, że przez ſummę ſił, rozumié ſię ſumma ſił czyniących w iedném rózumieniu, mniéy ſumma ſił czyniących w rozumiéniu przeciwném). Gdyby ſznury złączone iednym węzłém, znaydówały ſię na iednéyże płaſzczyznie, to doſyćby było, rozłożyć tylko na dwie ſiły, równoległe dwóm liniióm wzaiemnie ſobie proſtopadłym, i na téyże płaſzczyznie poprowadzonym. Na tym fundamencie, zawſze mieć można wſzyſtkie warunki ściągaiące ſię do równowagi, byleby ſznury były nieruchomie między ſobą połączone.

573. Zeby ſię to pokazało w proſtym przykładzie, daymy że na tymże fundamencie, trzeba nam wynaléśdź ſtóſunek między trzema ſiłami zoſtaiącémi w równowadze, przy pomocy trzech ſznurów złą-
fig. 66. czonych iednym węzłém (fig. 66). Pozwólmy na moment, że AG, AB, AF, ſą liniiami, które mogą nam oznaczać takowe trzy ſiły; ażeby mieć tém mniéy rozłożéń do czyniénia, rozłóżmy dwie ſiły Q i R, iak wyrażono w figurze, to ieſt każdą z

nich

nich na dwie inne, tak iż iedna byłaby położona w kiéronku ſiły P, a druga byłaby proſtopadła temuż kierónkowi. Naténczas w tróykątach proſtokątnych BAC, TAI, oznaczywſzy promiéń przez 1, miéć będziém $BC = AD = AB\ \text{wſt.}\,QAC$; $FI = AE = AF\ \text{wſt.}\,RAC$; $AC = B\ \text{doſt.}\,QAC$; $AI = AF\ \text{doſt.}\,FAI$. Więc na fundamencie zaſady wzwyż założonéy, będzie $AB\ \text{wſt.}\,QAC - AF \times \text{wſt.}\,RAC = 0$; i $AB\ \text{doſt.}\,QAC + AF \times \text{doſt.}\,RAC - AG = 0$. Piérwſze z tych dwóch zrównań, daie $AB\ \text{wſt.}\,QAC = AF\ \text{wſt.}\,RAC$; a zatém $AB : AF :: \text{wſt.}\,RAC : QAC$, to ieſt, $Q : R :: \text{wſt.}\,RAC : \text{wſt.}\,QAC$; co doſkonale zgadza ſię z wywodém wyżey okazanym (556).

Jeżeli z piérwſzego zrównania wyciągniémy wártość ilości AF, i położymy ią w drugiém, to miéć będziém, $AB\ \text{doſt.}\,QAC + \dfrac{AB\ \text{doſt.}\,RAC\ \text{wſt.}\,QAC}{\text{wſt.}\,RAC} - AG = 0$; albo $AB\ \text{doſt.}\,QAC\ \text{wſt.}\,RAC + AB\ \text{doſt.}\,RAC\ \text{wſt.}\,QAC = AG\ \text{wſt.}\,RAC$. Lecz podług (Jeom. 286), $\text{doſt.}\,QAC \times \text{wſt.}\,RAC + \text{doſt.}\,RAC\ \text{wſt.}\,QAC = \text{wſt.}\,(QAC + RAC) = \text{wſt.}\,QAR$;

więc

więc AB wſt. $QAR = AG$ wſt. RAC; to ieſt, $AB : AG :: $ wſt. RAC : QAR, albo $Q : P ::$ wſt. RAC : wſt. QAR; co podobnież zgadza ſię z przerzeczonym wywodém (556).

574. Zobaczmy teráz iaką odmianę może ſprawić ważność ſznurów w czynnościach ſił. Niech będzie tak wiele ſił iak ſię
fig. 67. ſpodoba (fig. 67) przyłożonych do iednegoż ſznura $TABCS$, niémaiącego ważności, ciągnionego w końcach od dwóch ſił T i S, albo przymocnionego do dwóch punktów nieruchomych T i S. Jeżeli przedłużą ſię dwa ſznury ſkrayne TA, CS, ażby ſię ſpotkały w punkcie V, to iawna ieſt, że uſilność złożona z oſobnych wytężéń tych dwóch ſznurów ſkraynych, powinna przechodzić przez punkt V. A ponieważ ma miéć mieyſce równowaga, więc ſiła złożona z trzech ſił P, Q i R, tudzież z wytężéń dwóch ſznurów pośrzednich AB i BC, powinna także przechodzić przez punkt V; bo żeby zachodziła równowaga, trzeba aby takowa ſiła złożona, była równa i wbréw przeciwna ſile złożonéy z wytężéń dwóch ſznurów TA i CS. Lecz ſiła złożona z trzech ſił i z wytężéń dwóch ſznurów pośrzednich, nieieſt co innego, tylko ſiła złożona ſzczególnie z trzech ſił, z przyczyny że każdy z dwóch ſznurów AB i BC, ſam przez ſię niéma żadnéy czynności, a zatém téż niémoże nic ſkutkówać przeciwko wſzelkiéy częśći układu, bądź któréykolwiek; więc ſiła złożona z wſzyſtkich ſił P, Q, R, przyłożonych do ſznura, przechodzi przez przedłużenie V dwóch ſkraynych ſznurów.

575.

575. Widzieliśmy (197 i daléy), iak wynayduie ſię takowa ſiła złożona; ale ieżeli ſznury ſą równoległe, iak bywa, kiedy ſiły P, Q, R ſą iakiémi ciężarami; to naténczas, z przyczyny że ſiła złożona, muſi bydź równoległa ſkładaiącym, kierónek iéy wynaydzie ſię tém łatwiéy, poprowadziwſzy przez punkt V liniią równoległą iednému z kierónków tych ciężarów, to ieſt liniią pionową.

576. Niechay tedy będzie (fig. 68), tak wiele ciężarów iak ſię ſpodoba, przyłożonych do iednegoż ſznura nieważnego; przedłużywſzy dwa ſznury ſkrayne i przez punkt V wzaiemnego ſpotkania, poprowadziwſzy pionową VX, równowagę tego całego układu, można przemiénić w myśli, na równowagę między trzema ſiłami przyłożonémi do trzech ſznurów, złączonych węzłém V, gdzie ſiła wykierówana w linii XVZ ieſt ſummą wſzyſtkich ciężarów. A ſtąd iako téż i z tego co powiedziało ſię wyżéy (556) wnieść ſobie trzeba, że wytężenie T ma ſię do wytężenia S, iak wſtawa kąta XVS do wſtawy kąta TVX. fig. 68.

577.

577. Teráz uważaiąc ſznur ważny, iako-
by zgromadzenie niézmiérnéy liczby małych
ciężarków iednokſztáłtnie rozłożonych po oſi
tego ſznura, widzieć ſię daie, że ieżeli przez S
fig. 69. (fig. 69) oznacza ſię punkt, w którym ſiła ieſt
przyłożona do ſznura, a przez T punkt, w
którym ſznur ieſt przyłożony do iakiéy ſilni,
to czynność ſiły, ſkutkuiąca przeciwko pun-
ktowi T. ſkutkuie w kierónku linii TV ſty-
cznéy z liniią krzywą, w iaką układa ſię ſznur
mocą ważności ſwoiey, i że ta czynność nie-
równa ſię czynności ſiły S, tylko w tén czas,
kiedy pionowa poprowadzona przez punkt V,
w którym ſtykaią ſię dwie ſtyczne ſkrayne,
dzieli kąt TVS na dwie równe połowy; i
że ogołém czynność ſiły S. iakaby miała
miéyſce gdyby ſznur niebył ważny, ma ſię
do czynności ſkutkuiącéy ninie z wagą przy-
tomną, iak ſię ma wſtawa kąta TVX do wſta-
wy kąta SVX.

578. Uważmy tu, że ściśle bio-
rąc, chociażby niewiedzieć iak wiel-
kiéy ſiły użyło ſię do wytężenia ſznu-
ra, to iednakże nigdy doſkonale pro-
ſto wyciągnąć go niepotrafi, chybaby
to było w kierónku pionowym. Ja-
kóż, daymy że na ſznurze nieważnym
fig. 70. RAP (fig. 70), utrzymuie ſię waga
Q, przy pomocy dwóch ſił równych
P i R, których kierónki przybliżały-
by ſię niezmiérnie bliſko do kąta od
180°. To mieć będziém $Q : P ::$
CAD : wſt. CAB (556), albo (prze-
dłużywſzy DA), : : wſt. CAS : wſt.
$\frac{1}{2}CAD$;

$\frac{1}{2}CAD$; lecz kąt CAS ieſt niezmiér-
nie mały podług przypuſzczenia, a
$\frac{1}{2}CAD$ przybliża ſię niézmiérnie do
kąta proſtego, więc Q powinno bydź
niezmiérnie małe względém P; więc
nawet naténczas; kiedyby waga Q by-
ła niezmiérnie mała, dwie częśći ſznu-
ra, ieſzcze czynią kąt między ſobą.
A ſtąd wnieść ſobie można, że ſiła
bardzo mała Q, ſprawuie bardzo
wielkie wytężenie w ſznurach AP,
AR, kiedy kąt RAP z nich powſta-
iący, ieſt zbytecznie rozwarty.

579. Tym ſpoſobém można wytłuma-
czyć, dla czego nadymaiąc przy pomocy rur-
ki Aa (fig. 71) w iaką obwiykę giętką aEB- fig. 71.
Ca, do którey końca B byłaby przyprawna
waga P, dla czego mówię ſamo dmuchnięcie
dość niewielkie, ieſt wydoſtarczaiące na pod-
nieſiénie wagi P, chociażby doſyć znacznéy.

Jakóż, można uważać każdą połowę aCB,
aEB przerznięcia pionowego téy obwiyki,
iakoby ſznur popychany w każdym punkcie
od ſiły proſtopadłéy (297), równaiącéy ſię
tłoczeniu, iakie ſprawuie wnętrznie po-
wietrze przeciwko ścianóm téyże obwiyki.
Siła złożona z tych wſzyſtkich tłoczéń, po-
winna mieć kierónek FED (574), to ieſt, po-
winna przechodzić przez punkta, w których
ſpotykaią ſię ſtyczne przytknione do końców
tego ſznura, i powinna mieć ſię do uſilności
ſkutkuiącéy w kierónku BD : : wſt. aDB
albo wſt. aDu : wſt. FDa. Lecz kąt aDu
ieſt bardzo mały; więc uſilność bardzo ma-
ła czyniaca w kierónku F, ſprawuie uſil-
ność

ność bardzo wielką w kierónku BD. Z téy, że przyczyny utłoczenie części aEB, sprawi usilność bardzo znaczną w kierónku BF; waga tedy P będzie pociągana od dwóch sił bardzo znacznych w kierónkach BD i BF, które będą tém więcéy skutkować, im będzie mniéyszy kąt FBD; bo usilność z nich powstaiąca, tém bardziéy przybliża się do zrównania się z ich summą.

O Klubach i o Puzdrach klubnych (*Polyspastus*).

580. Postać kluby, iest wszędzie dobrze znaioma, przeto opisować ią tu, byłoby rzeczą zbyteczną. Wszelkie różne rodzaie klub można zebrać na dwa gatunki; to iest iedne są *nieruchome* a drugie *ruchome*.
figura 72. 73. Kluba nieruchoma (fig. 72. 73) iest ta, w którey siła i ciężar, albo zawada iaką ma do przełamania, są oboie do niéy przyłożone w kieronkach stycznych z okręgiém téyże kluby.
figura 74. 75. Kluba ruchoma (fig. 74. 75), iest ta, w któréy ciężar czyli zawada, iest przyłożona do śrzodka, albo w kierónku przechodzącym przez śrzodek lub przez oś kluby.

581. Klubę rozważaiąc ogółém, ta silnia iest sposobna do dwoiakiego ruchu; piérwszy iest, kiedy sznur przechodzący przez szyikę kluby, to iest opasuiący onę, może swoie miéysce odmienić, ciała saméy kluby z miéysca nieporuszaiąc; drugi ruch iest, kiedy ciało kluby może odmiénić swoie położenie. A zatém równowaga w téy silni zależy od dwóch warunków wcale osobnych ieden od drugiego; piérwszy iest, ażeby wytężenia dwóch części sznura opasuiącego klubę, niszczyły się wzaiemnie; dla tego powinny bydź sobie równe, krzywość kluby niechayby była iaka chce (569). Drugi zaś warunek, wnosi się z piérwszego w sposób następuiący.

582. Z dwóch wytężéń opasuiących klubę, wynika przeciwko ciału téy silni usilność, któréy wártość wynaydzie się, wziąwszy na kiérónkach sznurów, rachuiąc od punktu spotkania (fig. 72. 73. 74), części ró- fig. 72.
wne IA, IB, i zrobiwszy równoległobok $IADB$; w krórym przekątna ID, wyrażać będzie usilność, skutkuiącą przeciwko ciału kluby, kiedy liniia IA oznacza wytężenie sznura fig. 72.
OP (fig. 72 i 73) albo OG (fig. 74). Lecz z 73. 74.
przyczyny stycznych IR, IO, tudzież linii IB, IA, łatwo widzieć się daie, że liniia ID przedłużona, przechodzi przez śrzodek C kluby; więc ieżeli ciało kluby nieiest przytwiérdzone nieruchomie, to usilność ID niémoże bydź zniszczona, tylko w tén czas, kiedy zawada iakakolwiek, maiąca sprzeciwiać się ru-

 cho-

chowi kluby, będzie położona na iakim punkcie linii IC zmierzaiącéy do śrzodka C, w punkcie spotkania się dwóch sznurów opasuiących klubę. A zatém ieżeli kluba iest wyznaczona do obracania się w kapturze CG, przymocnionym do punktu zewnętrsznego G
fig. 73. (fig. 73), ieżeli tén kaptur może obracać się około punktu G, to nastąpi równowaga, byleby kaptur CG był wykiérówany w linii CI.

Podobnież, ieżeli ciało kluby, będąc opasane sznurém umocnionym w punkcie G (fig.
fig. 74. 74), iest ruchome, to niebędzie równowagi tylko w tén czas, kiedy usilność przyłożona do śrzodka C, albo do kaptura przymocnionego w tym śrzodku, dzielić będzie na dwie połowy kąt złożony z dwóch sznurów OG, RQ; i w takim przypadku, usilność będzie się miała do wytężenia każdego z dwóch sznurów OG, $RQ :: ID : IA : IB$.

583. Podług tego, łatwo iest wynaléśdź stósunek między wytężeniami każdego z dwóch sznurów opasuiących klubę, między usilnością ztąd wynikaiącą przeciwko ciału kluby, a zatém między usilnością, do iakiéy iest zdólna kluba ruchoma
fig. 74. (fig. 74). Wytężenie każdego sznura oznaczywszy przez liniią IA, albo iéy równą IB, usilność skutkuiąca przeciwko ciału kluby, będzie wyrażona przez ID. Lecz w tróykącie IAD, mamy $IA : ID ::$ wst. IDA : wst. IAD, albo :: wst. CIQ : wst. OAD al-

albo wst. PIQ: więc można powiédzieć ogołém, że *w równowadze sprawionéy przy pomocy kluby prostéy, nieruchoméy albo ruchoméy* 1ᵒᵈ *Wytężenia dwóch sznurów opasuiących klubę, albo siły przyłożone do tych sznurów są sobie równe.* 2ʳᵉ *Że każda z tych sił, ma się do usilności skutkuiącéy przeciwko śrzodkowi kluby, iak się ma wstawa połowy kąta złożonego z tych dwóch sznurów, do wstawy kąta całego.*

A tak w klubie nieruchoméy (fig. 72. 73), siła Q nieprzynosi innego przedniéyszego pożytku, iak tylko tén, że kierónek iéy czynności, można odmiénić podług upodobania. Lecz w klubie ruchoméy (fig. 74. 75), siła Q, sprawuie dwoiaki pożytek; bo można i kierónek odmiénić i pomnożyć skutek iéy czynności. Ale to trzeba uważyć, że przez odmianę kierónku, usilność skutkuiąca przeciwko śrzodkowi, staie się różna; tak iż iest iedén pewny kierónek, w którym takowa usilność wypada naywiększa iak tylko można; a to naténczas kiedy dwa sznury OG, RQ, są równoległe sobie, iak zobaczymy zaraz. figura 72. 73. figura 74. 75.

584. Poprowadziwszy promiénie OC, CR (fig. 74) i cięciwę OR, fig. 74.
tróykąt OCR, miéć będzie swoie boki prostopadłe bokóm tróykąta BID, a zatém oba będą podobne sobie, co daie $IB : ID :: CR : OR$, to iest, Q

:*P*:: *CR*:*OR*; więc ogołém, *wytężenie iednego z dwóch ſznurów, ma ſię do uſilności iaką wytrzymuie śrzodek, iak promień kluby, do cięciwy łuku opaſanego ſznurém.* Lecz iawna ieſt, że takowy ſtóſunek ieſt naywiękſzy iak tylko można, i wychodzi na 1 do 2, kiedy ſznury ſą ſobie ró-
fig. 75. wnoległe (fig. 75); więc w klubie ruchoméy, ſiła wypada w tén czas naymniéyſza iak tylko można, kiedy ſznury ſą ſobie równoległe; i w takim przypadku równa ſię połowie wagi iaką utrzymuie śrzodek kluby.

585. Dotąd równowagę w klubie przypiſowaliśmy tèy okoliczności, że z wzaiemnego ſpotkania ſię dwóch ſił przyłożonych ſpoſobém ſtycznym do okręgu kluby, wynika ſiła iedyna, któréy kierónek przechodzi przez śrzodek téyże kluby; gdzie zoſtaie zniſzczona, w klubie nieruchoméy
fig. 72. (fig. 72), przez odpór oſi kluby, rozumieiąc ią nieporuſzoną, albo przez
figura 73. 74. odpór kaptura (fig. 73), albo naoſtatek przez odpór wagi (fig. 74), która poméniónéy ſile ieſt równa i wbréw przeciwna. Ale ieżeli w téy ſilni, tylko ſama ſiła rózumié ſię bydź czyn-

na

ną, a waga i uſilność przyłożona do kaptura, ſprawuią tylko urząd odporu, to zdawałoby ſię rzeczą naturalniéyſzą, wyſtawić ſobie czynność ſiły, iakoby roſkładaiącą ſię na dwie uſilności, z których iedna byłaby równa i wbréw przeciwna uſilności przyłożonéy do drugiego ſznura ſtycznego, a druga byłaby równa i wbréw przeciwna uſilności przyłożonéy do śrzodka kluby.

Np. W klubie nieruchoméy (fig. 76) i *figura* 76. 77. w klubie ruchoméy (fig. 77), wziąwſzy na kierónku *AQ* ſiły *Q*, rachuiąc od punktu *A*, w którym ſpotyka ſię z ſznurém *AF*, część iakąkolwiek *AB* na oznaczenie téy ſiły, i zróbiwſzy na *AB* iako na przekątnéy równoległobok *ADBI*, którego boki *AI*, *AD* znaydówałyby ſię na przedłużeniu linii *FA*, i na linii *AC* przechodzącéy od punktu ſpotkania *A* do śrzodka *C*; to naténczas możnaby ſobie w myśli wyſtawić ſiłę *Q*, rozłożoną na dwie uſilności *AI* i *AD*. A że ma bydź równowaga, więc trzeba ażeby uſilność *AI* równała ſię wytężeniu ſznura *figura*
FP (fig. 76) albo ſznura *FG* (fig. 77), a uſil- 76. 77.
ność *AD*, ażeby równała ſię téy, iaką wytrzymuie, śrzodek w (fig. 76), albo ażeby równała ſię wadze *P* w (fig. 77); lecz na fundamencie zaſád rodanych do roſkładania (201), mamy *AB* : *AD* : *AI* : : wſt. *DAI* : wſt. *BAI* : wſt. *BAD*, albo : : wſt. *FAC* : wſt. *FAE* : wſt. *EAC*, co wychodzi na toż ſamo, iak widzieliśmy wyżéy (583); więc t. d. W powſzechności, zawſze wypadnie ténże

ſam

ſam ſtóſunek, czyto uważać ſię będzie równowaga iakoby ſprawiona przez złożenie ſił, czyli też uważać ſię będzie, iako ſkutek wynikaiący z rozłożenia. Jeżeliby ſznury
fig. 75. były równoległe, iak w (fig. 75), to ſiłę Q trzebaby rozłożyć na dwie ſiły równoległe CB i QI, podług tego, iak iuż przepiſało ſię wyżéy (208).

fig. 78. 586. Więc ieżeli waga P (fig. 78), ieſt utrzymówana od ſiły Q, przy pomocy wielu klub ruchomych, każda z nich będąc opaſana ſznurém, którego iedén koniec byłby przymocniony do punktu nieruchomego, a drugi do kaptura kluby przyległey, to ſiła mieć ſię będzie do wagi, iak ſię ma mnogość wynikaiąca z rozmnożenia wzaiemnego przez ſię wſzyſtkich promieniów klub ruchomych, do mnogości wynikaiącéy z rózmnożenia cięciw, odpowiadaiących łukóm opaſanym ſznurami.

Jakóż, ieżeli oznaczymy przez N i M obciążenie śrzodków dwóch klub N i M, które oraz ſą wyrażeniami wytężéń dwóch ſznurów, przywiązanych do śrzodków N i M, promiénie zaś ieżeli oznaczymy przez r, r' i r'', a cięciwy klub N, M, L przez s, s' i s''; to mieć będziém (584), $Q : N :: r : s$; $N : M :: r' : s$; $M : L$ albo $P :: r'' : s''$; więc rozmnożywſzy te proporcye porządnie, i wyrugówawſzy czynników ſpólnych dwóm wy-

razóm pierwſzego ſtóſunku, będzie $Q : P :: rr'r'' : ss's''$. A ieżeli ſznury ſą równoległe, przez co wypadà $s = 2r$; $s' = 2r'$; $s'' = 2r''$, to będzie $Q : P :: rr'r'' : 2r \times 2r' \times 2r'' :: 1 : 2 \times 2 \times 2$; to ieſt, że ſiła ma ſię do wagi, iak ſię ma iedność do liczby Q, wynieſionéy do ſtopnia, oznaczonego przez liczbę klub nieruchomych; np. przy pomocy trzech klub, ſiła Q, utrzymówałaby wagę, wártuiącą ośm razy tyle co ſama.

587. Ale to roſporządzenie klub, nieieſt naywygodniéyſze; poſpoliciéy używać ſię zwykło takie- figura 79, 80,
go iakie wſkazuią *figury* 79, 80, 81, 81, 82,
82, 83, 84; wiele klub ruchomych i 83, 84.
nieruchomych w tén ſpoſób roſporządzonych, że wſzyſtkie opaſuie ténże ſam ſznur, nazywaią *puzdrém*. Wſzyſtkie kluby nieruchome, bywaią oſadzone w iednym kapturze, a znowu wſzyſtki ruchome w drugim. Ich śrzodki, czaſém daią ſię na różnych punktach przerzeczonego kap- fig. 79,
tura, iak w (fig. 79, 80, 81, i 82); a 80, 81,
czaſém iak w (fig. 83) wſzyſtkie ſą 82, 83.
położone na iednéyże oſi.

588. Pomimo wſzelkiéy różności w tych ſzczególnych roſporządzeniach, zawſze można wynaléśdź zachodzący ſtóſunek między ſiłą a wagą, na tym fundamencie: *Siła ma*

ſię do wagi, iak promień albo wſtawa od 90°. do ſummy wſzyſtkich wſtaw, odpowiadaiących kątòm, iakie czynią z liniią poziemną każdy z ſznurów przytykaiących do kluby ruchoméy.

figura 79. 80. Jakóż, ieżeli na każdym z tych ſznu-
rów (fig. 79, 80). wezmiemy części równe
im, *np* i. t. d. na oznaczenie ich wytężeń, i
ieżeli na każdéy z tych linii iako na prze-
kątnéy zróbimy równoległobok, którego dwa
boki byłyby pionowe, a drugie dwa pozie-
mne, to zamiaſt uważania wagi *P*, iakoby
była utrzymówana przez bezśrzedne wytę-
żenia ſznurów, można ią uważać, iakoby
utrzymówaną przez ſpólną czynność ſił po-
ziemnych *ik*, *no* i. t. d. i ſił pionowych *il*,
nq, i. t. d. Ale że pièrwſze z nich, iako pro-
ſtopadłe kierónkowi czynności wagi, bynay-
mniéy nieprzyczyniaią ſię, do przemożenia
téyże wagi, i w równowadze poniſzczą ſię
wzaiemnie; więc waga *P*, nieutrzymuie ſię
tylko przez ſiłę złożoną z ſił pionowych, to
ieſt, przez ſummę ſił pionowych *il*, *nq*, i. t. d.
Lecz w tróykątach proſtokątnych *iml*, *nqp*,
i. t. d. mamy *im* : *il* : : 1 : wſt. *iml*; *np* albo
im : *nq* : : 1 : wſt. *npq*, i tak daléy. mówiąc
o innych ſznurach; więc *il* = *im* wſt. *iml*; *nq*
= *im* wſt. *npq*; więc naoſtatek *Q* : *P* : : *im*
: *im* wſt. *iml* + *im* wſt. *npq* + t. d. albo : : 1 :
wſt. *iml* + wſt. *npq* + t. d.

589. Jeżeli ſznury ſą równoległe, a zatém pionowe, to kąty *iml*, *npq* i. t. d. będą proſtémi, a zatém ich wſtawy każda równać ſię będzie promié-

niowi 1. Więc w takim przypadku, ſiła mieć ſię będzie do wagi, iak 1, do ſummy z dodanych tylu iedności, iak wiele będzie ſznurów przytykaiących do puzdra ruchomego. Skąd pokazuie ſię, że *ieżeli ieden z końców ſznura, ieſt przywiązany do puzdra nieruchomego (fig. 81), to ſiła mieć ſię będzie do wagi, iak ſię ma iedność, do podwóyności liczby klub oprawnych w puzdrze ruchomém. A ieżeli ieden koniec ſznura, ieſt przywiązany do puzdra ruchomego (fig. 82), to ſiła mieć ſię będzie do wagi, iak ſię ma iedność, do podwóyności liczby klub oprawnych w puzdrze ruchomem, pomnożonéy iedną iednością.* fig. 81. fig. 82.

590. Podanie powſzechne dopiéro okazane, ma zawſze miéyſce, czyto ſznury znayduią ſię na iednéyże płaſzczyznie, czyli nie. I gdyby nawet zawada która ma ſię przemódz przy pomocy puzder, niebyła wagą, to ieſt, gdyby kierónek całkowitéy uſiłości puzdra niebył pionowy, to przerzeczone podanie niemniéy przeto mieć będzie miéyſce, położywſzy tylko, zamiaſt kątów iakie czynić rozumiały ſię ſznury z płaſzczyzną poziemną, położywſzy mówię kąty, iakie czynią też ſznury z płaſzczyzną proſtopadłą całkowitéy uſilności puzdra. *Np.* w fig. 84 *fig*. 84 ſiła *Q*, ma ſię do uſilności ſkutkuiącéy w *G*, iak ſię ma promień do ſummy wſtaw

wſtaw wſzyſtkich kątów, iakie czynią każdy z ſznurów przytykaiących do puzdra EF, z płaſzczyzną proſtopadłą linii FG.

591. Jeżeli używa ſię wiele puzder, tak nieruchomych iako też i ruchomych, to i tak z niemnieyſzą łatwością będzie można, podług tego co poprzédziło, wynaléśdź ſtóſunek zachodzący między ſiłą a wagą.
fig. 84. *Np.* w *fig.* 84 rozumieiąc ſznury równoległe, ſiła Q ma ſię do uſilności ſkutkuiącéy w kierónku BC (589) $:: 1 : 5$; lecz ta oſtatnia uſilność, czyni urząd ſiły, względém narządzonèy części BA; więc ma ſię do wagi $P :: 1 : 4$; więc (te dwa ſtóſunki rozmnożywſzy porządnie), ſiła Q ma ſię do wagi $P :: 1 : 20$; a zatém uſilność wynoſząca *np.* 50 *ſtów*, zdołałaby utrzymać ciężar ważący - 1000 *ſtów*.

592. W tém wſzyſtkiém co poprzédziło, odłożyliśmy na ſtronę ważność klub, kapturów i. t. d. tarcie i giętkość ſznurów. Zobaczymy niżéy iak maią bydź obrachówane te oſtatnie dwa gatunki odporu. Co ſię zaś dotyczé wagi części ruchomych, które ſiła muſi utrzymówać, ſpoſób wprówadzenia ich w rachunek w przypadku równowagi, na tém zależy, ażeby całą wagę onych przyłączyć do wagi P, kiedy całkowita czynność ich ważności, ieſt położona w téyże linii pro-

proſtéy, co ważność ciężaru P, iak w (fig. *figura*
81. i 82). Ale ieżeli ważność narządzonéy 81. 82.
części CF (fig. 84), nieſkutkuie w téyże ſa- *fig.* 84.
méy linii BC, w któréy ſkutkówałaby uſilność téyże części bez ważności, to wtakim razie BC nie będzie znaydówać ſię w tym oſtatnim kierónku, ale w kierónku ſiły, złożonéy z ważności téy części narządzonéy, i z uſilności téyże części uważonéy, bez ważności. Lecz ponieważ ta okoliczność, ieſt małéy wagi, w takich przypadkach w których używać ſię zwykło klub w tén ſpoſób, przeto niewidzimy potrzeby, wchodzić tu w naznaczenie ściſłego ſtóſunku, iaki zachodzi w takim razie między ſiłą a wagą.

593. Co ſię tyczé ruchu w klubach, my tu niebędziémy rozważać inſzego, tylko tén iaki nadaie kluba wadze P, kiedy ſznury ſą równoległe. Jawna zaś ieſt, że w klubie nieruchoméy i proſtéy (fig. 72), waga P *fig.* 72.
niémoże mieć inſzéy ſzypkości, tylko tęż ſamę co i ſiła Q; a w klubie także proſtéy ale ruchoméy (fig. 75), waga podnoſi ſię tyl- *fig.* 75.
ko przez połowę tak prędko iak ſiła. W puzdrach, kiedy ſznury ſą równoległe, ſzypkość wagi, ma ſię do ſzypkości ſiły, iak ſię ma ſiła do wagi w przypadku równowagi. Albowiém iawna ieſt, że ieżeli puzdro ruchome (fig. 81. i daléy), podnioſło ſię *np.* na ie- *fig.* 81.
dnę ſtopę, to każdy z ſznurów przytykaią- *i daléy.*
cych do tegóż puzdra, ſkrócił ſię także na iednę ſtopę; więc tén ſznur, do którego ieſt przyłożona ſiła, muſiał ſię przydłużyć na tyle ſtóp, ile ieſt ſznurów przytykaiących do puzdra ruchomego.

594. Używaiąc klub w ſilniach, gdzie na regularności i niezawodności ich wiele zależy, trzeba także mieć wzgląd na ich bezwładność; ale ponieważ ruch kolowrotny iaki bio-

biorą, ieſt ſkutkièm tarcia, przeto zachowuiemy ſobie mówić o tém niżéy na ſwoièm miéyſcu.

O Drągu, kiedy ſiły przyłożone do niego ſą wſzyſtkie na iednéyże płaſzczyznie.

595. Przez *Drąg*, rozumiémy tu pręt niegiętki, iakiéykolwiek bądź poſtaci, tak uſtatkówany w iednym z ſwoich punktów C (fig. 85, 86), iżby niemógł powziąśdź innego ruchu, mocą czynności ſił przyłożonych do niego, tylko ruch *kołowrotny*; to ieſt, ruch ſpoſobny do obracania ſię około punktu C. Takowy zaś punkt C, nazywa ſię *punktèm podpory*.

figura 85. 86.

596. Uważać będziémy naſamprzód drąg, iakoby niemiąższy i nieważny. W przypadku równowagi, łatwo można miéć wzgląd na iego ważność, uważaiąc ią niby ſkupioną wſrzodku ciężkości tego drąga, i iakoby nową ſiłę przyłożoną do niego w tymże punkcie w kierónku pionowym. W przypadku zaś ruchu, iuż nie w ſrzodku ciężkości uważa ſię miąższość ſkupiona, chcąc wiedzieć ſkutek iaki ſprawić potraſi, ale

ale trzeba ią uważać ſkupioną w inſzym punkcie, który w krótce naznaczymy.

597. Rozumiéć tu będziémy, że ſiły przyłożone do drąga, wſzyſtkie znayduią ſię na téyże płaſzczyznie, co punkt podpory. Na innèm zaś miéyſcu zaſtanowimy ſię nad równowagą i ruchém, zachodzącémi w takich okolicznościach, kiedyby ſiły przyłożone do drąga, znaydówały ſię na różnych płaſzczyznach.

598. Daymy tedy, że dwie ſiły P i Q (fig. 85, 86) przyłożone do dwóch punktów B i D drąga BCD, bądźto bezśrzednie, bądź też przy pomocy dwóch ſznurów lub prętów niémiąższych, ſkutkuią przeciwko temu drągowi w kierónkach BP, DQ, i czynią ſobie wzaiemnie równowagę; idzie rzecz o naznaczenie warunków téy równowagi. *figura* 85. 86.

Ponieważ iedna z tych dwóch ſił niech będzie *np.* ſiła Q, nieczyni równowagi drugiéy ſile, tylko przy pomocy punktu podpory C, więc iawna ieſt, że ſiła Q powinna ſprawówać dwie uſilności, z których iedna niſzczyłaby uſilność ſiły P, a druga byłaby zniſzczona przez punkt podpory C, a zatém któraby przechodziła przez ténże punkt. Przedłużmy nieokreślenie kierónki PB i QD, które ſpotkaią ſię w punkcie A, i poprowadźmy liniią AC. Podług (196), możemy rozumiéć ſiłę Q przyłożoną w punkcie A w kierónku AQ; a naténczas ieżeli liniia AG wyraża wartość téy ſiły, i ieżeli na AG

AG iako na przekątnéy, i na kierónkach
AC, BAE iako na bokach przyległych, zro-
bimy rownoległobok $AHGE$; to liniia AE
(193). oznaczać będzie uſilność, iaką czyni
ſiła Q, w kiérónku i w rozumiéniu przeci-
wném ſiły P; a zaś linia AH wyrażać bę-
dzie uſilność, iaką czyni taż ſiła przeciwko
punktówi podpory C. Jakóż, lubo punkt A,
nieieſt złączony z dwóma punktami B i C,
niemniéy przeto rozłożenie ſiły Q dzieie ſię
w ténże ſpoſób, iak gdyby był z niémi złą-
czony. Albowiém iawna ieſt, (nic nieodmié-
niaiąc ani w ſiłach, ani w kierónkach onych-
że), że gdyby punkt A był złączony z trze-
ma punktami B. C, D, przez trzy pręty nie-
giętkie i niemiąższe AB, AC, AD, to złą-
czenié takowe w ninieyſzym ſtanie układu,
wcale nicby nieodmiéniło, a zatém ani w
ſpoſobie, w iaki ſiła Q podaie ſwoię czyn-
ność; lecz w tym oſtatnim przypadku, czyn-
ność ſiły Q, podawałaby ſię oczywiście w
ſpoſób dopiéro wzwyż przepiſany, więc po-
dawać ſię muſi w ténże ſpoſób i w przypad-
ku poprzédzaiącym.

To założywſzy, ponieważ ſiła AE ieſt
wbrew przeciwna ſile P, więc z przyczyny
równowagi, muſi iéy bydź równa. Co ſię zaś
tyczy ſiły AH, ta żeby była zniſzczona, do-
ſyć ieſt, kiedy będzie wykierówana do pun-
ktu C. Oznaczywſzy tedy przez C, obcią-
żenie iakie wytrzymuie punkt podpory C,
będzie $Q : P : C :: AG : AE : AH$.

599. Jeżeli od A ku B wezmié-
my $AI = AE$, poprowadziwſzy lini-
ią IH, łatwo widzieć ſię daie, że AI-
HG będzie równoległobokiém. Lecz
boki AI, AG tego równoległoboku,
ozna-

oznaczaią wártość i kierónki dwóch ſił P i Q, więc przekątna AH, muſi oznaczać ſiłę złożoną z tamtych dwóch. A że AH wyraża także obciążenie punktu podpory, więc należy ſtąd wnieść w powſzechności, że obciążenie punktu podpóry, ieſt właśnie ſiłą złożoną z dwóch ſił przyłożonych do drąga; a zatém że te dwie ſiły czynią przeciwko podporze, tak, iak gdyby bezśrzednie były do niéy przyłożone, w kiérónkach równoległych tym, iakie maią ninie.

600. Wreſzcie o téy prawdzie można przekonać ſię bezśrzednie, uważaiąc że ponieważ zamiaſt ſiły Q można użyć dwóch ſił AE i AH, z których piérwſza zoſtaie zniſzczona przez ſiłę P, a ſiła AH ieſt iedynym ſkutkiém, wynikaiącym z dwóch ſił P i Q; więc ieſt ſiłą złożoną z tych dwóch.

601. Naſtępſtwo tedy ſtóſunków $Q : P : C :: AG : AE : AH$ wyżéy wynalezionych (598), podaie nam ſpoſób do porównywania ſił Q i P tak między ſobą, iako też z punktém C podpory. Ale że tèn ſtóſunek w użyciu nieieſt naywygodniéyſzy, przeto podaią ſię tu dwa inne ſpoſoby, ſłużyć mogące do tegóż końca. 1ód Podług tego co ſię rzekło (201), mamy $AG : AE : AH ::$ wſt. HAE : wſt. HAG : wſt. GAE, albo :: wſt. HAI : wſt. HAG : wſt. GAI; bo kąty HAE, GAE, maia też ſame wſtawy, co ſpełniénia onychże HAI, GAI; więc $Q : P : C ::$ wſt. HAI : wſt. HAG : wſt. GAI; to ieſt, że dwie ſiły
Q

Q i *P*; tudzież obciążenie podpory *C*, każde z znich ieſt wyrażone przez wſtawę kąta, zawartego między kierónkami dwóch innych. 2re Widzieliśmy (202). że w trzech ſiłach, z których iedna ieſt ſiłą złożoną z dwóch innych, dwie którekolwiek, maią ſię zawſze między ſobą odwrotnie, iak proſtopadłe poprowadzone do ich kierónków, z iakiegokolwiek punktu, obranego na kierónku trzeciéy ſiły. Więc ieżeli z iakiegokolwiek bądź punktu linii *AC*, *np.* z punktu *C*, poprowadzą ſię proſtopadłe *CL*. *CM* do kierónków *PB*, *QD*, to będzie $Q : P :: CL : CM$.

602. Podobnież, ieżeli z iakiegokolwiek bądź punktu ſiły *Q*, *np.* z punktu *D*, poprowadzą ſię proſtopadłe *DO*, *DR* do kierónków ſiły *P*, i obciążenia podpory, to będzie $P : C :: DR : DO$. Tymże ſpoſobém możnaby przyſtóſówać ſiłę *Q* do obciążenia *C*. Te wſzyſtkie prawdy zawſze maią miéyſce, poſtać drąga i kierónki dwóch ſił niechayby były iakie chcą.

603. Kiedy kierónki dwóch ſił ſą równoległe, (w którymto przypadku ſiła z nich złożona czyli obciążenie podpory, ieſt im także równoległe), to proſtopadłe poprowadzone z iednegóż punktu, obranego na kierónku iednéy z przerzeczonych ſił, do kieronków dwóch in-

nych ſił, znaydą ſię bydź położone na iednéyże linii proſtéy *LCM* (fig. 87). Można tedy powiedzieć fig. 87.
w takim razie, że poprowadziwſzy liniią *LCM*, proſtopadłą kierónkóm ſił, każda ſiła będzie wyrażona przez część téy linii, zawartą między kierónkami dwóch innych.

604. Jeżeli nadto, drąg ieſt proſty, to naténczas łatwo widzieć ſię da, z przyczyny tróykątów podobnych ſobie *CLB*, *CMD*, że części *CB*, *CD*, *BD* ſą między ſobą w tymże ſtóſunku, co części *CL*, *CM*, *LM*; więc można powiedzieć w takim przypadku, że każda ſiła ieſt wyrażona przez część drąga, zawartą między kierónkami dwóch innych; a zatém $Q : P :: CB : CD$; to ieſt, że dwie ſiły ſą między ſobą w ſtóſunku odwrotnym ramión drąga *CB*, *CD*; tak że ſiła *Q*, żeby ſię utrzymała w równowadze z ſiłą *P*, powinna bydź tém mniéyſza, im ramię *CD* do którego ieſt przyłożona, będzie więkſze nad ramię *BC*, do którego ieſt przyłożona ſiła *P*. Co ſię tyczé obciążenia podpory, takowe równa ſię ſummie dwóch ſił *P* i *Q*; bo podług (203), kiedy te wyrażaią ſię przez *CD* i *BC*, to obciążenie wyraża ſię przez *BD*.

605. Jeżeli rozróżniémy iedne od dru- fig. 88.
gich te rzeczy, iakoto (fig. 88. 89. 90) ſiłę *Q*, 89. 90.
poruſzaiącą, albo gotową do nadania ruchu, ruchadło *P*, i podporę *C*; to moglibyśmy z autorami ſtarodawnémi rozróżnić drąg na trzy gatunki, a to podług trzech różnych położéń, iakie może miéć ſiła względém ruchadła i podpory. *Fig.* 88, wyraża, (iak nazywa- fig. 88.

ią),

ią, *drąg pierwſzego rodzaiu*; ſiła i ruchadło znayduią ſię bydź w nim położone po obu ſtronach podpory; gdzie ſiła ma dla ſiebie tém większy zyſk (601) im będzie odległéyſza od punktu podpory. *Fig.* 89. wyraża *drąg drugiego rodzaiu*; gdzie ruchadło znayduie ſię między podporą i ſiłą, która zatém zawſze zyſka na takiém położeniu. Naoſtatek *fig.* 90, wyraża *drąg trzeciego rodzaiu*; w którym ſiła znayduie ſię między podporą i ruchadłém; odnoſi tedy w tém położeniu ſzkodę rzetelną; a zatém takowy drąg byłby użyty bardzo nieprzywoicie, w takich przypadkach, gdzieby ſzło o pomnożenie ſkutku ſiły poruſzaiącéy, to ieſt, gdzieby potrzeba uczynić ią zdolną, do przemożenia inſzéy ſiły, większéy nad nię. Ale, iako iuż indziéy uważyliśmy, ponieważ niezawſze bywa zamiarém pomnożenie ſiły poruſzaiącéy, przeto w rzeczy ſaméy, pomimo tego co ſię rzekło, można bardzo pożytecznie użyć tego trzeciego rodzaiu drąga, w ſilniach w których chcielibyśmy pożytkować z wſzelakich ruchów, iakie tylko ſą w mocy naſzéy. I takci to *np.* tén rodzay używa ſię zyſkownie, w warſztatach Tkackich, Sukienniczych, i materyalnych, gdzie rzemieślnik maiąc ręce zabawne około tkania materyi, niémoże niémi dać ruchu ſilni ſwoiéy. Dla czego, w tym razie używa nóg, którémi naciſkaiąc na podnóżek *CD*, pociąga ſznur *BR*, opaſuiący klubę *R*, i łączący ſię z wiązaniém, ſłużącém do podnoſzenia i do ſpuſzczenia na przemian przędzy; do czego niepotrzeba znacznéy ſiły, z przyczyny niewielkiéy ważności przędzy. Silnie Tokarſkie, Szlufirſkie, kołowe przęſlice i inne tym podobne, należą do tego rodzaiu drąga.

606.

606. Uważmy tu, nim poſtąpimy daléy, że odłożywſzy na ſtronę tarcie, punktu podpory nienależy poczytać tylko za ſamę proſtą podporę. Jakóż, w (fig. 86), ieżeli podpora *C* zamiaſt przenikania wewnątrſz drąga, tylko dotykałaby powiérſzchni iego, to łatwo widziéć ſię daie, że chociaż dwie ſiły *Q* i *P*, byłyby między ſobą w ſtóſunku odwrotnym proſtopadłych *CM*, *CL*, iednakże niémogłyby w tym drągu utrzymać równowagi, tylko w iednym przypadku, to ieſt, kiedyby kierónek *AC*, był proſtopadły linii *BD* (albo ſtycznéy przytkniętéy do punktu *C* w (fig. 85). *fig.* 86. *fig.* 85.

Albowiém gdyby liniia *AC* była pochyła, to widoczno ieſt, iżby drągowi nadawała ruch w kierónku *BD*; a zatém myliłby ſię ktoby rozumiał, że odłożywſzy na ſtronę tarcie i ważność drąga *PQ* (fig. 91), *fig.* 91. możnaby w równowadze utrzymać *np.* dwa ciężary *P* i *Q* w położeniu nachyloném, byleby było $P : Q :: CQ : CP$, chociażby powiérſzchnia drąga tylko wſpierała ſię na punkcie *C*. Więc żeby równowaga miała miéyſce w wſzelakich położeniach drąga, punkt podpory trzeba rozumiéć taki, który czyniąc urząd niby rożna przechodzącego przez *C*, niedopuſzczałby drągowi inſzego ruchu, tylko obracać ſię około punktu *C*. Słowém kiedy ſię mówi, że doſyć ieſt, ażeby

R 2 ſiła

siła AC złożona z dwóch sił, przechodziła przez punkt podpory C, to zawsze domniémywać się trzeba, że takowy punkt C drąga, niémoże powziąśdź żadnego ruchu; bo ináczéy niebyłoby dosyć na tym warunku.

fig. 92. *Np.* gdyby drąg BD (fig. 92) był ciągniony przez trzy siły P, Q, R przyłożone do trzech sznurów BP, DQ, CR; to niebędzie równowagi, ieżeli AC iest kierónkiém siły złożonéy z sił P i Q, chociażby linia AC przechodziła przez podporę C; trzeba ieszcze nadto, ażeby punkt spotkania A, znaydówał się na linii CR.

607. Ponieważ dwie siły P i Q maiące czynić sobie wzaiemną równowagę przy pomocy drąga BCD

fig. 85. (fig. 85 i daléy), powinny bydź między sobą w stósunku odwrotnym prostopadłych CL, CM, to iest, ponieważ ma bydź $P : Q :: CM : CL$, więc idzie za tém, że $P \times CL = Q \times CM$; to iest, że momenta tych dwóch sił, uważone względém punktu podpory, albo (217) względém wszelkiego innego punktu kierónku AC, powinny bydź sobie równe.

608. Ponieważ niémożna póymówać siły takiéy, którayby niezmiérzała do ruchu, więc przez te wyrazy: *siły* P i Q, trzeba rózumiéć mnogość z pewnéy miąższości przez szypkość, iakąby nadały te siły pomiénionéy miąższości, gdyby była swobodna. A tak niechay będzie M, pewna miąższość, a V szypkość, iakąby mogła nadać téy miąższości siła P, czyniąca swobodnie przeciwko niéy. Podobnież niech będzie M' inna miąższość iakakolwiek, a V' szypkość, do iakiéy nadania byłaby zdólna siła Q; to w przypadku równowagi, trzeba ażeby było $M \times V : M' \times V' :: CM : CL$.

609. Niech będzie g szypkością, iaką nadaie ważność w iednym momencie, wszelkiéy iakiéykolwiek cząstce materyalnéy swobodnéy, a oráz niechay będą $M : M'$ (fig. 93) dwa ciała ważne, przywiązane do dwóch sznurów BIM, DKM'; które przechodząc ponad dwie kluby okrągłe I, K, podaią w całości drągowi BCD, w kierónkach iakichkolwiek BI, DK; czynność ważnosci tych ciał; to na miarę sił, z iakiémi skutkuią pomiénione ciała, miéć będziém $g \times M$ albo gM i gM'; w przypadku tedy równowagi musi bydź, $gM : gM' :: CO : CN$; to iest $M : M' :: CO : CN$; więc w powszechności, ażeby dwie miąższości, nienagabane tylko iedynie od swoiéy ważności, albo ażeby dwie miąższości nadane szypkościami równémi, utrzymały się na drągu w równowadze, dosyć iest, kiedy te miąższości będą w stósunku odwrotnym odległościów, wziętych od punktu podpory do kierónków, w których pociągaią drąg przerzeczone siły. fig. 93.

610. Ale gdyby szypkości niebyły równe, to iawna iest, że iuż nie

 miąż-

miążſzości tylko, ale mnogości z miążſzościów przez ſzypkości, powinny bydź w ſtóſunku odwrotnym, odległościów, wziętych od kierónków do punktu podpory.

fig. 93. 611. Jeżeli dwie miążſzości pomiérne i ważne M i M' (fig. 93), nabyły ſzypkościów pomiérnych ale nierównych w kierónkach IM i KM'; ponieważ ſzypkość, iaką ważność może im nadać w iednym momencie, ieſt niezmiérnie mała, przeto ażeby dwie ſzypkości pomiérne zniſzczyły ſię wzaiémnie, doſyć ieſt, kiedy ilości ruchu, iakich nabędą te dwa ciała mócą pomiénionych ſzypkościów, będą między ſobą, w ſtóſunku odwrotnym linii CO i CN. Ale ta równowaga nieutrzyma ſię tylko przez moment; bo iak tylko ſzypkości zniſzczą ſię wzaiémnie, tak zaráz ciała M i M', poſłuſzne czynnościóm ważności, nabędą ilościów ruchu, które będą między ſobą w proſtym ſtóſunkn miążſzościów, a zatém iuż niebędą w ſtóſunku odwrotnym odległościow CO, CN. A ſtąd pokazuie ſię różnica zachodząca w równowadze między ciałami, nadanémi tylko ſamą ważnością, a w równowadze między ciałami, które byłyby nadane ſzypkościami pomiérnémi.

612. Druga uwaga, która tu może bydź przyzwoicie także położona, na tém zależy, że niepodobna ieſt uſtanowić w równowadze, ciężar iaki nadany tylko ſamą ważnością, z drugim ciężarém albo miążſzo-

ſzością, którąby miała ſzypkość pomiérną; przyczyna tego ieſt taż ſama, iaka położyła ſię wyżéy (359). Skąd należy ſobie wnióść, że ieżeli waga P (fig. 88), utrzymuie ſię w równowadze z ſiłą Q, *np.* człowieczą, bydlęcą, i.t.d. to ta oſtatnia ſiła, niezmiérza do poruſzenia punktu D, tylko z ſzypkością niezmiérnie małą. Gdyby zaś przeciwnym ſpóſobém ſiła Q, przyłożona do punktu D, czyniła ſzarpaniém czyli pociąganiém pomiérném, to zawſze podnieſie ciężar P, niechayby był iaki chce, a to przynaymniéy przez pewny czas, który (zwłaſzcza kiedy ciężar ieſt cokolwiek znaczny), może bydź tak mały, iż oko ruchu tego niezdoła doſtrzédz, przez co iednak tén ruch, niemniéy będzie rzetelny. Zobacz, co ſię o tém wzwyż powiedziało (359). fig. 88.

Zdało nam ſię bydź rzeczą potrzebną, położyć tu te uwagi, które inaczéy mogłyby przywióśdź umyſł poczynaiących do wątpliwości, względém prawdziwego wyobrażenia, iakie uczynić ſobie powinni o ſiłach przyłożonych do ſilniów; użyteczność ich,

 po-

pokaże ſię coráz lepiéy w dalſzym przeciągu,

613. Stóſunki wyżéy uſtanowióne (598 i daléy) między ſiłami P, Q, i obciążeniém C
fig. 85. podpory (fig. 85 i daléy), podaią nam ſpoſób do
i daléy. rozwiązania tego powſzechnego Zagadnienia;
Z tych ſześciu rzeczy, iakie ſą, dwie ſiły, obciążenie podpory, i kierònki ich, maiąc zadane trzy, iak wynaléśdź inne trzy? Kiedy tylko ſame kierónki ſą dane, to niémożna miéć więcéy, tylko ſtóſunek zachodzący między ſiłami. Rozwiązanie tego zagadniénia ieſt oczywiſte, podług tego co ſię rzekło (559); może téż bydź wykonane i przez wykryślenia Jeometryczne, łatwe do naznaczenia, ale w których wyſzczególniénie wdawać ſię tu niemyślimy; tyle tylko uważymy, że kiedy kierónki ſą równoległe, to zagadniénie rozwięzuie ſię podług przepiſów danych pod (1. 206 i daléy) albo (603). I w powſzechności, ieżeli rzecz idzie o wynalezienie podpory, maiąc znaiome ſiły P i Q i położenia ich, zagadniénie wychodzi na to, ażeby wynaléśdź położenie ſiły złożonéy z tych dwóch ſił, co niepodpada żadnéy trudności, poſtąpiwſzy ſobie podług tego co ſię rzekło indziéy (206).

614. Ale inaczéy obéyśdź ſię trzeba, kiedy będzie więcéy iak dwie ſił przyłożonych do drąga; w takim przypadku, można [podobnież iak widzieliśmy mówiąc o ſznurach (570)], niezmiérnie wielorakiémi ſpoſobami odmiéniać ſtóſunki albo kiérónki niektórych ſił,

zo-

zoſtawuiąc inne nietykane, a iednakże zachowa ſię równowaga; ta tylko zachodzi różnica między drągiém i ſznurami, że w drągu, warunek do utrzymania równowagi, ieſt iedyny; zamiaſt że w ſznurach wypada tyle warunków, ile ieſt ſznurów (572). Doſyć nam tu będzie, wſkazać takowy warunek w przypadku trzech ſił, ſkąd łatwo wniéść ſobie będzie można, że téż i w wſzelkiéy iakiéykolwiek innéy liczbie ſił, zawſze muſi mieć miéyſce.

615. Daymy tedy że trzy ſiły
P, Q, R (fig. 94) czyniące w kiérónkach PB, EQ, DR, znayduią ſię w fig. 94.
równowadze na drągu $BCED$. Siła Q, wywiéra uſilność ſwoię przeciwko każdéy z dwóch ſił P i R i przeciwko podporze C.

Przedłużywſzy kierónki, i (poczynaiąc od ſpólnego ſpotkania linii BP i EQ), wziąwſzy liniią AH na oznaczenie ſiły Q, zmyślam ią ſobie rozłożoną na dwie inne, iednę AG, równą i wbrew przeciwną ſile P, drugą AF, taką, ażeby mogła utrzymać ſię w równowadze z ſiłą R, przy pomocy podpory C. Naténczas, kiédy kierónek DR ſpotyka ſię z kierónkiém AF, w punkcie I, ieżeli zmyślimy ſobie ſiłę AF przyłożoną w punkcie I w kierónku $AFIL$; to trzeba ażeby ſiła AF albo IL, mogła bydź rozłożona na

dwie

dwie inne ſiły, iednę IK, rowną i wbrew przeciwną ſile R, i na drugą IM wykiérowaną do punktu podpory C. Tym ſpoſobém ſiła Q ſprawnie trzy ſkutki AG, IK, IM, z których dwa piérwſze będąc równe i wbrew przeciwne ſiłóm P i R, zoſtaią zniſzczone; trzeci téż, będąc wykiérowany do punktu nieruchomego C, muſi także bydź zniſzczony. A że ſiły czyniące przeciwko temu drągowi, ſą P, Q, R albo AG, IK, IM, P i R, z których AI, IK, P i R zoſtaią zniſzczone, więc wnieśmy ſtąd, że ſiła IM, ieſt ſiłą złożoną z trzech ſił P, Q, R; a zatém iedyny warunek, potrzebny do równowagi, na tém zależy, ażeby ſiła złożona z wſzyſtkich ſił, przechodziła przez punkt podpory C. Jawna tedy ieſt, że ſiły P, Q, R, tak czynią przeciwko podporze C, iak gdyby do niéy były bezśrzednie przyłożone, w kiérónkach równoległych tym iakie maią ninie. I to ieſt prawda powſzechna, niechayby było tak wiele ſił, iak ſię ſpodoba; bo zawſze można rózumiéć, że iedna z tych ſił, utrzymuie w równowadze wſzyſtkie inne, przy pomocy odporu, iako czyni punkt podpory.

616. Ponieważ punkt C powinién bydź iednym z punktów należących do ſiły złożonéy, więc muſi miéć te wſzyſtkie własności, o których indziéy uczyniła ſię wzmianka (217); to ieſt, że w powſzechności, *kiedy wiele ſił wykiérowanych na iednéyże płaſzczyznie czynią ſobie wzaiemną równowagę, przy pomocy drąga iakiéykolwiek poſtaci; ieżeli od punktu podpory poprowadzą ſię proſtopadłe, do kiérónków tych ſił, rozmnożywſzy każdą ſiłę przez odpowiadaiącą iéy proſtopadłą, albo co na iedno wychodzi, ieżeli wezmą ſię momenta tych ſił względém punktu podpory, to ſumma momentów, odpowiadaiących ſiłóm, dążącym*

do

do obracania drąga w iednę ſtronę, muſi bydź równa ſummie momentów, odpowiadaiących ſiłóm, dążącym do obracania tegoż drąga w przeciwną ſtronę; co można wyrazić ogolèm, (wziąwſzy momenta ſił, dążących do obracania w rózumiéniu przeciwnèm, z znakami przeciwnémi), co mowię można inaczéy wyrazić, powiedziawſzy że *ſumma momentów powinna bydź zerém.*

617. Więc to wſzyſtko, cośmy powiedzieli (219 i daléy) o wynaydówaniu wártości i kierónku ſiły złożonéy, ma tu miéyſce, gdzie rzecz idzie o wynaleziénie obciążenia i położenia punktu podpory, liczba ſił niechayby była iaka chce.

618. Jeżeli, maiąc wiadome dwie ſiły P i Q (fig. 95), długość, i wagę drąga BD, chcielibyśmy wynaléśdź pukt podpory C, na którym wſzyſtko zoſtawałoby w równowadze; to trzeba wagę drąga poczytać za nową ſiłę pionową R, przyłożoną do śrzodka ciężkości E tegóż drąga; a naténczas moment wagi P, względém punktu nieznaiomego C, powinién równać ſię ſummie momentów, odpowiadaiących dwóm wagóm R i Q, uważonych względém tegóż ſamego nieznaiomego punktu C. fig. 95.

Ro-

Rozumieymy *np.* że drąg BD ieſt proſty, grubości i ważności iednokſztáłtnéy, dawſzy baczenie na to, że z przyczyny równoległych, można zamiaſt proſtopadłych CI, CK, CL, użyć części BC, CE, CD, maiących między ſobą ténże ſam ſtóſunek, będzie $P \times BC = R \times CE + Q \times CD$. Oznaczywſzy długość drąga przez a; odległość BC przez x; podług (251), miéć będziém $BE = \frac{1}{2}a$; $CE = \frac{1}{2}a - x$; $CD = a - x$. A teráz, ieżeli p ieſt ważnością przyrodną drąga, to ieſt, dla zaſtanowiénia umyſłu, pozwoliwſzy że p wyraża, wiele waży iedén cál długości tego drąga, ilości a i x maiąc także na cale obrachówane, to pa będzie wyrażeniém całéy wagi onegoż R. A zatém będzie $Px = pa(\frac{1}{2}a - x) + Q(a - x)$; ſkąd wyciąga ſię $x = \frac{\frac{1}{2}paa + Qa}{P + pa + Q}$. Niech będzie $a = 24$ *cal.*; $P = 20$ *ft.*; $Q = 4$ *ft.*; $p = \frac{1}{12}$ *fta.* To będzie $x = \frac{120}{26} = 4\frac{8}{13}$ *cal.*; to ieſt, że punkt podpory C. powinién bydź oddalony od kóńca B na $4\frac{8}{13}$ *cal*; zamiaſt iż zaniedbawſzy ważność drąga, mielibyśmy $x = \frac{Qa}{P + Q} = \frac{96}{24} = 4$ *cal.*

619. Przeciwnym ſpoſobém gdyby był zadany punkt B, punkt C, a byłoby potrzeba wynaléśdź punkt D, w którym ma bydź przyłożona ſiła Q, znaioma iako i ſiła P, to oznaczywſzy BC przez b, a BD przez y; zrównanie momentów przemiéniłoby ſię w to, $Pb = py(\frac{1}{2}y - b) + Q(y - b)$; ſkąd wnoſi ſię

$$y = \frac{pb - Q \pm \sqrt{[(Q - pb)^2 + (2Pb + 2Qb)p]}}{p};$$

któréyto ilości wártość twiérdząca, wſkazu-
figura ie nam odległość BD w *fig.* 95; a wártość
95. 96. przécząca, daie odległość BD w *fig.* 96; gdzie odległość BC rozumié ſię bydź niémaiąca ważności. Gdybyśmy zaś chcieli wynaléśdź

odległość y, w którėy waga części CD (fig. *fig.* 95.
95), byłaby doſtarczaiąca na utrzymanie równowagi z ciężarém P; to trzebaby zrobić $Q = 0$; coby nam dało $y = \frac{+pb + \sqrt{(p^2b^2 + 2pPb)}}{p}$.

620. Maiąc znaiome w (fig. 97) ilości *fig.* 97.
P, Q, BC, i ważność przyrodną drąga DC, gdybyśmy chcieli wynaléśdź odległość CD, w któréy ma czynić ſiła D; to oznaczywſzy CD przez y; BC przez b; na wyrażenie wagi R mielibyśmy py; a zatém muſi bydź $Pb + \frac{1}{2}pyy = Qy$; ſkąd łatwo wyciąga ſię y.

621. W *fig.* 95, łatwo widziéć ſię daie, *fig.* 95.
że im dłużſzy będzie drąg, tém bardziéy zmniéyſza ſię ſiła Q, aż do obrócenia ſię w zero; daléy zaś muſi czynić w rózumiéniu przeciwném.

W *fig.* 97, kiedy pomnaża ſię długość drą- *fig.* 97.
ga, to ſiła Q naprzód umniéyſza ſię, ale tylko aż do pewnego punktu, który pominąwſzy, powinna znowu roſnąć. O czém łatwo przekonać ſię można różnémi ſpoſobami; a między innémi, zrównanie $Pb + \frac{1}{2}pyy = Qy$, daiące $Q = \frac{Pb + \frac{1}{2}pyy}{y}$, daie znać, że kiedy ieſt $y = 0$, to Q powinno bydź niezmiérne, iako téż i w tén czas, kiedy y ieſt niezmiérne; więc między témi dwóma przypadkami ſkraynémi, powinny wypadać wártości pomiérne; więc w przechodzie od iednéy z tych wártościów do drugiéy, muſi znaydówać ſię taki wyráz, któryby dawáł naymnléyſzą wártość iak tylko można. Zeby miéć takowy wyráz, nietrzeba więcéy (36), tylko zrównać z zerèm wártość ilości Q, poczytawſzy za odmiénną tylko ſamo y.

Bę-

Będzie tedy $-\frac{(Pb + \frac{1}{2}py^2)dy}{yy} + pdy = 0$; ſkąd wyciąga ſię $y = \sqrt{\frac{(2Pb)}{p}}$. Więc *wártością naymnieyſzéy ſiły Q. iakiéyby można użyć w drągu ważnym drugiego rodzaiu, ieſt* $\sqrt{(2Ppb)}$; *a długością tegoż drąga ieſt* $\frac{\sqrt{(2Pb)}}{p}$.

A ſtąd pokazuie ſię, iż maiąc do podnieſiénia drągiém ważnym iaki ciężar F
fig. 98. (fig. 98), żeby to wykonać naymnieyſzą ſiłą iak tylko można, trzeba żeby drąg miał pewną, tę a nieinſzą długość; bo używſzy inſzéy czyto mniéyſzéy czy większéy któréykolwiek długości, zawſzeby ſię traciło na tém. Maiąc tedy wzgląd na ważność drąga, rzeczy wypadaią inaczéy, iak kiedy uważa ſię bez ważności. Wreſzcie w przykła-
fig. 98. dzie niniéyſzym (fig. 98), na wártość ilości P, nietrzebaby brać całéy wártości ciężaru F; coby zaś trzeba wziąśdź zobaczymy to niżéy.

622. Używa ſię téż bardzo pożytecznie drąga piérwſzego rodzaiu, do podnoſzenia wielkich ciężarów, iakoto bryk, armat i innych ſprzętów Artyleryczných, dzwigaiąc ie
fig. 99. przy pomocy *lady* (fig. 99). Lada (fig. 100)
100. ſkłada ſię z dwóch ſłupców AB, CD, ſpoionych z ſobą dwiéma ſztukami EF, GH przytykaiącémi do ziemi, które ſą między ſobą związane znowu innémi ſztukami krzyżowémi EG, FH. Przez te dwa ſłupce przechodzi ſierdziéń nieruchomy AC, nieſłużący iak tylko od ſpoiénia ich z ſobą; drugi zaś ſierdzéń przekładaiący ſię z miéyſca na miéyſce podług upodobania w różne dziury, w ſłupcach do tego przygotowane, przetyka ſię
fig. 99. poſtopadle przez drąg MN (fig. 99) w punkcie C; tak iż tym ſpoſobém podnoſi ſię albo ſpuſzcza ſię punkt podpory podług potrzeby.

623.

623. Do piérwſzego rodzaiu drąga należy waga zwyczayna (fig. 101), na któréy figura
101. ważą ſię ciała, przez inne ciała będące równéy wagi z piérwſzémi; tudzież inna waga nazwana *Przemian* (fig. 102), ſłużąca do figura
102. ważenia ciał przy pomocy ſtateczného wagi P. Ponieważ waga, prawie we wſzyſtkich rzemiosłach bardzo poſpolicie bywa używana, przeto ſłuſzna ieſt, ażebyśmy tu zaſtanowili ſię przynaymniéy nad głowniéyſzémi warunkami iéy budowli.

624. Dla tém powſzechniéyſzego rzeczy wyobrażenia, daymy że punkt C (fig. figura
103), na którym *kibić* (ſcapus) powinna zoſta- 103.
wać ruchoma, nieznayduie ſię bydź położony na linii AB, łączącéy z ſobą punkta zawieſzenia dwóch ſzalów; daymy oraz że punkt g, w którym rozumie ſię tu bydź położony śrzodek ciężkości kibici, wziętéy bez ſzalów i ſznurów do nich należących, daymy mówię, że tén punkt znayduie ſię zewnątrſz linii pionowéy, przechodzącéy przez punkt C. Piérwſzym warunkiém należącym do budowli téy ſilni, ieſt to, ażeby ſkazówka była pionowa, albo co na iedno wychodzi, ażeby liniia AB łącząca między ſobą punkta zawieſzenia dwóch ſzalów, była poziemna, kiedy ſzale ſą prózne, albo kiedy obie ſą obciążone iednaką wagą.

Oznaczmy ſobie przez p i p' wagi dwóch ſzalów EF, GH razém z ich ſznurami, albo łańcuſzkami i kółkami, a przez P, wagę iaka ma bydź położona na każdéy ſzali. Kiedy dwie ſzale ſą prózne, a liniia LCD ieſt pionową, to miéć będziém $p \times AD = p' \times BD + g \times gi$, oznaczywſzy przez g wagę kibici; i poprowadziwſzy proſtopadłą gi do linii DC. Kiedyby znowu każda z dwóch ſzal była obciążona wagą P, tobyśmy miéli $(P+p) \times$

AD

$AD = (P + p') \times BD + g \times gi$. Odiąwſzy piérwſzą równość od drugiéy, będzie $P \times AD = P \times BD$, albo $AD = BD$, a zatém $AC = BC$. Więc warunkiém, iſtotnie potrzebnym do tego, ażeby ta ſilnia mogła zachować ſtatecznie dane iéy położenie, obciążywſzy dwie ſzale wagami równémi, ieſt, ażeby dwa ramióna AC i BC były równe iedno drugiému.

625. A zatém równość wagi między dwóma ramionami AC i BC nieieſt potrzebna. Jeżeli dwa ramióna AC i BC maią zgoła iednakową długość, i ieżeli między wagami ſzalów, ieſt zachowany należyty ſtóſunek, ażeby kibić, mocą ſaméy tylko wagi ſzalów z ich należytościami, zoſtawała w położeniu poziemném, to takowa kibić, muſi ieſzcze zoſtawać w témże położeniu poziemnóm, gdy na każdą z ſzalów położy ſię iednakowy ciężar iakikolwiék.

626. Gdyby między długościami dwóch ramión zachodziła iaka nierówność, to ciężary położone na ſzalach, niémogłyby ſobie czynić wzaiemnéy równowagi, chyba gdyby niebyły równe. W takim tedy razie, równowaga między niémi, niebyłaby pewnym dowodém ich równości. Przełożywſzy zaś takowe ciężary z iednéy ſzali na drugą, iawna ieſt, że równowaga iuż niebędzie mogła miéć miéyſca. A zatém, prawdziwéy wagi można tym ſpoſobém doświadczyć, to ieſt, przemiérzywſzy ieżeli dwa ramióna w długości ſą ſobie równe.

627. Kiedy dwa ramióna AC i BC maią zgoła iednakową długość, to iak prędko zaydzie naymniéyſza nierówność między wagami na każdéy ſzali położonémi, tak zaráz pſuie ſię równowaga, i kibić muſi nachylać ſię na iednę ſtronę. Żeby zaś waga by-

była wygodna do użycia, trzeba ażeby takowe nachylenie, niebyło zbyt małe ani zbyt wielkie. Bo gdyby waga nachylała ſię z trudnością, iéy świadectwo byłoby bardzo niepewne, gdyby ſię zaś przeważała zbyt nagle, to przychodziłoby z wielką przewłoką czaſu uſtanowiénie iéy w równowadze.

628. Zobaczmy teráz, iakby można wynaléśdź nachylenie, iakie ma powziąśdź kibić, w przypadku iakiéykolwiek zachodzącéy różnicy między dwiéma wagami. Niechay będą, iak wyżéy, p i p' wagi dwóch ſzal EF i GH z ich należytościami; $P + p''$ niech będzie waga położona na ſzali EF; a P niech będzie waga położona na ſzali GH. Zmyślmy ſobie że różnica p'' przyprowadza kibić do położenia aCb, takiego iżby kąt obieżony przez ramię AC był $= a$. A że w takim razie, punkt B przéydzie do b, a śrzodek ciężkości G kibici, do m; więc będzie $BCb = gCm = ACA = a$.

Niech będzie kąt $ACD = BCD = b$; kąt $iCg = c$; $Ca = l$; $Ca = Cb$; $Cg = r = Cm$. Poprowadziwſzy poziemne al, mk, bn miéć będziém $al = l$ wſt. $(b - a)$; $bn = l$ wſt. $(a + b)$; $km = r$ wſt. $(a + c)$. A ponieważ układ, ma zaſtanowić ſię w położeniu aCb, i ponieważ ſiły ſkutkuiące w punktach a, m i b ſą pionowe, więc muſi wypadać $(P + p + p'') \times al = (P + p') \times bn + q \times km$; gdzie przez q rozumié ſię waga kibici. Położywſzy tedy zamiaſt al, bn, i km onych wártości, miéć będziém, $(P + p + p'')\, l$ wſt. $(b - a) = (P + p')\, l$ wſt. $(a + b) + qr$ wſt. $(a + c)$; albo $(P + p + p'')\, l\,($wſt. b doſt. $a -$ wſt. a doſt. $b) = (P + p')\, l\,($wſt. a doſt. $b +$ wſt. b doſt. $a) + qr \times ($wſt. a doſt. $c. +$ wſt. c doſt. $a)$; ſkąd wyciąga ſię $\frac{\text{wſt. } a}{\text{doſt. } a}$ albo ſtycz. $a =$ - - - -

$$\frac{(P + p + p'')\,l\ \text{wſt.}\,b - (P + p')\ \text{wſt.}\,b - qr\ \text{wſt.}\,c}{(2P + p + p' + p'')\,l\ \text{doſt.}\,b + qr\ \text{doſt.}\,c}.$$

A ponieważ waga niepowinna mieć żadnego nachylenia, w tén czas kiedy $p'' = o$, to ieſt, ponieważ $a = o$, kiedy $p'' = o$; więc muſi także bydź $(P + p)\,l$ wſt. $b = (P + p')\,l$ wſt. b $+ qr$ wſt. c. A zatém położywſzy w liczniku ułamka wyrazaiącego ſtyczną a, wártóść ilości qr wſt. c, wyciągniętą z tego zrównania, będzie ſtyczna a - - - - - - -

$$= \frac{p''\,l\ \text{wſt.}\,b}{(2P + p + p' + p'')\,l\ \text{doſt.}\,b + qr\ \text{doſt.}\,c}.$$

629. Jeżeli w téyże wadze punkt kołowrotny C, znayduie ſię bydź położony w iednéyże linii proſtéy z dwóma punktami A i B, to naténczas ieſt wſt. $b = 1$; a doſt. $b = o$. Więc będzie ſtycz. $a = \frac{p''\,l}{qr\ \text{doſt.}\,c}$; ſkąd pokazuie ſię, że (nietykaiąc innych okoliczności), kibić będzie miała tém większą łatwość do nachylenia ſię, mocą nierówności p'' między dwiéma wagami na ſzalach położonémi, im będą dłuższe ramiona; a to w powſzechności, kąt b niechayby był iaki chce. Albowiém wártość ſtycznéy a, może bydź wyrażona pod tą poſtacią, ſtycz. a - - -

$$= \frac{p''\ \text{wſt.}\,b}{(2P + p + p' + p'')\ \text{doſt.}\,b + q\ \text{doſt.}\,c\,\frac{r}{l}};$$ co znać daie, że (nietykaiąc innych okoliczności), ſtyczna a będzie tém większa, im mniéyſzy będzie wyráz q doſt. $c\,\frac{r}{l}$, to ieſt, im większa będzie wártość ilości l. A zatém waga będzie tém lepſza, im będą dłuższe iéy ramiona, byleby ſię tylko niegięły.

630.

630. Trzy punkta A, C, B, będąc położone w iednéyże linii proſtéy, gdyby punkt g znaydówał ſię także na téyże linii, to naténczas, z przyczyny iż doſt. $c = o$, mielibyśmy ſtycz. $a = \frac{p''\ \text{wſt.}\,b}{o}$, to ieſt, że ſtyczna byłaby niezmierna. Kąt tedy a miałby $90°$ tak iż za naymnieyſzą nierównością, waga wcaleby ſię przewracała. Dla czego trzeba ſię wyſtrzégać, ażeby cztéry punkta A, C, B, i g, nieznaydówały ſię wſzyſtkie na iednéyże linii bydź położone.

631. Atoli chociaż należy wyſtrzegać ſię, żeby tych cztérech punktów niedawać w iednéy linii, iednakże trzeba wiedzieć, że w przypadku nierówności między ciężarami, waga brać będzie tém większe nachylenie, im punkta C i g, bliżéy przypadać będą do iednéyże linii proſtéy AB; bo naténczas, z przyczyny że kąty ACD i gCD tém bardziéy przybliżaią ſię do kątów proſtych, doſt. b i doſt. c ſtaią ſię ułamkami tém mniéyſzémi, a zatém ſtycz. a ſtaie ſię tém większa.

632. Jedną z nayglówniéyſzych własnościów wagi, ieſt ieſzcze i ta, ażeby była bardzo kibitna; to ieſt, że kibić AB ſtraciwſzy przez iakąkolwiek bądź przyczynę położenie poziemne, ażeby z iak naywiększą łatwością do niego nazád powracała; zobaczmy od czego zawiśnie ta własność.

633. Daymy że iakakolwiek ſiła F, przyprowadziła wagę do położenia aCb (fig. 103), i zmyślmy ſobie takową ſiłę przyłożoną proſtopadle w iakimkolwiek punkcie O, do iednego AC z dwóch ramión. F tedy będzie także tą ſiłą, mocą któréy kibić uſiłuie powrócić nazád do ſwoiego położenia; to ieſt, będzie ſiłą z iaką figura 103.

 punkt

punkt O dąży do obracania ſię około punktu C. A ponieważ, podług poprzédzaiącego założenia, ſiła F może utrzymać cały układ w położeniu aCb, więc podług (616) muſi bydź $F \times CO + (P + p) \times al = (P + p') \times bn + q \times km$. Położywſzy w tém zrównaniu, zamiaſt al, bn i km, onych wártości wyżéy wynalezione (628), miéć będziém $F \times CO + (P + p) l$ wſt. $(b - a) = (P + p') l$ wſt. $(a + b) + qr$ wſt. $(a + c)$, albo $F \times CO = (P + p') l$ (wſt. a doſt. b + wſt. b doſt. a) — $(P + p) l$. (wſt. b doſt. a — wſt. a doſt. b) + qr (wſt. a doſt. c + wſt. c doſt. a).

Ale że waga ſama przez ſię utrzymuie ſię w równowadze, w położeniu poziemném linii AB, więc muſi bydź $(P + p) l$ wſt. $b = (P + p') l$ wſt. $b + qr$ wſt. c. Położywſzy w zrównaniu poprzedzaiącém wártość ilości qr wſt. c, wyciągniętą z tego oſtatniego zrównania, miéć będziém $F \times CO = l$ wſt. $a\left[(2P + p + p') \text{ doſt } b + \frac{qr \text{ doſt. } c}{l}\right]$. Skąd pokazuie ſię 1ód. Ze waga powracać będzie do ſwego położenia z tém większą ſiłą, im bardziéy oddali ſię od niego. 2re. Ze powracać będzie do ſwego położenia z tém większą ſiłą, im będą dłuższe ramióna. 3cie. Ze zawſze kiedy punkt C ieſt położony powyżéy punktu D, waga powracać będzie do ſwego położenia, z tém większą łatwością, im bardziéy będzie obciążona. 4te. Ale ieżeliby punkt C był położony poniżéy punktu D; to naténczas, z przyczyny że doſt. b ieſt ilością przéczącą, bo kąt ACD wypada rozwarty, waga niémiałaby zdólności na powrócenie do ſwego położenia, tylko tyle, ile ilość $(2P + p + p') \times$ doſt. b, byłaby mniéyſza od ilości $\frac{qr}{l}$ doſt. c;

a

a zatém niémogłaby ſłużyć tylko do ważenia małych ciężarów, i ſtawałaby ſię tém bardziéy opieſzałą, im więcéy byłaby obciążona; a naoſtatek z ciężarém mogłaby ſię wcale przewrócić. 5te. Jeżeliby zaś przeciwnym ſpoſobém, śrzodek ciężkości znaydówał ſię bydź położony powyżéy punktu C; to naténczas doſt. c byłaby ilością przéczącą, a zatém waga, niebędzie mogła powracać do ſwego położenia, tylko tyle, ile ilość $(2P + p + p')$ doſt. b będzie większa nad $\frac{qr \text{ doſt. } c}{l}$. Może tedy przewrócić ſię pod ciężarami bardzo małémi; nabędzie zaś większéy zdólności na powrócenie do ſwego położenia pod ciężarami nieco przywiękſzémi, i ſtawać ſię będzie nieiako tém pilniéyſza, im większym ciężarém będzie obciążona.

O Drągu zoſtaiącym w ruchu; o śrzodkach uderzenia; o śrzodkach kołyſania; i o uderzeniu ciál różnośrzodkowém (excentricus).

634. Niechay będą M, M', M'' (fig. 104) miążſzości iakiekolwiek nieważne, uważone iakoby były punktami, położonémi na téyże płaſzczyznie co punkt C, i tak połączone i z ſobą i z punktém C, iżby niémogły odmiénić odległościów ſwoich iedén od drugiego, ale tylko żeby miały wolność obracania ſię około punktu C, albo około oſi figura 104.

 prze-

przechodzącéy przez punkt C proſtópadłéy na tę płaſzczyznę. Daymy że takowe miąźſzości, na ſwoiéy płaſzczyznie odbiéraią wſzyſtkie razém, popędy w kiérónkach Mm, $M'm'$, $M''m''$, takie, iż gdyby miąźſzości były ſwobodne, nabyłyby ſzypkościów oznaczonych przez pomiénione linie, idzie rzecz o wynaleziénie ruchu iaki powezmą.

Podług zaſady danéy (287), trzeba rozłożyć ſzypkości Mm, $M'm'$, $M''m''$, każdą na dwie inne, z których iedna byłaby ta, co ma mieć miéyſce w rzeczy ſaméy, druga zaś byłaby taka, iż gdyby miąźſzości M, M', M'', niémiały innéy ſzypkości tylko onę, to muſiałyby zoſtać w równowadze. Jawna ieſt 1^{ód} Że ponieważ ſzypkości, iakie maią powziąśdź te ciała, niémogą bydź inne tylko kołowrotne około punktu C, więc muſzą bydź proſtopadłe promiéniom CM, CM', CM''. 2re Iż, ażeby te ſzypkości miały miéyſce, to ieſt żeby ſobie nieprzeſzkadzały wzaiémnie, to powinny bydź proporcyonalne odległościóm CM, CM', CM''.

To

To założywſzy, rozkładam ſzypkości
nadane Mm, $M'm'$, $M''m''$ na ſzypkości Ms,
$M's'$, $M''s''$, iakie maią mieć miéyſce w rze-
czy ſaméy, i na ſzypkości Mq, $M'q'$, $M''q''$,
mocą których miąźſzości mogłyby ſobie czy-
nić wzaiemną równowagę około punktu C.
A zatém będzie $Ms : M's' :: CM : CM'$; Ms
$: M''s'' :: CM : CM''$; a poprowadziwſzy
proſtopadłe Ct, Ct', Ct'' na przedłużone kie-
rónki ſzypkościów Mq i.t.d. podług (616),
będzie $M \times Mq \times Ct + M' \times M'q' \times Ct' - M''$
$\times M''q'' \times Ct = 0$. Właſności równoległobo-
ków, daią nam (211), $M \times Mq \times Ct + M \times Ms$
$\times CM = M \times Mm \times CT$, ſpuściwſzy proſto-
padłe CT, CT', CT'' na kiérónki ſił Mm, $M'm'$,
$M''m''$; to ieſt $M \times Mq \times Ct = M \times Mm \times CT$
$- M \times Ms \times CM$. Z téyże przyczyny ma-
my, $M' \times M'q' \times Ct' = M' \times M'm' \times CT' - M'$
$\times M's' \times CM'$; i $M'' \times M''q'' \times Ct'' = M'' \times M''m''$
$\times CT'' + M'' \times M''s'' \times M''$.

Jeżeli z tych trzech oſtatnich zró-
wnań, dodamy z ſobą dwa piérwſze, a oſta-
tnie odéymiémy, ieżeli nadto damy bacze-
nie na warunek równowagi, wyrażony w
zrównaniu momentów wzwyż położoném,
to mieć będziém, $0 = M \times Mm \times CT + M'$
$\times M'm' \times CT' - M'' \times M''m'' \times CT'' - M \times Ms$
$\times CM - M' \times M's' \times CM' + M'' \times M''s'' \times CM''$.
Lecz proporcye wyżéy uſtanowióne, daią

$$M's' = \frac{Ms \times CM'}{CM},\ M''s'' = \frac{Ms \times CM''}{CM};$$ więc

położywſzy te wártości, po uczynionych
zebraniach i przeſtawiéniach zwyczaynych,
będzie Ms = - - - - - - - -

$$\frac{M \times Mm \times CT + M' \times M'm' \times CT' - M'' \times M''m'' \times CT''}{M \times (CM)^2 + M' \times (CM')^2 + M'' \times (CM'')^2} CM.$$

A że licznik tego ułamka wyrażaiący ſum-

 mę

mę momentów * odpowiadaiących siłóm $M \times Mm$, $M' \times M'm'$ i. t. d. podług (216) ró-wna się momentowi siły złożonéy; więc o-znaczywszy przez R takową siłę złożoną, przez D odległość od punktu C, takowa summa momentów będzie $= R \times D$.

Nadto, ponieważ mianownik składa summę mnogościów, każdéy miąższości roz-mnożonéy przez kwadrat odległości iéy od punktu C; więc oznaczywszy w powsze-chności iednę którąkolwiek z tych miąższo-ściów przez m, odległość iéy od punktu C przez r, summę tych mnogościów, można oznaczyć przez to wyrażenie skrócone $\int mrr$, (gdzie przez $\int$ rozumié się słowo *summa*), tak iż oznaczywszy szypkość Ms przez v, będzie Ms albo $v = \frac{R \times D}{\int mrr} \times CM$.

635. Lubo tu rozumieliśmy wszystkie siły i wszystkie części u-kładu, bydź położone na iednéyże płaszczyznie, z tém wszystkiém ła-two widzieć się daie, iż rzeczy miały-by się tymże samym sposobém, cho-ciażby znaydowały się tylko na pła-szczyznach wzaiemnie sobie równo-ległych, a prostopadłych osi koło-wrótnéy, byleby wszystkie części u-kładu, musiały obracać się około ie-dnéyże linii prostéy, czyli około osi nieodmiénnéy.

636.

* *Biorąc zawsze z znakami przeciwnémi siły dążące do obracania się w rozumié-niach przeciwnych.*

636. A ponieważ wszelkie cia-ło brylaste iakiéykolwiek postaci, zawsze da się uważać, iakoby sku-pienie wielu punktów brylastych połączonych iedne z drugiémi, więc można powiedziéć w powszechno-ści; Ze *kiedy ciało* L *iakiéykolwiek* *figura 105.* *postaci (fig. 105), będąc nagabane od tak wielu sił iak się spodoba, niémoże po-wziąśdź innego ruchu, tylko kołowro-tny około osi nieodmiénnéy* AB, *(położo-néy czyto zewnątrz, czy wewnątrz ciała), to szypkość kołowro-tna, iaką powezmie którykolwiek z punktów iego, wynaydzie się, roz-dzieliwszy summę momentów odpo-wiadaiących tym wszystkim siłóm, al-bo (rozdzieliwszy moment odpowia-daiący sile złożonéy z tych wszystkich sił), przez summę mnogościów, wyni-kaiących z rozmnożenia każdéy czą-stki tego ciała, przez kwadrat iéy od-ległości od osi kołowrotnéy, a wielo-ráz, rozmnożywszy przez odległość od osi kołowrotnéy, tego punktu, któ-rego szypkość ma bydź wynaleziona.*

637. Niechay będzie G środkiém cięż-kości ciała L (fig. 106); zmyślmy sobie, że *figura 106.* kiedy punkt iakikolwiek M obracaiąc się około C, obiéga w iednym momencie łuczek

nie-

niezmiernie mały Ms, to środek ciężkości G w tymże momencie przebiega łuczek Gg, prostopadły linii CG; poprowadźmy przez punkt g linią gK równoległą i równą linii CG. Zamiast uważania ciała, iako obracaiącego się około punktu C, można go sobie zmyślić niby przeniesione równolegle sobie samemu, z szypkością wyrażoną przez Gg, a oraz wystawić sobie, że części iego obracaią się około punktu ruchomego G, z taką szypkością, że zrobiwszy $gk = GC$, punkt k przebiegałby łuk $kC = Gg$; gdyż w takim razie, punkt C ciała L zostaie podobnież nieruchomy. Lecz natenczas ciało będąc swobodne, siła złożona z wszystkich ruchów kołowrotnych około punktu ruchomego G, równa się zerowi (289); więc siła złożona z wszykich ruchów iakiemi ciało ninie iest nadane, niemoże bydź inna, tylko ta iaką miałoby ciało L nadane szypkością Gg; to iest, że takowa siła musi bydź prostopadła linii CGR i $= L \times Gg$, oznaczywszy przez L miąższość ciała. A że części ciała obiegaią łuki podobne iedne drugim, więc musi bydź $CM : CG :: Ms : Gg$; więc $Gg = \frac{Ms \times CG}{CM}$; więc siła złożona z wszystkich ruchów kołowrotnych około punktu C, iest wyrażona przez $\frac{L \times Ms \times CG}{CM}$.

A lubo ta siła złożona, iest taż sama, co owa, którąby wypadła, gdyby ciało zostaiąc swobodne, środek ciężkości był nadany szypkością Gg, atoli łatwo widzieć się daie, że nieprzechodzi przez punkt G, ale przez inny punkt R położony na linii CG, bardziey oddalony od punktu G; bo ponieważ punkta odlegleysze maią więcey siły, więc siła z wszystkich złożona, powinna przechodzić po teyże stronie,

z którey iest położony środek ciężkości względem C, i w dalszey odległości aniżeli środek ciężkości. Oznaczywszy tedy przez D' odległość CR, w iakiey przechodzi takowa siła złożona, mieć będziem $\frac{L \times Ms \times CG}{CM} \times D'$ na wyrażenie iey momentu. Gdyby tedy w tym momencie w którym siły sprawuiące ruch, właśnie skutkuią przeciwko częściom tego ciała, postawiła się naprzeciw nim w odległości D', siła równa sile dopiero wynalezioney, to iawna iest, iż między niemi nastąpiłaby równowaga; ale w takim przypadku, moment $\frac{L \times Ms \times CG \times D'}{CM}$ powinien równać się momentowi $R \times D$; więc z przyczyny że $R \times D = \frac{Ms}{CM} \int mrr$ (634), będzie $\frac{L \times Ms \times CG \times D'}{CM} = \frac{Ms}{CM} \int mrr$, a zatem $D' = \frac{\int mrr}{L \times CG}$; tak iż z tego wszystkiego co dopiero poprzedziło, wynika że:

638. *Kiedy tak wiele sił i tak wykierowanych iak się spodoba, na płaszczyznach którym oś kołowrotna byłaby prostopadłą, czynią przeciwko ciału iakiemu, niemogąc obracać go inaczey tylko około tey osi; to* 1ód *siła iaką stąd odbierze pomienione ciało, będzie równa miąższości ciała tegoż, rozmnożoney przez szypkość*

pkość, iaką powezmie śrzodek ciężkości iego; ſzypkość, która wynayduie ſię, podług tego co ſię rzekło (290). 2re Ta ſiła będzie proſtopadłą płaſzczyznie, przechodzącéy przez oś i przez śrzodek ciężkości. 3cie Odległość iéy od oſi, zawſze będzie iednakowa, w wſzelkim bądź iakim chce przypadku ſił i kierónków, i będzie równa ſummie, wynikaiącéy z mnogościów każdéy cząſtki ciała rozmnożonéy przez kwadrat odległości iéy od oſi, będzie mòwię równa téy ſummie, rozdzielonéy przez miąźſzość ciała rozmnożoną przez odległość iego śrzodka ciężkosci od téyże oſi.

639. Wyrazíwſzy przez v, iak wyżéy, ſzypkość z którą pewny iaki punkt M ciała L, dąży do obracania ſię mocą czynności tak wielu ſił iak ſię ſpodoba, albo też mocą iedynéy ſiły R złożonéy z tamtych wſzyſtkich, ieżeli oznaczymy przez r odległość iednéy cząſteczki któréykolwiek od oſi kołowrotnèy, a przez m miąźſzość téyże cząſteczki, to mieć będzièm $\frac{rv}{CM}$ na ſzypkość iéy kołowrotną, a $\frac{mrv}{CM}$, na wyrażenie ſiły, iaką odbiéra, a zatém na wyrażenie odporu iaki daie ſile R mocą ſwoiéy bezwładności; więc $\frac{mrv}{CM}$, będzie momentém takowego odporu;

więc

więc ſummą momentów, odpowiadaiących odporóm, mocą których cząſteczki ciała L ſprzeciwiaią ſię ruchowi kołowrotnemu, iaki im nadaie ſiła R, ieſt ilość $\int\frac{mrrv}{CM}$, albo $\frac{v}{CM}\int mrr$; gdyż te oba wyrażenia ſą iednakowe; bo chociażbyśmy bądź którą chce cząſteczkę m uważali, to ilości v i CM nieodmiéniaią ſię nigdy. A ſtąd pokazuie ſię, że (nietykaiąc innych okoliczności), odpór, mocą którego cząſteczki ciała ſprzeciwiaią ſię nadanemu onymże ruchowi kołowrotnemu, ieſt tém większy, im większa będzie ilość $\int mrr$.

640. Odtąd, ilość $\frac{v}{CM}\int mrr$, nazywać będziémy *momentém bezwładności* ciała; a $\int mrr$, wykładnikiém momentu bezwładności.

641. Zobaczymy wkrótce, iak wynayduie ſię wykładnik momentu bezwładności w iakimkolwiek ciele; wynalázłſzy go zaś ráz względém iednéy óſi bądź iakiéy chce, bardzo łatwo potém daléy wnieść ſobie można, iaki bydź powinién względém wſzelkiéy innéy oſi, równoległéy z piérwſzą. Zobaczmy naprzód, iak z wykładnika momentu, odpowiadaiącego iednéy oſi, można ſobie wnieść wártość wykładnika, odpowiadaiącego inſzéy oſi równoległéy z piérwſzą.

642.

642. Niechay tedy będzie AB, oſią
figura iakąkolwiek (fig. 107); $A'B'$ niech będzie
107. drugą oſią piérwſzéy rownoległą, i przechodzącą przez śrzodek cięźkości ciała; nakoniec oſtatek niech będzie m, iakażkolwiek cząſteczka tego ciała; zmyślmý ſobie płaſzczyznę mCC', proſtopadłą dwóm oſióm AB, $A'B'$ i przechodzącą przez m; to poprowadziwſzy mC, mC' i liniią mP proſtopadłą na CC', linie mC, mC' będą proſtopadłémi na AB i $A'B'$. To założywſzy na przód, podług (Alg. 197) mieć będziém $(mC)^2 = (mC')^2 + (CC')^2 + 2CC' \times C'P$. Więc $\int m \times (mC)^2 = \int m \times (mC')^2 + \int m \times (CC')^2 + \int 2m \times CC' \times C'P$. A że odległość CC' ieſt zawſze iednakowa, cząſteczka m niechayby była iaka chce, którą uważamy, więc $\int m \times (CC')^2$, nieieſt co innego, tylko $(CC')^2 \int m$, albo $(CC')^2 \times L$, oznaczywſzy przez L miąźſzość ciała. Z téyże przyczyny $\int 2m \times CC' \times C'P$, nieieſt co innego, tylko $2CC' \int m \times C'P$; lecz ilość $\int m \times C'P$, będąc ſummą mnogościów cząſtek, względém płaſzczyzny przechodzącéy przez $A'B'$, podług (234) powinna bydź $= 0$; więc będzie proſto $\int m \times (mC)^2 = \int m \times (mC')^2 + L \times (CC')^2$. Więc *maiąc wiadomego wykładnika* $\int m \times (mC')^2$ *momentu bezwładności, względém oſi przechodzącéy przez śrzodek cięźkości, można mieć wykładnika tegóż momentu, względém wſzelkiéy innéy oſi równoległéy z piérwſzą, dodawſzy do piérwſzego, mnogość wynikaiącą z rozmnożenia miąźſzości, przez kwadrat odległości między témi dwiéma oſiami.*

643. Stąd, iako też z wyrażenia ſzypkości kołowrotnéy, wyżéy wynalezionego (634), pokazuie ſię, że *ſpomiędzy wſzyſtkich oſiów, około któ-*

któ-

których może obracać ſię ciało, mocą ſiły albo popędu iakiegokolwiek, ſzypkość kołowrotna będzie nayświękſza około tych, co przechodzą przez śrzodek cięźkości; bo wykładnik momentu bezwładności względém oſi przechodzącéy przez śrzodek cięzkości, ieſt mniéyſzy aniżeli względém któréykolwiek innéy oſi.

644. To wſzyſtko co poprzédziło, bywa w używaniu bardzo częſtém, i zawiéra w ſobie ſpoſób wynaleziénia *śrzodka uderzenia i śrzodka kołyſania*, w ciałach przymuſzonych do obracania ſię około pewnéy oſi, albo około pewnego punktu C
(fig. 108). Przez śrzodek uderze- figura
nia, rozumié ſię punkt R linii CG, 108.
przeprowadzonéy przez punkt nieodmiénny C i przez śrzodek cięźkości G, rozumie ſię mówię tén punkt R, przez który przechodzi ſiła złożona z ruchów kołowrotnych wſzyſtkich punktów ciała L; takowy tedy punkt czyli śrzodek uderzenia, wynayduie ſię podług tego co ſię rzekło (637).

645. Co ſię tyczé *śazodka kołyſania*, figura
takowym ieſt punkt R (fig. 108), ciała L al- 108.
bo układu ciáł, który znayduie ſię bydź od-

da-

dalony od punktu C, na ilość równaiącą ſię długości, iaką powinnoby mieć zawieſidło proſte, maiące odbywać ſwoie kołyſania w tymże czaſie, w iakim odbywa ſwoie kołyſania toż ciało albo ténże układ ciał, mocą ważności ſwoiéy. Zobaczymy zaráz że takowy ſrzodek, ieſt ténże ſam co i ſrzodek uderzenia.

Jakóż, kiedy idzie o ważność; ſiła R, złożona z czynności, mocą któréy ważność ſkutkuie przeciwko każdéy cząſtce matéryalnéy ciała, równa ſię całéy miąžſzości, rozmnożonéy przez ſzypkość, iaką nadaie ważność w iednym momencie iakiéykolwiek cząſtce materyi; to ieſt, że $R = g \times L$, oznaczywſzy przez g takową ſzypkość. Nadto, ta ſiła złożona R, przechodzi przez ſrzodek ciężkości G; a zatém odległością iéy od punktu ſtałego C, albo od oſi przechodzącéy przez punkt C, ieſt CN; więc podług (636) ſzypkość kołowrotna Ms, iakiéy nabiéra iakikolwiek punkt M, kiedy ciało byłoby zoſtawione ſamemu tylko czynowi ważności, ieſt $Ms = \frac{g \times L \times CN}{\int mrr} \times CM$; tak iż względém ſrzodka ciężkości G, takowa ſzypkość wypadłaby, $Gg = \frac{g \times L \times CN}{\int mrr} \times CG$.

Lecz ażeby zawieſidło proſte maiące długość CR, odbywało ſwoie kołyſania w tymże czaſie co ciało L, trzeba, rozumieiąc go bydź oddalonêm od linii pionowéy w wártości takiegoż kąta iak ieſt CR, trzeba
figura mówię, ażeby ſzypkość iakiéy udziéla mu
109. ważność w punkcie R (fig. 109) proſtopadłe
figura do CR, była taż ſama co w punkcie R w
108. (fig. 108); to ieſt, żeby ſię miała do ſzyp-
ko-

kości punktu G, (fig. 108) :: $CR : CG$; lecz fig. 108.
rozłożywſzy ſiłę RI albo g (fig. 109) iaką 109.
ważność nadaie w iednym momencie ciału ſwobodnemu, na dwie inne, iednę Rk czyniącą w kierónku pręta Cr, a drugą Rr, proſtopadłą do linii CR. łatwo widzieć ſię daie, że $RI : Rr :: CR : RS :: CG : CN$; więc $g : Rr :: CG : CN$; a zatém $Rr = \frac{g \times CN}{CG}$; trzeba tedy ażeby było $\frac{g \times CN}{CG} : \frac{g \times L \times CN}{\int mrr} \times CG :: CR : CG$; ſkąd wyciąga ſię $CR = \frac{\int mrr}{L \times CG}$; to ieſt, taż ſama wártość, która też odpowiada ſrzodkowi uderzenia (644).

646. Ponieważ wſzyſtkie ſiły czyniące przeciwko ciału L, albo przeciwko układowi ciał naprawionemu do obracania ſię około punktu, albo oſi ſtałéy, nadaią temu ciału taką ſzypkość, iż iakikolwiek punkt iego M, obraca ſię z ſzypkością $Ms = \frac{R \times D}{\int mrr} \times CM$; a oprócz tego, ponieważ iawna ieſt, że gdyby ciało zaczęło obracać ſię w rozumiéniu przeciwném z tąż ſamą ſzypkością, to czyniłoby równowagę tym wſzyſtkim ſiłóm; więc ſobie wnieśmy ſtąd, że kiedy ciało iakie obraca ſię z taką ſzypkością, która względém pewnego punktu M, byłaby wyrażona przez

przez v, to ażeby wſtrzymać tén ruch mocą ſiły R, którey kierónek przechodziłby w odległości od $C = D$, takowa ſiła albo odległość iéy D, powinna bydź taka, ażeby moment $R \times D$, równał ſię ſzypkości odpowiadaiącéy punktówi M, rozdziélonéy przez odległość CM, a rozmnożonéy przez ſummę miąższościów, wynikaiących z rozmnożenia wſzyſtkich cząſteczek przez kwadraty odległościow onychże od punktu C, albo od oſi przechodzącéy przez C. Jakóż, ta ſiła powinna bydź taka, ażeby zdołała ſprawić na nowo też ſamę ſzypkość w ciele L uważoném w ſpoczynku; takową zaś ſzypkością byłoby $v = \frac{R \times D}{\int mrr} \times CM$; ſkąd wnoſi ſię $R \times D = \frac{v}{CM} \int mrr$.

figura 110. 647. Jeżeli ciało L iakiéykolwiek poſtaci (fig. 110), tak naprawione, iżby niémogło tylko obracać ſię około punktu ſtałego C, albo około oſi przechodzącéy przez punkt pomiéniony, który może bydź położony gdzie ſię ſpodoba, ieżeli mówię to ciało odbierze uderzenie proſtopadle na ſwoię powiérzchnią od ciała N; to na fundamencie zaſád poprzédzaiących, można wynaléśdź ruch tego oboiego ciała po uderzeniu, w ſpoſób naſtępuiący.

Ozna-

Oznaczywſzy przez V ſzypkość ciała N, w kierónku proſtopadłéy TS, przed uderzeniém; przez v ſzypkość iego po uderzeniu; $V-v$, wyrażać będzie ſzypkość, a $N(V-v)$ wyrażać będzie ilość ruchu, iaką utraci przez uderzenie. i która przeydzie w ciało L. Ta tedy ilość ruchu ſprawi w ciele L. ſzypkość kolowrotną (636) taką, iż punkt T np. obracać ſię będzie z ſzypkością $v' = \frac{N(V-v) \times CS}{\int mrr} \times CT$ (poprowadziwſzy liniią CS proſtopadłą na TS). Zmyślmy ſobie iż łuczek niezmiérnie mały Tm nakryślony ze śrzodka C, oznacza takową ſzypkość; zrobiwſzy na ſtycznéy TA, i na proſtopadłéy TS; równoległobok $TAmr$, a oraz zamiaſt ſzypkości Tm, wyſtawiwſzy ſobie w myśli ſzypkości TA i Tr, da ſię widziéć, że ſzypkość TA, niémoże bynaymniéy zaſzkodzić ſzypkóści v, iaką ma powziąśdź ciało N; ſzypkość zaś Tr zaſzkodziłaby ſzypkości v, gdyby była mniéyſza aniżeli v; więc, ponieważ rozumié ſię, że v ieſt ſzypkością, iaką zachowa rzetelnie ciało M, przeto muſi bydź $Tr = v$. Lecz tróykąty CST, Trm podobne ſobie, daią $CT : CS :: Tm$ albo $v' : Tr$; więc $\frac{v' \times CS}{CT} = Tr = v$; a zatèm $v' = \frac{v \times CT}{CS}$. Położywſzy tedy zamiaſt v' tę wártość, w zrównaniu wzwyż położoném, będzie $\frac{v \times CT}{CS} = \frac{N(V-v) \times CS}{\int mrr} \times CT$; ſkąd wyciąga ſię $v = \frac{N \times V \times (CS)^2}{\int mrr + N \times (CS)^2}$; wártość, z którey łatwo może bydź wnieſiona ſzypkość kolowrotna v'. A że zrównanie $v' = \frac{v \times CT}{CS}$, da-

daiące $v : v' :: CS : CT$, pokazuie, że v ieſt ſzypkością kołowrotną odpowiadaiącą punktowi S; więc iawna ieſt, że punkt S obraca ſię z tą ſzypkością, która zoſtaie ciału N po uderzeniu.

648. A ſtąd daie ſię widzieć, iż ażeby mieć ruchy ciał obracaiących ſię, trzeba umieć wynaléśdź ſobie wártość ilości *ſmrr*. Co zawſze ieſt rzeczą łatwą, iak zaráz zobaczymy, ieżeli natura ciała może bydź wyrażona w zrównaniach. Gdyby zaś tén warunek miéyſca niémiáł, to przynaymniéy zawſze można podzielić ciáło na częśći, iakoto na równoległościany albo na piramidy, i.t.d. których natura da wyrazić ſię w zrównaniach; a naténczas powynaydówawſzy wártości ilości *ſmrr*, odpowiadaiące każdéy takowéy częśći, nietrzeba będzie więcéy, tylko zrobić dodanie tych wſzyſtkich oſobnych wártośćiów, których ſumma pokaże wártość całkowitą ilości *ſmrr*, odpowiadaiącą całemu ciału albo układowi ciáł, o które rzecz idzie. Zobaczmy tedy, iak ſobie trzeba poſtąpić w poſzukiwaniu téy wártości do ciáł, których natura, może bydź wyrażona w zrównaniach.

649. Niechay będzie AB (fig. 111) oſią kołowrotną; zmyślmy ſobie przez AB przechodzące dwie płaſzczyzny wzaiemnie ſobię proſtopadłe. *figura 111.* Niech będzie m, iakakolwiek cząſteczka ciała; poprowadziwſzy mC proſtopadłą do AB, poprowadźmy także mS proſtopadłą płaſzczyznie AR. Jeżeli pociągniémy liniią OS, to takowa będzie proſtopadłą linii AB, a zatém i płaſzczyznie PQ. Tróykąt proſtokątny mSC, da nam $(Cm)^2 = (CS)^2 + (mS)^2$; więc $\int m \times (Cm)^2$, albo $\int mrr = \int m \times (CS)^2 + \int m \times (mS)^2$. Zagadniénie tedy wychodzi na to, ażeby wynaléśdź ſummę mnogościów, wynikaiącą z rozmnożenia wſzyſtkich cząſtek, przez kwadraty ich odległośćiów od dwóch płaſzczyzn, przechodzących przez oś kołowrotną i wzaiemnie ſobie proſtopadłych. Lecz bylebyśmy tylko wynalezli wyrażenie Algebraiczne takowéy ſummy względém iednéy płaſzczyzny, to zawſze łatwo będziemy mogli miéć go i względém drugiéy; więc zobaczmy, iakim ſpoſobém można w powſzechności, wynaléśdź ſummę mnogośćiów, wynikaiącą z rozmnożenia wſzyſtkich cząſtek ciała, przez kwadraty ich odległośćiów od płaſzczyzny znaioméy.

650. Zmyślmy ſobie to ciało podzielone na zrazy niezmiérnie ciénkie, równoległe danéy płaſzczyznie; daymy oráz że Dd (fig. 112), wyraża grubość iednego *figura 112.* takowego zrazika, tudziéż oznaczmy przez x odległość CD od zadanéy płaſzczyzny, a przez S powiérzchnią zrazika; naténczas, ponieważ

waż wſzyſtkie punkta téy powiérzchni, ſą odległe od płaſzczyzny PQ, na ilość równaiącą ſię ilości x, więc na ſummę mnogościów, wynikaiącą z rozmnożenia wſzyſtkich punktów téy powiérſzchni, przez kwadraty ich odległościów od téyże płaſzczyzny, mieć będziém $xxSdx$; a zatém ſumma wſzyſtkich mnogościów, odpowiadaiąca całemu ciału, będzie wyrażona przez $\int xx\,Sdx$.

Podobnież oznaczywſzy przez x' odległości od płaſzczyzny proſtopadłéy płaſzczyznie PQ, przechodzącéy przez oś kołowrotną AB; ieżeli znowu zmyślimy ſobie ciało podzielone na zraziki równoległe téy nowéy płaſzczyznie, oznaczywſzy przez S' powiérſzchnią iednego zrazika, na ſummę mnogościów, wynikaiącą z rozmnożenia wſzyſtkich cząſtek tego ciała, przez kwadraty ich odległościów od téy drugiéy płaſzczyzny, podobnież mieć będziém $\int x'x'S'dx'$; tak iż $\int xx\,Sdx + \int x'x'\,S'dx'$, będzie wártością ſummy wſzyſtkich mnogościów, wynikaiącéy z rozmnożenia każdéy cząſteczki ciała, przez kwadrat odległości iéy od oſi AB.

651,

651. Teráz daymy *np.* że ciało ieſt równoległościanèm proſtokątnym, (fig. 113), i że obraca ſię około oſi AB, proſtopadłéy na oś tegóż rownoległościanu, i na połowę boku RS. Z natury tego ciała, powiérſzchnia S ieſt ſtateczna, a zatèm wártością cáłki $\int xx\,Sdx$, ieſt $\frac{x^3 S}{3}$; która, kiedy x równa ſię wyſokości ME albo h równoległościanu, przemiénia ſię na $\frac{h^3 S}{3}$. Podobnież widzieć ſię daie, że S' ieſt także ilością ſtateczną, a zatém wártość cáłki $\int x'x'\,S'dx'$ ieſt $\frac{x'^3 S'}{3}$, która kiedy ieſt $x' = \frac{1}{2}MN$, albo $\frac{1}{2}h'$; (oznaczywſzy MN przez h'), przemiénia ſię na $\frac{1}{8} \times \frac{h'^3 S'}{3}$. *figura 113.*

A że płaſzczyzna przechodząca przez oś, dzieli ciało na dwie równe połowy, więc na ilość odpowiadaiącą obóm połowóm, mieć będziém $\frac{1}{4} \times \frac{h'^3 S'}{3}$; więc ſumma wſzyſtkich mnogościów będzie wyrażona przez $\frac{h^3 S}{3} + \frac{h'^3 S'}{12}$.

652. Zeby tedy wynaléśdź śrzodek kołyſania albo uderzenia, to nietrzeba więcéy (644) tylko rozdzielić tę ilość dopiéro wynalezioną, przez miąższość równoległościanu, rozmnożoną przez odległość od iego śrzodka ciężkości, to ieſt przez $hh'b \times \frac{1}{2}h$, oznaczywſzy RM przez b. Będzie tedy $\frac{2h^3 S}{3h^2 h'b} + \frac{h'^3 S'}{6h'^2 h'b}$; albo z przyczyny że $S = h'b$, a $S' = hb$, będzie $\frac{2h}{3} + \frac{h'^2}{6h}$, na odległość śrzod-

ka

ka kołyſania, iako też i śrzodka uderzenia. Jeżeli h' ieſt bardzo małe względem h, to takowa odległość będzie $= \frac{2h}{3}$. Więc *śrzodek kołyſania albo śrzodek uderzenia w linii proſtéy albo w równoległoboku, obracaiącym ſię około iednego z ſwoich boków iakoby około oſi, ieſt położony na $\frac{2}{3}$ odległości od punktu albo od oſi kołowrotnéy.*

figura 114. 653. Zmyślmy ſobie że pręt, albo ſztaba ważna CA (fig. 114) upada obracaiąc ſię około końca ſwego nieruchomego C; i że pod nią znayduie ſię podłożona iaka zawada T. Żeby wiedzieć z iaką ſiłą zoſtanie uderzona ta zawada, trzeba ſobie przypomnieć (436), że śrzódek ciężkości B ſpadaiąc przez łuk BG, nabywa w punkcie G teyże ſzypkości, iak gdyby ſpadł ſwobodnie przez linią pionową BD; a zatém oznaczywſzy przez u takową ſzypkość, która łatwo wynayduie ſię podług (176); a przez M miąźſzość pręta, mieć będziém podług (637). Mu na ilość ruchu czyli na wyrażenie ſiły tegóż pręta; którąto ſiłą zoſtanie uderzona zawada T, ieżeli ieſt położona na śrzodku uderzenia P, to ieſt w odległości $CP = \frac{2}{3}CA$. Gdyby zaś ta zawada znaydówała ſię bydź położona w innym iakimkolwiek punkcie CO; to trzebaby tę ſiłę Mu proſtopadłą linii CA zmyślić ſobie rozłożoną na dwie ſiły równoległe, z których iedna przechodziłaby przez C, a druga przez punkt O; naténczas, ſiła przechodząca przez punkt O, byłaby wyrażona przez $\frac{CP \times Mu}{CO}$.

Gdyby zawada T była ruchoma, to zawſze znaydówać ſię będzie taki iedén punkt, bądź to na ſaméyże linii CA, bądź téż na iéy przedłu-

dłużeniu, w którym położona zawada, odbiérać będzie od pręta naywiękſzą ſzypkość iak tylko można; to ieſt, że w tym punkcie położona, odbierze więcéy ſzypkości, iakby mogła odebrać będąc uderzona w wſzelkim którymkolwiek innym punkcie tegoż pręta.

654. Zobaczymy zaraz iak wynayduie ſię takowy punkt; ale wprzód muſimy pokazać różnicę iaką trzeba uczynić między drągiém w ruchu, a drągiém zoſtaiącym w równowadze.

Gdyby drąg ważny był wſparty na dwóch podporach C i O; to żeby naznaczyć iak wiele cierpi każda podpora, trzeba rozłożyć wagę tego drąga, uważoną iak gdyby była ſkupiona w śrzodku ciężkości G, na dwie ſiły, z których iedna przechodziłaby przez punkt C, a druga przez punkt O, tym ſpoſobém znaleźlibyśmy podług (205); uciążenie punktu C, bydź $= \frac{P \times GO}{CO}$, a uciążenie punktu $O = \frac{P \times CG}{CO}$, oznaczywſzy przez P wagę drąga. Ale ieżeli drąg znayduie ſię w ruchu około punktu C; to naténczas, całe uciążenie iuż nieprzechodzi przez punkt G, ale przez śrzodek uderzenia P (644); tak, że uciążenia punktów C i O ſtąd wynikaiące, ſą podług (205) odwrotnie proporcyonalne odległościóm CP i PO.

655. Daymy że pręt CA (fig 115) obracaiący ſię około C, z taką ſzypkością, która względém punktu A byłaby oznaczona przez u, ſpotyka ſię proſtopadle z ciałém ſwobodném M, odległém od śrzodka kołowrotu C, na pewną ilość znaiomą BC; ieſt zadano wynaléśdź iaką ſzypkość powezmie ciało M. figura 115.

Zmyśl-

Zmyślmy ſobie, że przez uderzenie ſzypkość u przemienia ſię na v, i że ciało M' nabywa ſzypkości v'. Gdyby pręt nieobracaiący ſię iak tylko z ſzypkością która względém punktu A byłaby wyrażona przez $u - v$, ſpotkał ſię z ciałém M', bieżącém naprzeciw ſobie z ſzypkością v', to podług (287) muſiałaby między niémi zaiśdź równowaga. Niechay będzie r odległością, któregokolwiek punktu pręta CA, którego długość byłaby $CA = a$; to na wyrażenie ſzypkości, z iaką obraca ſię pręt, w tén czas kiedy punkt A obraca ſię z ſzypkością $u - v$, mieć będziém $\frac{r(u-v)}{a}$. Więc ieżeli m ieſt miąższością tego punktu, to $\frac{mr(u-v)}{a}$ wyrażać będzie ilość ruchu, albo ſiłę iego; a $\frac{mrr(u-v)}{a}$, będzie momentém téy ſiły. Lecz z przyczyny równowagi (616), ſumma momentów, odpowiadaiących ſiłóm, iakie utraca każdy punkt pręta, powinna równać ſię momentowi ſiły, iakiéy nabywa ciało M'; więc oznaczywſzy przez b odległość CB, będzie $\int \frac{mrr(u-v)}{a} = M'bv'$.

Ażeby zaś v' było w rzeczy ſaméy ſzypkością odpowiadaiącą ciału M' po uderzeniu, trzeba ażeby v' równało ſię ſzypkości, z iaką punkt B pręta, ma obracać ſię po uderzeniu; albowiém przez trwałość iednego momentu po uderzeniu, punkt B i ciało M' ruchaią ſię proſtopadle względém linii CA. Lecz ſzypkością punktu B po uderzeniu, ieſt $\frac{bv}{a}$; więc będzie $v' = \frac{bv}{a}$; więc $\int \frac{mrr}{a}(u-v) = \frac{M'bbv}{a}$; ſkąd wyciąga ſię v =

$= \frac{u\int mrr}{M'bb + \int mrr}$, na wyrażenie ſzypkości kołowrotnéy pręta po uderzeniu. Co ſię zaś tyczy ſzypkości v', odpowiadaiącéy ciału M', z przyczyny że $v' = \frac{bv}{a}$, mieć będziém v' $= \frac{\frac{ub}{a}\int mrr}{M'bb + \int mrr}$.

656. Niech będzie p, odległością śrzodka uderzenia, odpowiadaiącego temu prętowi; g, niech będzie odległością śrzodka ciężkości względém punktu C; a M niech będzie miąższością pręta. Ponieważ podług (638), mamy $p = \frac{\int mrr}{gM}$; więc będzie $\int mrr$ $= pgM$, a zatém $v = \frac{pgMu}{M'bb + pgM}$, a v' $= \frac{pgbMu}{a(M'bb + pgM)}$.

657. Ta wártość ſzypkości v', daie znać, że chcąc uderzyć w ciało M' naymocniéy iak tylko można, poſtawiénie go byle w iakim punkcie B, nieieſt rzeczą wcale oboiętną. Jakóż rozumieiąc $b = 0$; to ieſt, poſtawiwſzy ciało M' w punkcie C, byłoby $v' = 0$, to ieſt, że w takim razie ciało M' niepowzięłoby żadnego ruchu, i to ieſt oczywiſta. Ale naznaczaiąc ilości b z kolei, wártości coráz to większe, v niebędzie roſnąć tylko do pewnego punktu, który pominąwſzy, znowu zacznie ſię umniéyſzać. Albowiém pomnożywſzy b aż do nieżmiérności, i zmyśliwſzy ſobie liniią CB niezmiérnie przedłużoną, ale w miąższości bynaymuiéy niepowiękſzoną, wártość ilości v', wychodzi na $v' = \frac{pgbMu}{M'bb}$, albo na $v' = \frac{pgMu}{M'b}$, to ieſt, na ilość niezmiér-

nie małą czyli na zero. Znayduie ſię tedy w rzeczy ſaméy między wártościami ilości b, iedna taka, która daie ſzypkość v' naywię- kſzą, iak tylko bydź może. Zeby ią zaś wynaleśdź, nietrzeba więcéy, tylko zró- wnać z zerém różniczkę wártości takowéy ilości v', poczytaiąc w niéy tylko ſamo b za odmiénną. Tym ſpoſobém miéć będziem $bb = \frac{pgM}{M'}$ a zatém $b = \sqrt{(\frac{pgM}{M'})}$.

Niech będzie punkt D, w którym ciało M' czyniąc z dołu do góry przy pomocy kluby I, utrzymałoby pręt CA w równowadze na podporze C; to będzie $CD : CG :: M : M'$, albo (oznaczywſzy CD przez k), będzie $k : g :: M : M'$; a zatém $\frac{gM}{M'} = k$; więc $b = \sqrt{(pk)}$. Więc: *ieżeli cia-*

figura 115. *ło CA (fig. 115) obracaiące ſię około punktu ſtałego C, udérza w drugie ciało M', to takowe odbierze naywiękſzą ilość ruchu iak tylko można w tén czas, kiedy odległość iego CB od punktu kołowrotnego, będzie śrzednią proporcyonalną między odległością od śrzodka uderzénia ciała udérzaiącego, a między odległością, w ktoréy ciało uderzone, mocą wagi ſwoiéy, czyniłoby równowagę ciału udérzaiącemu.*

658. Gdyby pręt albo ſztaba CA była wſzędzie iednokſztáłtnéy grubości, a śrzednicy bardzo małéy względém ſwoiéy grubości, to naténczas byłoby $p = \frac{2}{3}a$, a $g = \frac{1}{2}a$; więc byłoby $b = \sqrt{\frac{1}{3}}\frac{a^2 M}{M'} = a(\frac{M}{3M'})$. Więc ieżeli waga ciała uderzonego wynoſiłaby trzecią część pręta, to punkt uderzénia byłby położony w końcu A tegóż pręta. Będzie zaś mię-

między C i między A, ieżeli wártość ilości $3M'$ ieſt większa nad M; a gdyby M było większe nad $3M'$, to pomiéniony punkt, będzie położony daléy za A względém C.

659. Położywſzy w wártości ilości v', wártość ilości b, to ieſt $b = \sqrt{(\frac{pgM}{M'})}$, miéć będziem $v' = \frac{u}{2a}\sqrt{(\frac{pgM}{M'})}$.

660. Poprzédzaiące zagadniénie można rozwiązać w ſpoſób cokolwiek proſtſzy, który tu podaiémy tém chętniéy, że może bydź użyteczny w wielu okolicznościach. Ponieważ punkt A, powiniéń przez uderzenie odmiénić ſwoię ſzypkość kołowrotną u, na ſzypkość v, to ieſt, że powiniéń utracić ſzypkość wyrażoną przez $u - v$, więc śrzodek ciężkości b, utraca ſzypkość $\frac{g}{a}(u - v)$, a pręt (638) urraca ilość ruchu, albo ſiłę $\frac{Mg}{a}(u - v)$.

Lecz takowa ſiła (638), powinna przechodzić przez śrzodek uderzenia, to ieſt w odległości p od punktu C, (zoſtawiwſzy też ſame oznaczenia co wyżéy), więc z przyczyny równowagi, maiącéy zachodzić między tą ſiłą i między ilością ruchu $M'v'$, iakiéy nabywa ciało M', muſi bydź podług (607) $\frac{Mgp}{a}(u - v) = M'bv'$, albo z przyczyny że $v' = \frac{bv}{a}$, muſi bydź $\frac{Mgp}{a}(u - v) = \frac{M'bbv}{a}$; ſkąd wyciąga ſię $v = \frac{gpMu}{M'bb + gpM}$, a $v' = \frac{gpbMu}{a(M'bb + gpM)}$, iak było wyżéy (656).

661. Na drugi przykład obrachówania ilości $\int mrr$, obierzmy ſobie kulę. Powierzchnia

ſzchnia, wyżéy oznaczona przez S, w niéyſzym razie będzie kołém, maiącém za promień IM (fig. 116), który tu nazwiémy y. A zatém, oznaczywſzy przez $1 : c$, ſtóſunek promiénia do okręgu, będzie $\frac{cy^2}{2} = S$. Zróbmy $DI = x$, a promiéniém kuli niech będzie r; to wypadnie $y^2 = 2rz - zz$, a zatém $S = \frac{c}{2}(2rz - zz)$. Zrobiwſzy znowu $DC = a$, będzie CI, albo $x = z + a$, a $dx = dz$; więc $\int x^2 Sdx$, przemiénia ſię na $\int (z + a)^2 \times \frac{c}{a}(2rz - zz)dz$, albo (wykonawſzy wſkazane działania), wychodzi na $\int \frac{c}{2}(2aarzdz + 4arz^2dz - aaz^2dz + 2rz^3dz - 2az^3dz - z^4dz)$; a ſcałkówawſzy, będzie $\frac{c}{2}(aarz^2 + \frac{4}{3}arz^3 - \frac{1}{3}aaz^3 + \frac{1}{2}rz^4 - \frac{1}{2}az^4 - \frac{1}{5}z^5)$; co, kiedy $z = 2r$, przemiénia ſię na $\frac{c}{2}(\frac{4}{3}a^2r^3 + \frac{8}{3}ar^4 + \frac{8}{5}r^5)$.

figura 116.

Zeby wynaléśdź wártość ilości $\int x'x'S'dx'$, nietrzeba na nowo roſpoczynać rachunku; bo z przyczyny regularnéy poſtaci kuli, wypádłby zgoła podobny piérwſzemu; niezoſtaie tedy nic więcéy do czyniénia, tylko rozumiéć ilość a, wyrażaiącą odległość płaſzczyzny PQ od powiérſzchni, przemiénioną na $-r$, to ieſt, że trzeba wyſtawić ſobie tę płaſzczyznę przechodzącą przez śrzodek, w położeniu proſtopadłém owému, iakie miała piérwéy; a naténczas będzie $\frac{c}{2}(\frac{4}{3}r^5 - \frac{8}{3}r^5 + \frac{8}{5}r^5)$, co wychodzi na $\frac{c}{2} \times \frac{4}{15}r^5$; tak że

obie

obie całki dodane, uczynią $\frac{c}{2}(\frac{4}{3}a^2r^3 + \frac{8}{3}ar^4 + \frac{28}{15}r^5)$. A że bryłówatością kuli, ieſt $\frac{c}{2} \times \frac{4}{3}r^3$, a odległością od iéy śrzodka ciężkości do płaſzczyzny PQ, ieſt $a + r$, więc rozdzieliwſzy wypadek wyżéy wynaleziony, przez mnogość z tych dwóch oſtatnich ilościów, miéć będzie na odległość CO śrzodka kołyſania i uderzenia, $CO = \frac{a^2 + 2ar + \frac{7}{5}r^2}{a + r}$

$$= \frac{a^2 + 2ar + r^2 + \frac{2}{5}r^2}{a + r} = a + r + \frac{2}{5} \times \frac{r^2}{a + r}$$

$= CG + \frac{2}{5} \times \frac{(DG)^2}{CG}$. Skąd pokazuie ſię, że śrzodek kołyſania i uderzenia, ieſt niżéy położony aniżeli śrzodek ſaméy kuli, i że niémożna wziąśdź iednego za drugi, chyba w tén czas, kiedyby promień kuli był bardzo mały, względém odległości wziętéy od śrzodka G do punku zawieſzenia.

662. Gdyby kula była zawieſzona na pręcie albo na paſku blaſzanym, chcąc miéć wzgląd na miąższość takowego zawieſidła, trzeba ſobie przypomniéć, iż na wyrażenie ſummy mnogościów, wynikaiących z rozmnożenia wſzyſtkich cząſtek takowego pręta przez kwadraty ich odległościów od pewnego punktu ſtałego albo od oſi, znalezliśmy byli (651), $\frac{h^3 S}{3} + \frac{h'^3 S}{12}$. Lecz h mamy tu wyrażone przez a; a do tego podług (651) $S = h'b$, a $S' = hb = ab$, więc poprzédzaiąca ilość, przemiéni ſię na $\frac{a^3 hb}{3} + \frac{h'^3 ab}{12}$; nadto ta ilość, iako téż i ilość należąca do kuli,

li, powinny bydź rozmnożone przez przyrodne ważności tych dwóch ciał, ieżeli ſą różne; a dopiéro dodawſzy z ſobą obie mnogości, i oznaczywſzy przez p i p' ważności przyrodne pręta i kuli, miéć będziém $p \times \frac{a^3hb}{3} + p \times \frac{h^3ab}{12} + p' \times \frac{c}{2} \times (\frac{4}{3}a^2r^3 + \frac{8}{3}ar^4 + \frac{28}{15}r^5)$, na wyrażenie ſummy mnogościów, wynikaiących z rozmnożenia wſzyſtkich cząſtek całego układu, przez kwadrat ich odległościów od oſi. A naoſtatek rozdzieliwſzy tén wypadek przez ſummę $pah'b + p'\frac{c}{2} \times \frac{4}{3}r^3$, wieloráz, pokaże nam ſzukaną odległość śrzodka kołyſania.

663. W praktyce można przeſtać na tém, ażeby podzielić ciało na wiele części, i każdą z nich rozmnożyć przez kwadrat iéy odległości od oſi, a tym ſpoſobém miéć można wártość ilości *ſmrr*, doſtatecznie przybliżoną.

664. Potém krotkiém wyboczeniu, tyczącém ſię wynaydówania ilości *ſmrr*, powróćmy do przyſtoſówań reguły wyżéy podanéy (636). Okazało ſię na innémmiéyſcu (289),
figura 117. że kiedy ciało iakiekolwiek L (fig. 117), odbiéra popęd w kierónku przechodzącym przez iego śrzodek ciężkości G, to takowy popęd przechodzi zupełnie do śrzodka ciężkości, ruchaiącego ſię równolegle kierónkowi RS, w którym ciało odebrało ów popęd; i że oráz części tegóż ciała obracaią ſię około śrzodka ciężkości, tymże ſamym ſpoſobém, iakby obracały ſię, gdyby punkt G był nieruchomy. Więc ieżeli poſtać tego ciała, i ſiły nadane mu (z których złożona ſiła niech będzie oznaczona przez R), ſą takie, iżby niémogło obracać ſię inaczéy, tylko około ſaméy oſi, to w takim razie, z przyczyny że takowa oś muſi koniecznie przechodzić przez śrzodek ciężkości, to wſzyſtko co ſię wzwyż powiedziało, i tu zarówno miéć będzie miéyſce, byleby tylko w ilości *ſmrr*, przez r rozumiéć odległość iakiéykolwiek cząſtki, od oſi przechodzącéy przez śrzodek ciężkości, a przez $R \times D$ ażeby rozumiéć moment ſiły R, wzięty względém téyże oſi, czyli ſummę momentów odpowiadaiących wſzyſtkim ſiłóm czyniącym przeciwko temu ciału, wziętą względém téyże oſi. To ieſt, że śrzodek ciężkości, ruchać ſię będzie równolegle kierónkowi ſiły R, z ſzypko-

 ścią

ścią $=\frac{R}{L}$, przez L rozumieiąc miąższość ciała. A ieżeli poprowadzimy GS, proſtopadłą na RS, i ieżeli przez v oznaczymy ſzypkość kołowrotną cząſtki S, to mieć będziém $v = \frac{R \times GS}{\int mrr} \times GS$, albo $v = \frac{R \times GS^2}{\int mrr}$ .. (636). Zobaczmy to w niektórych przyſtóſówaniach.

figura 118. 665. Daymy że ciało N (fig. 118) uderzyło w ciało L w iakimkolwiek kierónku CQ, iednakże w takim, iżby ſtąd ciało L niepowzięło innego kołowrotu, iak tylko okóło ſaméy oſi, proſtopadłéy płaſzczyznie, któraby przechodziła przez śrzodek ciężkości G, i przez proſtopadłą TS padaiącą na punkt dotknięcia T; rzecz idzie o wynaleziénie ſzypkościów po uderzeniu i ich kierónków; ciało L rozumieiąc zoſtaiące w ſpoczynku.

Zmyślmy ſobie przez punkt dotknięcia T przechodzącą płaſzczyznę ſtyczną, i ſzypkość ciała N czyniącą w kierónku CQ, rozłożoną na dwie inne, iednę CT proſtopadłą, a drugą CI równoległą téy płaſzczyznie. Gdyby N niémiało innéy ſzypkości iak CI, to przebiégaiąc, tylko dotknęłoby ciała L, i nieudzieliłoby mu żadnego ruchu, przynaymniéy odłożywſzy na ſtronę tarcie. A zatém uderzenie niedzieie ſię, tylko mocą ſiły CT. A że w równoległoboku $CTAI$, w którym wſzyſtkie kąty i przekątna CA rozumieią ſię bydź wiadome, łatwo mieć można CT, przeto takową ſzypkość CT, po-

poczytamy tu ſobie za znaiomą, i oznaczymy ią przez V. Teráz, niech będzie v ſzypkość, przy któréy zoſtanie ſię ciało N po uderzeniu, czyniąca w tymże kiéronku CT albo CS; to $V-v$ będzie ſzypkością utraconą; a zatém $N(V-v)$ wyrażać będzie ſiłę, przechodzącą w ciało L, którą wzwyż oznaczyliśmy byli przez R. Więc śrzodek ciężkości, i wſzyſtkie cząſtki ciała, powezmą w kierónku GM, równoległym linii CS, ſzypkość $= \frac{N \times (V-v)}{L} = v'$, oznaczywſzy ią przez v'. Ale że ſiła $N(V-v)$ nieprzechodzi przez śrzodek ciężkości G ciała L, więc to ciało powinno obracać ſię około punktu G, iak gdyby był nieruchomy (289). Niechay będzie u, ſzypkością kołowrotną, iaką powezmie punkt S, to ieſt tén punkt, w którym proſtopadła GS na liniią CS, ſpotyka ſię z tą oſtatnią liniią; to podług (636), mieć będziém $u = \frac{N(V-v) \times GS^2}{\int mrr}$, albo oznaczywſzy GS przez D, będzie $u = \frac{ND^2(V-v)}{\int mrr}$.

Uważmy nadto, iż ażeby ciało N w rzeczy saméy powzięło ſzypkość v, trzeba ażeby punkt T ciała L, miał też ſamę ſzypkość v, czyniącą w kierónku TS; zobaczmy tedy z iaką ſzypkością tén punkt powinién poſtępówać na linii TS. Będzie miał naprzód ſzypkość v' ſpólną wſzyſtkim cząſtkóm ciała L. Nadto, rozumieiąc że łuk niezmiérnie mały Tm, proſtopadły linii GT, wyraża ſzypkość kołowrotną punktu T, ieżeli zmyślimy ſobie równoległobok $Trmn$, poſtawiony na kierónkach Tm, TA i TS, to bok Tr, wyrażać będzie ſzypkość punktu T w kierónku TS, pochodzącą z kołowrotu ie-

iego. Lecz trόykąty Tmr, GTS podobne ſobie, daią $GT : GS :: Tm : Tr$; więc $Tr = \frac{GS \times Tm}{GT}$. A znowu, z przyczyny że u ieſt ſzypkością kołowrotną punktu S, mamy $u : Tm :: GS : GT$, a zatém $Tm = \frac{u \times GT}{GS}$; więc $Tr = \frac{GS}{GT} \times \frac{u \times GT}{GS} = u$; więc całą ſzypkością punktu T należącego do ciała L, czyniącą w kierónku CS, ieſt $v' + u$; muſi tedy bydź $v' + u = v$. A teráz ieżeli z trzech zrównań dopiéro wynalezionych, wyrażaiących warunki ruchu, powyciągamy wártości ilościów v, u i v', to miéć będziém $v = \frac{N(ʃmrr + LD^2)V}{(N+L)ʃmrr + LD^2N}$, $v' = \frac{NVʃmrr}{(N+L)ʃmrr + LD^2N}$, i $u = \frac{LND^2V}{(N+L)ʃmrr + LD^2N}$. Gdyby była odległość GS albo $D = 0$; to ieſt, gdyby uderzenie przechodziło przez śrzodek ciężkości G, to naténczas byłaby ſzypkość kołowrotna $u = 0$, ſzypkości v i v' byłyby równe i ſobie i ilości $\frac{NV}{N+L}$, iak téż bydź powinno podług (352). Wynalázłſzy ſzypkość v, i złożywſzy ią z ſzypkością CI, która niepodpadała żadnéy odmianie, miéć będziém ſzypkość bezwzlędną ciała N, i kierónek iéy po uderzeniu.

666. Gdyby ciało L zoſtawało w ruchu przed uderzeniem, to trzebaby rozłożyć ſzypkość ciała N przed uderzeniém, na dwie inne, z których iedna byłaby równa i równoległa ſzypkości ciała L, tak iż do uderzenia niеby ſię nieprzykładała; a zatém drugiéy trzebaby tak użyć, iak ſię użyło ſzypkości czyniącéy w kiérónku CQ, uważaiąc ciało L iakby zoſtawało w ſpoczynku.

667. Jeżeli przyſtóſuiémy wártość ilości u dopiéro wynalezioną, do wártości która nam wypadła (647) na ſzypkość kołowrotną, i damy baczenie na to, co w każdym przypadku ma bydź rozumiano przez r, to miéć możém różnicę zachodzącą między ſzypkością kołowrotną ciała ſwobodnego, a między ſzypkością iego w takim razie, kiedyby było przymuſzone do obracania ſię około punktu albo oſi iakiéy pewnéy.

668. Kiedy ciało L poſtaci iakiéykolwiek (fig. 119), odebrawſzy popęd w kiérónku RS, któryby nieprzechodził przez śrzodek ciężkości, nabywa dwoiakiego ruchu, o iakim mówiło ſię wyżéy (664); to łatwo widziéć ſię daie, że przez iedén moment można go uważać, iakoby niémiało tylko iedén ruch, to ieſt ruch kołowrotny około punktu albo oſi ſtałéy C, który podług poſtáci ciała, i podług odległości GS, w któréy przechodzi ſiła popędzaiąca, może znaydować ſię albo w ſamém ciele, albo téż zewnątrz. Jakóż, kiedy liniia GS przenoſi ſię równolegle ſama ſobie od GS do $G'S'$, ieżeli zmyślimy ią ſobie obracaiącą ſię około punktu figura 119.

 ru-

ruchomego G, to z przyczyny że punkta ciała, maią tém większe ſzypkości kołowrotne, im bardziéy ſą oddalone od G, łatwo widzieć ſię daie, że na linii SG, znaydówać ſię będzie taki punkt C, który obieży od C' do C, łuk równy łukowi GG', łuk mówię, który uważać można przez iedén moment iakoby linią proſtą; a naténczas takowy punkt C, cofnie ſię o tyle nazád mocą ſwego ruchu kołowrotnego, o wiele poſtąpił na przód równolegle z linią GG' mocą ſzypkości ſpólnéy wſzyſtkim częściom; takowy tedy punkt zoſtanie zawſze położony w C, tak iż z téy przyczyny można go uważać przez iedén moment, iakoby punkt ſtały, około którego obraca ſię ciało.

Zeby mieć położenie punktu C, trzeba uważyć, że łuki CC', $S'I$, które obiégaią punkta C i S' w iednym momencie, mogą bydź poczytane za liniie proſte, proſtopadłe linii GS, albo równoległe linii GG'; lecz tróykąty $CC'G$, $G'S'I$ podobne ſobie, daią $G'S' : G'C' :: S'I : CC'$ albo $GS : GC :: S'I : GG'$; zna-

znalezliśmy zaś byli ſzypkość $GG' = \frac{R}{L}$, ſzypkość $S'I = \frac{R \times D^2}{ſmrr}$; więc GS albo $D : GC :: \frac{R \times D^2}{ſmrr} : \frac{R}{L}$, ſkąd wyciąga ſię $GC = \frac{ſmrr}{D \times L}$.

669. Punkt C nazywa ſię *śrzodkiém kołowrotu dobrowolnym*; dla tego, iż go ciało niby ſamo ſobie obiéra. Tén punkt ieſt także właśnie śrzódkiém kołyſania, iaki odpowiadałby ciału L, gdyby ſię obracało około punktu albo oſi ſtałéy położonéy w S; bo ſtąd że $CG = \frac{ſmrr}{D \times L}$, wnoſi ſię $CS = GS + \frac{ſmrr}{D \times L} = \frac{L \times GS \times D + ſmrr}{D \times L} = \frac{L \times (GS)^2 + ſmrr}{GS \times L}$; lecz $L \times (GS)^2 + ſmrr$ (641), oznacza zgoła też ſamę ilość, którą pod (l. 637) oznaczyliśmy przez $ſmrr$; więc tu punkt C, ieſt ténże ſam, co punkt R uważony indziéy (637).

670. Stąd tedy pokazuie ſię, że punkt, około którego można rozumieć ciało obracaiące ſię przez iedén moment, wcale niezależy od wártości ſiły albo ſił przyłożonych do tegóż ciała; i w powſzechności widzieć ſię daie, z wártości linii CG, iż ieſt tém odległéyſzy, im takowa ſiła, albo ſiła złożona z wſzyſtkich ſił, ſkutkuie bliżéy śrzodka ciężkości.

 671.

671. Widzieliśmy (644), że kiedy ciało obraca ſię około punktu albo oſi ſtałéy, to w niém śrzodek uderzenia, ieſt ténże ſam co śrzodek kołyſania; a zatém przez iedno i tož ſamo działanie wynayduią ſię te oba śrzodki. Inaczéy zaś rzecz ſię ma, kiedy ieſt ciało ſwobodne. Jakóż, daymy że ciało, którego miąźſzość byłaby wyrażona przez L, obraca ſię z ſzypkością v, odpowiadaiącą punktowi oddalonemu na pewną wiadomą odległość a, i że oráz śrzodek ciężkości tego ciała rucha ſię z ſzypkością u. Jawna ieſt naprzód, że ſiła złożona z wſzyſtkich ruchów popędzaiących różne cząſtki tego ciała, będzie wyrażona przez $L \times u$ albo Lu, to ieſt, że będzie takaż ſama, iak gdyby ſię ciało nie obracało (289). Powtóre, odległość w iakiéy ta ſiła złożona powinna przechodzić względém śrzodka ciężkości, ieſt oczywiście ta, w iakiéy ſiła równa ſile Lu, ſprawiłaby w ruchadle też ſamę ſzypkość, iąką ma ninie; lecz podług (636), ta ſzypkość v ieſt wyrażona przez $\frac{Lu \times D \times a}{\int mrr}$, oznaczywſzy przez D odległość ſzukaną; więc będzie $v = \frac{LuDa}{\int mrr}$, a zatém $D = \frac{v}{u} \times \frac{\int mrr}{La}$; ſkąd pokazuie ſię, że w ciele ſwobodném, odległość śrzodka uderzenia, zawiſła od ſtóſunku między ſzypkością kołowrotną a ſzypkością śrzodka ciężkości, i że w ſzczególności równa ſię zerowi, kiedy ſzypkość kołowrotna ieſt zerém; iak w rzeczy ſaméy bydź powinno. Tym tedy ſpoſobém łatwo ieſt dóyśdź, w którym punkcie można zatrzymać ciało ſwobodne, obracaiące ſię wokoło ſiebie.

O *Windach poziemnych* (Sucula), *pionowych* (Ergata) *i. t. d.*

672. *Winda*, mówiąc w powſzechności, ſkłada ſię z koła (ſig. 120), przez które przechodzi proſtopadle walec, kóńcami ſwémi wſpiéraiący ſię na dwóch podporach C,C. Siła Q, przyłożona w kierónku ſtycznym do okręgu koła, pociąga za ſobą tén okrąg wráz z walcém, z przyczyny, że iedno z drugiém ieſt gruntownie ſpoione, i przymuſza oboie do obracania ſię około oſi tegóż walca, na podporach C,C; a tym ſpoſobém nawiiaią ſię na walec rożne części ſznura DP, do którego ieſt przywiązany ciężar P, iaki ma bydź podnieſiony czyli pociągniony ku pomiénionemu walcowi. *figura* 120.

673. Czaſém zamiaſt koła, przeſtawać ſię zwykło na oſadzeniu w walcu proſtopadle na oś iego, drążków E, E (fig. 120, 122), do których przykłada ſię ſiła i ſprawuie ténże ſam ſkutek. Drugdy w kóńcach walca daią ſię korby Q, Q (fig. 121), do których przykłada ſię ſiła lub ſiły obracaiące. *figura* 120. 122. *figura* 121.

674. Kiedy oś walca ieſt pionowa, to i Winda nazywa ſię *pionową* (fig. 122). Takowéy używać ſię zwykło, do przeciągniégia ciężarów, moſtołodziów lub innych ſtatków. *figura* 122.

675. Lecz niech będzie iakie chce ſpo-
rządzenie tey ſilni, to zawſze iawna ieſt,
że w niey czynność ſiły i czynność cięża-
ru lub inney zawady, iaka ma bydź prze-
zwyciężona, nieſkutkuią obie na iedneyże
płaſzczyznie, ale na płaſzczyznach albo ró-
wnoległych ſobie, albo małoco nierównole-
głych. Czynność ſiły ſprawuie dwa ſkutki,
ieden przeciwko ciężarowi, a drugi przeciw
podporóm; zobaczmy iak dzieią ſię te dwa
ſkutki w przypadku równowagi.

figura 676. Przemieńmy ſilnią wyo-
120. brażoną w fig. 120, na fig. 123; to
123. ieſt, zamiaſt całego walca zmyślmy
ſobie tylko oś iego *CC*; płaſzczyznę
koła, oznaczmy przez *AMN*, a przez
BDL, oznaczmy przerznięcie walca
przez płaſzczyznę równoległą płaſz-
czyznie *AMN*, i przechodzącą przez
ſznur *DP*. Poprowadziwſzy pro-
mień *EA*, w punkcie *A* gdzie ſiła *Q*
czyni przeciwko kołu, zmyślmy ſo-
bie przez liniie *CC* i *EA*, płaſzczy-
znę *CEA*, ſpotykaiącą ſię z płaſz-
czyzną *BDL* w kierónku linii *IB*,
która będzie koniecznie równoległa
linii *AE*. Poprowadziwſzy *AB*,
zmyślmy ſobie przez tę liniią, i przez
kierónek ſiły *AQ* płaſzczyznę *QAR*,
która ſpotka ſię z oſią *CC* w iako-
wym punkcie *R*. Naoſtatek przez
pun-

punkta *B* i *R* poprowadźmy liniie *BF* i *RG* równoległe linii *AQ*.

To założywſzy, ſiłę *Q* możemy podług (208) rozłożyć na dwie inne ſiły *F* i *G*, wykierówane w liniiach *BF* i *RG*; a że ta oſtatnia ſiła, przechodzi przez ſamę oś walca, więc niémoże ſprawić żadnego ruchu kołowrotnego około téyże oſi; a zatém też niémoże nic przyłożyć ſię do podnieſiénia ciężaru *P*, ale cała zginie w podporach. Niezoſtaie tedy tylko ſiła *F*, która ma trzymać równowagę z ciężarèm *P*. Lecz 1ód ta ſiła znayduie ſię bydź wykiérówana na téyże płaſzczyznie *BDL*, na któréy ſkutkuie czynność tego cięźaru. 2re. Ponieważ dwie liniie *BF* i *BI* ſą równolegle dwóm liniióm *AQ*, *AE*, czyniącym między ſobą kąt proſty, więc liniia *BF* ieſt proſtopadłą linii *BI*, czyli ſtyczną okręgowi *BDL*. A zatém liniią *BID* można ſobie poczytać za drąg załamany w rozwartości pewnego kąta, któregoto drąga podpora byłaby położona w punkcie *I*; a że odległości *BI*, *ID*, od kierónków dwóch ſił *F* i *P* do tegóż punktu podpory, ſą ſobie równe, więc i ſiły obie powinny także bydź ſobie równe; a zatém będzie $F = P$. Zobaczmy teráz, iaki zachodzi ſtóſunek między ſiłą *F* a ſiłą *Q*.

Podług tego co ſię rzekło (205), mamy $Q : F :: BR : AR$; lecz tróykąty *RBI*, *RAE* podobne ſobie, daią $BR : AR :: BI : AE$: więc $Q : F :: BI : AE$, albo (z przyczyny że $F = P$), $Q : P :: BI : AE$; to ieſt, *że w Windzie poziemnéy, ſiła ma ſię do ciężaru, iak ſię ma promień walca do promiénia koła.*

677.

677. Gdyby ciężár *P*, był przy-
figura 124. wiązany w takim punkcie *B* (fig. 124), należącym do płaszczyzny koła, iżby proſtopadła *IB*. ſpuſzczona na kierónek ciężaru, równała ſię promiéniowi walca; to znowu liniią *AIB*, możnaby poczytać za drąg załamany, którego punkt podpory byłby położony w śrzodku *I*; gdzie do ſprawiénia równowagi, trzeba podług (601), ażeby było *Q*:*P*:: *BI*:*AI*; to ieſt, iż między siłą a ciężarém, wypadłby ténże ſam ſtóſunek co wyżéy. Więc *czynność ſiły, podaie ſię ciężarowi przy pomocy windy poziemnéy, w taki ſpoſób, iak gdyby ciężar i ſiła znaydówały ſię bydź położone na iednéyże płaſzczyznie.*

678. Co ſię zaś tyczy obciążenia każdego z punktów podpory, to iuż dzieie ſię
figura 123. in czéy; tak iż to obciążenie, różni ſię podług odległości płaſzczyzny *BLD* (fig. 123) od płaſzczyzny koła. Zeby go tedy wynaléśdź, trzeba rozłożyć ſiłę *Q* (uważoną iak gdyby była przyłożona w *E*, równolegle z liniią *AQ*), na dwie inne ſiły, równoległe téyże linii *AQ*, któreby przechodziły przez punkta *C* i *C* (208). Podobnież ciężar *P*, uważony iakoby był przyłożony pionowo w punkcie *I*, trzeba rozłożyć na dwie ſiły równoległe linii *PD*, i przechodzące przez pun-

punkta *C* i *C*. Tym ſpoſobém, każdą podporę uważać można iakoby nagabaną od dwóch ſił, których wártości i kierónki będą wiadome. A zatém łatwo będzie można, te ſiły względém każdéy podpory zebrać tylko na iednę, któréyby wártość i kieronek były znaiome.

Tén ſpoſób dochodzenia obciążéń punktów podpory, zaſadza ſię na tém, że dwie ſiły *F* i *P*, zbieraią ſię w iednę ſkutkuiącą w punkcie *I*; którą, ieżeli zmyślimy ſobie rozłożoną na dwie ſiły równoległe ſiłóm *F*, *P*, i przyłożone w punkcie *I*, to niebędą mieć innych wártościów, tylko takie, iakie maią ſiły *F* i *P*. Więc ſtąd można uważać *P* iakoby było przyłożone w punkcie *I*. zre Z ſiły *F*, uważonéy iak gdyby była przyłożona w punkcie *I*, i z ſiły *G* przyłożonéy w punkcie *R*, ſiła złożona, powinna równać ſię ſile *Q*; bo $G = F - Q$; iako to wynika z rozłożenia poprzédzaiącego; nadto takowa ſiła złożona $= Q$, przechodzi przez punkt *E*; bo *RI* : *RE* : : *RB* : *RA* : : *Q* : *F* (205).

679. Gdyby ſiła, zamiaſt cośmy ią uważali bydź przyłożoną w kierónku ſtycznym okręgowi, czyniła przy pomocy ramión *E*, *E*, (fig. figura 120. 122.
120, 122), i proſtopadle względém długościów onychże, to iednakże ſtóſunek między ſiłą a ciężarém, wypadałby zawſze ténże ſam co wyżéy, położywſzy tylko zamiaſt słów *promiéń koła*, słowa *długość ramienia*, która brać ſię powinna od oſi wál-

figura walca. Ale gdyby ſiła nieczyniła
122. proſtopadlè ramiéniowi IE (fig. 122),
to zamiaſt tego ramiénia, trzebaby
wziąśdź proſtopadłą IR, ſpuſzczoną
na kierónek ſiły; tak iżby ſiła miała ſię do ciężaru, iak ſię ma promiéń walca do IR.

figura 680. Ponieważ (fig. 123), ma-
123. my $Q:P::IB:AE$, więc będzie $Q \times AE = P \times IB$; to ieſt, że moment ſiły, równa ſię momentowi ciężaru, oba będąc wzięte względém oſi CC. Używaiąc zaś razém wielu ſił przyłożonych do różnych ramión, trzeba ażeby ſumma momentów tych wſzyſtkich ſił, równała ſię momentowi ciężaru.

681. Gdyby ſznur, na którym ieſt zawieſzony ciężar, albo który podaie zawadzie czynność ſiły, zamiaſt obwiiania ſię na wałku, obwiiał ſię raczéy na powiérſzchni ſtożkowéy albo w powſzechności, na powiérſzchni takiéy bryły, która niémiałaby iednoſtaynèy śrzednicy ale różne, to i ſtóſunek między ſiłą a ciężarèm wypadałby też uſtawicznie różny; i odwrotnie, gdyby ſiła, któréy czynność ma podawać ſię, przy pomocy ſilni podobnéy do téy o iakiéy tu mówimy, odmiéniała ſię uſtawicznie, a iednakże miała ſprawówać zawſze iednoſtayny ſkutek, to trzebaby rzeczy tak umiarkówać, ażeby czynność ſiły, była przykładana do promiéniow tém dłużſzych, im bardziéy ſiła zmniéy-

zmniéyſzać ſię będzie. Co oſobliwie widzieć ſię daie w zegarkach, gdzie ſiłą poruſzaiącą ieſt ſprężyna, przymocniona iednym końcém do walczyka bębenka Z (fig. figura
125), a po wielu okolnych opaſaniach ieſt 125.
wnętrſznie przytwiérdzona do wklękłéy powiérſzchni tegóż bębenka. Łańcuſzek zaś przywiązany iednym końcém do wypukłéy powiérſzchni bębenka, obwiia ſię wielokrotnie na wrzeciónku T, do którego ieſt drugim ſwoim końcèm przyſilony. Sprężyna roſprężaiąc ſię i obracaiąc bębenek, pociąga łańcuſzek i obraca wrzecionko T; ale że ſprężyna im więcéy ſię roſpręża, tém ſłabiéy czyni, więc to oſłabiénie czynności nadgradzać ſię zwykło, daiąc wrzeciónkowi coráz większą śrzednicę w tych częściach, które rozwiiać ſię maią na oſtatku; tym ſpoſobèm kółka odbiéraią od ſprężyny popędy równe, w czaſach równych.

682. Nieuważaiąc tedy na rzeczy iak tylko w ſtanie równowagi, zdawałoby ſię, iż zawſze można podług upodobania zmniéyſzyć ſtóſunek między ſiłą a ciężarém, tak iżby iedna waga choćby naymniéyſza, zdołała przezwyciężyć inną wagę by téż naywiękſzą, przy pomocy windy, i innych ſilniów onéy podobnych. Ale uważaiąc rzeczy w ruchu, i maiąc wzgląd, iak należy, na naturę narzędziów czyniących, ſkutek nieda pomnożyć ſię do woli; i ſtóſunek między promiéniém walca

ca a promiéniém koła, niezawiſł od ſamego upodobania; ale ſpomiędzy wſzyſtkich ieſt tylko iedén ſpoſobny, do ſprawiénia naywiękſzego ſkutku, iak tylko można.

figura 122. Daymy *np.* że robotnik przyłożywſzy ſię do ramiénia E (fig. 122), dąży do ruchania ſię z ſzypkością v, i że ſiła na którą zdobydź ſię może, ieſt wyrażona przez MV, to ieſt, że równa ſię ſile pewnéy, znaioméy miąźſzości M, nadanéy ſzypkością V. Niech będzie v ſzypkość, z iaką ruchać ſię będzie punkt E, maiący przemagać ciężar P. Naténczas, oznaczywſzy przez R ramię IE, przez r promiéń walca, ſzypkość, iaką po-wezmie ciężar P, znaydziemy przez tę proporcyą, $R:r::v:\frac{rv}{R}$; bo iawna ieſt, że punkt E, i punkt w którym ſznur dotyka walca, maią ſzypkości ſwoie proporcyonalne ich odległościóm od oſi. Trzeba tedy zmyślić ſobie, (287), w tym momencie kiedy ſiła poczyna czynić, ſzypkość V złożoną z ſzypkości v, która w rzeczy ſaméy miéć będzie miéyſce, i z ſzypkości $V-v$, która zoſtanie zniſzczoną; ciężar też P, w tymże momencie, trzeba zmyślić ſobie, iakoby miał iednę ſzypkość $\frac{rv}{R}$ która miéć będzie miéyſce, i drugą ſzypkość $\frac{rv}{R}$ w rozumiéniu przeciwném, która zoſtanie zniſzczona. To ieſt że ſiła poruſzaiąca, przyprowadzona do téy wártości $M(V-v)$, powinna trzymać równowagę z ciężarem P, nadaném ſiłą $\frac{Prv}{R}$. Więc (676) $M\times(V-v)\times R=\frac{Prv}{R}$; ſkąd wyciąga ſię $v=\frac{MVRR}{MRR+Prr}$. Więc ſzypkość $\frac{rv}{R}$ ciężaru P, odmiénia ſię w tę: $\frac{MVrR}{MRR+Prr}$. A zatém chcąc wiedzieć, iaki powinién zachodzić ſtóſunek między R i r, ażeby ciężar P powziął naywiękſzą ſzypkość iak tylko można, trzeba podług (36) zrównać z zerém różniczkę téy wártości, poczytawſzy ſamo tylko r za odmiénną. Będzie tedy $MVRdr(MRR+Prr)-MVRr\times 2Prdr=0$; ſkąd wyciąga ſię $MRR=Prr$, a zaś $r=R\sqrt{\frac{M}{P}}$. *Np.* ieżeli $P:M::100000:1000$, to będzie $r=R\sqrt{(\frac{1000}{100000})}=R\times\frac{1}{10}$; to ieſt, że promiéń walca, powinién bydź dzieſiątą częścią ramiénia IE, chcąc ażeby ſkutek naſtąpił naywiękſzy iak tylko można. Tak iż czyto pomnożywſzy czy umniéyſzywſzy ramiénia IE, albo promiénia walcowego, zawſze ſtraciłoby ſię na tém.

683. Daymy że ciężar Q (fig. 126) przyłożony do okręgu koła, mocą wagi ſwoiéy pociąga za ſobą inny ciężar P, przyłożony do okręgu walca; to względém tego ruchu, można zadać ſobie dwa naſtępuiące zagadnienia. 1ód *Maiąc daną wyſokość, do któréy ciężar P ma bydź podnieſiony, iak wynaléźdź ſtóſunek maiący zachodzić między* R i r, *chcąc ażeby ciężar* P *doſzedł téy wyſokości w czaſie naykrótſzym iak tylko można.* 2re *Maiąc daną rozległość, którą ma przebieżyć ciężar* Q, *iak wynaléźdź ſtóſunek maiący zachodzić między* R i r, *chcąc ażeby* P *podnioſło ſię do naywiękſzéy wyſokości w czaſie naykrótſzym, iak tylko bydź może.* figura 126.

Niech będzie p ſzypkością, iaką ważność może nadać ciału ſwobodnemu w iednéy minucie wtóréy; to pdt będzie ſzypkością, iaką mu nadaie taż ważność w przeciągu momentu dt. Niech będzie znowu v ſzypkością, z iaką ciężar Q rucha ſię po upłynieniu czaſu iakiegokolwiek t; to $\frac{rv}{R}$ będzie ſzypkością, z iaką ruchać ſię będzie ciężar P. Więc gdyby te ciała ſtały ſię ſwobodnémi, to na ſzypkość odpowiadaiącą w momencie naſtępuiącym ciężarowi Q, mielibyśmy $v + pdt$, a ſzypkością odpowiadaiącą w tymże naſtępuiącym momencie ciężarowi P, byłoby $\frac{rv}{R} - pdt$. Ale że te ciała nieſą ſwobodne, przeto zmyśliwſzy ſobie ſzypkość ciała Q bydź $= v + dv$, ſzypkość ciała P będzie $= \frac{r}{R}(v + du)$ albo $\frac{rv}{R} + \frac{rdv}{R}$... Ciało tedy Q, przez czynność ciała p utraci ſzypkość $pdt - dv$, a ciało P przez czynność ſiły Q nabywa ſzypkości $\frac{rdv}{R} + pdt$. A zatém podług (287 i 676) muſi bydź $QR(pdt - dv) = Pr(\frac{rdv}{R} + pdt)$; ſkąd wyciąga ſię $dv = \frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2} pdt$.

Niech będzie z rozległością, iaką przebiéga ciężar Q, po upłynieniu iakiegokolwiek czaſu t; to będzie $dz = vdt$, albo $v = \frac{dz}{dt}$, a $dv = d(\frac{dz}{dt})$; więc $d(\frac{dz}{dt}) = \frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2} pdt$; albo rozmnożywſzy przez $\frac{dz}{dt}$, będzie $\frac{dz}{dt} d(\frac{dz}{dt}) =$

$= \frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2} pdz$; co po ſcałkowaniu, da nam $\frac{1}{2}\frac{dz^2}{dt^2} = \frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2} pz$; zrównanie, któremu nieprzydaiemy ſtatecznéy, bo kiedy $z = 0$, to też i $\frac{dz}{dt}$ albo ſzypkość, wypada w tém zrównaniu równa zerowi, tak iak bydź powinno. Z tego zrównania, wyciąga ſię $dt = \frac{dz}{\sqrt{2pz}} \sqrt{(\frac{QR^2 + Pr^2}{QR^2 - PRr})}$; po ſcałkówaniu zaś będzie $t = \sqrt{\frac{2z}{p}} \times \sqrt{(\frac{QR^2 + Pr^2}{QR^2 - PRr})}$, a zatém $\frac{z}{t} = \sqrt{\frac{pz}{2}} \times \sqrt{(\frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2})}$. Niechay tedy będzie h wyſokością, do któréy ma bydź podnieſiony ciężar P, to mieć będziém $\frac{rz}{R} = h$, a zatém $z = \frac{Rh}{r}$, a $\frac{z}{t} = \frac{Rh}{rt} = \sqrt{(\frac{pRh}{2r})} \times \sqrt{(\frac{QR^2 - PRr}{QR^2 + Pr^2})}$, albo $\frac{h}{t} = \sqrt{p}\,\frac{h}{2}\sqrt{(\frac{QRr - Pr^2}{QR^2 + Pr^2})}$.

Więc tód kiedy ieſt dana wyſokość h, chcieć ażeby ciężar P podniósł ſię do téy wyſokości w naykrotſzym czaſie iak tylko można, ieſt to iedno, co żądać ażeby nieodmiéniaiąc wyſokości h, ilość $\frac{h}{t}$ była *naymnieyſzością*. Trzeba tedy ażeby różniczka ilości $\sqrt{\frac{h}{2}}\sqrt{(\frac{QRr - Pr^2}{QR^2 + Pr^2})}$, poczytawſzy h za ſtateczną, a $\frac{r}{R}$ albo téż tylko ſamo r poczytawſzy za odmiénną, ażeby mówię, przerzeczona różniczka była $= 0$. Tén warunek da nam zrównanie $Q^2R^3 - 2PQR^2r - PQRr^2 = 0$, albo $QR^2 - 2PRr - Pr^2 = 0$; ſkąd łatwo wnoſi ſię ſtóſunek między R i r. 2re Gdyby było zadane z, chcąc ażeby kiedy ciężar Q przebiéga rozległość z, ciężar P podnióſł ſię naywyżéy i w naykrótſzym czaſie iak tylko można, to w takim razie trzeba ażeby $\frac{h}{t}$ było *naywiękſzością*, poczytawſzy z za ilość ſtateczną. Położywſzy tedy zamiaſt h, wártość iego $\frac{rz}{R}$ w ilości $\surd\frac{ph}{2}$, ilość $\surd(\frac{prz}{2R})\times\surd(\frac{QRr-Pr^2}{QR^2+Pr^2})$, albo ilość $\surd(\frac{pz}{2})\times\surd(\frac{Qr^2R-PRr^3}{QR^3+PRr^2})$ powinna bydź *naywiękſzością*, poczytawſzy z za ſtateczną. Trzeba tedy ażeby było $d(\frac{Qr^2R-Pr^3}{QR^3+PRr} = 0$, w różniczkówaniu poczytawſzy za odmiénną tylko ſamo r; tym ſpoſobém przyidziémy do zrównania $2Q^2R^3 - 3PQR^2r - P^2r^3 = 0$, z którego łatwo wnoſi ſię ſtóſunek między R i r.

684. W zagadniéniu którém zabawialiśmy ſię wyżéy ((82), niemieliśmy żadnego względu na ilość materyi koła, ramión i walca. Ale ponieważ częſtokroć zdarzyć ſię może ta ilość doſyć znaczna, tak iż pewna część ſiły muſi bydź użyta na przemożenie iéy, przeto chcąc niezawodnie oſądzić czy ſilnia uczyni zamiérzony ſkutek, i czy ſiła ſprawi potrzebną ſzypkość, trzeba miéć wzgląd

 i

i na tę okoliczność. Co łatwo ſtać ſię może podług tego co ſię rzekło (636).

Tym umyſłém miąſzſzości ciężaru P (fig. 122), ramion, koła, ieżeli ieſt, i walca trzeba poczytać ſobie za iedno ciało, naprawione do obracania ſię około oſi ſtałéy, iak tu około oſi wálca, miąſzſzość P uważaiąc iakoby przyłożoną do powiérzchni tegóż walca. A naténczas, oznaczywſzy przez $\int mr'r'$ ſummę mnogościów, z cząſtek koła i walca, rozmnożonych przez kwadraty ich odległościów od oſi, miéć będziém $v = \frac{MVRR}{MRR+Prr+\int mr'r'}$, co niewychodzi na wártość indziéy wynalezioną (636), tylko w tén czas, kiedyby ilość $\int mr'r'$ była nazbyt mała względém $MRR+Prr$, tak iżby ią można zaniedbać. *figura* 122.

685. W tém wſzyſtkiém co poprzédziło, niemieliśmy także względu na grubość ſznurów. Ale gdyby takowe były znaczniéyſzéy śrzednicy, to na promiéń koła iako téż i walca, trzebaby wziąść prawdziwy promién pomnożony promiéniém czyli połową śrzednicy ſznura; bo trzeba rozumiéć że czynność podaie ſię w kierónku oſi tegóż ſznura.

686. Znayduie ſię niezmiérna liczba Silniów, z których iedne cáłkiém, drugie po części mogą należyć do windy, a zatèm i *figura*
do drąga; takie ſą *Léwar* (fig. 127), *Winda* 127.

 no-

figura nożna (fig. 128), koła zębate (fig. 129) i.t.d.
128. i wſzelkie ſilnie ſłużące do wiércenia, albo
129. do popychania w obracaniu ſię; lubo te oſta-
tnie częſtokroć miéwaią związek z innym
rodzaiém ſilni, to ieſt z płaſzczyzną nachy-
figura loną, o któréy w krótce mówić będziemy.
127. W Léwarze (fig. 127), na oſi, do któ-
réy przyprawna korba CKQ, ieſt oſadzony
tryb P, którego ſkrzydełka albo zęby zaczé-
piaią ſię w ſzynę zębatą AB. Skrzydełko
K trybowe, obracaiąc ſię podnoſi ſzynę
AB, przy pomocy przyległego ząbka, z ta-
ką ſiłą podług (676), która ma ſię do ſiły Q
przyłożonéy do korby, iak ſię ma promień
korby do promiénia trybu; tak, iż z przy-
czyny bardzo małego promiénia trybowego,
względem promiénia korby, można przy po-
mocy téy ſilni podnoſić doſyć znaczne cię-
żary niewielką ſiłą. Co ſię zaś tyczé Win-
dy nożnéy, nad tą zaſtanowimy ſię potém
dokładniéy, mówiąc o tarciu w klubach i
w Windach.

687. Koła zębate ſłużyć zwy-
kły do rozmaitego użycia; używa-
ią ſię iużto do pomnożenia ſiły, iuż
téż do pomnożenia ſzypkości, a dru-
gdy do odmiénienia kierónku w ru-
chach; często téż do umiarkówania
ruchu na pewne *ſtanowiſka* (perio-
dus) czaſu, albo nakoniec do wſka-
zówania ruchów albo rozległościów,
których oko niémogłoby inaczéy do-
ſtrzédz.

figura Jeżeli wiele kół zębatych V, X, Y, Z
129. (fig. 129) łączą ſię iedne z drugiemi przy
po-

pomocy trybów u, x, y, z, to zachodzący w
takim razie ſtóſunek między ſiłą Q, przy-
łożoną do piérwſzego z tych kół, a mię-
dzy ciężarém albo uſilnością P, iaką zdóła
wytrzymać oſtatni tryb, można wynaléśdź
w tén ſpoſób. Niechay będą R, R', R'', R'''
promiénie tych kół, a r, r', r'', r''' niech będą
promiéniami trybów. To można uważać uſil-
ność, iaką wywiéra ſkrzydełko trybu które-
gokolwiek na ząb koła przyległego, iakoby
ſiłę przyłożoną do tego koła; a naténczas,
podług tego co ſię rzekło (676), oznaczy-
wſzy przez E, E', i E'' takowe uſilności,
mieć będziém $Q : E :: r : R$; $E : E' :: r'$
$: R'$; $E' : E'' :: r'' : R''$; $E'' : P :: r''' : R'''$;
ſkąd po rozmnożeniu porządkiém, wnoſi ſię
$Q : P :: rr'r''r''' : RR'R''R'''$; to ieſt, że ſiła
ma ſię do ciężaru, iak ſię ma mnogość z pro-
miéniów wſzyſtkich trybów, do mnogości
z promiéniów wſzyſtkich kół; *np*. ieżeli pro-
mién każdego trybu, ieſt dzieſięć razy mniéy-
ſzy od promiénia odpowiadaiącego mu koła,
to ſiła równaiąca ſię iednemu funtowi, po-
trafi wytrzymać uſilność wynoſzącą 10000
ftów. Wreſzcie, co z iednéy ſtrony zyſka ſię
na ſile używaiąc kół, to z drugiéy ſtrony tra-
ci ſię na ſzypkości. Jakóż, kiedy koło V
odprawiło cały ſwóy kołowrot, to tryb u od-
bywſzy także z niém razém ſwóy koło-
wrót, nieobrócił przez tén czas więcéy zę-
bów koła X, tylko tyle ile ma ſkrzydełek;
tak iż ieżeli koło X ma 48 zębów, a tryb u
ma 6 ſkrzydełek, to przez tén czas w którym
koło V odbyło ſwóy kołowrot, koło X nie-
obróciłoby ſię tylko na oſmą część ſwego
kołowrotu. Z téyże przyczyny widzieć ſię
daie, że koło Y obraca ſię ieſzcze powol-
niéy aniżeli X, i tak daléy.

688. Zobaczmy terás iakim ſpoſobém można pomnożyć ſzypkość w danym ſtóſunku, przy pomocy kół zębatych. Niech będzie (fig. 130), koło zębate V zaczépiaiące o tryb u; iawna ieſt, że przez czas kołowrotu koła V, tryb u odbędzie tyle kołowrotów, ile razy liczba ſkrzydełek iego zawiéra ſię w liczbie zębów kołowych; to ieſt, że przez czas kołowrotu koła V, tryb u odbędzie liczbę kołowrotów wyrażoną przez $\frac{N}{n}$, oznaczywſzy przez N i n liczby zębów i ſkrzydeł, koła i trybu pędzonego. Więc ieżeli na walczyku trybu u, ieſt razèm oſadzone koło X, zaczepiaiące o tryb x, to podobnież da ſię okazać, że przez czas kołowrotu koła X albo trybu u, tryb x odbędzie liczbę kołowrotów wyrażoną przez $\frac{N'}{n'}$, oznaczywſzy przez N' i n' liczbę zębów i ſkrzydełek, koła X i trybu x. Więc przez tén czas, w którym koło X, odprawi liczbę kołowrotów wyrażoną przez $\frac{N}{n}$, to ieſt przez tén czas, w którym koło V odbędzie iedén kołowrot, tryb

figura 130.

tryb x uczyni liczbę kołowrotów wyrażoną przez $\frac{N'}{n'} \times \frac{N}{n}$ albo $\frac{N'N}{n'n}$.

Podobnymże ſpoſobém rozumuiąc i daléy o większéy liczbie kół i trybów, widzieć ſię daie, że liczba kołowrotów, iaką odbędzie oſtatni tryb, przez czas kołowrotu piérwſzego koła, powinna bydź wyrażona przez ułamek, którego licznikiém byłaby mnogość z ilości zębów wſzyſtkich kół, a którego mianownikiém, byłaby mnogość z ilości ſkrzydełek wſzyſtkich trybów. Więc ieżeliby było zadano, wynaléśdź iak wiele pewna liczba kół i trybów, powinna miéć zębów i ſkrzydełek, ażeby ſzypkość oſtatniéy ſztuki, miała ſię do ſzypkości piérwſzéy ſztuki w ſtóſunku zadanym; to takowe zagadnienie byłoby nieokréślone, to ieſt mogłoby miéć wiele rozwiązań. Dwa przykłady mogą nam bydź doſtarczaiące, na okazanie, iak ſobie trzeba poſtąpić w Zagadnieniach tym podobnych.

Daymy więc, iż zadano ieſt wynaléśdź, iak wiele trzeba dać zębów dwóm kołóm V i X tudzież ſkrzydełek trybóm u i x, ażeby tryb x, odbywał po 50 kołowrotów przez czas

czas każdego kołowrotu koła V. Ma tedy bydź $\frac{NN'}{nn'}=50$. Gdzie niémamy wiadomo nic więcéy, iak tylko wieloráz, wynikaiący z rozdzielenia NN' przez nn'; ale nam ani dziélny ani dziélnik nieieſt wiadomy. O. bierzmy ſobie zatém do woli na dziélnika nn', liczbę złożoną z dwóch czynników, ani zbyt małych ani téż zbyt wielkich, wyrażaiących liczbę ſkrzydełek, iaką można dać trybóm. Rozumiéymy np. bydź $nn'=7\times 8=56$, tak iżby było $n=7$ a $n'=8$. To naténczas, będzie $\frac{NN'}{56}=50$, albo $NN'=50\times 56$; a że ilości 50 i 56 nieprzechodzą liczby zębów, iak dać można każdemu kołu, więc mogę zrobić $N=50$, a zatém będzie $N'=56$. Gdyby te dwa czynniki lub ieden z nich był nazbyt wielki, to rozłożyłbym ie na wszyſtkie czynniki piérwotne, a potém rozważyłbym, ieżeli z połączenia między ſobą tych nowych czynników, niewypadłyby iakie dwa czynniki mniéyſze; albo téż na wártość ilości nn' obrałbym ſobie liczbę mniéyſzą.

Daymy na drugi przykład, iż zadano ieſt, wynaléśdź liczbę zębów do trzech kół, i liczbę ſkrzydełek do trzech trybów, ażeby kiedy oſtatni tryb, odbywa ſwóy kołowrot w 12 godzinach, piérwſze koło odbyło ſwóy kołowrot w iednym roku. Ponieważ rok poſpolity zawiéra w ſobie 525949 minut, a 12 godzin czynią 720 minut; więc iawna ieſt, że przez czas kołowrotu piérwſzego koła, oſtatni tryb odbywa liczbę kołowrotów, wyrażoną przez $\frac{525949}{720}$. Będzie tedy $\frac{NN'N''}{nn'n''}=\frac{525949}{720}$. Zróbmy do woli $n=7$, a $n'=$

$=8$; co nam da $\frac{NN'N''}{7\times 8n''}=\frac{525949}{720}$, albo $NN'N''=\frac{525949}{720}\times 7\times 8n''=\frac{3681643n''}{90}$. A ponieważ $NN'N''$ powinno bydź liczbą całą, więc iawna ieſt, iż chcąc Zagadniénie doſkonale rozwiązać, trzebaby wziąśdź zamiaſt n'' liczbę wielokrotną liczby 90; ale że takowa liczba, ieſt nazbyt wielka na liczbę ſkrzydełek trybowych, przeto należy ſpróbówać, ieżeli odiąwſzy albo dodawſzy małą liczbę iednościów do licznika tego oſtatniego ułamka, ieżeli mówię tym ſpoſobém wieloráz niewypádłby liczbą całą; a naténczas, z przyczyny, że takowa liczba niewiele różniłaby ſię od prawdziwéy wártości ilości $NN'N''$, możnaby ią wziąśdź za przerzeczoną mnogość.

Niechay tedy będzie q naymniéyſzą liczbą iednościów, o którą trzebaby zmniéyſzyć licznika, a t niech będzie liczbą całą ſtąd wynikaiącą, która ma bydź położona zamiaſt $NN'N''$; to będzie $\frac{3681643n''-q}{90}=t$, albo $40907n''+\frac{13n''-q}{90}=t$. Trzeba tedy, ażeby $\frac{13n''-q}{90}$ było liczbą całą; oznaczmy ią ſobie przez s. Mam tedy $\frac{13n''-q}{90}=s$, albo $n''=\frac{90s+q}{13}=6s+\frac{12s+q}{13}$. Robię $\frac{12s+q}{13}=r$, i mam $s=\frac{13r-q}{12}=r+\frac{r-q}{12}$. Naoſtatek robię $\frac{r-q}{12}=k$; i mam $r=12k+q$. Więc $s=13k+q$; a $n''=90k+7q$. Lecz po-

ponieważ n'' powinno bydź bardzo małe, przeto rozumièm bydź $k = 0$, a dawszy ilości q naymnieyszą wártość iak tylko można w liczbach całych, robię $q = 1$. A zatém mieć będę $n'' = 7$, a t albo $NN'N'' = 286350$. Teraz pozostaie nam ieszcze wiedzieć, ieżeli ta liczba może bydź rozłożona na trzy czynniki, wyrażaiące liczby zębów N, N', N''; co w rzeczy samey bydź może; bo trzema takowémi czynnikami są liczby 50, 69, 83, niezbyt wielkie do niniéyszego zamiaru. Można tedy rosporządzić iak się spodoba trzy koła, o 50, 69, i 83 zębach, a trzy tryby o 7, 7, i o 8 skrzydełkach.

Gdyby liczba wynaleziona tym sposobém na wártość ilości $NN'N''$, niedała rozłożyć się na przyzwoite czynniki, tak iż wyrażona przez nie liczba zębów, niémogłaby w kołach wygodnie bydź powyrzynana, to działanie, trzebaby na nowo rospocząć, daiąc insze wártości ilości q albo n albo n'. Lubo to rozwiązanie Zagadniénia, w którém zaniedbywa się kilku iednościów, nieiest iak tylko przybliżone, z tém wszystkiém można go poczytać za dostatecznie doskonałe. Albowiém w terazniéyszym przypadku, kiedy liczba kołowrotów ostatniego trybu, odbytych przez czas kołowrotu piérwszego koła, iest wyrażona przez $\frac{NN'N''}{nn'n''} = \frac{286350}{7 \times 7 \times 8}$, ieżeli rozmnożymy tę ilość przez 12 godzin, to iest przez trwałość każdego kołowrotu, to na trwałość kołowrotu piérwszego koła, mieć będziémi $365^{d.} 5^{g.} 48' 58'' \frac{38}{45}$; a my też rok rozumieliśmy bydź złożony z $356^{d.} 5^{g.} 49'$.

O

O Równowadze na Płaszczyznach.

689. Jeżeli ciało P (fig. 131) postaci iakiéykolwiek, przytykaiące do płaszczyzny XZ w iakimkolwiek punkcie C, iest nagabane tylko od iedney siły, to niémoże utrzymać się w równowadze, chyba z témi warunkami: 1ód Ze kierónek AD takowéy siły iedynéy, nagabaiącéy pomiénione ciało, będzie prostopadły płaszczyznie XZ. 2re Ze tén kierónek przechodzić będzie przez punkt C, w którym ciało styka się z płaszczyzną. Potrzeba piérwszego z tych dwóch warunków, iest oczywista. Co się zaś dotyczé drugiego, widzieć się daie, iako iest także niemniéy potrzebny; bo gdyby kierónek AD ciała P' np. chociaż prostopadły płaszczyznie, ale nieprzechodził przez punkt spólnego dotknięcia C, to odpór płaszczyzny, który niémoże inaczéy skutkować tylko w kierónku prostopadłym punktówi C, niebyłby wbréw przeciwny sile AD, a zatém niémógłby iéy zniszczyć, nawet chociażby to oboie rozumiało się bydź równe iedno drugiému. figura 131.

690.

690. Gdyby ciało, zamiaſt niedotyka-
nia płaſzczyzny tylko w iednym punkcie,
figura przytykało do niéy wielu punktami, czyli
132. ſwoią powiérſzchnią płaſką (fig. 132. 133),
133. to naténczas nieieſt rzeczą konieczną, aże-
by iedna ſiła *AD*, czyniąca przeciwko nié-
mu, przechodziła przez który z takowych
punktów; ale tylko tego potrzeba, ażeby by-
ła i ſama proſtopadłą płaſzczyznie, i mogła
bydź rozłożona na tyle innych ſił proſto-
padłych téyże płaſzczyznie, ile będzie pun-
któw ciała na niéy ſpoczywaiących, i te
figura ſiły ażeby przechodziły przez takowe pun-
132. kta. *Np.* tak, iż gdyby ciało *P* (fig. 132)
przytykało w dwóch punktach *C* i *C'*, a ſiła
AD nieznaydówała ſię bydź położona na
płaſzczyznie, przechodzącéy przez proſto-
padłe, podnieſione z punktów *C* i *C'*, to ró-
wnowaga niémogłaby mieć miéyſca; bo ſiła
AD, niedałaby ſię rozłożyć na ſiły przecho-
dzące przez punkta *C* i *C'* bez użycia trze-
ciéy ſiły, któraby niémiała wſparcia. Sło-
wém, trzeba ażeby ſiła iedyna czyniąca prze-
ciwko ciału, była proſtopadła płaſzczyznie,
i ażeby przechodziła pomiędzy niektóre pun-
kta, na których ciało ſpoczywa.

Tym ſpoſobém człowiek ſtoiący proſto, utrzymuie ſię w równowadze, lubo kierónek iego ważności, nieprzechodzi w tym razie przez, ale pomiędzy nogi; i ta ſiła rozkłada ſię na dwie inne, równoległe piérwſzéy, z których każda przechodząc przez każdą nogę, zoſtaie tamże zniſzczona.

691. Więc ieżeli ciało przytykaiące do płaſzczyzny w iednym lub wielu punktach, ieſt nagabane od wielu ſił wykierówanych iak ſię ſpodoba, to trzeba 1ód Ażeby te ſiły mogły bydź zebrane w iednę ſiłę proſtopadłą płaſzczyznie. 2re Ażeby takowa ſiła, kiedy nieprzechodzi przez iedén ſpomiędzy punktów dotknięcia, ażeby mówię niezoſtawiała wſzyſtkich ſił po iednéy ſtronie.

692. Jeżeli ſiła iedyna nagabaiąca ciało, ieſt ſiłą ważności, to płaſzczyzna powinna bydź poziemna; a ieżeliby liniia pionowa poprowadzona przez iego śrzodek ciężkości, nieſpotykała ſię z iednym ſpomiędzy punktów ſtycznych, to trzeba ażeby przynaymniéy niezoſtawiała tych wſzyſtkich punktów po iédnèy ſtronie.

693. Więc ieżeli ciało nieieſt nagabane, iak tylko od dwóch ſił, to trzeba 1ód. Ażeby te dwie ſiły były położone na iednéyże płaſzczyznie; 2re ażeby ta płaſzczyzna, była proſtopadłą płaſzczyznie na któréy wſpiéra ſię ciało; 3cie ażeby ſiła złożona z tamtych, która powinna zawſze bydź proſtopadłą téy oſtatniéy płaſzczyznie, niezoſtawiała wſzyſtkich punktów ſtycznych po iednéy ſtronie. A ieżeli z tych dwóch ſił iedna byłaby ſiłą ważności, to ieſzcze nadto potrzeba, ażeby obie znaydowały ſię na płaſzczyznie pionowéy, przechodzącéy przez śrzodek ciężkości ciała.

694. Zobaczmy teráz, iaki powinién zachodzić ſtóſunek w powſzechności, między dwiéma ſiłami, utrzymuiącémi ciało w równowadze na iakowéy płaſzczyznie. Niech będą
figura 134. CQ, CP (fig. 134) kierónki tych ſił; zmyślmy ſobie że AB, ieſt przecięciém płaſzyczyzny, na któréy rozumieią ſię bydź położone kierónki tych ſił, z płaſzczyzną na któréy wſpiéra ſię ciało; poprowadziwſzy linią CH proſtopadłą na AB, zmyślmy ſobie nadto na téy linii iako na przekątnéy, i na kierónkach CQ, CP iako na bokach, zrobiony równoległobok $CEDF$. A teráz, kiedy ſiła złożona z dwóch ſił Q i P, ma miéć kiéronek CD albo CH, to trzeba podług (191), ażeby dwie ſiły Q i P miały ſię między ſobą, iak CF do CE; a naténczas dwie ſiły Q i P, i utłoczenie płaſzczyzny iakie ſprawuią, które tu oznaczamy przez H, wypadną takie, że będzie $Q : P : H :: CF : CE : CD$.

695. Podług tego co ſię rzekło (201), miéć będziém podobnież $Q : P : H ::$ wſt. ECD : wſt. FCD : wſt. ECF.

696.

696. Z dwóch punktów A i B obranych do woli na linii AB, poprowadźmy AG i BG, proſtopadłe na kierónki dwóch ſił Q i P. Tróykąt ABG, miéć będzie ſwoie boki, proſtopadłe na boki tróykąta CDE, a zatém oba będą ſobie podobne (Jeom. 111). Więc będzie $AG : BG : AB :: DE$ albo $CF : CE : CD$; to ieſt (694), $:: Q : P : H$; więc $AG : BG : AB :: Q : P : H$,

697. Lecz podług (Jeom. 303) $AG : BG : AB ::$ wſt. ABG : wſt. BAG : wſt. AGB; więc $Q : P : H ::$ wſt. ABG : wſt. BAG : wſt. AGB. To ieſt, że kiedy tylko dwie ſiły czynią przeciwko ciału, tym końcém ażeby go utrzymały w równowadze na płaſzczyznie, zmyśliwſzy ſobie inne dwie płaſzczyzny, którym te dwie ſiły byłyby proſtopadłémi, to takowe dwie ſiły i utłoczenie płaſzczyzny główné́y, każda z nich będzie wyrażona przez wſtawę kąta, zawártego między płaſzczyznami, którymby inne dwie ſiły były proſtopadłe.

698. Ponieważ ſtóſunki dopiéro uſtanowione, zawſze maią miéyſce, niechayby ſiły P i Q były bądź iakiéy chce natury, więc muſzą miéć miéyſce i w tém czas, kiedyby iedna z dwóch *np.* P, była ważnością; w którymto razie płaſzczyzna BG, ieſt poziemna.

699. Zmyślmy ſobie (fig. 134), kierónek ſiły Q tak przedłużony, iżby figura 134.
ſpotkał ſię z płaſzczyzną BA w punkcie I. Ponieważ mamy $Q : P : H ::$ wſt. ABG : wſt. BAG : wſt. AGB; więc będzie $Q : P ::$ wſt. ABG : wſt. BAG; lecz wſt. $BAG =$ wſt. $KAI =$ doſt. KIA,

 bo

bo GK ieſt proſtopadłą na kierónek ſiły; więc $Q : P ::$ wſt. ABG : doſt. KIA. Lecz znowu ABG, ieſt nachyleniém płaſzczyzny AB względém poziomu, a KIA ieſt nachyleniém ſiły względém płaſzczyzny AB; więc *w przypadku równówagi na płaſzczyznie nachylonéy, ſiła ma ſię do ciężaru, iak wſtawa nachylenia płaſzczyzny względém poziomu, do doſtawy nachylenia ſiły względém płaſzczyzny.*

figura 135. 700. Stąd można ſobie wnieść, iż ażeby dwie ſiły Q i R (fig. 135), były zarówno ſpoſobne do utrzymania w równowadze iednegoż ciężaru i na iednéyże płaſzczyznie położonego, to powinny bydź odwrotnie proporcyonalne doſtawóm tych kątów, iakie czynią ich kierónki z długością téyże płaſzczyzny. Jakóż, z przyczyny że Q może trzymać równówagę z ciężarém P, mamy $Q : P ::$ wſt. ABG : doſt. SKB. Z téyże przyczyny, ponieważ R może trzymać równowagę z ciężarém P, mamy $P : R ::$ doſt. RIA : wſt. ABG; te dwie proporcye rozmnożone daią $Q : R ::$ doſt. RIA : doſt. SKB.

701

701. Stąd zaś że podług (695), $Q : P : H$ (fig. 136) $::$ wſt. ECD : wſt. FCD : wſt. ECF, figura 136.
wnoſi ſię $Q : P ::$ wſt. ECD : wſt. FCD; albo $::$ wſt. HCP : wſt. HCQ; więc maiąc znaiomy ciężar P, ſiłę Q, i kąt HCP, iaki czyni kierónek ciężaru P, z liniią proſtopadłą płaſzczyznie, ieżelibyśmy chcieli wynaléśdź kąt, iaki ma czynić kierónek ſiły Q z tąż proſtopadłą, to go łatwo miéć będziém przez proporcyą poprzédzaiącą, która daie wſt. $HCQ = \frac{P \times \text{wſt.}\, HCP}{Q}$. Lecz podług (Jeom. 279), kiedy wyraża ſię kąt iaki przez ſwoię wſtawę, naténczas niéma nic takiego coby wymuſzało, żeby na wártość takowego kąta, wziąśdź ſamże kąt wyznaleziony z Tablic, raczéy, aniželi iego ſpełniénie; więc iedénże ciężar, na iednéyże płaſzczyznie, może bydź utrzymany iednąż ſiłą w dwóch kiérónkach różnych od ſiebie. Te tedy dwa kierónki powinny bydź takie, ażeby dwa kąty HCQ, HCQ, iakie czynić będą z proſtopadłą CH, były ſpełnieniém iedén drugiego. Lecz przedłużywſzy proſtopadłą HC ku I, większy z tych dwóch kątów HCQ, ieſt ſpełnieniém kąta QCI; więc ponieważ powinién także bydź ſpełniéniém mniéyſzego kąta HCQ, że kąt QCI i mniéyſzy kąt HCQ ſą ſobie równe; więc *dwa kierónki w których iednaż ſiła może utrzymać iedénże ciężar na iednéyże płaſzczyznie, ſą równo nachylone względém proſtopadłéy na tę płaſzczyznę, a zatém względèm ſaméyże płaſzczyzny;* i oba zawſze przypadaią z ſtrony linii proſtopadłéy na płaſzczyznę, z téy ſtrony mówię, co ieſt przeciwna ſtronie, z któréy znayduie ſię położony kierónek ważności ciała.

 702.

702. W téyże ſaméy proporcyi $Q:P::$ wſt. HCP : wſt. HCQ, ieżeli zamiaſt kąta HCP, położymy nachylenie ABG płaſzczyzny, które równa ſię temu kątowi, iako to łatwo widziéć ſię daie, bo te dwa kąty ſą ſpełnieniami kątów przeciwnych w wiérſzchołkach BRP, CRH, to miéć będziém $Q:P::$ wſt. ABG : wſt. HCQ, a zatém $Q = \frac{P \times \text{wſt.}\,ABG}{\text{wſt.}\,HCQ}$. Więc nachylenie płaſzczyzny i ciężar zoſtawiwſzy nietykane, ſiła Q powinna bydź tém mniéyſza, im będzie większa wſtawa nachylenia iéy względém proſtopadłéy. A że wſtawa od 90° ieſt naywiękſza ſpomiędzy wſzyſtkich, więc można powiedziéć, że *kierònek, w którym ſiła potrzebuie naymniéyſzéy uſilności, do utrzymania ciężaru na płaſzczyznie nachylonéy, ieſt kierónek równoległy téyże płaſzczyznie.*

703. W takim przypadku, proporcya $Q:P::$ wſt. ABG : wſt. HCQ, zamiénia ſię
figura w tę, $Q:P::$ wſt. $ABG : 1$ albo do pro-
137. miénia. Lecz ieżeli z punktu A (fig. 137), ſpuścimy proſtopadłą AL na poziemną BG, to w tróykącie proſtokątnym ALB, miéć będziém, wſt. $ABG : 1 :: AL : AB$; więc $Q:P :: AL : AB$; to ieſt, że *kiedy ſiła ieſt równo-*

legła płaſzczyznie, to ma ſię do ciężaru, iak ſię ma wyſokość płaſzczyzny do iéy długości.

704. Gdyby kierónek ſiły był pozie- *figura*
mny (fig, 138), to naténczas kąt HCQ, był- 138.
by równy kątowi BAL, iako to łatwo widziéć ſię daie, a zatém byłoby $Q:P::$ wſt. ABG albo wſt. ABL : wſt. BAL; to ieſt (Jeom. 303), $:: AL : BL$; więc *kiedy kierònek ſiły ieſt równoległy podſtawie płaſzczyzny nachylonéy, to ſiła ma ſię do ciężaru, iak ſię ma wyſokość płaſzczyzny do iéy podſtawy.*

705. W powſzechności, proporcya $Q:P::$ wſt. ABG : wſt. HCQ *figura*
(fig. 134), znać daie, że ſiła powin- 134.
na zawſze bydź tém mniéyſza, im mniéyſze będzie nachylenie płaſzczyzny względém poziomu, a oraz im mniéyſze będzie nachylenie ſiły względém płaſzczyzny; albowiém im mniéyſze będzie to oſtatnie nachylenie, kąt HCQ który ieſt iego dopełniéniém, tém bardziéy przybliżać ſię będzie do 90°.

706. Dotąd niemówiło ſię nic o punkcie, w którym kierónek ſiły, powinién bydź przyłożony do ciała. Tén punkt nieieſt wſkazany żadnym warunkiém, chybaby tylko tym, ażeby kierónek ſiły, ſpotykał ſię z linią pionową przeprowadzoną przez śrzodek ciężkości ciała w takim punkcie, z którego poprowadzona proſtopadła na płaſzczyznę, miałaby warunki wzwyż wymiénione (689 i daléy). Stąd pokazuie ſię, że kula ie-

iednorodna, to ieſt z materyi wſzędzie iednokſztáłtnéy, niémoże bydź utrzymana na płaſzczyznie nachylonéy, tylko w tén czas, kiédy kierónek ſiły maiącéy onę utzymówać, przechodzić będzie przez śrzodek figury, który téż ieſt razém i śrzodkiém cięžkości.

707. Gdyby zamiaſt ſtawiénia tylko iednéy ſiły naprzeciw czynności cięžaru, byłoby ich więcéy użytych; to naténczas, to wſzyſtko co powiedziało ſię dopiéro o ſile Q, trzebaby rozumiéć o ſile złożonéy z tych wſzyſtkich ſił. *Np.*
figura 139. ieżeli ciało P (fig. 139) utrzymuie ſię na płaſzczyznie nachylonéy, przez ſpólną czynność ſiły R, i odporu punktu ſtałego B, do którego ieſt przyłożony ſznur BOR opaſuiący to ciało, to przez punkt S, w którym ſpotykaią ſię kiéronki dwóch ſznurów BH, RD, trzeba zmyślić ſobie liniią SC, dzielącą na dwie równe połowy kąt zawarty między dwóma ſznurami BH, RD. Jeżeli ta liniia, przecina liniią pionową i poprowadzoną przez śrzodek ciężkości ciała P, w punkcie C, z któregoby możnaby ſpuścić na płaſzczyznę, liniią proſtopadłą, przechodzącą przez punkt ſtyczny H, to naténczas równowaga będzie miéć

miéyſce; i ſtóſunek zachodzący między cięžarém P, a uſilnością ſkutkuiącą w kierónku SC, wynaydzie ſię podług tego co poprzédziło. Co ſię zaś dotyczé ſtóſunku, między uſilnością ſkutkuiącą w kiérónku SC a między ſiłą R, to takowy będzie ténże ſam co w klubie ruchoméy (584). A zatém, ieżeli ſiła R ieſt równoległa płaſzczyznie, to cięžar P miéć ſię będzie do ſiły R, iak ſię ma długość płaſzczyzny, do połowy wyſokości onéyże; to ieſt, że ſiła będzie przez połowę mniéyſza, iak w tén czas, kiedyby utzymówała cięžar bez pomocy punktu ſtałego B.

708. Utłoczenie zaś cáłkowite płaſzczyzny, ſtąd wynikaiące, zawſze łatwo da ſię wynaléśdź, przy pomocy ſtóſunków dopiéro wyżéy uſtanowionych. Lecz utłoczenia w ſzczególności oſobne każdego z punktów, w których ciało ſpoczywa albo wſpiéra ſię na płaſzczyznie, wcale ſą nieokréślone, chyba że ciało ſpoczywałoby tylko dwóma punktami; a w takim razie, utłoczenie cáłkowite, dzieli ſię między te dwa punkta w ſtóſunku odwrotnym odległościów, wziętych od kierónku cáłkowitego utłoczenia do tych dwóch punktów. W wſzelkim zaś innym przypadku, do wynaleziénia takowych utłoczéń, niéma innych warunków, iak tylko te: 1ód Ażeby ich ſumma równała

ła ſię całkowitemu utłoczeniu; are ażeby ſumma ich momentów, wziętych względem oſi proſtopadłey na kierónek tego całkowitego utłoczenia, była zerém; iako też i ſumma momentów, wziętych względem inney oſi proſtopadłey na pierwſzą; te zaś obie oſi, rozumieią ſię przechodzić przez iedén z punktów kierónku całkowitego utłoczenia. A zatém kiedy ciało ſpoczywa na płaſzczyznie powierſzchnią płaſką, to nièma żadney przyczyny do mniémania, ażeby wſzyſtkie punkta którémi ſpoczywa, odbiérały równe utłoczenia, chyba gdyby ciało miało poſtać wielościanu albo wałka proſtego.

709. Jeżeli ſiłą utrzymuiącą ciężar P w równowadze na płaſzczy-
figura 140. znie AB (fig. 140), ieſt inny ciężar Q, ſpoczywaiący także na płaſzczyznie nachyloney AC, i ciągnący przy pomócy ſznura MN, to ſtóſunek zachodzący między témi dwóma ciężarami, łatwo wynaléśdź można, podług tego co ſię rzekło (696). Jakóż, ponieważ wytężenie ſznura MN, trzyma równowagę z ciężarém P, więc ieżeli z punktu A poprowadzi ſię liniia AD proſtopadła na MN, to podług (696), powinno bydź $P : T :: BD : AD$, oznaczywſzy przez T to wytężenie. Lecz wytężenie ſznura od M ku N, ieſt toż ſamo, co wytężenie od N ku M które utrzymu-

muiąc równowagę z ciężarém Q, daie $T : Q :: AD : CD$; więc rozmnożywſzy te dwie proporcye, będzie $P : Q :: BD : CD$; to ieſt że te dwa ciężary maią ſię między ſobą w ſtóſunku dwóch części podſtawy BC, przedzielonych przez proſtopadłą, ſpuſzczoną z ſpólnego wiérſzchołka dwóch płaſzczyzn na kierónek ſznura.

710. Gdyby ſznur przechodził przez klubę, iak w (fig. 141), to ſtó- *figura* 141.
ſunek między ciężarami, wynalazłby ſię podług tego co ſię rzekło (699). Jakóż, poprowadźmy z punktu A proſtopadłą AD na podſtawę, i liniie AE, AF, równoległe dwóm ſznuróm, a zamknięte liniiami DE, DF proſtopadłémi dwóm płaſzczyznóm AB, AC. Oznaczywſzy przez T wytężenie ſznura, miéć będziém (699), $T : P ::$ wſt. ABC : doſt. $BAE ::$ wſt. ADI : wſt. AEI albo wſt. AED. Bo $ADI = ABD$, a zaś BAE ieſt nachyleniém ſznura GP względém płaſzczyzny AB. Lecz (Jeom 303), wſt. ADI : wſt. $AED :: AE : AD$; więc $T : P :: AE : AD$. Z tegóż powodu, i z przyczyny równości między wytężeniami dwóch ſznurów

rów GP, GQ mamy $Q:T::AD:AF$; więc rozmnożywſzy te dwie proporcye, będzie $Q:P::AE:AF$.

711. Co ſię tyczy ciáł, wſpiéraiących ſię razém na wielu płaſzczyznach, bądźto tylko iednéy bądź też wielu ſił, mocą w których zamykałaby ſię razém onychże ważność, to powſzechna uſtawa ich równowagi, zależy na tém: *1ód* Ażeby ſiła złożona z tych wſzyſtkich ſił, mogła bydź rozłożona na tyle ſił, ile będzie punktów któremi wſpiéra ſię ciało, i ażeby takowe ſiły przechodziły przez te punkta. *2re* Ażeby też ſiły dopiéro wymiénione, były proſtopadłémi płaſzczyznie, ſtykaiącéy ſię z ciałém w takowym punkcie. A ſtąd wnoſi ſię, iż kiedy ciało, niebędąc nagabane tylko od ſwoiéy ważności, ma utrzymywać ſię w równowadze między dwiéma płaſzczyznami nachylonémi, to trzeba ażeby w linii pionowéy przechodzącéy przez śrzodek ciężkości ciała, znaydował ſię przynaymniéy iedén punkt taki, z którego możnaby ſpuścić liniią proſtopadłą na każdą z tych dwóch płaſzczyzn, i ażeby każda z tych proſtopadłych miała warunki wzwyż wymiénione (689 i da-
figura léy). A zatém, ieżeli iedna z dwóch płaſz-
142. czyzn ieſt poziemna (fig. 142), to ciało nie będzie mogło utrzymać ſię w równowadze, (odłożywſzy na ſtronę tarcie), tylko w tym iednym przypadku, kiedyby liniia pionowa, przeprowadzona przez śrzodek ciężkości iego, przechodziła przez iedén z tych punktów, w których ſtyka ſię z płaſzczyzną poziemną, albo przynaymniéy w takim przypadku, kiedyby takowe punkta nieznaydowały ſię bydź położone wſzyſtkie, po iednéyże ſtronie téy pionowéy; a naténczas dru-

druga płaſzczyzna niebędzie miała nic do wytrzymania.

712. Te zaſady ſą doſtarczaiące do uſtanowiénia warunków równowagi zachodzącéy przy pomocy płaſzczyzn, w wſzelakich okolicznościach. I tymto ſpoſobém można wytłómaczyć moc ſklepiéniów, i w powſzechności, dla czego ciała wydrążone, maiące zewnętrſzną powiérſzchnią ſwoię wypukłą, ſą zdólniéyſze do oparcia ſię utłoczeniu, aniżeli gdyby miały powiérſzchnią płaſką.

Np. kiedy ciało iakie ſkłada ſię z cztérech części *ABCD*, *CDFE*, *FEGH*. *ABGH* figura
(fig. 143) doſkonale twardych, których krzy- 143.
wości zewnętrſzne i wewnętrſzne byłyby kołowe i *ſpółśrzodkowe* (concentricus); ieżeli w kierónkach zmiérzaiących do śrzodka, przyłoży ſię do śrzodka ciężkości każdéy części iednakowa ſiła, to takowe części nigdy nieoddzielą ſię iedne od drugich, niechayby ta ſiła była iaka chce. Albowiém łatwo widzieć ſię daie, że ſiła przyłożona do każdéy części, może uważać ſię iakoby rozłożona na dwie inne, proſtopadłe dwóm ścianóm płaſkim téyże części; a w takim razie iawna ieſt, że między każdémi dwiéma częściami przyległémi, ſą dwie ſiły równe i wbrew przeciwne iedna drugiéy, niſzczące ſię wzaiémnie; tak iż te wſzyſtkie ſiły utrzymuią ſię w równowadze.

Podobnież, kiedy *EFGB*, *ABCD*, *HCKI*
(fig. 144) ſą trzema *zwornikami* przyległémi, figura
albo trzema częściami, tuż po ſobie naſtępu- 144.
ią-

iącémi w iednémże ſklepiéniu, to zawſze można zmyślić ſobie z iakowego punktu linii pionowéy, przechodzącéy przez śrzodek ciężkości każdego zwornika, linią proſtopadłą na każdą z dwóch ścian tegóż zwornika; a że zawſze znayduie ſię wiele punktów zgodnych do uczyniénia zadoſyć temu warunkowi, więc ſpomiędzy nich muſi bydź iedén taki, iż proſtopadła ſpuſzczona z niego na iednę ścianę, będzie wbrew przeciwna proſtopadłéy, przeprowadzonéy do téyże ściany, przez iakikolwiek punkt linii pionowéy, należący do przyległego zwornika. A iako można dwie ſiły wykierówane podług tych linii proſtopadłych uczynić ſobie równémi, dawſzy każdemu zwornikowi doſtateczną wagę, więc też takowe zworniki zawſze uſtanowić można w równowadze. To rozłożenie ma miéyſce we wſzyſtkich zwornikach, wyiąwſzy tylko dwa, z których w każdym, iedna ściana znayduie ſię poziemna; do utrzymania tedy tych dwóch zworników trzeba odporu poziemnego.

713. Mówmy teráz o ruchu na płaſzczyznach, i tu ieſzcze ódłożywſzy na ſtronę tarcie. Ciało zoſtawione tylko ſwoiéy ważności, wſpiéraiące część powiérſzchni ſwoiéy na płaſzczyznie niepodległéy tarciu, powiedziawſzy w powſzechności, może powziąśdź ruch dwóiakiego rodzaiu; to ieſt, iedén ſpólny wſzyſtkim częściom, mocą którego śrzodek ciężkości ślizgać ſię będzie równo-

le-

legle z płaſzczyzną, i będzie mógł przybliżać ſię do płaſzczyzny, albo oddalać ſię od niéy, a drugi, mocą którego, wſzyſtkie części obracać ſię będą około ſpólnego śrzodka ciężkości, iednakże tak, iżby ciało zawſze dotykało ſię płaſzczyzny w iakowym punkcie.

714. Reguła powſzechna ſłużąca do zapewniénia ſię, czy ciało powezmie lub niepowezmie iaki ruch kołowrotny mocą ważności ſwoiéy, ieſt ta, ażeby uważyć, ieżeli proſtopadła ſpuſzczona z śrzodka ciężkości na płaſzczyznę, przypada na iaki punkt ſpomiędzy tych, którémi ciało ſpoczywa, albo ieżeli niezoſtawia wſzyſtkich ſtycznych punktów po iednéy ſtronie. Kiedy tén warunek ma miéyſce, to niebędzie ruchu kołowrotnego; bo ważność, którą zawſze wyſtawić ſobie można ſkutkuiącą w ſamym śrzodku ciężkości, będzie mogła bydź tam rozłożona na dwie ſiły, to ieſt, na iednę równoległą, a drugą proſtopadłą płaſzczyznie. Z których ta oſtatnia, maiąc warunki potrzebne do równowagi (689 i daléy), muſi zoſtać zniſzczoną. Co ſię zaś tyczy piérwſzéy, ta przechodząc przez śrzodek ciężkości, powinna zarówno udzielać ſię wſzyſtkim częściom, które zatém będą mieć ſzypkości równe i równoległe płaſzczyznie. I dla tego, rzekłſzy pomimo, kula iednorodna, położona na płaſzczyznie nachylonéy, ześliznęłaby ſię z niéy ale nieſtoczyła, gdyby niebyło tarcia; bo proſtopadła ſpuſzczona z iéy śrzodka ciężkości na płaſzczyznę, ſpotyka ſię zawſze z powiérſzchnią wypukłą, w tym pun-

kcie,

kcie, którym kula wſpiéra ſię na płaſzczyznie.

715. Ale ieżeli proſtopadła ſpuſzczona z śrzodka ciężkości na płaſzczyznę, nieprzypada na żadén z punktów, którémi ciało przytyka do płaſzczyzny, a oráz ieżeli ie wſzyſtkie zoſtawia po iednéy ſtronie, to muſi naſtępówać ruch kołowrotny; bo odpór płaſzczyzny, ſkutkuiący w linii proſtopadléy, podnieſionéy z punktu ſtycznego. (albo w linii proſtopadłéy, któraby przechodziła pomiędzy punkta ſtyczne, kiedy ich wiele), wyrównywa ſile popychaiącéy ciało w kierónku równoległym i przeciwnym temu kierónkowi, w którym ſkutkuie utłoczenie płaſzczyzny. A ponieważ ta ſiła, podług przypuſzczenia, ſkutkuie w linii nieprzechodzącéy przez śrzodek ciężkości, więc koniecznie muſi ſprawić ruch kołowrotny (290).

O Srzobie.

figura 145. 146. 716. *Srzóba AB* (fig. 145 i 146), nieieſt co innego, tylko wałek opaſany zewnątrſz wypukłością, któréy nachylenie względém oſi *AB* tegoż wałka, ieſt wſzędzie iednakowe. *Macica*, ieſt bryła *XZ*, w któréy chodzi śrzoba, wewnątrſz wydrążona czyli wybróżdzona właśnie tymże ſamym kſztałtém, iak ieſt śrzóba zewnętrſznie opaſana; tak iż ieſt doſkonałą *formą* téy częśći, którą obéymuie.

717. Czaſém macica bywa nieruchoma; a naténczas śrzóba obraca-

caiąc ſię, muſi przebiégać z kolei wſzyſtkie wnętrſzne iéy wydrążenia; drugdy znowu śrzóba daie ſię nieruchoma, a macica obracaiąc ſię przebiéga całą iéy długość. Z tych dwóch przypadków niechayby nadarzył ſię bądź który chce, byleby ſiła znaydówała ſię bydź przyłożona w iednéyże odległości od oſi śrzóby, to zawſze zachodzić będzie iednakowy ſtóſunek między tą ſiłą, a między uſilnością, którą ſprawić może w kiérónku oſi, i która naybardziéy w śrzóbie uważać ſię zwykła. Odległość od iednego paſka śrzóby, do paſka przyległego, nazywa ſię *wyſokością ſkoku śrzóby*; i tak *DE* (fig. figura 146.
146) ieſt wyſokością ſkoku śrzóby, albo téż tylko proſto, ieſt *ſkokiém śrzóby*.

718. Można ſobie dość doſkonale wyobrazić śrzóbę, wyſtawuiąc ſobie wypukłe paſki, iakoby powſtaiące z koléynego ob- figura
wiedzenia przeciwproſtkątnych *CK* (fig. 147), 147.
odpowiadaiących tylu tróykątóm *CIK*, ile ma znaydówać ſię ſkoków w śrzóbie; każdy tróykąt miéć będzie za wyſokość, wyſokość ſkoku *CI*, a za długość podſtawy, miéć będzie okrąg, odpowiadaiący przecięciu wałka w punkcie *I*; tak iż nietykaiąc wyſokości *CI*, liniia *IK* wypadać muſi tém dłużſza, im większa bę- figura
dzie grubość paſka. W fig. 146, gdzie wypu- 146.
kłość

kłość wężykowata kończy ſię oſtrym grzbie-
tém; trzeba uważać, że im bardziéy grubieią
wypukłe paſki, tèm więcéy przybywa pod-
ſtawy IK, a wyſokości CI ubywa.

figura 145. 719. Srzóba AB (fig. 145) będąc nieruchomą i uſtanowioną w położeniu pionowém, zmyślmy ſobie że niéma żadnego tarcia, i że macica, tylko ſaméy ważności ſwoiéy ieſt zoſtawiona. W takim razie oczywiście widzieć ſię daie, że taż macica obracaiąc ſię, przebiegnie przez wſzyſtkie niżéy od niéy położone paſki śrzóby, ślizgaiąc ſię po każdéy tak, iak po nachylonéy płaſzczyznie. Niemniéy i to iawna ieſt, że można wſtrzymać tę uſilność macicy XZ, przyłożywſzy do niéy pewną ſiłę, mogącą mieć różne kierónki. Ale że oczywiście macica niebędzie miała żadnego ruchu, byleby iéy niedozwolić obracać ſię, przeto przeſtańmy tu na ſamém wynaleziéniu, iaki powiniên zachodzić ſtóſunek między wagą macicy, albo powſzechniéy, między ſiłą, którąby ią popychała równolegle z oſią śrzóby, a między ſiłą niedopuſzczaiącą iéy obracać ſię. Naſamprzód uważać tu niebędziémy tylko iedén ſpomiędzy punktów macicy, ſpoczywaiący na iednym ſpomiędzy punktów paſka śrzóby.

Siła czyniąca bezśrzednie przeciwko temu punktowi, uſiłuiąca wſtrzymać go od obracania ſię, i ſiła popędzaiąca go na dół równolegle z oſią, powinny bydz uważone, iakoby zoſtaiące w równowadze na płaſzczyznie, maiącéy za wyſokość wyſokość ſkoku śrzóby, a za podſtawę, maiącéy okrąg, którego promiéniém byłaby odległość wzięta od tegóż punktu do oſi. Jeſt to nieuchronny wnioſek, z wyobrażenia śrzóby dopiéro wyżéy uczynionego. Lecz z tych dwóch ſił, piérwſza ieſt równoległa podſtawie téy płaſzczyzny nachylonéy, a druga ieſt iey proſtopadła; więc podług tego co ſię rzekło (704), widzieć ſię daie, że część ſiły równoległéy z oſią śrzóby, ſkutkuiąca przeciwko któremukolwiek punktowi paſka, ma ſię do ſiły, iakąby trzeba bezśrzednie przyłożyć do tego punktu żeby ſię nieobracał, a to w rozumiéniu przeciwném tému obrotowi, iak ſię ma okrąg maiący za promiéń odległość, wziętą od tego punktu do oſi, do wyſokości ſkoku śrzóby. Więc oznaczywſzy przez f piérwſzą ſiłę; przez t drugą; przez r odległość; od punktu o którym mowa do oſi; a przez h wyſokość ſkoku śrzóby; wyraziwſzy nadto przez $1 : c$ ſtóſunek promiénia do okręgu; ſkąd wypada rc na okrąg, maiący za promiéń r; to będzie $f : t :: rc : h$. A że każdy punkt macicy niewſtrzymuie ſię bezśrzednie, ale cała ieſt podległa iednéy ſile Q, przyłożonéy do iakiegokolwiek punktu macicy, od którego odległość, do oſi daymy że ieſt wyrażona przez R; więc iawna ieſt (601), ponieważ R większe ieſt od r, że do każdego punktu trzeba tém mnieyſzéy części ſiły Q;

 im

im będzie większa odległość R; tak iż ozna-czywszy przez q ſiłę, która w odległości R miałaby takąż ſamę moc, iaką ma t w od-ległości r; mieć będziém $t : q :: R : r$. Roz-mnożywſzy tę proporcyą przez pierwſzą, wypadnie, $f : q :: cRr : hr :: cR : h$. To ieſt, w każdym punkcie macicy przytykaiącym do śrzóby, zawſze wypada iednakowy ſtóſu-nek, między ſiłą, która popędza macicę ró-wnolegle z oſią śrzóby, a między ſiłą która w danéy odległości R wſtrzymuie ią od obra-cania ſię; i tèn ſtóſunek ieſt taki, iak ſię ma CR do h; lecz ilość CR wyraża okrąg, iaki obiéga ſiła Q obracaiąc ſię; więc wnieśmy ſobie ſtąd, że ſumma wſzyſtkich ſił f, popy-chaiących macicę równolegle z oſią śrzóby, ma ſię do ſummy wſzyſtkich ſił q, potrze-bnych do wſtzymania iéy od obrotu, to ieſt, że ſiła całkowita (którą oznaczmy ſobie przez F) równoległa oſi śrzóby, ma ſię do ſiły Q, wſtrzymuiącéy macicę ażeby ſię nieobraca-ła mocą pierwſzéy ſiły, iak ſię ma okrąg, do obieżenia którego zmiérza taż ſiła Q, do wy-ſokości ſkoku śrzóby.

720. A zatém téż i ſiła, któréy użyćby trzeba równolegle z oſią śrzóby, na przeſzkodzenie ſile Q żeby niémogła obracać macicy, po-winna mieć ſię do téyże ſiły Q, iak ſię ma okrąg, do obieżenia które-go zmiérza przerzeczona ſiła Q, do wyſokości ſkoku śrzóby.

721. Więc w iednéyże śrzóbie, ſkutek ſiły Q będzie tém większy, im będzie ta ſiła daléy od oſi przyłożona. A w śrzóbach różnych, (rózumieiąc przyłożenie ſiły do ka-

każdéy, bydź w równéy odległości od oſi), ſkutek śrzóby będzie tém większy, im bę-dzie mniéyſzy ſkok śrzóby; to ieſt że im gęſtſze będą paſki wężykowate śrzóby, tém większy będzie ſkutek ſiły popychaiącéy w kierónku oſi.

722. Srzóba tedy, iakoto wi-dziéć ſię daie, ieſt ſilnią ſkładaną, należącą po części do płaſzczyzny nachylonéy a po części do drąga. Używa ſię bardzo wygodnie do tło-czenia ciał. Tarcie umniéyſza bez wątpienia bardzo znacznie tego ſku-tku, iaki powinnaby mieć ta ſilnia, podług ſtóſunku dopiéro wyżéy uſta-nowionego; a zatém tén ſtóſunek po-winién bydź poczytany, tylko za nie-iakie ograniczenie ſkutków téy ſilni.

723. W téy ſilni iako i w każdéy innéy, co ſiła zyſka na mocy, to tra-ci na ſzypkości. Jakóż, ażeby macica przebyła iedén ſkok śrzóby, ſiła muſi obieżyć cały kołowrot.

724. Wreſzcie ta ſzkoda, ieżeli tylko może nazwać ſię ſzkodą, ieſt nieuchronna, i w wielu okazyach czyni bardzo pożyte-czną poſługę. *Np.* gdyby trzeba było wy-miérzyć różne części rozległości bardzo ma-łéy AB (fig. 148), można to pomyślnie wy- *figura 148.* konać, naprawiwſzy tak rzecz, ażeby koniec E śrzóby DE, maiącéy ſkoki iak nayrówniey umiarkówane, przebiégł tę rozległość. Jeże-li ta śrzóba mieć będzie z drugiego końca

 przy-

przyprawną ſkazówkę, która maiąc ſpólny ruch z śrzobą, przebiégałaby z kolei różne przedziały okręgu, oſadzonego na śrzóbie, to ſpróbówawſzy wprzód, iak wiele kołowrotów powinna uczynić ſkazówka, chcąc żeby punkt E przebiégł długość znaiomą AB, będzie można potém, z liczby kołowrótow i części kołowrotu wiele ich uczyni ſkazówka, przez tén czas kiedy punkt E przebieży część iakąkolwiek linii AB, będzie można, mówię, wnieść ſobie prawdziwą miarę téy części, chociażby była iak naymnieyſza.

725. Przyłożenie śrzóby do innych ſilniów, może im przyczynić ſkutku bardzo
figura 149. wiele. *Np.* ieżeli ſiła Q przyłożona do korby DEQ (fig. 149), obraca śrzóbę AB, któréy gwinty, popędzaią zęby koła M, i przymuſzaią go do obracania ſię wraz z walcém I, na który obwiia ſię ſznur KP; to będzie można wynaléśdź ſtóſunek między ſiłą Q a ciężarém P, w ſpoſób naſtępuiący.

Oznaczywſzy przez L, uſilność iaką wywiéra gwint śrzóby przeciwko zębowi L, będzie $Q : L :: AB :$ Okrę: DE; gdzie przez AB rozumié ſię wyſokość ſkoku, a przez *Okr.* DE rózumié ſię okrąg, iaki obiéga ſiła Q (719), Uſilność L, ieſt ſiła przyłożona do okręgu koła, maiąca czynić przeciwko ciężarowi P; a zatém muſi bydź $L : P :: IK : IL$; więc rozmnożywſzy te dwie proporcye, mieć będziém, $Q : P :: AB \times IK : IL \times$ *okr.* DE; co znać daie, że Q znaydówać ſię będzie w okolicznościach tém zyſkownieyſzych, im mnieyſze będą AB i IK względèm *okr.* DE i IL.

O Klinie.

figura 150. 726. Klin $ADECD$ (fig. 150) ieſt wielościan tróykątny, który

ry zaſadza ſię w ſzparę IZR iuż napoczętą, albo w powſzechności, który zaſadza ſię między dwie powiérzchnie, dla pomnożenia roſczepu, albo dla większego oddalenia poміénionych powierſzchniów iednéy od drugiéy, albo naoſtatek, dla zaſtanowiénia ich w pewnéy zamiérzonéy ſobie rozwartości.

727. Teorya klina, ile ieſt narzędziém ſłużącém do łupania, ieſt dotąd, i podług podobiéńſtwa ieſzcze długo będzie niedoſkonałą. Ponieważ niéma takiego ciała, które byniémiało pewnéy giętkości, przeto części roſczepu, które dotykaią ścian klina mogą bydź daléy rozwarte iedne od drugich, chociaż punkt Z którym kończy ſię roſzczép nieodmiéni miéyſca ſwoiego; tak iż iedna część ſiły przyłożonéy do głowy $ADEC$ klina, używa ſię do nagięcia dwóch ſtrón oddzielonych roſzczepém iedna od drugiéy; a druga część ſłuży do przedarcia żyłek w części ieſzcze nienapoczętéy.

728. Gdyby ściany ZFG, ZKL niebyły giętkie, i gdyby żyłki, ktèrémi wiążą ſię cząſtki pozoſtałe do roſzczepiénia, uſtępowały wſzyſtkie razém; to w tym momencie

cie kiedy właśnie ma nastąpić rozłupanie, możnaby uważać rzeczy w tén sposób. Trzebaby zmyślić sobie ciało iuż rozłupane, i zamiast odporów części $ZFGV$, i części ZK-LX, przyłożyć siły skutkuiące prostopadle na VM, i XS, położone w równey odległości od tych mieysc, w których czyni całkowita usilność każdego z tych dwóch odporów. A naténczas, żeby mieć stósunek zachodzący między siłą P, i między dwóma odporami M i S, mocą których dwie części maiące bydź rosczépione, sprzeciwiaią się, trzeba sobie postąpić podług uwag następuiących.

729. Siła przyłożona prostopadle do głowy klina, żeby sprawiła zupełny skutek, powinna znaydować dla siebie niewzruszoną podporę w podstawie VX; a zatém gdyby ciało niebyło mocno ustanowione, i gdyby niebyło tarcia, to trzebaby ażeby ta siła spotykała się prostopadle z podstawą, ieżeli podstawa iest położona na płaszczyznie. Kiedy zachodzi tarcie, to niekoniecznie tego potrzeba, aby pomiénioна siła była prostopadłą podstawie; ale iednakże z nią nieodbicie spotykać się powinna, i czynić z nią taki kąt, któryby niebył mniéyszy od kąta iaki w krótce ustanowimy, gdy mówić będziémy o tarciu; bo inaczéy ciało wywróciłoby się. Jeżeli pod-

stawa iest nieruchomo utwiérdzona w iakowym punkcie, to trzeba, ażeby kierónek siły prostopadléy głowie klina, przechodził przez punkt takowy. To założywszy na przód, przystąpmy teráz do tego w iaki sposób skutkuie czynność siły P.

730. Zeby siła P podała swoię czynność dwóm ścianóm ZFG, ZKL, (odłączywszy na stronę tarcie), trzeba ażeby na kierónku iéy, znaydował się przynaymniéy punkt O taki, z którego możnaby spuścić prostopadłą na każdą część rosczepu, prostopadłą mówię, przechodzącą przez iedén z tych punktów, w których ściana rosczepu styka się z powiérzchnią klina. Ale ieżeli zachodzi tarcie, to tén warunek nieiest potrzebny; dosyć iest, ażeby na kierónku siły P, znaydował się punkt O taki, z którego możnaby poprowadzić dwie linie OK, Ol, przechodzące przez punkta styczne, i ażeby tam te linie, nieczyniły mniéyszego kąta nad kąt tarcia, o którym niżéy. Tym sposobém siła P, może bydź zupełnie podana dwóm ścianóm.

731. A stąd pokazuie się, że znaiomość rzeczy, którą trzebaby mieć, do wynaleziénia sił zdólnych na rosczépiénie części ciała iakiego przy pomocy klina, zostawuie tę teoryą ieszcze bardzo przyćmioną. My tu więc przestańmy tylko na pewnych granicach w téy miérze, i naznaczmy

my ſtóſunek, zachodzić maiący mię-
dzy ſiłą P i między każdym z dwóch
odporów M i S, odłożywſzy na ſtro-
nę tarcie, i podſtawę VX rozumie-
iąc bydź wſpartą na płaſzczyznie.

732. Zmyślmy ſobie ſiłę P, oznaczoną przez OQ, rozłożoną na dwie inne, wykie-rowane w liniiach proſtopadłych ON, OM na dwie powiérſzchnie klina. Te dwie ſiły, zmièrzać będą, do obracania dwóch części ciała, piérwſza około punktu V, a druga około punktu X. Odpory zaś M i S w przeciwnych rozumiéniach, ſą ſiłami ſprze-ciwiaiącémi ſię temu ruchowi kołowrotnemu. Poprowadziwſzy tedy proſtopadłe VT, XT na liniie ON, OM, liniie MVT, i SXT, mo-żna poczytać za dwa drągi w kąt zalama-ne, maiące ſwoie podpory w punktach V i X. To założywſzy i oznaczywſzy przez I ſiłę czyniącą w kierónku ON, mieć będziém $P : I :: OQ : ON$; a że ſiłę P rozumiémy bydź proſtopadłą głowie klina, a dwie ſiły ON, OM proſtopadłe ścianóm iego, więc muſi bydź tróykąt ONQ, podobny tróykątowi ABC, co nam da $OQ : ON :: AC : AB$; więc $P : I :: AC : AB$. Jeżeli oznaczymy przez M odpór części $ZFMV$ przechodzą-cy w odległości VM, to podług właſnościów drąga, będzie $I : M :: VM : VT$. A zatém te dwie proporcye rozmnożone, dadzą $P : M :: AC \times VM : AB \times VT$. Podobnież względém drugiéy ściany znalezlibyśmy, $P : S :: AC \times XS : BC \times XT$.

733. Gdyby ciało było przytwiérdzo-ne, to rzeczy, trzebaby uważać cokolwiek odmiénniéy; ale że pomimo tych uwag, nie-wielebyśmy poſtąpili w prawdziwéy teoryi kli-

klina, maiącéy związek z wiadomościami Fizycznómi których nam brakuie, przeto nad tém dłużéy zaſtanawiać ſię niebędziémy. To tylko uważmy, co wynika z proporcyi $P : M :: AC \times VM : AB \times VT$; to ieſt, że w powſzéchności, ſkutek klina będzie tém więkſzy, im oſtrzéy będzie to narzędzie kóń-czate; bo naténczas AC wypada tém mniéy-ſze względém AB. I temu to narzędziowi przypiſać trzeba ſkutek nożów, brzytew, t. d. zgoła wſzelkiego naczynia maiącego oſtrze.

O Tarciu.

734. Powiérſzchnia ciała nawet nay-gładſzego, ieſt zawſze naiéżona wielką liczbą wypukłościów czyli chropowacizny, i podławiona wielu wklękłościami, które nazywaią *dziurkami*. Kiedy ciało ſpoczywa na drugiém ciele, to cząſtki wyſkakuiące iednego, przenikaią w dziurki albo w cząſtki wklękłe drugiego, i niémożna inaczéy wydobydź iednych z drugich, tylko trzeba do tego użyć pewnéy ſiły.

735. Odpór pochodzący z téy własności ciał, nazywa ſię ſiłą *tarcia*; które dzieli ſię na dwa gatunki; to ieſt, iedno kiedy powiérſzchnie, maią tylko proſto ślizgać ſię iedne po drugich; a drugie tarcie ieſt, kiedy iedna z powiérſzchniów albo obie, ma-

maią obracać śię w ruchu swoim; takie iest tarcie kół, obracaiących śię na ziemi. Odpór wynikaiący z tego drugiego gatunku tarcia, iest daleko mniéyszy od piérwszego; bo ruch kołowrotny pomaga po części do wydobycia z dziurek chropowacizny.

736. Gdyby wypukłości, któremi powiérszchnia ciał bywa okryta, były doskonale twardémi i doskonale spoionémi z powiérszchnią, to do przezwyciężenia tarcia, trzebaby ciało aż podnieść. Gdy zaś były doskonale giętkiémi, to niebyłoby żadnego odporu, żadnego tarcia. Ale że nieśą ani doskonale twardémi, ani doskonale giętkiémi, więc za tém idzie, 1ód że odpór tarcia pochodzi po części, od trudności w naginaniu chropowacizny, a po części, od potrzeby podnieśiénia ciała cokolwiek. 2re Ze wypukłości, niémaiąc tylko pewny stopień spoiłości swoiéy z powiérszchnią, kiedy siła potrzebna do sprawiénia ślizgawki, przewyższy stopień téy spoiłości, to wypukłości, muszą ustępować téy sile, kruszyć śię, i powiérszchnie wyciérać śię będą. A zatém tarcie w silniach, nietylko niszczy pewną część siły poruszaiącéy, ale ieszcze nadto przyspiésza im ruiny.

737. Zdaie śię bydź rzeczą arcy trudną, że niepowiémy niepodobną, ustanowić reguły powszechne, dostatecznie doskonałe, na wymiérzenie tarcia. Jakóż łatwo daie śię poymówać, że takowy odpór, musi wypadać różny, podług ułożenia natury powiérszchniów; oboie okoliczności podlégaiące tak wielu odmiénnościóm, ile znayduie śię materyi od śiebie różnych. Różnić śię także musi tén odpór, podług stopnia twardości powiérszchniów podległych tarciu, i podług giętkości wypukłościów onychże; podług tego, iak części wyskakuiące, będą postaci i wymiarów więcéy lub mniéy zgodnych do przenikniénia w dziurki; podług większego lub mniéyszego przytłoczenia iednéy powiérszchni do drugiéy; podług większéy lub mniéyszéy trwałości tegóż tłoczenia; bo ponieważ cząstki składaiące powiérszchnią, maią zawsze iakąś pewną giętkość, przeto cząstki wyskakuiące, wpoią śię w drugą powiérszchnią tém głębiéy, im dłuższy czas miéć będą, do rozgłobiénia i rosprzestrzęniénia sobie dziurek, w które usiłuią przeniknąć.

738. Samo tylko doświadczenie może nas w téy materyi obiaśnić, i nauczyć iak daleko każda z tych przyczyn wpływa w odpór za-

zależący od tarcia. Wiadomości, ia-kich aż dotąd zaciągać mogliślimy z doświadczenia, nieſą ieſzcze ani tak doſkonałe, ani tak liczne iakby ſobie życzyć potrzeba; atoli i takie iakie ſą, mogą nam bydź użyteczne w wielu okazyach. Dla tego umyśli-liśmy ie tu przytoczyć, i oráz podać ſpoſób, iak maią bydź przyſtóſowane do wyrachówania ſkutków tarcia w różnych gatunkach ſilniów i ruchu.

739. 1ód. Kiedy powiérſzchnie maiące ślizgać ſię iedna na drugiéy, ſą iednakowéy materyi, to (nietykaiąc innych okoliczności), odpór tarcia ieſt zawſze większy, iak gdyby te powiérſzchnie były różnéy materyi. I tak dwa drzewa różnego rodzaiu, będą mieć mniéyſzą trudność w ruchaniu ſię iedno na drugiém, aniżeli dwa drzewa tegóż ſamego rodzaiu; żelazo nietak mocno trzeć ſię bę-dzie o miédź, iak żelazo o żelazo, albo miédź o miédź. 2re. Powiérſzchnie im bardziéy będą chropówate albo im mniéy wprzód bę-dą przygotówane i wygładzone, tém wię-kſzy będzie odpór tarcia. Można tedy po-mniéyſzyć takowego odporu, wygładziwſzy powiérſzchnie, dziurki w nich ile można po-wytykawſzy iakiémi materyami, iakoto oliwą, mydłém, ſadłém i. t. d. ſłowém, takiémi ma-teryami, które przytykaiąc dziurki, nieſpra-wówałyby nowéy ſpoiłości między powiér-ſzchniami. 3cie Lubo zdawałoby ſię, że ro-zległość powiérſzchniów, powinnaby zna-cznie przyczyniać ſię do odmiénności w ſku-tkach tarcia, iednakże z niemałéy liczby do-

świad-

świadczéń pokazuie ſię, że takowa rozległość bardzo mało przykłada ſię do tego; tak iż w poſpolicie, niebywa większéy trudności w ciągnieniu ciała iedną ſtroną iak drugą, lu-boby miały rożne obſzèrności, byleby obie ſtrony były iednako wygładzone. Trzeba tu atoli wyłączyć iéden przypadek, to ieſt kiedyby ciało ſpoczywało iakim oſtrém pun-ktèm; naténczas tarcie będzie znaczniéyſze; bo wypukłości wpaiaią ſię głębiéy, iak kie-dy ciało ſpoczywa na wielu punktach, z któ-rych bywa wiele takich co ſprzeciwiaią ſię wgłobiéniu cząſtek. 4te. Odpór tarcia nay-więcéy zależy od utłoczenia; tak iż zdaie ſię roſnąć prawie w tymże ſtóſunku co utło-czenie. To ieſt, że w przezwyciężeniu tar-cia, doznaie ſię odporu dwa razy większe-go, kiedy ciało będzie dwóynaſób ważniéy-ſze, albo kiedy ſiła, tłocząca iednę powiér-ſzchnią do drugiéy, będzie dwa razy większa. 5te. Jednakże przeciąg czaſu, przez który dwie powiérſzchnie zoſtaią przyciśnione ie-dna do drugiéy, czyto mocą ich ważności, czy téż iakąkolwiek inną ſiłą, odpór tarcia czyni odmiénnym; aczkolwiek doświadcze-nie ieſzcze tego nieuſtanowiło, iak takowy odpór pomnaża ſię względém czaſu, to pe-wna, iż pomnożenie odporu pochodzące z téy przyczyny, muſi mieć ſwoie granice, różniące ſię podług natury powiérſzchniów do ſiebie przytykaiących. 6te. Co ſię tyczé powiérſzchniów iednéyże materyi, maiących trzéć ſię takóż o iednęż materyą iakąkol-wiek, kiedy gładkość będzie iednakowa, al-bo kiedy te powiérſzchnie będą przygotó-wane równym ſpoſobém, to i tarcie będzie prawie iednakowe, i wynoſić będzie pewną część utłoczenia; tak iż w niektórych ma-teryach równa ſię trzeciéy części tłoczenia,

w

w innych czwartéy części i tak daléy.

740. Przyczyna którą poſpoli-cie daią, dla wytłómaczenia czemu tarcie niezawiſło od wielkości po-wiérſzchniów, ieſt ta, że ieżeli licz-ba punktów w powiérſzchni ſprawu-iącéy tarcie, ieſt większa, to natomiaſt ſiła przyciſkaiąca każdą cząſtkę, ieſt tém mniéyſza, i *odwrotnie*, a zatém każda wypukłość tèm mniéy albo tém więcéy przenika w dziurki; tak iż ieżeli znaydówać ſię będzie więkſza liczba wypukłościów do wy-ſwobodzenia z dziurek, to za to głę-bokość z któréy maią bydź wyſwo-ſwobodzone będzie tém mniéyſza; ſkąd wnoſzą, że odpór tarcia w obo-im przypadku powinién bydź iedna-kowy. Ale w tym wnioſku rozu-mié ſię, iakoby uſilność potrzebna do wyſwobodzenia cząſtek, (równéy liczby), była proporcyonalna ilości, ná iaką wpoiły ſię wgłąbſz; przy-puſzczenie, które niezdaie ſię mieć podobieńſtwa do prawdy, tylko w tén czas, kiedy takowa ilość zawię-znienia, byłaby bardzo mała, nawet względém głębokości dziurek. Ja-kóż też i doświadczenie tego nieo-ka-

kazuie, ażeby tarcie ſamemu tylko utłoczeniu miało bydź doſkonale proporcyonalne; wyłączyć trzeba od téy reguły, tarcie ciał kończa-tych; co też ſłuży na potwiérdzenie uwagi dopiéro uczynionéy. Do te-go wyiątku należy także ſpadziſtość, iaka daie ſię warſztatóm ſłużącym do budówania okrętów; bo dla ſpu-ſzczenia ich na wodę, czaſém war-ſztaty niepotrzebuią więcéy ſpadzi-ſtości iak 6 *lin.* na iednę ſtopę; co ieſt daleko mniéy, aniżeli pokazało doświadczenie na wielu materyach, gdzie takowe nachylenie trzyma po-ſpolicie od 15 do 18°. Słuſznie te-dy można rozumiéć, że powiérſz-chnie przykładaią ſię bardzo wiele do ſkutków tarcia.

741. Na fundamencie tych uwag, za-ſadzaiących ſię na doświadczeniu; maiąc wia-domą ilość tarcia, odpowiadaiącą iakiéy ma-teryi znaioméy, zobaczmy iakim ſpoſobém ſtąd wnieść ſobie można ſkutek, maiący na-ſtąpić w ſilni iakiéy albo w ruchu zadanym. Rozumiéć tu będziemy tarcie proporcyonal-ne ſamemu tylko utłoczeniu.

742. Obierzmy ſobie na pierwſzy przy-kład, ciężar *P* (fig. 151). położony na płaſz-czyznie poziemnéy *AB*; zmyślmy ſobie, iż go pociąga do ſiebie inny ciężar *Q* równo-legle z liniią *AB*; daymy nadto że ciało *Q* tyl-

figura 151.

tylko ma taką wagę, iakiéy mu, właśnie pra-
wie potrzeba do tego, żeby ciało P znalazło
ſię bydź w oſtateczney gotowości do ruſze-
nia z miéyſca ſwoiego. Zobaczmy tedy, ia-
ki ſtóſunek powinién zachodzić między cię-
żarém Q a między ſiłą tarcia.

Od śrzodka ciężkości G ciała P, po-
prowadźmy proſtopadłą GH na płaſzczyznę
AB. Ważność popędza ciało P w kierón-
ku GH, gdy tym czaſém ciężar Q pociąga
go w kierónku linii KD, która ſpotyka ſię
z liniią GH w punkcie K. Z ſpólnéy czyn-
ności tych dwóch ſił, wynika uſilność ſkut-
kuiąca w kierónku linii iakiéykolwiek KI,
zbiégaiącéy ſię z płaſzczyzną poziemną w
punkcie I; ktorato uſilność powinna bydź
zniſzczona, ponieważ rozumié ſię że ciało P
znayduie ſię w tym ſtanie, że tylko co ma
ruſzyć. Zmyślmy ſobie uſilność wykieró-
waną w linii KI albo KIZ przyłożoną w
punkcie I, rozłożoną na dwie, z których ie-
dna byłaby proſtopadła płaſzczyznie, a dru-
ga miałaby ténże kierónek co płaſzczyzna;
łatwo widzieć ſię daie, że te uſilności będą
też ſame, co owe, czyniące w kierónkach KH
i KD. Nadto pierwſza z tych uſilnościów
oczywiście zoſtanie zniſzczona, przynay-
mniéy w takim razie, kiedyby ſpotykała ſię
z płaſzczyzną AB w iakim punkcie I, któ-
ryby oraz ſpólnie należał i do powiérzchni
ciała. Co ſię tyczy drugiéy uſilności, ta po-
nieważ znayduie ſię bydź położona na ſa-
mymże kierónku tarcia, przeto niémoże bydź
inaczéy zniſzczoną, tylko kiedy doſkonale
równać ſię będzie ſile tarcia; a zatém Q, po-
winno prawie wyrównywać ſile tarcia.

743. A ſtąd pokazuie ſię, iż aże-
by wynaléśdź wártość tarcia, nietrze-
ba

ba więcéy, tylko z koléi próbować
różnych ciężarów Q, poty, aż napa-
dnie ſię na taki, za którym ciało P
przyidzie do tego ſtanu, iż tylko co
nieruſzy z miéyſca ſwoiego. Ale
ażeby w oſzacówanie tarcia ciała P,
niewchodziły inne ſkutki do tego
nienależące, trzeba dać baczenie na
to. 1ód Ażeby kluba D była ru-
choma iak nayſwobodniéy, i ażeby
ſznur KDQ, miał iako naywiękſzą
giętkość ile bydź może. 2re Aże-
by ſznur CD był przywiązany w
punkcie C, iak naybliżſzym powiér-
zchni AB; potrzeba téy baczno-
ści zaſadza ſię na tém, że (nietyka-
iąc innych okoliczności), punkt I,
w którym uſilność czyniąca w kie-
rónku KI ſpotyka ſię z powiérz-
chnią AB, tém bardziéy przybliżać
ſię będzie do brzegu S podſtawy
ciała, a nawet wypadnie i zewnątrz
téyże podſtawy, im punkt C będzie
wyżéy podnieſiony nad płaſzczyznę.
Lecz w takim razie kiedy punkt I
padałby zewnątrz podſtawy, uſil-
ność proſtopadła na płaſzczyznę,
niebędąc zupełnie zniſzczoną, cia-
ło (714) nabiérałoby ruchu koło-

wrotnego, a zatém wynaleziona w tych okolicznościach wártość tarcia, bardzo znacznie mogłaby fię różnić od wártości fzukanéy, to ieft, od wártości tarcia, niedopufzczaiącego ciału pośliznąć fię; gdyż w takim przypadku, ciało obracaiąc fię na iednym punkcie, podlégałoby tarciu nierównie znaczniéyfzemu. Zamiaft że obrawfzy punkt C bardzo blifki płafzczyznie AB, punkt I znaydówać fię także będzie bardzo blifko punktu H, a zatém tém mniéy obawiać fię będzie należało, ażeby całe utłoczenie niémiało bydź fkupione w famym punkcie S.

744. Uważmy teráz ciężar iaki, położony na płafzczyznie nachylonéy, i na niéy utrzymuiący fię iedynie fkutecznością fame-
figura go tarcia. Czynność ważności, wykierówa-
152. na w linii pionowéy GZ (fig. 152), przechodząca przez śrzodek ciężkości G ciała P, fpotykaiąc fię w punkcie I z iednym fpomiędzy punktów należących do powiérfzchni płafzczyzny AB, powinna tam rofkładać fię na dwie ufilności, z których iedna byłaby proftopadłą płafzczyznie, a druga miałaby ténże kierónek co płafzczyzna. Piérwfza ufilność zoftanie znifzczoną, ieżeli punkt I nieznayduie fię bydź położony zewnątrfz podftawy RS; druga zaś żeby zoftała znifzczoną, powinna równać fię file tarcia. Lecz łatwo widzieć fię daie, zamknąwfzy równo-
le-

ległobok $ILZH$, że ieżeli IZ wyraża wagę ciała, to IH oznaczać będzie tłoczenie, a IL fiłę tarcia; a że tróykąty ILZ, ABC podobne fobie, daią $IL : LZ$ albo $IH :: BC : AC$; więc fiła tarcia powinna mieć fię do utłoczenia, iak fię ma wyfokość płafzczyzny, do podftawy onéyże. Podobnież widzieć fię daie, że $IL : IZ :: BC : AB$, to ieft, że fiła tarcia ma fię do wagi ciała, albo ogołém ma fię do fiły nagabaiącéy ciało, iak fię ma wyfokość płafzczyzny do długości onéyże.

745. Te fundamenta mogą téż fłużyć do wynaleziénia tarcia na różnych powiérfzchniach; trzeba podnofić co ráz wyżéy płafzczyznę AB, póty, ażby ciało przyfzło do oftateczné gotowości pośliznienia fię, a natènczas wymiérzywfzy wyfokość i podftawę, pokaże fię ftófunek między fiłą tarcia i utłoczeniém. Ale należy uważać, ażeby na ciężary P, używać takich ciał, których śrzodek ciężkości byłby bardzo małoco podniefiony nad płafzczyznę, tak iżby punkt I, w którym pionowa IZ fpotyka fię z płafzczyzną, niewychodził zewnątrfz podftawy RS, a nawet żeby ani nieprzechodził przez punkt R. Bo w takim przypadku, tarcie czyniłoby tylko iednym punktèm, a zatém wypadło-

by daleko znaczniéyſze od tego, o którèm tu mowa.

746. Stąd, iako też i zowąd cośmy uważyli (714), pokazuie ſię, iż to co przepiſuią niektórzy autorowie, to ieſt, że ciało położone na płaſzczyznie nachylonèy, powinno wywrócić ſię, kiedy pionowa poprowadzona przez śrzodek ciężkości iego, nieſpotyka ſię z podſtawą na którèy ſpoczywa, że to mówię rozumieć ſię ma o tym przypadku, kiedy ſkutkuie tarcie; bo kiedy niéma tarcia, warunki potrzebne do wywrotu ciała ſą wcale inſze.

747. Z tych dwóch przykładów widzieć ſię daie, iż maiąc wzgląd na tarcie, i chcąc ażeby ciało zoſtawało w równowadze na płaſzczyznie zadanéy, a to w ſtanie naybliżſzéy gotowości do ruchu, to trzeba ażeby ſiła iedyna czyniąca przeciwko ciału, kiedy ich niéma tylko ta iedna, albo ażeby ſiła złożona z wſzyſtkich ſił czyniących przeciwko niému, miała względém powiérſzchni
figura na któréy ma ſię ślizgać czyli ſuwać, nachy-
152. lenie GIS albo ZIL (fig. 152), takie, iżby było $IL : LZ$, iak ſiła tarcia, do utłoczenia. Lecz podług (Jeom. 300) $IL : LZ :: 1 :$ ſtycz. LIZ, przez 1 oznaczywſzy promién Tablic; więc nachylenie LIZ powinno bydź takie, iżby promién miał ſię do ſtycznéy tego nachylenia, iak ſię ma ſiła tarcia do utłoczenia. Więc maiąc ráz uſtanowiony ſtóſu-

nek

nek między ſiłą tarcia a między utłoczeniém,
zawſze łatwo będzie można wynaléśdź, ia-
kie nachylenie powinna mieć ſiła złożona z
wſzyſtkich uſilnościów, czyniących przeci-
wko ciału, chcąc ażeby toż ciało znaydó-
wało ſię w ſtanie równowagi, i oráz w nay-
bliżſzéy gotowości do ruchu. Odtąd, tako-
wy kąt LIZ, nazywać będziémy *kątém tar-
cia*; który wypada różny podług różnych ro-
dzaiów materyi, podług większéy lub mniéy-
ſzéy gładkości onychże i. t. d. Jeżeli tarcie
wynoſi trzecią część utłoczenia, iak w rzeczy
ſaméy wynoſi z małém uchybieniém w wie-
lu materyach miernie wygładzonych, to w
takim razie ſtyczna kąta LIZ, będzie po-
tróynością promiénia; lecz kąt maiący za
ſtyczną potróyność promiénia, ma za miarę
$71^{\circ}34'$, więc kąt tarcia odpowiadaiący tako-
wym materyóm, będzie od $71^{\circ}34'$.

748. Na fundamencie tèy uwagi można zawſze łatwo wynaléśdź w każdéy ſilni, iaki ſtóſunek powinién zachodzić między ſiłą i ciężarèm w przypadku tarcia, ażeby ſilnia znaydówała ſię w ſtanie naybliżſzéy gotowości do ruchu.

749. Obierzmy ſobie na piérwſzy przykład, drąg, w którym daymy że miéyſce podpory zaſtępuie proſta podſtawa, iak po- figura
kazuie (fig. 153). Widzieliśmy wyżéy 153.
(606), że w takim razie równowaga niémoże mieć miéyſca, tylko w tén czas, kiedyby ſiła DC złożona z dwóch ſił P i Q, była w punkcie C proſtopadłą na ſpólną ſtyczną powiérſzchni draga i powiérſzchni pod-

po-

pory. W przypadku zaś tarcia inaczéy ma
fię rozumiéć; bo trzeba nadto, ażeby fiła
złożona, była wykiérówana od punktu D
do podpory C; lecz do fprawiénia równowa-
gi dofyć ieft, ażeby nachylenie DCA było
cokolwiek większe nad kąt tarcia; kąt, któ-
ry powinién bydź wynaleziony przez do-
świadczenie. Żeby zaś drąg znaydówał fię
w ftanie naybliżfzéy gotowości do ruchu z
ftrony fiły Q, to dofyć ieft, aby nachylenie
DCA prawie tylko równało fię kątówi tar-
cia. Albowiém zmyśliwfzy fobie fiłę DC,
rózłożoną na dwie inne, z których iedna by-
łaby proftopadłą linii AB, a druga czyniła-
by w kiérónku CA, fiła CA w piérwfzym
przypadku będzie mnieyfza od tarcia, a w
drugim, właśnie mu równać fię będzie; Co
fię zaś tyczy fił P i Q, te niemniey przeto
znaydówać fię będą w ftófunku odwrotnym
dwóch proftopadłych CK, CL; gdyż fiła z
nich złożona, powinna zawfze przechodzić
przez punkt C.

750. Z okazyi tego Zagadnienia, zafta-
nówmy fię nieco po drodze nad wytłóma-
figura czeniém znayduiącém fię w niektórych Au-
154. torach, przypadku wyrażonego w (fig. 154);
owóż mamy o co rzecz idzie. $DFKM$, ieft
wiadro zawiefzone na brzegu H ftołu LH,
przy pomocy dwóch lafek BC, AB, czy-
niących kąt profty w punkcie B, z których
piérwfza opiéra fię o dno wiadra, a druga o
ucho. Kiedy tén cały układ, przy pomocy
lafki AB wfpiéra fię na brzegu H ftołó-
wym, ieżeli da mu fię takie uftanowiénie,
iżby środek ciężkości G wiadra, odpowia-
dał pionowo punktowi H, to wiadro nieu-
padnie. Przyczynę tego niektórzy Autoro-
wie naznaczaią tę, że naténczas wagę wia-
dra, można uważać wfzyftkę fkupioną w
pun-

punkcie H iako w punkcie podpory; a że
rozumić fię iż punkt H niémoże uftąpić,
więc i wiadro niepowinno powziąśdź ża-
dnego ruchu. To pewna, że cała waga wia-
dra, może rozumiéć fię fkupiona w punkcie
H; ale téż można ią fobie zmyślić iakoby
fkładaiącą fię z dwóch fił RH, AH, iednéy
proftopadłéy na liniią AB, a z drugiéy wy-
kierówanéy w faméyże linii AB. Jawna ieft,
że ufilność HR zoftanie znifzczoną; ale
ufilność AH niémoże bydź znifzczona, tyl-
ko w tén czas, kiedy tarcie fkutkówać będzie
doftatecznie. A zatém utrzymanie fię wia-
dra w równowadze w niniéyfzym przypad-
ku, trzeba raczéy przypifać fkutkowi tarcia,
a nie téy okoliczności, że pionowa GC prze-
chodzi przez punkt H; ponieważ, podług
ftófunku zachodzącego między wagą wia-
dra, a między fiłą tarcia, tén fkutek może na-
ftąpić lub nienaftąpić. Wrefzcie niebylibyś-
my tu fię wcale zaftanowili nad tym czynem,
iako należącym iedynie do fzczéréy ciekawo-
ści, gdyby nam był niepofłużył za przykład
bardzo profty, okazania różnicy między wa-
runkami, potrzebnémi do równowagi w
przypadku tarcia i bez tarcia.

751. Ale ieżeli punkt podpory
ieft taki, że drąg niémoże powziąśdź
innego ruchu tylko kołowrotny, to
ieft ieżeli przez drąg przechodzi oś,
czop albo fiérdzień, to w takim ra-
zie trzeba będzie obéyśdź fię w fpo-
fób naftępuiący, zarówno ftófuiący
fię do drąga, do kluby i do windy,
do téy oftatniéy przynaymniéy w
ta-

takim przypadku, kiedy w niéy waga i ſiła ſą położone na iednéyże płaſzczyznie. My tu uczynimy przyſtóſowanie do windy, ſkąd łatwo pokaże ſię, iakby trzeba ſobie poſtąpić względém drąga i kluby.

figura 155. 752. Niechay tedy będzie (fig. 155) *HFI* płaſzczyzną koła; *GKL* przecięciém walca; *DNM* przecięciém oſi, około którey cała ſilnia ma ſię obracać. Gdyby nie było tarcia, to ſiła złożona z dwoch ſił *P* i *Q*, koniecznie przechodząca przez punkt *A* ſpólnego ſpotkania, powinnaby także przechodzić przez ſrzodek *C* oſi. Ale ieżeli zachodzi tarcie, to ſilnia będzie mogła zoſtawać w równowadze, byleby kierónek ſiły złożonéy, która tu rozumie ſię bydź wyrażona przez *AD*, nieczynił z powiérzchnią *NDM*, to ieſt z liniią przytykaiącą do tego punktu, gdzie *AD* ſpotyka ſię z tą powiérzchnią, byleby mówię nieczynił kąta mnieyſzego nad kąt tarcia. O czém łatwo przekonać ſię można, zmyśliwſzy ſobie tę ſiłę, rozłożoną na dwie inne, z których iedna byłaby proſtopadłą ſtycznéy przytykaiącéy do punktu *D*, a druga miałaby tenże kierónek co pomiéniona ſtyczna.

To założywſzy, ponieważ liniia *AD*, ieſt kierónkiém ſiły złożonéy, więc będzie (201), $Q : P :: $ wſt. GAD : wſt. DAF; to ieſt (zmyśliwſzy ſobie przeprowadzoną liniią *AC*) :: wſt. $(GAC + CAD)$: wſt. $(CAF - CAD)$. Lecz 1ód ieżeli poprowadzimy liniią *CE* proſtopadłą na *AD*, w tróykącie proſtokątnym *CED*, kąt *CDE* ieſt dopełniéniém kąta, iaki czyni li-

liniia *AD* w punkcie *D* z powiérzchnią *NDM*, a zatém powinién bydź poczytany za znaiomy. Więc oznaczywſzy kąt tarcia przez *f*, pomiéniony kąt *CDE*, będzie dopełniéniém kąta *f*; iako też oznaczywſzy przez *r'* promién *CD* oſi, mieć będziém $CE = r'$ doſt. f; rozumiéiąc promién Tablic bydź $= 1$. 2*re*. Ponieważ kierónki ſił *P* i *Q*, rozumieią ſię bydź wiadome, iako też i wymiary ſilni, przeto kąty *GAC*, *CAF* i odległość *AC*, należy także poczytać za wiadome. A zatém w tróykącie proſtokątnym *CAE*, gdzie mamy znaiomą liniią *AC*, i gdzie ieſt $CE = r'$ doſt. f, łatwo będzie wyrachówać kąt *CAE*; który oznaczmy ſobie przez *e*, a przez *a* i *b* kąty *GAC*, *CAF*. Będzie tedy $Q : P ::$ wſt. $(a + e)$: wſt. $(b - e)$; a zatém będzie $Q = \frac{P \text{ wſt.} (a + e)}{\text{wſt.} (b - e)}$. Owóż mamy wártość ſiły *Q* w przypadku tarcia.

753. Co ſię tyczy kątów *a*, *b* i *e*, te mogą bydź wynalezione w tén ſpoſób. Oznaczmy ſobie przez *r* promién *CG* walca; przez *R* promién *CF* koła; przez *r'* promién *CM* oſi; a przez *A* kąt zawarty między kierónkiém *AQ* ſiły, a między kierónkiém *AP* ciężaru. Uważaiąc *AC* iako promién, *CG*, *CF*, i *CE* będą wſtawami odpowiadaiącèmi kątóm *CAG*, *CAF* i *CAD*. Skąd wypada $r : R ::$ wſt. a : wſt. b albo :: wſt. a : wſt. $(A - a)$; i *CE* albo r' doſt. f :

CG

CG albo $r :: $ wſt. e : wſt. a; więc wſt. $e = \frac{r'}{r}$ wſt. a doſt. f, i r wſt. $(A-a) = R$ wſt. a. Więc byleby miéć znaiome a, to łatwo można także miéć e i b, przy pomocy zrównań wſt. $e = \frac{r'}{r}$ wſt. a doſt. f, i $b = A-a$. Żeby zaś miéć a, zrównanie r wſt. $(A-a) = R$ wſt. a, daie podług (Jeom. 286) to inne zrównanie, r wſt. A doſt. $a - r$ wſt. a doſt. $A = R$ wſt. a; ſkąd wyciąga ſię $\frac{\text{wſt. } a}{\text{doſt. } a}$ albo ſtycz. $a = \frac{r \text{ wſt. } A}{R + r \text{ doſt. } A}$.

754. Dla przykładu, daymy że ieſt kąt $A = 50^{\circ}$; promień koła niechay ma 6 *ſt.*; promień walca $\frac{1}{2}$ *ſt.*; promień oſi 1 *c.* albo $\frac{1}{12}$ *ſt.*; tarcie zaś niechay wynoſi trzecią część utłoczenia; to ieſt (747) niech będzie takie, iżby promień Tablic, miał ſię do ſtyczněy kąta f tarcia $:: 1 : 3$; znalezlibyśmy tedy kąt f bydź od $71^{\circ}34'$, którego doſtawą ieſt 0,3162. Co nam daie doſt. $f = 0{,}3162$; $R = 6$; $r = \frac{1}{2}$; $r' = \frac{1}{12}$; a zatém r' doſt. $f = 0{,}02635$. To założywſzy, będzie ſtycz. $a = \frac{r \text{ wſt. } A}{R + r \text{ doſt. } A}$ $= \frac{\frac{1}{2} \text{ wſt. } 50^{\circ}}{6 + \frac{1}{2} \text{ doſt. } 50^{\circ}} = \frac{\frac{1}{2} \times 0{,}76604}{6 + \frac{1}{2} \times 0{,}64279} = 0{,}06059$; co odpowiada kątowi od $3^{\circ}28'$, a zatém będzie $b = 46^{\circ}32'$.

Co ſię zaś dotyczy e, ponieważ mamy wſt. $e = \frac{r'}{r}$ wſt. a doſt. f; więc będzie wſt. e

$= \frac{\text{wſt. } a}{r} \times 0{,}03635 = \frac{0{,}06047}{\frac{1}{2}} \times 0{,}02635 = 0{,}003187$, co odpowiada kątowi od $11'$; więc $e = 0^{\circ}11'$. Będzie tedy $Q = P \frac{\text{wſt. } 3^{\circ}39'}{\text{wſt. } 46^{\circ}21'}$. Jeżeli P waży *np.* 1200 *ſtów*, toby wypadło $Q = 105{,}6$ *ſtów*. Bez tarcia zaś mielibyśmy $Q : P :: \frac{1}{2} : 6 :: 1 : 12$, więc byłoby $Q = 100$ *ſt.* A zatém w przykładzie niniěyſzym, tarcie niewyciąga większego pomnożenia w ſile, iak tylko 5,6 *ſtów*.

755. W uſtanowiéniu ſiły zgoděy do przezwyciężenia tarcia, rozumieliśmy, że utłoczenie cálkowite, nieróżni ſię od tego, iakie miałoby miéyſce, gdyby ſiła i waga, nieznaydowały ſię bydź położone na iednéyże płaſzczyznie; co téż tak ieſt w ſaměy rzeczy. Zobaczmy iakbyśmy o tèm przekonać ſię mogli. Pozwólmy na moment, że kierónek ciężaru P (fig. 156) przyłożonego *figura* 156. do powiérzchni walca, zamiaſt pionowego, byłby nachylony, mało na tém zależy iak wiele; ale dla łatwości, daymy że ieſt taki iak wyraża liniia lA, to ieſt, że ieſt położony na płaſzczyznie pionowéy, przechodzącéy przez lP i ſtykaiącéy ſię z powiérzchnią walca. Daymy że A ieſt punktém, w którym liniia lA ſpotyka ſię z płaſzczyzną koła; może-

żemy tedy zmyślić ſobie ſiłę P przyłożoną w punkcie A, i rozłożoną na dwie inne ſiły AB, AD, z których piérwſza AB byłaby pionowa i znaydówała ſię na płaſzczyznie koła, a druga AD byłaby proſtopadła téyże płaſzczyznie, a zatém będąc równoległą oſi, do utłoczenia punktów podpory przyłożyć ſię niebędzie mogła. A co do ſiły AB, téy kierónek przedłużony, ſpotka ſię w iakim punkcie F z kierónkiém owéy ſiły; a z tego obopólnego ſpotkania ſię dwóch ſił, wyniknie ſiła FO, która ponieważ podług warunku równowagi powinna bydź zniſzczona, przeto muſi bydź koniecznie ſiłą bezwzględną, z iaką walec czyni przeciwko ſwoim punktóm podpory mocą ſiły Q i ciężaru P, który rózumié ſię bydź wykiérówany w linii AE.

To założywſzy, zmyślmy ſobie, że punkt A podnoſząc ſię nad oś, oddala ſię, ale zawſze na płaſzczyznie IAR. Liniia IA coráz bardziéy przybliżać ſię będzie do położenia pionowego, liniia téż AB coráz bardziey przybliżać ſię także będzie do zrównania ſię z liniią AE; tak iż kiedy punkt oddali ſię niezmiérnie, to kierónek linii IA, różnić ſię niebędzie od kierónku linii PS, i liniia AB zrówna ſię doſkonale

z

z liniią AE; więc w rzeczy ſaméy ſiła bezwzględna, z iaką oś czyni przeciwko ſwoim podporóm, ieſt taż ſama kiedy ciężar ſkutkuie w punkcie I, iakaby była gdyby ſkutkówał w linii AM, to ieſt na płaſzczyznie koła.

756. Ale nienależy ſtąd ſobie wnoſić, chcąc mieć obciążenie oſobne każdéy podpory, ażeby doſyć było, rozłożyć tylko ſiłę FO na inne dwie równoległe, i przechodzące każda przez każdy punkt podpory. Lubo ſiła AD nieprzykłada ſię nic do obciążenia podpór, atoli przykłada ſię do odmiany miéyſca, odpowiadaiącego czynności ſiły bezwzględnéy FO; i chociaż w przypadku równoległości, ſiła AD wypada niezmiérnie mała, iednakże w tymże przypadku będąc niezmiérnie oddaloną, przenoſi czynność bezwzględną FO zewnątrſz płaſzczyzny koła, iako téż zewnątrſz téy płaſzczyzny na któréy ſkutkuie ciężar. I dla tegoćto, (pominąwſzy iednak tę uwagę że tu ſiła AD i ſiła FO nieznayduią ſię na iednéyże płaſzczy- *figura*
znie), dla tegoto mówię, punkt A (fig. 157) 157.
będąc nagabany od ſiły AC, ieżeli przyſtąpi inna ſiła AB piérwſzéy proſtopadła, ale niezmiérnie mała, to ſiła bezwzględna AE ſtąd wynikaiąca, róznić ſię niebędzie od AC. tylko o ilość niezmiérnie małą; lecz punkt F w którym ta ſiła ſpotka ſię z liniią HR. będzie mógł bydź oddalony niezmiérnie; tak iż nowa ſiła wykierówana w linii AF. będzie równoległa i równa ſile AC, ale będzie od niéy odległa na ilość pomiérną FD.

757. Co ſię zaś tyczy rozłożenia ciężaru na każdą z dwóch podpór, takowe może bydź przydatne, do umiarkówania mocy iaką trzeba

dać

dać czopóm, i do wyneleziénia roz-
ległości, iaka powinna bydź dana
podſtawie ſłupców, na których wa-
lec ſpoczywa, chcąc ażeby ſię ſilnia
niewywracała. Nayproſtſza droga
do uſtanowiénia tego oboyga, ieſt
ta, ażeby rozłożyć ſiłę na dwie in-
ne ſiły równoległe, z któréy ka-
żda byłaby położona na płaſzczy-
znie równoległéy kołu, przepro-
wadzonéy myślą przez każdą pod-
porę. Podobnymże ſpoſobém cię-
żar P, trzebaby rozłożyć na dwie
ſiły równoległe, z których każda by-
łaby położona na odpowiadaiącéy
płaſzczyznie, przechodzącéy przez
każdą podporę. Te dwa rozłoże-
nia przy pomocy rachunku bardzo
proſtego, dadzą dwie ſiły ſkładaią-
ce, z których ma wynikać utłocze-
nie bezwzględne każdéy podpory;
bo do tego nietrzeba więcéy, tylko
ułożyć ſobie te dwie proporcye
(205): ſiła, ma ſię do obciążenia ie-
dnéy z dwóch podpór któréykol-
wiek, iak ſię ma odległość mię-
dzy dwiéma podporami, do odle-
głości wziętéy od płaſzczyzny koła,
do téy podpory, o któréy obciąże-
nie

nie nieidzie w téy proporcyi; tu-
dzież: Ciężar, ma ſię do obciążenia,
iednéy z dwóch podpór któréykol-
wiek, iak ſię ma odległość między
dwiéma podporami, do odległości
wziętéy od płaſzczyzny na któréy
ſkutkuie ciężar, do podpory o któ-
réy obciążenie nieidzie w téy pro-
porcyi. Tym ſpoſobém, wynalázł-
ſzy względém każdéy podpory, dwie
ſiły ſkładaiące, wyrażaiące ich utło-
czenie, ponieważ kąt zawarty mię-
dzy témi dwiéma ſiłami, ieſt oczy-
wiście ténże ſam, co i kąt iaki czy-
ni ſiła z ciężarém, rozumieiąc go
bydź położonym na płaſzczyznie
koła, przeto zawſze bardzo łatwo
wynaléśdź będzie można, utłocze-
nie cáłkowite każdéy podpory i
kierónek onego. Zobaczmy to w
przykładzie.

758. Ponieważ czyto zachodzi tarcie, czy niezachodzi, byleby w tym oſtatnim przypadku, wyrachówać wprzód ſiłę iaka powinna miéć miéyſce w ninieyſzym razie, ponieważ mówię w obu przypadkach ſpoſób poſtąpiénia ſobie ieſt iednakowy, przeto (wymiary windy zoſtawiwſzy też ſame co wyżéy), rozumiéć zaráz będziém, iż Q pokazało ſię bydź $= 105,6$ *ft.*, iakie w rzeczy ſaméy znalezliśmy byli indziéy (754), gdzie rozumieliśmy bydź $P = 1200$ *ftów*. Daymy nad-

nadto, że odległość między podporami wy-
figura noſi 8 ſt. Płaſzczyżna koła niech będzie od-
120. dalona od prawéy podpory (fig. 120) na 1 ſt.
a zatém od lewéy podpory będzie oddalona
na 7 ſt. Ciężar niech będzie odległy na 1 ſt.
od lewéy ściany koła, a zatém będzie odle-
gły na 2 ſt. od prawéy podpory, a na 6 ſt. od
lewey. Mićć tedy będziém dwie ſiły ſkła-
daiące utłoczenie prawéy podpory, przez te
dwie proporcye

$$8 : 7 :: 105{,}6\,ft. : x = 92{,}4\,ft.$$
$$8 : 6 :: 1200\,ft. : y = 900\,ft.$$

a dwie ſiły ſkładaiące utłoczenie podpo-
ry lewéy, przez te dwie proporcye:

$$8 : 1 :: 105{,}6\,ft. : x' = 13{,}2\,ft.$$
$$8 : 2 :: 1200\,ft. : y' := 300\,ft.$$

To maiąc, ponieważ z przyczyny rozło-
żenia na ſiły równoległe, kąt zawarty mię-
dzy dwiéma ſiłami ſkładaiącémi x i y, iako
też i między dwiéma ſkładaiącémi x' i y', ieſt
ténże ſam, co kąt, iaki czyni kierónek ſiły z
kiérónkiém ciężaru, uważonym iakby był
położony na płaſzczyznie koła, przeto ſto-
ſuiąc ſię zawſze do przykładu zawołanego,
figura takowy kąt będzie miał za miarę 50°. A za-
158. tém (fig. 158), zmysliwſzy ſobie równole-
głobok $ABCD$, którego bok pionowy AB,
wynoſiłby 900, a bok AC czyniący kąt BAC
od 50°, wynoſiłby 92,4; przekątna AD, ozna-
czać będzie utłoczenie podpory prawéy, a
kąt BAD, wſkaże nachylenie tegóż utłocze-
nia względém linii pionowéy. Podobnież
w równoległoboku $A'B'C'D'$, zrobiwſzy bok
$A'B' = 300$; kąt $B'A'C' = 50°$; a bok $A'C'$
$= 13{,}2$; przekątna $A'D'$ oznaczać będzie ob-
ciążenie podpory lewéy, a kąt $B'A'D$, wſka-
że nachylenie tegoż obciążenia względém
linii pionowéy. Lecz iawna ieſt, że te czté-
ry wártości, zależą od wyrachówania boku
AD

AD albo $A'D'$ i kąta BAD albo $B'A'D'$ w
tróykącie ABD, albo $A'B'D'$, w którym ma-
my znaiome dwa boki, i kąt między niémi
zawarty; więc podług (Jeom. 310), mićć bę-
dziém $AD = 962{,}7\,ft.$; $BAD = 4°13'$; $A'D'$
$= 319\,ft.$; $B'A'D' = 1°49'$.

759. W tém wſzyſtkiém co po-
przédziło, zaniedbaliśmy walca, wa-
gę czopów iego, koła i ſznurów. Ze
zaś takowa waga może mićć znaczny
ſtóſunek z ciężarém P, który ma bydź
podnieſiony, a zatém téż może zna-
cznie przyłożyć ſię do pomnożenia
ſkutku tarcia, przeto zobaczmy iá-
kim ſpoſobém moglibyśmy wpro-
wadzić w rachunek tę okoliczność.

760. Zebyśmy w tém Zagadnié-
niu nieopuścili nic, co tylko do nie-
go należyć może, daymy że śrzodek
ciężkości ſpólny dwóm ſznurom GP
i GQ (fig. 159), odpowiada pionowo figura
iednemu z punktów linii GC, prze- 159.
dłużonéy ieżeli potrzeba, takiému,
któryby był oddalony od C na ilość
$= g$; niech będzie p, cała waga tych
ſznurów; daymy że śrzodek ciężko-
ści, ſpólny dwóm częściom ſznura,
to ieſt tak téy co może bydź przyło-
żona do koła, iako téż i owéy, co ma
ninie obwiiać ſię na walcu, daymy mó-

 wię

wię że tèn śrzodek ciężkości, odpowiada pionowo, iednému z punktów linii GC, przedłużonéy ieżeli trzeba, takiemu, ażeby był oddalony od C na ilość $= g'$; waga zaś tych dwóch części niech będzie wyrażona przez p'. Daymy nadto, że P ieſt ciężarém, który ma bydź podnieſiony; a P' ieſt wagą całéy windy, to ieſt koła, walca i czopów iego, których ſpólny śrzodek ciężkości byłby położony w ſaméy oſi, to ieſt w punkcie C.

Mamy tedy pięć ſił czyniących przeciwko windzie, to ieſt $p, p', P\ P'$ i Q, które powinny czynić ſobie wzaiemną równowagę przy pomocy podpór i tarcia. Cztéry ſiły p, p', P i P', będąc równoległe, mogą wſzyſtkie bydź zebrane w iednę ſiłę $R = P + P' + p + p'$ (219), którąby przechodziła w odległości $CR = \frac{P \times CG + pg + p'g'}{P + P' + p + p'}$ - - - $= \frac{Pr + pg + p'g'}{P''}$, zróbiwſzy $P + P' + p + p' = P''$, i oznaczywſzy CG przez r. To założywſzy, daymy że ta ſiła R, ſpotyka ſię z kierónkiém ſiły Q w iakówym punkcie A. To z tego ſpólnego ſpotkania ſię ſiły R i ſiły Q, muſi wynikać inna ſiła, któréy kierónek AM ſpotykałby ſię z powiérzchnią czopa, w takim punkcie, gdzieby taż ſiła czyniła z tąż powiérſzchnią, kąt równaiący ſię kątowi tarcia. Jawna tedy ieſt, iż ażeby mieć rozwiązanie Zagadnienia, ſtóſowne do tych wſzyſtkich

ſtkich okoliczności, nietrzeba więcéy, tylko w rozwiązaniu wzwyż wynalezionèm (752 i 753), położyć CR zamiaſt CG, a $P + P' + p + p'$ albo P'' zamiaſt P; to ieſt położyć $\frac{Pr + pg + p'g'}{P''}$ zamiaſt r, a P'' zamiaſt P. Będzie tedy $Q = \frac{P'' \text{wſt.}(a + e)}{\text{wſt.}(b - e)}$; a potèm wyrachuią ſię ſtycz. a i wſt. e przy pomocy formuł wzwyż uſtanowionych (753), położywſzy $\frac{Pr + pg + p'g'}{P''}$ zamiaſt r, i dawſzy baczenie na to, żeby wártości r i R były wzięte wráz z promiéniém ſznura.

671. Jeżeli nièma zgoła żadnego tarcia, to kąt f tarcia będzie miał 90°; to ieſt że ſiła złożona z wſzyſtkich, powinna bydź proſtopadła na powiérſzchnią czopa, a zatèm przechodzić będzie przez śrzodek C; co nam da w takim razie doſt. $f = 0$, a naſtępnie będzie wſt. $e = 0$, albo $e = 0$. Wártość tedy ſiły Q, wychodzi na $Q = \frac{P'' \text{wſt.}\, a}{\text{wſt.}\, b}$. Lecz wziąwſzy AC za promiéń, mamy wſt. RAC : wſt. CAF albo wſt. a : wſt. b : : $CR : CF$: : $\frac{Pr + pg + p'g'}{P''}$: R; więc $\frac{\text{wſt.}\, a}{\text{wſt.}\, b} = \frac{Pr + pg + p'g'}{P'' R}$; więc $Q = \frac{Pr + pg + p'g'}{R}$, albo $QR = Pr + pg + p'g'$; to ieſt, że moment ſiły Q, równa ſię ſummie momentów odpowiadaiących ciężarówi P, i częściom wagi ſznura; tak iak bydź powinno (616), kiedy niéma tarcia. A gdyby ſznur niebył ważny, to ieſt kiedyby było $p = 0$, i $p' = 0$, tobyśmy mieli $QR = Pr$, albo Q :

$P::r:R$; iak bydź powinno podług (676).

762. To rozwiązanie ſtóſuie ſię też do drąga, przez który przechodziłby ſierdzień,
fig. 99. iak pokazuie (fig. 99); wyraziwſzy przez R i r odległości wzięte od dwóch ſił do oſi ſierdziénia.

763. A ponieważ kluba nieruchoma, nieieſt co innego, iak tylko winda, w którèy promién walca równa ſię promiéniowi koła; więc tóż rozwiązanie, zarówno ſłużyć może i klubie nieruchomèy rozumieiąc w niéy bydź $R=r$, a $b=a=\frac{1}{2}A$; tak iż podług (760), będzie $Q=P''\frac{\text{wſt.}(a+e)}{\text{wſt.}(a-e)}$ - - $=P''\frac{\text{wſt.}(\frac{1}{2}A+e)}{\text{wſt.}(\frac{1}{2}A-e)}$; a $\text{wſt.}\,e=\frac{r'}{r}\,\text{wſt.}\,\frac{1}{2}A\times$ doſt. f; dawſzy tylko na to baczenie, ażeby zamiaſt r położyć $\frac{Pr+pg+p'g'}{P''}$.

figura 159. 764. Jeżeli ſiła Q (fig. 159) ieſt pionowa, to naténczas kąty RAC, CAE, CAF, mogą bydź poczytane za kąty niezmiérnie małe, a zatèm, zamiaſt wſt. $(a+e)$ i wſt. $(b-e)$, można napiſać wſt. a + wſt. e i wſt. b — wſt. e, tak iż będzie Q - - - - $=P''\frac{\text{wſt.}\,a+\text{wſt.}\,e}{\text{wſt.}\,b-\text{wſt.}\,e}$. Lecz widzieliſmy dopiéro, że $\frac{\text{wſt.}\,a}{\text{wſt.}\,b}=\frac{Pr+pg+p'g'}{P''R}$, albo $\text{wſt.}\,b=\frac{P''R\,\text{wſt.}\,a}{Pr'+pg+p'g'}$, a poczytawſzy AC za promién, mamy wſt. a :

: wſt. e :: $CR:CE$ :: $\frac{Pr+pg+p'g'}{P''}:r'\times$ doſt. f; ſkąd wnoſi ſię $\text{wſt.}\,e=\frac{P''r'\,\text{wſt.}\,a\,\text{doſt.}\,f}{Pr+pg+p'g'}$; więc w takim razie miéć będziém Q

$$=\frac{P''\left(\text{wſt.}\,a+\frac{P''r'\,\text{wſt.}\,a\,\text{doſt.}\,f}{Pr+pg+p'g'}\right)}{\frac{P''R\,\text{wſt.}\,a-P''r'\,\text{wſt.}\,a\,\text{doſt.}\,f}{Pr+pg+p'g'}} - - -$$

$$=\frac{Pr+pg+p'g'+P''r'\,\text{doſt.}\,f}{R-r'\,\text{doſt.}\,f}.$$

765. Więc w klubie nieruchomèy (fig. 160), będzie Q - - - figura 160.

$$=\frac{Pr+pg+p'g'+P''r'\,\text{doſt.}\,f}{r-r'\,\text{doſt.}\,f}.$$

766. Niechay będzie T wytężenie ſznura FP; to iawna ieſt, że $T=P+p''$, oznaczywſzy przez p'' wagę tego ſznura. A że mamy $P''=P+P'+p+p'$, więc położywſzy zamiaſt P i P'' onych wártości wyrażone w T, miéć będziém $Q(r-r'\text{doſt.}\,f)=Tr+Tr'\,\text{doſt.}\,f+pg+p'g'+(P'+p+p')r'\,\text{doſt.}\,f-(p''r+p''r'\,\text{doſt.}\,f)$, albo $Q=T\left(\frac{r+r'\,\text{doſt.}\,f}{r-r'\,\text{doſt.}\,f}\right)-\frac{p''(r+r\,\text{doſt.}\,f)}{r-r\,\text{doſt.}\,f}$ $+\frac{pg+p'g'+(P'+p+p')r'\,\text{doſt.}\,f}{r-r'\,\text{doſt.}\,f}=T\left(\frac{1+n\,\text{doſt.}\,f}{1-n\,\text{doſt.}\,f}\right)$ $-p''\left(\frac{1+n\,\text{doſt.}\,f}{1-n\,\text{doſt.}\,f}\right)+\frac{\frac{pg+p'g'}{r}+(P'+p+p')n\,\text{doſt.}\,f}{1-n\,\text{doſt.}\,f}$,

zróbiwſzy $\frac{r'}{r}=n$. To oſtatnie wyrażenie, będzie nam pożyteczne do obrachówania ſkutku tarcia, w puzdrach klubnych.

767. Chcąc obrachówać ſkutek tarcia w klubie ruchoméy, należy wyobrazić ſobie
figura równowagę w ſpoſób naſtępuiący. Zeby ſiła
161. Q (fig. 161) znaydówała ſię w oſtateczney gotowości do obrocenia kluby około czopa iéy, albo ſierdzienia C; to trzeba ażeby ta ſiła nabyła takiego pomnożenia, przy pomocy którego zdołałaby przezwyciężyć tarcie. Lecz takowe pomnożenie to ſprawi, że ſiła oddali nieco kaptur CP od położenia pierwotnego, tak daleko, ażby nawiodła ciężar P do takiego punktu, w którym liniia pionówa, zmyślona przez ſpólny śrzodek ciężkości ciężaru kaptura i ſierdziénia, czyniłaby z powierſzchnią tegóż ſierdziénia kąt, równaiący ſię kątowi tarcia. Daymy tedy że ED, ieſt taką liniią pionową; to mieć będziem iak wyżéy (752), $CE=r'$ doſt. f, oznaczywſzy promień ſierdziénia przez r'. Lecz do równowagi, nieieſt ieſzcze doſyć na tym warunku dopiéro uſtanowionym. Rzecz oczywiſta, że wytężenia dwóch ſznurów powinny czynić równowagę ciężarowi P, iako też i wadze kaptura, ſierdziénia, wadze ſaméy kluby bez ſierdziénia, i naoſtatek wadze całego ſznura.

Daymy tedy, że śrzodek ciężkości, ſpólny dwóm ſznurom QG i FT, przechodzi od linii pionowéy przeprowadzonéy przez śrzodek C w odległości znaioméy g; niech będzie p wagą tych dwóch ſznurów; daymy że śrzodek ciężkości, odpowiadaiący części ſznura opaſuiącéy klubę, przechodzi od linii pio-

pionowéy przeprowadzonéy przez C w odległości g'; waga tèy części ſznura, niech będzie wyrażona przez p'; daymy nadto, że P oznacza wagę cálkowitą, złożoną z wagi ciężaru iaki ma bydź podnieſiony, z wagi kaptura, i ſierdziénia; a P' niech będzie wagą kluby bez ſierdziénia. Zeby równowaga miała miéyſce, to ſiła złożona z ilościów P, P', p, p', powinna równać ſię i bydź wbrew przeciwna ſile złożonéy z wytężeń dwóch ſznurów. Lecz łatwo widzieć ſię daie (219), że ſiła złożona z ilościów P, P', p, p', powinna bydź wyrażona przez $P+P'+p+p'$, którą tu oznaczmy ſobie przez P'', i że przechodzić powinna w odległość CI - -

$$=\frac{P\times CE+pg+p'g'}{P''}=\frac{Pr'\text{ doſt. }f+pg+p'g'}{P};$$

więc liniia piónowa przechodząca przez punkt I, powinna także przechodzić przez punkt O, w którym ſpotykaią ſię dwa ſznury. A że zachodzi równowaga, więc (201) muſi bydź $Q : P'' : T :: \text{wſt. } IOT : \text{wſt. } QOT : \text{wſt. } QOI$. Oznaczywſzy kąt QOT przez a; kąt COI przez e; mieć będziém $QOI=QOC-COI=\frac{1}{2}a-e$; a $IOT=\frac{1}{2}a+e$; więc $Q : P'' : T :: \text{wſt. }(\frac{1}{2}a+e) : \text{wſt. } a : \text{wſt. }(\frac{1}{2}a-e)$; a zatèm będzie Q

$$=\frac{P''\text{ wſt. }(\frac{1}{2}a+e)}{\text{wſt. } a},\ \text{i } Q=\frac{T\text{ wſt. }\frac{1}{2}(a+e)}{\text{wſt. }(\frac{1}{2}a-e)}.$$

768. Co ſię tyczy kąta e, tén łatwo może bydź wynaleziony, uważaiąc, że wziąwſzy za promień AC, będzie $CG : CI :: \text{wſt. } COG : \text{wſt. } COI$; to ieſt, $r : \frac{Pr'\text{ doſt. }f+pg+p'g'}{P''} :: \text{wſt. }\frac{1}{2}a : \text{wſt. } e$; a zatém $\text{wſt. } e=\frac{Pr'\text{ doſt. }f+pg+p'g'}{P''r}\text{ wſt. }\frac{1}{2}a$.

769. Daymy teráz, że ſznury ſą równoległe, a zatém że ſą pionowe; to w takim razie kąty e i a będąc niezmiérnie małémi, miéć będziém wſt. $a = 2$ wſt. $\frac{1}{2}a$; wſt. $(\frac{1}{2}a + e) =$ wſt. $\frac{1}{2}a +$ wſt. e; a wſt. $(\frac{1}{2}a - e) =$ wſt. $\frac{1}{2}a -$ wſt. e. Przez co dwie wártości ſiły Q, wyżéy wynalezione, zamiénią ſię w te: $Q = \frac{1}{2}P''\left(1 + \frac{Pr'\,\text{doſt.}f + pg + p'g'}{P''r}\right) = \frac{1}{2}P''\left(1 + \frac{Pn\,\text{doſt.}f + \frac{pg + p'g'}{r}}{P''}\right)$, zrobiwſzy $\frac{r'}{r} = n$;

$$i\, Q = T\left(\frac{P'' + Pn\,\text{doſt.}f + \frac{pg + p'g'}{r}}{P'' - Pn\,\text{doſt.}f - \frac{pg + p'g'}{r}}\right),$$

albo wyrugówawſzy mianownika i przeſtawiwſzy, $(Q - T)P'' - (Q + T)Pn\,\text{doſt.}f - (Q + T)\frac{pg + p'g'}{r} = 0$. Lecz z przyczyny równoległości ſznurów, mamy $Q + T = P''$, więc całe zrównanie ieſt rozdziélne przez P'', i daie $Q - T - Pn\,\text{doſt.}f - \frac{pg + p'g'}{r} = 0$. A że ieſt $Q + T = P''$, więc muſi także bydź $Q + T = P + P' + p + p'$; więc $P = Q + T - P' - p - p'$; więc

więc $Q - T - Qn\,\text{doſt.}f - Tn\,\text{doſt.}f + (P + p + p')n\,\text{doſt.}f - \frac{pg + p'g'}{r} = 0$; ſkąd wyciąga ſię $Q = T\frac{(1 + n\,\text{doſt.}f)}{1 - n\,\text{doſt.}f} - \frac{(P + p + p')n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f} + \frac{\frac{pg + p'g'}{r}}{1 - n\,\text{doſt.}f}$. Ta wártość, będzie nam przydatna do Puzder klubnych; owa zaś $Q = \frac{1}{2}P'' \times \left(1 + \frac{Pn\,\text{doſt.}f + \frac{pg + p'g'}{r}}{P''}\right)$, ſłuży do wynaleziénia bezśrzednie wártości ſiły Q, przy pomocy znaioméy wagi P, p, p' i. t. d.

770. Stąd iako téż i zowąd co ſię rzekło (766) o klubie nieruchoméy, wnieśmy ſobie, że kiedy T ieſt naymniéyſzém wytężeniém, a Q naywiękſzém, to w przypadku równoległości ſznurów, co do kluby nieruchoméy, mamy $Q = T\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right) - p''\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right) + \frac{\frac{pg + p'g'}{r} + (P' + p + p')n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}$; a co do kluby ruchoméy, mamy $Q = T\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right) + \frac{\frac{pg + p'g'}{r} - (P + p + p')n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}$.

Takie tedy ſą formuły, które potrzeba obrachówać, żeby mieć wártość ſiły, kiedybyśmy chcieli mieć wzgląd na wagę wſzyſtkich części, ſkładaiących ſilnią. Jeżeli waga ſznurów i klub ieſt bardzo mała względem wytężéń ſznurów, to naténczas można zaniedbać te wyrazy, w które wchodzą ilości $P', p, p' p''$; tak iż mieć będziém zarówno, czyto do kluby nieruchoméy czy do ruchoméy, $Q = T(\frac{1 + n \text{ doſt}.f}{1 - n \text{ doſt}.f})$; gdzie ſznury rozumieią ſię bydź równoległe.

771. Przyſtóſuymy teráz te fundamenta do Puzder klubnych. Pomówmy *np.* o
fig. 83. *fig.* 83; łatwo będzie potém użyć tegoż ſamego rozumówania, do wſzelkiego innego roſporządzenia klub.

Niewiémy iakie ieſt wytężenie ſznura 1; oznaczmy ie ſobie przez T. Daymy że T', T'', T''' i. t. d. oznaczaią z kolei wytężenia innych ſznurów; i że n, n', n'', i. t. d. oznaczaią nam w każdéy klubie, to co w formule wyraziliśmy przez r. To założywſzy, do kluby opaſanéy ſznurami 1 i 2, mieć będziém. $T' = T(\frac{1 + n \text{ doſt}.f}{1 - n \text{ doſt}.f})$. Do kluby opaſanéy ſznurami 2 i 3, będzie $T'' = T'(\frac{1 + n' \text{ doſt}.f}{1 - n' \text{ doſt}.f})$. . Do kluby opaſanéy ſznurami 3 i 4, będzie $T''' = T''(\frac{1 + n'' \text{ doſt}.f}{1 - n'' \text{ doſt}.f})$. Naoſtatek do kluby opaſanéy ſznurami 4 i 5 (tén oſtatni rozumieiąc

iąc także równoległy innym), mieć będziém $T'''' = T'''(\frac{1 + n''' \text{ doſt}.f}{1 - n''' \text{ doſt}.f})$. Skąd pokazuie ſię, że wytężenia T', T'', T''', T'''', będą wſzyſtkie wiadome, byleby mieć wytężenie T ſznura 1. Lecz warunek, ſłużący do wynaleziénia takowego wytężenia, oczywiście nieieſt inny, tylko ażeby ſumma wytężéń ſznurów 1, 2, 3, i 4, równała ſię ciężarowi P, to ieſt, że muſi bydź $T + T' + T'' + T''' = P$; więc ſtąd łatwo uſtanowić ſobie można formułę powſzechną, ſłużyć maiącą do wynaleziénia wártości oſtatniego ſznura; to ieſt do wynaleziénia ſiły. Atoli, ponieważ takowa formuła, niedałaby nam nic łatwiéyſzego nad tén ſpoſób, który zaráz naſtąpi, i owſzém byłaby mniéy łatwa do ſpamiętania, przeto pominąwſzy ią, przyſtępuiemy proſto do tego ſpoſobu.

772. Uważmy tedy, że ieżeli w ilości T'' położymy wártość ilości T'; w ilości T''' wártość ilości T'', wynikaiącą z pierwſzego położenia; w ilości T'''' wártość ilości T''' wynikaiącą z tego drugiego położenia, i tak daléy; to wytężenie iednego z ſznurów którego kolwiek, mieć będziém wyrażone w powſzechności, przez wytężenie T oſtatniego ſznura, rozmnożone przez naſtępſtwo ułamków $\frac{1 + n \text{ doſt}.f}{1 - n \text{ doſt}.f}, \frac{1 + n' \text{ doſt}.f}{1 - n' \text{ doſt}.f}$ odpowiadaiących klubóm, opaſanym przez wſzyſtkie części ſznura, począwſzy od pierwſzéy, aż do téy o którą rzecz idzie. Więc w zrównaniu $T + T' + T'' + T''' + T''''$ i. t. d. $= P$, pierwſza część ſkładać ſię będzie z ilości T, rozmnożonéy przez ſummę wielu ułamków, zawiſłych od wymiarów klub i oſiów onychże. Skąd pokazuie ſię, że odmieniaiąc P, zaráz

ráz odmiéniałoby ſię i T w tymże ſamym ſtóſunku, chociaż wymiary ſilni zoſtałyby nietykane. A ponieważ ilości T', T'', T''' ſą także wſzyſtkie wyrażone przez T, które ieſt rozmnożone wprawdzie przez różną ilość, ſtóſównie do każdéy z poprzédzaiących trzech ilościów, ale ta nieodmiénia ſię bynaymniéy za odmianą ciężaru; więc ilości T', T'', T''' i. t. d. pomnażaią ſię także w proporcyi wagi.

773. Na fundamencie téy uwagi, ſtanowimy regułę naſtępuiącą, ſłużącą do wyrachówania ſkutku tarcia w puzdrach klubnych, niechayby w ſobie zawiérały tak wiele klub iak ſię ſpodoba; byleby wagę ſilni można było poczytać za bardzo małą, względém ciężaru który ma bydź podnieſiony. Reguła tedy wſpomniana ieſt taka: *Obierz ſobie do woli liczbę iakąkolwiek, na wyrażenie wytężenia piérwſzéy części ſznura, to ieſt części nayodległéyſzéy od ſiły. Potém wyrachuy z kolei, wytężenie każdego ſznura naſtępuiącego, przy pomocy tego zrównania,* $Q = T\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right)$; *w którém przez* T *oznacza ſię wytężenie, poczytane za znaiome; przez* Q *rozumié ſię wytężenie ſzukane; przez* n, *ſtóſunek między promiéniém oſi, a między promiéniém kluby, opaſanéy témi dwóma ſznurami; a przez* f, *oznacza ſię kąt tarcia. Wyrachówawſzy te wytężenia, oſtatnie byłoby wártością ſiły, zdólnéy do przezwyciężenia tarcia, gdyby liczba obrana do woli na wyrażenie piérwſzego wytężenia, była prawdziwa. A zatém, zbiérz w ſummę wſzyſtkie wytężenia, należące do puzdra ruchomego, i ułóż tę proporcyą: Summa tych wytężeń wynikaiących z przypuſzczenia użytego, ma ſię do wytężenia iednego byle którego z ſznurów, wynikaiącego z tegóż ſamego przypuſzczenia, iak ſię ma waga całkowita, do czwartego wyrazu; który pokaże prawdziwe wytężenie tego ſznura, a zatém i wártość ſiły, ieżeli na drugi wyráz proporcyi położyło ſię wytężenie oſtatniego ſznura.*

774. Przyſtóſuymy tę regułę do puzder wyrażonych w fig. 83. Daymy, że piérwſza część ſznura ieſt przywiązana do kapturka górnego puzdra, że promień każdéy oſi wynoſi $\frac{1}{6}$ kluby ſwoiéy; i że tarcie równa ſię tylko czwartéy części tłoczenia. Mieć tedy będziém $n = \frac{1}{6}$; a podług (747), promień ma ſię do ſtycznéy kąta f tarcia, : : 1 : 4; ſkąd przy pomocy Tablic, pokaże ſię bydź kąt $f = 75°58'$; którego doſtawa albo doſt. f $= 0{,}24249$; to ieſt, iż mieć będziém doſt. f $= \frac{8}{33}$, z małém uchybiéniém. Więc n doſt. f $= \frac{4}{99}$; a $\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f} = \frac{103}{95}$. Rozumiéymy cię- fig. 83.

ciężar P bydź $= 800$ *ftóm*, a na wytężenie pierwſzego ſznura, obierzmy ſobie do woli 200 *ftów*, to ieſt takie wytężenie, iakie miałoby mieyſce, gdyby niebyło tarcia. Na fundamencie tych przypuſzczeń, formuła $Q = T\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right)$, da nam na wytężenie drugiego ſznura, Q albo $T' = 200\,ft. \times \frac{103}{95} = 216{,}84\,ft.$ Taż ſama formuła, położywy T' zamiaſt T, daie na wytężenie trzeciego ſznura, $T'' = 200 \times \frac{103}{95} \times \frac{103}{95} = 200 \times \left(\frac{103}{95}\right)^2 = 235{,}1\,ft.$ Z téyże przyczyny położywſzy T'' zamiaſt T, mieć będziém na wytężenie czwartego ſznura, $T''' = 200 \times \left(\frac{103}{95}\right)^2 \times \frac{103}{95} = 200 \times \left(\frac{103}{95}\right)^3 = 254{,}9$ *ftów*. Naoſtatek, położywſzy T''' zamiaſt T'', na wytężenie piątego ſznura czyli na wártość ſiły Q w niniéyſzém przypuſzczeniu, mieć będziém $Q = 200 \times \left(\frac{103}{95}\right)^4 = 276{,}37$ *ftów*. Te wſzyſtkie wytężenia ſznurów 1, 2, 3 i 4 razém dodane, uczynią 906,84 *ftów*.

To założywſzy, podług reguły (773), układam naſtępuiącą proporcyą: 906,84 : 276,37 :: 800 : do czwartego wyrazu, na który wypada 243,81; to ieſt, że ſiła Q zdólna do przwyciężénia tarcia, powinna w rzeczy ſaméy wynoſić 243,81 albo $243\frac{4}{5}$ *ftów*, a nie 276,37 albo $276\frac{2}{5}$ *ftów*. Jeżeli w téyże ſaméy proporcyi, na drugi wyráz położymy z kolei wártości iloſciów T, T', T'', i T''', to znaydziémy na wártości odpowiadaiące wytężeniu każdego ſznura, $T = 176{,}44$ *ftów*; $T' = 191{,}29$ *ftów*; $T'' = 207{,}40$ *ftów*; $T''' = 224{,}87$ *ftów*; których ſumma czyni w rzeczy ſaméy 800 *ftów* to ieſt równa ſię ciężarowi, iak bydź powinno.

775.

775. Ale ieżeli między wagą różnych części ſilni, a między wytężeniami ſznurów, zachodzi widoczne porównanie; to naténczas trzeba użyć formuł powſzechnych wzwyż przepiſanych. Przykład tego, zobaczymy w krótce na windzie nożnéy, wyobrażonéy w fig. 128; ale wprzód daymy tym formułóm inakſzą poſtać. *figura* 128.

776. Do kluby nieruchoméy znalezliśmy byli $Q = T\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right) - p''\left(\frac{1 + n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f}\right)$

$$+ \frac{\frac{pg + p'g'}{r}}{1 - n\,\text{doſt.}f} + \frac{(P' + p + p')\,n\,\text{doſt.}f}{1 - n\,\text{doſt.}f};$$ gdzie

$P' + p + p'$; oznacza wagę ſznura i kluby z oſią czyli ſworzniém, albo bez ſworznia, to ieſt, podług tego, ieżeli takowy ſkłada z nią lub nieſkłada iedno ciało; przez p'' rozumieliśmy wagę ſznura, o którego wytężenie rzecz idzie; a przez $pg + p'g'$; wyraziliśmy ſummę momentów, odpowiadaiących dwóm częściom ſznura i łukowi opaſanemu, uważonych względém pionowéy przechodzącéy przez śrzodek kluby. Więc oznaczywſzy przez D, odległość od śrzodka ciężkości odpowiadaiącego całemu ſznurowi, do téy pionowéy, mieć będziém $pg + p'g' = (p + p')\,D$. Więc w powſzechności, ieżeli oznaczymy przez P, ſummę zebraną z wagi kluby (z iéy ſworzniém albo bez ſworznia, kiedy takowy ſkłada lub nieſkłada z nią iedno ciało), i z wagi ſznura, przez p całą wagę ſznura; a

przez

przez q wagę części ſznura, ktoréy wytężenie poczyta ſię za wiadome, to mieć będziém $Q = T\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) - q\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) + \frac{\frac{pD}{r} + Pn \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}$, w klubie nieruchoméy, i w przypadku równoległości ſznurów. Co ſię zaś tyczy kluby ruchoméy; do niéy znaleźliśmy byli $Q = T\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) + \frac{\frac{pg + p'g'}{r} - (P' + p + p')n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}$; więc używſzy tychże wyrażéń na oznaczenie tychże ſamych rzeczy co w klubie nieruchoméy, mieć będziém w klubie ruchoméy i w przypadku równoległości ſznurów, $Q = T\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) + \frac{\frac{pD}{r} - Pn \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}$.

777. Więc oznaczywſzy przez T, T', T'' wytężenia ſznurów 4, 3, 2,
figura 128. (fig. 128); przez n, n', n'' to w co zamiénia ſię n w każdéy klubie, przez p, p', p'' to, w co zamiénia ſię p w każdéy klubie; przez P, P', P'' to, w co zamiénia ſię P w każdéy klubie; a przez q, q', q'' to, w co zamiénia ſię q, mieć będziém na wytężenie ſznura 3, $T' = T\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) - q\left(\frac{1 + n \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}\right) + \frac{\frac{pD}{r} + Pn \text{ doſt.} f}{1 - n \text{ doſt.} f}$; na wytężenie zaś ſznura Q, będzie $T'' = T'\left(\frac{1 + n' \text{ doſt.} f}{1 - n' \text{ doſt.} f}\right) + \frac{\frac{p'D}{r} - Pn' \text{ doſt.} f}{1 - n' \text{ doſt.} f}$; a T wynaydzie ſię, przy pomocy zrównania $T + T' + T'' = M$, oznaczywſzy przez M cáłkowitą wagę trzech ſznurów, kluby dólnéy, iéy kapturka, haka, i armaty, która ma bydź podnieſiona. Nakoniec co ſię tyczy wytężenia ſznura 1; tén ponieważ nieieſt innym równoległy, przeto obrachuiemy ie potém na fundamencie tego, co ſię rzekło (763); ſiłę zaś iaka ma bydź przyłożona do drążków, wynaydziémy podług tego, co ma zaráz naſtąpić.

778. Daymy tedy że P (fig. 128) ieſt figura
armata 4 *ſwa*, ważąca 1150 *ſtów*. Promiéń każdéy kluby niechay ma 4 *c.*; promiéń ſworznia $\frac{1}{2}$ *c.*; promiéń ſznura 1 *c.*; waga każdéy kluby bez ſworznia i bez kapturka, niechay wynoſi 35 *ſt*; waga kapturka, ſworznia i haka dólney kluby, niech będzie 12 *ſtów*; każda ſtopa ſznura niech waży $1\frac{1}{2}$ *ſta*. Daymy nadto, że ſznur 4, biorąc od punktu ſtycznego z klubą górną, ma długości 15 *ſt.*; odległość od śrzodka górnéy kluby do śrzodka dólnéy, niechay wynoſi $14\frac{1}{2}$ *ſt.*; nakoniec ſiłę tarcia rózumiéymy bydź równą czwartéy części utłoczenia, tak iżby było iak wyżéy, doſt. $f = \frac{8}{33}$. 128.

To założywſzy, ponieważ promiéń każdéy kluby, ma 4 *c.*; promiéń ſznura 1 *c.*; a promień ſworznia $\frac{1}{2}$ *c.*; więc będzie $\frac{r'}{r}$ albo $n = \frac{1}{10} = n'$; więc n doſt. $f = n'$ doſt. $f = \frac{4}{161}$. A że różnica między długościami dwóch ſznurów 4 i 3, niewynoſi tylko $\frac{1}{2}$ *ſt.*, przeto można bez błędu rozumiéć, iakoby ich ſpólny śrzodek ciężkości, przypadał na liniią pionową, przechodzącą przez śrzodek kluby, którą opaſuią; a zatém miéć będziém $D = 0$; a tém bardziéy $D' = 0$. Ponieważ promień każdéy kluby, razém wzięty z promieniém ſznura, wynoſi 5 *cal.*; więc część ſznura opaſuiąca każdą klubę. będzie wyrażona przez $\frac{22}{7} \times 5$; albo przez $\frac{22}{7} \times \frac{5}{12} = \frac{55}{42} = 1{,}31$ *ſt.* Więc ſumma dwóch ſznurów 4 i 3 opaſuiących klubę górną, uczyni 30,81 *ſt.*; a zatém te oba ſznury ważyć będą 46,21 *ftów*, z przyczyny że każda ſtopa waży $1\frac{1}{2}$ *fta*; do czego przydawſzy wagę kluby 35 *ftów*, będzie $P = 81{,}21$ *ftów*. Dwa ſznury 3, i 2, wynoſzące 30,31 *ſt.* długości, ważą 45.46 *ftów*, z podobnéyże przyczyny; do czego dodawſzy wagę kluby dólnéy, ſaméy tylko bez innych należytości, miéć będziém $P' = 80{,}46$ *ftów*. Naoſtatek ſznur 4, długi na 15 *ſt.* rachuiąc każdą ſtopę po $1\frac{1}{2}$ *fta*, powinién ważyć 22.5 *ftów*; a zatém będzie $q = 22{,}5$ *ftów*. Teráz tedy niezoſtaie nam więcéy, tylko położyć te ilości w wártościach wyżéy wynaléziónych wytężén T' i T''; co nam da $T' = T \times \frac{169}{161} - 22.5 \times \frac{169}{161} + 81{,}21 \times \frac{4}{161}$, i $T'' = T' \times \frac{169}{161} - 80{,}46 \times \frac{4}{161}$; to ieſt, $T' = 1{,}0510\,T - 21{,}6003$, i $T'' = 1{,}0510\,T' - 1{,}9990$. W tém oſtatniém zrównaniu, położywſzy wártość ilości T' wyciągniętą z piérwſzego zrównania, miéć będziém $T'' = 1{,}1046\,T - 24{,}7009$.

Dodaymy teráz razém ilości T, T', T'' a miéć będziém $T + T' + T'' = 3{,}1556\,T - 46{,}3012$, co ma równać ſię cáłkowitéy wadze

dze M. Lecz M ſkłada ſię 1*ód* z wagi armaty, wynoſzącéy 1150 *ftów*; 2*re* z całéy wagi ſznurów 4, 3, 2, 1 łuku opaſuiącego dólną klubę, co wſzyſtko czyni razém 67.96 *ftów*; 3*cie* z wagi kluby dólnéy, kapturka, ſworznia i haka, wynoſzącéy razém 47 *ftów*; więc będzie $M = 1264{,}96$ *ftów*. Więc $3{,}1556\,T - 46{,}3012 = 1264{,}96$; a zatém $T = \frac{1311{,}2612}{3{,}1556} = 415.53$ *ftów*. Położywſzy tę wártość ilości T, w wártościach wytężén T' i T'' miéć będziém $T' = 415{,}12$ *ftów*, a $T'' = 434.29$ *ftów*. Naoſtatek, zebrawſzy razém te trzy wártości ilościów T, T' i T'', będzie $T + T' + T'' = 1264{,}94$ *ftów*; z uchybieniém tylko dwóch ſetnych części iednéy iedności, względém wártościów iaką miéć powinniśmy.

779. Już tedy teráz wiémy, z iaką ſiłą czyni ſznur 2 przeciwko ſznurowi 1. A zatém przyſtąpmy do obrachówania wytężenia ſznura 1. Daymy że takowy, czyni z liniią pionową, kąt $= 15^{\circ}$, więc takiż ſam kąt czynić będzie i z ſznurém Q, podług tego co ſię rzekło (763), i co nam ſłużyć ma za regułę w niniéyſzym przypadku, tak iż miéć będziém $A = 15^{\circ}$. Przypomniymy ſobie więc, iż tam znalezliśmy byli $Q = \frac{P'' \text{ wſt.} (\frac{1}{2}A + e)}{\text{wſt.} (\frac{1}{2}A - e)}$; wſt. $e = \frac{r'}{r}$ wſt. $\frac{1}{2}A$ doſt. f, ale z tym warunkiém, ażeby zamiaſt r położyć $\frac{Pr + pg + p'g'}{P''}$. Przypomniymy ſobie téż, że P oznaczało ſiłę przyłożoną do ſznura pionówego, nietykaiąc wagi onego; a zatem P oznacza nam wytężenie T'' zmniéyſzone o wagę ſznura 2; więc ieſt $P = 434.29$ *ftów* $- 21{,}75$ *ftów* $= 412{,}54$ *ftów*. A co tyczy ſię ilości P'', takowa wyraża nam ſummę, zebraną z wagi kluby bez

 ſwor-

ſworznia. i z wagi ſznurów 1, 2. Daymy że
ſznur 1, ieſt długi na 16 *ſt.*, to ważyć będzie
24 *ſty.* Teráz żeby wyrachówać wagę całe-
figura go ſznura, trzeba mieć długość łuku iaki opa-
162. ſuie. Niechay tedy będą *ch* i *cg* (fig. 162),
128. dwa ſznury 2 i 1, należące do figury 128; te
ponieważ czynią między ſobą kąt $=15^{\circ}$; więc
łuk opaſany *cme*, mieć będzie 165°; lecz wi-
dzieliśmy wyżéy, że 180° daią długości 1,31
ſt., więc 165° będą wárte 1,20 *ſt.*; którato dłu-
gość ważyć powinna 1,80 *ſt.*, rozumieiąc że
1 *ſt.* waży $1\frac{1}{2}$ *ſta.*; a zatèm 1.80 *ſt.* będzie wár-
tością ilości p'. Więc tę wagę przyłączywſzy
do wagi ſznurów 2 i 1, mieć będziem $p+p'$
$=47{,}55$. A naſtępnie $P''=P+P'+p+p'$
$=412{,}54$ *ſtów* + 35 *ſtów* + 47,55 *ſtów* - -
$=495{,}09$ *ſtów.*

figura Uſtanówmy teráz ilości g i g'. Sznur
162. 2 (fig. 162), ważący 21,75 *ſtów*, rozumié ſię
że ſkutkuie w odległości wynoſzącéy 5 *c.* al-
bo $\frac{5}{12}$ *ſt.* od linii pionowéy *ds*; a zatém mo-
ment iego będzie wyrażony przez $21\times\frac{5}{12}$.
Co ſię zaś tyczy ſznura 1, ważącego 24 *ſty*,
zobaczmy śrzodek ciężkości iego, położo-
ny w połowie *n* całéy długości, zobaczmy
mówię w iakiéy odległości przechodzi od
téyże linii pionowéy, Poprowadźmy pro-
mién *cf*, i ſpuśćmy proſtopadłą *cr* na piono-
wą. A naténczas, kiedy kąt $cbe=15^{\circ}$, to
muſi bydź kąt $cfr=75^{\circ}$. Łatwo tedy będzie
w tróykącie proſtokątnym *crf*, którego bok
$cf=\frac{5}{12}$ *ſt.*, wyrachówać bok *cr*, który poka-
że ſię bydź $=0{,}4025$ *ſt.* Spuśćmy znowu
pionową *cq*. kończącą ſię na linii poziemnéy
nq; a w tróykącie proſtokątnym *cqn*. gdzie
mamy znaiome $cn=8$ *ſt.*, to ieſt, połowę dłu-
gości ſznura 1, i kąt $cnq=75^{\circ}$, łatwo znay-
dziemy bydź $nq=2{,}0706$ *ſt.*; więc śrzodek
ciężkości *n* ſznura 1, ieſt oddalony od linii

pionowéy *ds* na 2,47 *ſt.*; więc momentém te-
go ſznura będzie ilość $24\times2{,}47$ *ſt.* A zatém
wziąwſzy różnicę między momentami $21{,}75$
$\times\frac{5}{12}$ i $24\times2{,}47$ dwóch ſznurów, i rozdzieli-
wſzy ią przez ſummę 45,75 złożoną z wagi
tychże obu ſznurów, mieć będziém na wy-
rażenie odległości od ich ſpólnego śrzodka
ciężkości do linii pionowéy, $g=-\frac{50{,}22}{45{,}75}=$
$-1{,}10$ *ſt.*; to ieſt, że śrzodek ciężkości ſpól-
ny dwóm ſznurom 1 i 2, zamiaſt coby miał
wypadać tak iak rózumiało ſię w rozwiąza-
niu powſzechném, przypada raczéy z prze-
ciwnéy ſtrony, przyległéy ſznurówi 1. Wy-
naydźmy teráz g'.

Srzodek ciężkości *a*, łuku opaſanego
cme, powinién bydź położony na promiéniu
fm, dzielącym łuk na dwie połowy; odle-
głość zaś *fa* tego śrzodka ciężkości od śrzod-
ka *f*, wynaydzie ſię przez tę proporcyą (256),
cme : *ce* : : *fm* : *fa*. A że mieliśmy wyżéy *cme*
$=1{,}2$ *ſt.*, mamy zaś $fm=\frac{5}{12}$ *ſt.*; cięciwa też
ce od 165° ieſt łatwa do obrachówania i wy-
noſi 0.83 *ſt.*; więc będzie $fa=0{,}29$ *ſt.* Po-
prowadźmy proſtopadłą *ad* na liniią piono-
wą; to *ad* wyrażać nam będzie g'. A że kąt
$cfm=82^{\circ}30'$, a kąt $cfd=75^{\circ}$; więc będzie
kąt $dfa=7^{\circ}30'$; a zatém w tróykącie pro-
ſtokątnym, gdzie $fa=0{,}29$ *ſt.*, łatwo znay-
dzie ſię bydź $da=0{,}04$ *ſt.*; więc $g'=0{,}04$.
Tym ſpoſobém wyrachówawſzy wſzyſtkie
ilości, wchodzące w wyrażenie $\frac{Pr+pg+p'g'}{P''}$,
i położywſzy ie zamiaſt ilościów literalnych,
mieć będziém $\frac{Pr+pg+p'g'}{P''}=$ - - -

$$\frac{412{,}54f.\times\frac{5}{12}-45{,}75f.\times1{,}10+1{,}80f\times0{,}04}{495{,}09}=0{,}245\,ſt.$$

Tę

Tę liczbę tedy powinniśmy położyć zamiaſt r w zrównaniu wſt. $e =$ wſt. $\frac{1}{2}A$ doſt. f. A że mamy promień ſworznia $r' = \frac{1}{2}c. = \frac{1}{24}$ ſt.; wſt. $\frac{1}{2}A =$ wſt. $7^{\circ}30' = 0,13053$; a doſt. $f = \frac{8}{33}$; więc będzie wſt. $e = \frac{1}{24 \times 0,245} \times 0,13053 \times \frac{8}{33}$ $= 0,00538$, co odpowiada kątowi od $18'30''$; więc $e = 0^{\circ}18'30''$; a zatém $\frac{1}{2}A + e = 7^{\circ}48'30''$ a $\frac{1}{2}A - e = 7^{\circ}11'30''$; więc wytężenie ſznura 1, w formule powſzechnéy oznaczone przez Q, będzie miało tę wártość, $Q = P'' \ldots \times \frac{\text{wſt.}(\frac{1}{2}A + e)}{\text{wſt.}(\frac{1}{2}A - e)} = 495,09 f \times \frac{\text{wſt.}\ 7^{\circ}48'30''}{\text{wſt.}\ 7^{\circ}11'30''} =$ $495,09 f \times \frac{0,13586}{0,12518} = 535,73 f.$; to ieſt że ſznur 1, ieſt wytężony ſiłą wynoſzącą 535,73 *ſtów*.

780. Teráz mamy uſtanowić ſiłę, iaka ma bydź przyłożona do drążków EE. Tym umyſłém trzebaby nam ſię udać do ſpoſobu wyżéy podanego do windy w poſpolitości (760). Ale iż w tamtém rozwiązaniu, iednę z dwóch ſił rozumieliśmy bydź pionową, przeto Zagadniénie, położone na wzmiankówaném miéyſcu (760), muſimy naſamprzód rozwiązać w ſpoſób powſzechniéyſzy; ſkąd nauczymy ſię, iak ſobie trzeba poſtąpić co do windy w obrachówaniu ſkutku iéy w wſzelkich przypadkach.

figura 163. 164. 781. Daymy że liniie NT, MQ (fig. 163 i 164) ſą kierónkami dwoch ſił T i Q utrzymuiących windę w równowadze, z których ſiła T niechay będzie taka, iżby była w oſtatecznéy gotowości do pociągniénia ſiły Q po-

pomimo odporu tarcia, pomnożonego wagą ſilni; idzie rzecz o wynalezienie ſtóſunku między ſiłami T i Q. Zmyślmy ſobie pionową BI, przechodzącą przez środek ciężkości, ſpólny wſzyſtkim ważnym częściom układu. Jeżeli oznaczymy przez P, wagę tych wſzyſtkich części, których ſpólny środek ciężkości przypada na oſi C; przez p wagę tych części, których środek ciężkości przypada zewnątrſz oſi C; przez g, odległość od ſpólnego środka ciężkości tych części, do linii pionowéy przechodzącéy przez punkt C, to mieć będziém $CI = \frac{pg}{P+p}$ (230). Daymy że ſiła ſpotyka ſię z liniią BI w punkcie B. Z ſpotkania ſię tych dwóch ſił wyniknie nowa ſiła BS, maiąca zaſtąpić miéyſce tamtych dwóch, i która przechodzić będzie w odległości $CL = \frac{Q \times CM - \frac{pg}{P+p} \times (P+p)}{S}$ $= \frac{Q \times CM - pg}{S}$, oznaczywſzy takową ſiłę przez S. Lecz maiąc zadaną ſiłę Q, kąt MBI iaki czyni ta ſiła z liniią pionową, i wagę $(P+p)$ ſku-

 tku-

tkuiącą w kierónku BI, bardzo łatwo podług (559) wyrachówać ſobie można ſiłę S i kąt IBS albo IBL, iaki czyni z liniią pionową; więc także niemniéy łatwo miéć można wártość linii CL, którą tu oznaczmy ſobie przez R'; a że kąt TVI, iaki czyni kierónek ſiły T z liniią pionową, mamy zadany, więc téż łatwo miéć będziém i kąt TAL, iaki czyni kierónek téy ſiły z kierónkiém ſiły S; bo $TAL = TVI + IBL$
figura 163. (fig. 163); i $TAL = TVI - IBL$
164. (fig. 164).

Zagadniénie tedy wychodzi na to, ażeby ſiłę S uſtanowić w równowadze z ſiłą T. Do czego trzeba, (ieżeli A ieſt punktém, w którym zbiégaią ſię te dwie ſiły), ażeby z ſpólnego ſpotkania ſię ich, wynikała iedyna ſiła AH, ſchodząca ſię z powiérſzchnią oſi w iakowym punkcie D, gdzieby czyniła z tąż powiérſzchnią, kąt równy kątowi tarcia. A teráz, ieżeli AH ieſt ſiłą złożoną z pomiénionych dwóch ſił T i S, to podług (201), powinno bydź $S : T :: \text{wſt.}\, TAH :$
figura wſt. $HAS :: \text{wſt.}\, TAD : \text{wſt.}\, LAD$; to ieſt
163. (fig. 163) $S : T :: \text{wſt.}\,(TAC - CAD) :$
164. $\text{wſt.}\,(CAL + CAD)$, a (fig. 164) $S : T :: \text{wſt.}\,(TAC + CAD) : \text{wſt.}\,(CAL + CAD)$. Więc oznaczywſzy przez b, kąt TAC; przez
figura a, kąt CAL; a przez e, kąt CAD; co do (fig.
163. 163) miéć będziém $T = \dfrac{S\,\text{wſt.}\,(a+e)}{\text{wſt.}\,(b-e)}$, a do (fig.

164) $T = \dfrac{S\,\text{wſt.}\,(a+e)}{\text{wſt.}\,(b+e)}$. Gdzie S mamy figura 164.
znaiome, kąty zaś a, b, e, wynaydą ſię w ſpoſób naſtępuiący.

782. Poczytawſzy AC, za promién, i oznaczywſzy przez A kąt TAL, który iak ma bydź wynaleziony, iuż widzieliśmy indziéy (781), miéć będziém $CN : CL :: \text{wſt.}\, TAC :$
$\text{wſt.}\, CAL$; to ieſt (fig. 163) $R : R' ::$ figura 163.
$\text{wſt.}\,(A - a) : \text{wſt.}\, a :: \text{wſt.}\, A\ \text{doſt.}\, a$ 164.
$- \text{wſt.}\, a\ \text{doſt.}\, A : \text{wſt.}\, a$; albo (rozdzieliwſzy przez doſt. a) $:: \text{wſt.}\, A - \text{ſtycz.}\, a\ \text{doſt.}\, a : \text{ſtycz.}\, a$. Więc ſtycz. $a = \dfrac{R'\,\text{wſt.}\, A}{R + R'\,\text{doſt.}\, A}$ Miéć tedy będziém znaiome a, a zatém będzie $b = A - a$. Do figury zaś 164, ieſt $R : R' :: \text{wſt.}\,(A + a)$, $: \text{wſt.}\, a :: \text{wſt.}\, A\ \text{doſt.}\, a + \text{wſt.}\, a\ \text{doſt.}\, A : \text{wſt.}\, a :: \text{wſt.}\, A + \text{ſtycz.}\, a\ \text{doſt.}\, A : \text{ſtycz.}\, a$; więc ſtycz. $a = \dfrac{R'\,\text{wſt.}\, A}{R + R'\,\text{doſt.}\, A}$; ſkąd wypada $b = A + a$. Naoſtatek, co do kąta e, miéć także podobnież będziém $CN : CK :: \text{wſt.}\, TAC : \text{wſt.}\, CAK$; to ieſt $R : r'\,\text{doſt.}\, f :: \text{wſt}\, b : \text{wſt.}\, e$; więc wſt. $e = \dfrac{R'\,\text{doſt.}\, f\ \text{wſt.}\, b}{R}$.

783. Powróćmy do obrachówania Win- figura
dy (fig. 128). Daymy że promién r' czopa, 128.
ieſt

ieſt $= 1\frac{1}{2}$ *c.* albo $\frac{1}{8}$ *ſt.*; promień walca = 5 *c.*;
a zatém wziąwſzy razém z promieniém ſznu-
ra będzie = 6 *c.* albo $\frac{1}{2}$ *ſt.*; długość każdego
drążka *E*, *E* biorąc od oſi, daymy że ieſt = 4
ſt.; waga walca i czopów iego = 100 *f.*; ca-
ła waga części zewnętrſznych drążka = 15;
bo rozumiéć będziémy, że ieſt tylko ieden
równaiący ſię téy wadze. Pozwólmy nad-
to, iż z doświadczenia pokazało ſię, że po-
łożenie ſiły poruſzaiącéy naymniéy zyſko-
wne, ieſt to, w którémby kierónek iéy (ro-
zumieiąc go bydź proſtopadłym drążkowi),
czynił z kierónkiém ſznura 1, pewny kąt,
np. od 50°. Do takiego tedy położenia na-
leży nam obrachówać pomiénioną ſiłę. Day-
my nadto, że ſznur iuż opaſáł kilka razy
walec, *np.* 3 i $\frac{1}{3}$ razy. Trzeba nam naſam-
przód począć od wynaleziénia ilościów, któ-
re wzwyż (781) oznaczyliśmy przez *P*, *p*
i *g*.

Ponieważ promień wálca pomnożony
promiéniém ſznura, wynoſi $\frac{1}{2}$ *ſt.*, więc iedno
opaſanie ſznura, będzie wárto $\frac{22}{7}$ *ſt.*; a zatém
3 opaſania i $\frac{1}{3}$ będą $= \frac{220}{21}$ *ſt.*; które, rachuiąc na
każdą ſtopę $1\frac{1}{2}$ *ſta*, ważyć będą 15,71 *f.* Nad-
to, ponieważ mamy $3\frac{1}{2}$ opaſań, wártuiących
figura $3 \times 360° + 120°$; więc rozumieiąc że *M* w
165. (fig. 165), oznacza punkt, w którym ſznur 1
przytyka do walca, koniec ſznura powinién
będzie znaydówać ſię w punkcie *N*, odle-
głym od punktu *M* na rozwártość łuku *MON*
= 120°. Poſzukaymy tedy odległości śrzodka
ciężkości *g*, od łuku *MON* do linii piono-
wéy *CO*.

Rozumieliśmy wyżéy, że ſznur 1, to
ieſt wyrażony przez *MV*, czyni z liniią pio-
nową kąt = 15°; ſkąd łatwo widziéć ſię da-
ie, poprowadziwſzy promień *MC*, że kąt
MCO = 105°; więc wyciągnąwſzy promień
Cr

Cr do połowy łuku *MON* = 120°. kiedy ieſt
łuk *Mr* = 60°; to łuk *rO* będzie = 45°. A
zatém łatwo możemy wyrachówać cięciwę
MN, która pokaże ſię miéć 0,8660 *ſt.* A że
długość łuku *MON*, wynoſi $\frac{22}{7} \times \frac{1}{3}$ albo $\frac{22}{21}$;
więc na odległość *Cg* (256) od śrzodka cięż-
kości tego łuku do linii pionowéy, miéć bę-
dziém 0,4133 *ſt.* A zatém przy pomocy tróy-
kąta proſtokątnego *Cgu*, znaydziémy bydź
gu = 0,2922 *ſt.* Niech będzie *n* śrzodkiém
ciężkości ſznura 1, a *M* i *V* niech będą koń-
cami iego; znalezliśmy wyżéy (779) *nq* = 2,0706 *ſt.*
więc poprowadziwſzy pionową *Mt*, miéć
także będziém *nt* = 2,0706 *ſt.*; a w tróykącie
CMp proſtokątnym w *p*, znaydziémy *Mp*
= 0,4830 *ſt.*; więc *Sn* = 1,5876 *ſt.* Ponieważ
drążek, ma pewną wagę i pewną długość,
przeto obrachuymy także odległość od śrzod-
ka ciężkości iego do linii pionowéy. Rozu-
mieliśmy wyżéy, że ſiła przyłożona do nie-
go proſtopadle, czyni z ſznurém 1, kąt = 50°; figura
ſkąd wynika, że drążek *CE* (fig. 165), czyni 165.
z liniią pionową kąt = 25°. Niechay będzie
I, śrzodkiém długości, a zatém i śrzodkiém
ciężkości, części zewnętrſznéy *FE* tego drą-
żka. Z przyczyny że $CF = \frac{1}{2}$ *ſt.*; a *CE* = 4 *ſt.*;
muſi bydź $CI = 2\frac{1}{4}$ *ſt.*; a ponieważ kąt *ICP*
= 25°; więc łatwo znaydzie ſię *IP* = 0,9509 *ſt.*
Możemy tedy iuż teráz podług (230) wnieść
ſobie, że ſpólny ſrzodek ciężkości 3*ech* i $\frac{1}{3}$*ki*
opaſań ſznura, żebra *MV* i części zewnętrſz-
néy *EF* drążka, ieſt oddalony od linii piono-
wéy *CO* i położony po prawéy ſtronie onéyże,

$$\text{na ilość} = \frac{24f. \times nS - 1{,}63 \times gu - 15f. \times IP}{15{,}71f. + 15f. + 24f.}$$

$$= \frac{24f. \times 1{,}5876 - 1{,}63f. \times 0{,}2922 - 15f. \times 9509}{54{,}71} =$$

$=\frac{23{,}37}{54{,}71}$. Lecz 54,71 ieſt iloścą, którą indziéy (781) oznaczyliśmy byli przez p; a odległość dopiéro wynaleziona, ieſt owa którą nazwaliśmy g; więc mamy $g=\frac{23{,}37}{p}$, a zatém $pg = 23{,}37$. Nadto, cośmy tamże byli wyrazili przez P, tu oznacza nam wagę walca i czopów iego, to ieſt że mamy $P=100 f.$;
figura 164. więc (781) w (fig. 164) mieć będziém $CI = \frac{23{,}37}{154{,}71}$; a $CL=\frac{Q\times CM - 23{,}37 f.}{S} = R'$.
Trzeba nam tedy uſtanowić ſiły Q i S.

figura 128. Znalezliśmy byli wyżéy (779), iż w punkcie gdzie ſznur 1 (fig. 128) przytyka do walca, wytężenie iego wynoſi 535,73. Z taką tedy ſiłą tén ſznur, uważaiąc go iakoby niémiał wagi, rozumié ſię bydź ciągniony, w każdym bądź iakim chce punkcie ſwoiéy długości. A zatém trzeba ſobie zmyślić ninie, że w punkcie, w krórym tén ſznur przytyka do iednéy z klub górnych, ſiła Q wynoſząca 535,73 *ftów*, wráz z wagą ſznurą 1, i z wagą reſzty ſilni, czyni z tarciém
figura 163. i z podporami, równowagę ſile T (fig. 163). Tak iż mamy $Q=535{,}73$ *ftów*. To maiąc, wynaydziymy teráz ſiłę S, złożoną z ſiły Q i z całéy wagi ſilni, która ſkutkuie w kiérónku linii pionowéy przechodzącéy przez punkt I, tudzież kąt IBS, iaki czyni taż ſiła
figura 166. złożona, z liniią pionową. Niechay tedy będzie (fig. 166) $AB=535{,}73$; $AD=154{,}71$; kąt $EAB=15^{\circ}$; a $ABDC$ niech będzie równoległobokiém; w którym mamy znaiome dwa boki AC, CD i kąt ACD zawarty między niémi, w tróykącie ACD. Idzie o wynależiénie linii AD i kąta CAD. Odbywſzy

wſzy rachunek, pokaże ſię bydź $AD=388{,}39$ a $CAD=159^{\circ}5'$; to ieſt że będzie (fig. 164) *fi.* 164.
$S=388{,}39$ a kąt $IBS=159^{\circ}5'$. Położywſzy tedy w wártości wyżéy wynalezionéy ilości R' liczbę 388,39$f.$ zamiaſt S, 535,75$f.$ zamiaſt Q, a $\frac{1}{2}$ zamiaſt CM, mieć będziém R'
$=\frac{244{,}49}{388{,}39}=0{,}6295 ft.$

Teráz tedy, żeby iuż mieć T (fig. 164), *figura* 164.
nietrzeba więcéy, tylko wyrachówać kąty A, a, b i c (782). Lecz kąt, który oznaczyliśmy byli przez A, ieſt kąt $TAL = TVI - VBS$, gdzie TVI wyraża nam nachylenie kiérónku ſiły względém linii pionowéy, wynoſzące 65° podług przypuſzczenia założonego, a znalezliśmy kąt $IBS=159^{\circ}5'$; ſkąd wypada kąt $VBS=20^{\circ}55'$; więc będzie $A=44^{\circ}5'$; a zatém podług tego co ſię rzekło (782), będzie ſtycz. $a=\frac{R'\,\text{wſt.}\,A}{R-R'\,\text{doſt.}\,A}=\frac{0{,}6295\times \text{wſt.}\,44^{\circ}5'}{4-0{,}6295\times\text{doſt.}\,44^{\circ}5'}$
$=\frac{0{,}6295\times 0{,}6957}{4-0{,}6295\times 0{,}718}=\frac{0{,}43793}{4-0{,}46541}=\frac{0{,}43793}{3{,}53459}$
$=0{,}12390$; co w Tablicah odpowiada kątowi od $7^{\circ}7'$. Więc $a=7^{\circ}7'$; a zatém $b=A+a=51^{\circ}12'$. Naoſtatek ponieważ mamy (782)
$\text{wſt.}\,e=\frac{R'\,\text{doſt.}\,f\,\text{wſt.}\,b}{R}$; doſt. $f=\frac{8}{33}$; a wſt. b
$=0{,}77936$; więc będzie wſt. $e=\frac{0{,}6295\times\frac{8}{33}\times 0{,}77936}{4}$
$=0{,}02973$; co w Tablicach odpowiada kątowi od $1^{\circ}42'$. Więc $e=1^{\circ}42'$; a zatém $a+e$ $=8^{\circ}49'$, a $b+e=52^{\circ}54'$. Więc kiedy mamy
(782) $T=\frac{S\,\text{wſt.}\,(a+e)}{\text{wſt.}\,(b+e)}$, to muſi bydź toż T
$=\frac{388{,}39 f.\times \text{wſt.}\,8^{\circ}49'}{\text{wſt.}\,52^{\circ}54'}=\frac{388{,}39 f\times 0{,}15327}{0{,}79758}=74{,}6 ft.$

To

To ieſt, że maiąc wzgląd na wagę walca, drążków, ſznura, klub, kapturów, haków i t. d., ſiła potrzebna do podnieſienia armaty *figura 128.* 4*ſwéy* (fig. 128) przy pomocy windy nożnéy, w przypadku tarcia, powinna wynoſić 74,6 *ſtów*; zamiaſt że bez tarcia i niémaiąc względu na nic więcéy, tylko na ciężar armaty ważącéy 1150 *ſtów*, podług tego co ſię rzekło (589 i 676), taż ſiła miałaby tylko wynoſić 47,9 *ſtów*.

784. Tén rachunek wykonaliśmy tu z oſtateczną dokładnością, iaka do praktyki nieieſt potrzebna. Ale żeby mieć wolność zaniedbania niektórych okoliczności, trzeba umiéć oſądzić, iak wiele one mogą wpływać w cél zamiérzony. Spoſób zaś do nabycia zdólności w téy miérze, zależy na tém, żeby w początkach brać i rozbierać rzeczy iak nayściśléy. I dla tego zdało nam ſię bydź rzeczą pożyteczną, obrachówać tu w ninieyſzym przykładzie aż do naydrobniéyſzych okoliczności.

785. Spoſób który tu przepiſaliśmy do wyrachówania tarcia, ieſt bardzo różny od tego, iaki podaią różni Autorowie. Téy różności można naznaczyć dwie główne przyczyny; piérwſza ieſt, że poſpolicie zwykli rachówać tarcie, iakby punkt czopa, na którym wſpiéra ſię waga, w tym momencie kiedy ſiła ma przezwyciężyć tarcie, był ténże ſam, na którymby wſpiérała ſię taż waga, gdyby niebyło tarcia. To przypuſzczenie niémoże wprowadzić znacznego błędu w wártość należytego pomnożenia ſiły, tylko w tén czas kiedyby promień czopa, był daleko mniéyſzy od promiénia kluby; a zatém w ninieyſzym razie, różnica między wypadkami, wynikaiącémi z tych dwóch ſpoſobów, mało zależy od téy przyczyny. Druga przyczyna,

którey ſkutek wypada tém znaczniéyſzy, im będzie więcéy klub, ieſt ta, iż bez żadnego fundamentu poſpolicie rozumieią, iakoby wytężenie ſznura 1 *np.* w puzdrach (fig. 83), było toż ſamo w przypadku tarcia, co bez tarcia; tak iż pomiénione wytężenie biorą za większe, aniżeli ieſt w rzeczy ſaméy. *fig. 38.* A że ſkutek tego przypuſzczenia, pomnaża ſię w proporcyi liczby klub, przeto wynikaiąca ſtąd wártosć ſiły, wypada daleko więkſza, aniżeli bydź powinna podług założonych prawideł tarcia. Jakóż dodawſzy razém (774) wytężenia ſznurów 1,2,3,4 wyrachówane tym ſpoſobém, znalezlibyśmy że ſumma tych wytężéń, przewyżſzyłaby całą wagę, iaka ma bydź podnieſiona, co nieda ſię pogodzić z warunkiém równowagi, która powinna mieć miéyſce podług przypuſzczenia.

Może nam tu kto zarzucić, iż w tém niéma żadnéy nieprzyzwoitości, kiedy ſile naznaczy ſię wártość więkſza aniżeli potrzeba. To bydź może; ale używaiąc teoryi, z téy wypapek, ieżeli niezgoła doſkonały, to przynaymniéy powinién bydź tak przybliżony, (przeſtaiąc na niém), ażeby to przybliżenie, niebyło dwa, albo trzy razy i. t. d. większe lub mniéyſze, od prawdziwéy wártości. A do tego wyrachówawſzy wſzyſtko podług warunku Zagadniénia, zawſze wolno będzie przydać, ieżeli i wiele ſię ſpodoba; a takowe przydanie iuż będzie mieć za fundament, gruntowną znaiomość rzeczy.

786. Gdyby ſię kto zapytał: iak to bydź może, ażeby ſznur 1, był mniéy wytężony w tén czas, kiedy ſiła iuż ma przezwyciężać tarcie, aniżeli gdyby w cale niebyło tarcia. Na to odpowiedzielibyśmy, podług tego co ſię rzekło (767): że w tym momencie kiedy ſiła kuſi ſię o przemożenie równo-

figura 167. wrównowagi, ciężar P (fig. 167) naddaie ſię ku ſtronie ſiły, tak dalece, ażby pionowa przechodząca przez ſrzodek ciężkości iego uczyniła z powierſzchnią ſworznia kąt, równy kątowi tarcia. W takim prypadku kiedy niéma tarcia, pomiéniony ciężar ſkutkuie w punkcie C, a zatém czynność iego dzieli ſię równo pomiędzy obadwa ſznury. Ale w przypadku tarcia, ténże ciężar, ſkutkuiąc w punkcie I, ponieważ czynność ſwoię dzieli między ſznury QG i TF w ſtóſunku linii GF do IF i GI; więc kiedy niéma tarcia, ſznur QG więcéy, a ſznur FT w takim przykadku mniéy dzwiga.

figura 167. To co ſię tu mówi o iednéy klubie wyrażonéy w fig. (167), naturalnie daie ſię przyſtóſować do puzder klubnych; i rozumówanie podobne poprzédzaiącemu, pokazuie że każda kluba zamknięta w puzdrze, tak iak i oſobna kluba, nieieſt równo obciążona, ale że ſworzéń, bierze nieiakie małe nachylenie ku poziomowi. O czém też ieſzcze przekonać ſię można, przyrównawſzy iedne do drugich, wytężenia ſznurów wyżéy obrachówane (774 i 778). Któreto przyrównanie może oráz poſłużyć, do umiarkówania mocy, iaką należy dać ſworzniowi.

787. Z tego wſzyſtkiego co dotąd powiedziało ſię, o ſpoſobie obrachówania ſiły poruſzaiącéy w klubie nieruchoméy, w klubie ruchoméy, w puzdrach klubnych, w windach w poſpolitości, i niektórych innych ſilniach ſkładaiących ſię z tamtych, a oſobliwie z przykładu przytoczonego (778 i daléy), łatwo widzieć ſię daie, iakby trzeba ſobie poſtąpić z innémi ſilniami, w któréby wchodziły tamte ſilnie. Jawna ieſt *np.* iako *żuraw* (Tractoria grus), odbiéraiący ruch od człeka, lub od kilku ludzi w kole chodzących, może bydź obrachówany wſpoſób podobny tamtému, którego użyliśmy (783) do walca windowego; wprowadziwſzy w rachunek wagę koła, a z wagą ludzi poſtąpiwſzy ſobie tak, iak uczyniliśmy z ſiłą przyłożoną do drążków; to co przepiſało ſię (751 i daléy), może zupełnie uczynić zadoſyć tym wſzyſtkim Zagadniéniom.

788. W płaſzczyznie zaś nachylonèy, chcąc wynaléśdź ſtóſunek maiący zachodzić między ciężarém i ſiłą zoſtaiącą w oſtateczněy gotowości do przezwyciężenia tarcia, i do pociągniénia ciała, trzeba ſię obéyśdź iak naſtępuie. Zmyślmy ſobie przez punkt C, w którym zbiégaią ſię kierónki ſiły Q i ciężaru P (fig. 168), przechodzącą liniią CI, która z płaſzczyzną AB, czyniłaby kąt CIA równy kątowi tarcia. A naténczas, żeby ſiła Q znaydówała ſię w oſtateczněy gotowości do poſunięcia ciała, trzeba figura 168.

ba 1ód ażeby ſiła złożona z ſiły Q i z ciężaru P, była wykiérowana w linii CI; 2re ażeby punkt I, w którym liniia CI ſpotyka ſię z płaſzczyzną, należał oráz do którego ſpomiędzy punktów podſtawy R; bo inaczéy ciało muſiałoby ſię potoczyć.

To założywſzy, miéć będziém $P : Q ::$ wſt. QCI : wſt. PCI; albo poprowadziwſzy liniią CH proſtopadłą na płaſzczyznę :: wſt. $(QCH - HCI)$: wſt. $(PCH + HCI)$. Lecz kąt HCI ieſt dopełniéniém kąta tarcia; kąty téż QCH i PCH, można poczytać za wiadome, bo rózumié ſię iż mamy znaiomy kierónek ſiły, i nachylenie płaſzczyzny, które równa ſię kątowi PCH; więc ſtąd możemy wnieść ſobie ſtóſunek zachodzący między ciężarém P i ſiłą Q. Gdybyśmy chcioli miéć tén ſtóſunek w liniiach; to trzebaby poprowadzić przez iakikolwiek punkt B płaſzczyzny nachylonéy liniią BT. która czyniłaby z liniią AB kąt $ABT = HCQ$, i liniią BV. która z tąż liniią AB, czyniłaby kąt ABV równy kątowi HCI, to ieſt kątowi dopełniénia kąta tarcia. A natènczas, przeciągnąwſzy liniią poziemną AT, bedzie $P : Q :: VT : BT$; bo kąt $VBT = ABT - ABV = HCQ - HCI$; kąt $BVT = BAV + ABV = PCH + HCI$; w tróykącie zaś BVT mamy $VT : BT ::$ wſt. VBT : wſt. BVT. Zamiaſt zróbiénia kąta $ABT = HCQ$, a kąta $ABV = HCI$, można tylko poprowadzić liniią BT, proſtopadłą na kiéronek ſiły. i BV proſtopadłą na liniią CI; gdyż to wychodzi na iedno, a nadto zgadza ſię z tèm, co powiedziało ſię indziéy (696).

789. Dla przykładu, daymy że ſiła Q (fig. 168) powinna czynić z płaſzczyzną, ku B, kąt od 17^{o}; nachylenie płaſzczyzny niechay wynoſi 35^{o}; waga P niech będzie $= 800 f.$; a nadto daymy że tarcie równa ſię trzeciéy części utłoczenia. Będziem tedy miéć $QCH = 73^{o}$; $PCH = 35^{o}$. Co ſię zaś tyczy kąta HCI; ponieważ rozumié ſię że tarcie wynoſi trzecią część utłoczenia, przeto będzie (744) $1 : 3 ::$ promień : ſtycz. CIH albo doſt. HCI; ſkąd wnoſi ſię kąt $HCI = 18^{o}25'$. Więc (788) figura 168.

$P : Q ::$ wſt. $(73^{o} - 18^{o}25')$: wſt. $(35^{o} + 18^{o}25')$ $::$ wſt. $54^{o}35'$: wſt. $53^{o}25'$. Więc $Q = \frac{P \text{ wſt. } 53^{o}25'}{\text{wſt. } 54^{o}35'}$ $= 800 f. \times \frac{0,80299}{0,81496} = 788,25$ *ftów* $= 788\frac{1}{4}$ *ftów*.

A że bez tarcia mielibyśmy byli $P : Q ::$ wſt. HCQ : wſt. $HCP ::$ wſt. 73^{o} : wſt. 35^{o}, a zatém byłoby $Q = \frac{P \text{ wſt. } 35^{o}}{\text{wſt. } 73^{o}} = \frac{800 f. \times 0.57358}{0,95630}$ $= 479,75$ *ftów* $= 479\frac{3}{4}$ *ftów*; więc tarcie wyciąga w niniéyſzym przypadku, pomnożenia ſiły wynoſzącego $308\frac{1}{2}$ *ftów*; chcąc ażeby znaydówało ſię w ſtopniu oſtatecznéy gotowości, do poſunięcia ciała w górę.

790. Drugi warunek, który widzieliśmy bydź potrzebny do tego, ażeby ſiła Q znaydówała ſię w ſtanie naybliżſzéy gotowości do poſunięcia ciała, daie znać, że kiedy ciało niewſpiéra ſię tylko iednym punktem, to trzeba ażeby kierónek ſiły będąc przedłużony, ſpotykał ſię z liniią pionową, przeprowadzoną

przez śrzodek cięzkości, ażeby mó-
figura wię fpotykał fię z nią w punkcie *C*
169. (fig. 169), gdzie ta linija pionowa
fchodzi fię z liniią *IC*, która biorąc
od punktu fpotkania *I*, czyni z płafz-
czyzną kąt, równy kątowi tarcia.

791. Tymże famym fpofobém trzeba fobie poftąpić w obrachówaniu fkutków tarcia drugiego rodzaiu; to ieft tarcia które mufi bydź przezwyciężone, chcąc fprawić potoczenie ciał obwiedzionych powiérfzchniami krzywémi: mówię powiérfzchniami krzywémi; bo co fię tyczy ciał obwiedzionych powiérfzchniàmi płafkiémi, to ponieważ niémogą inaczéy potoczyć fię, tylko obracaiąc fię na iednym punkcie, albo na części w kąt załamanéy, prawidła tego tarcia i wártość iego nieią nam doftatecznie znaiome, przeto o niém wcale tu mówić niebędziémy. Do tych zaś ciał nad którémi zaftanowić fię przedfięwzięliśmy, fpófób ieft zgoła iednakowy; to tylko uważyć trzeba, że do nich kąt tarcia wypada bliżfzy 90 ftopniów, aniżeli kąt odpowiadaiący piérwfzemu rodzaiowi tarcia; kąt mówię który w wfzelkich przy-

pad-

padkach powinién bydź wynaleziony przez doświadczenie.

792. I do tegoto drugiego rodzaiu tarcia ftófuią pofpolicie tarcie kół wozowych
po ziemi. Ale tarcie iakiemu podléga koło *figura*
w punkcie *D* (fig. 170), nieieft takowe, któ- 170.
reby naybardziéy odmiéniało fiłę porufzaiącą. Gdyby oś nietarła fię o buxy, to odpór pochodzący od tarcia w punkcie *D*, czyniłby bardzo mały a prawie nieznaczny fkutek w file porufzaiącéy; bo ponieważ w takim razie, oś mogłaby pociągnąć koło nieporuszaiąc go po ziemi, przeto ruch takowy iuż zmiérza do ofwobodzenia punktu *D*. Ale ieżeli oś chodząca w piafcie podléga znacznemu tarciu, to koło niebędzie mogło obrócić fię aż w tèn czas, gdy fiła porufzaiąca przezwycięży nietylko tarcie w punkcie *D*, ale téż oráz i tarcie fkutkuiące w punkcie *I* przeciwko wnętrfznéy powiérfzchni piafty, albo przeciwko buxóm. Mówię w punkcie *I*, to ieft w punkcie położonym zewnątrfz linii pionowéy, przechodzącéy przez śrzodek ofi, a nie w punkcie w którym ta pionowa przecina powiérfzchnią piafty, albowiém łatwo widzieć fię daie, że kiedy oprócz wagi famego wozu, rozumié fię także bydź przyt[illegible] infza fiła ciągnąca, wykierówana w i[illegible]iey[illegible]lwiek linii *HA*, to tłoczenie ofi na pi[illegible] p[illegible]winno dziać fię w linii nachylonéy wz[illegible]led[illegible]m poziomu; a zatém oś mufi wfpiérać [illegible]ę na piafcie w pewnym punkcie *I*, położonym zewnątrfz linii pionowéy, przechodzącéy przez śrzodek téyże ofi. Zaftanówmy fię nad tém, iakim fpofobém czyni fiła porufzaiąca w tèn czas, kiedy ieft w ftanie naybliżféy gotowości do przezwyciężenia tarcia.

793.

figura 171. 793. Daymy że liniia de (fig. 171) ieſt liniią pionową przechodzącą przez ſpólny śrzodek ciężkości wozu, ładunku iego i kół; liniia AB niechay oznacza kierónek, w iakim ciągnie kóń na płaſzczyznie ab, nachylonéy bądź iak chce. Dla łatwości rozumiéć będziémy, że tylko iedén kóń ciągnie; a że oba koła czynią iednakową poſługę, przeto uważać ie będziémy także, iakoby było tylko iedno, położone na płaſzczyznie równoległéy dwóm kołóm, i przechodzącéy przez śrzodek ciężkości wozu. Zagadniénie rozwiązane w tèm rózumiéniu, łatwo da ſię przyſtóſówać do ſamey rzeczy iak ſię ma w ſobie. Lubo w figurze o którey mówić mamy, śrzodek ciężkości wozu, rozumiémy bydź położony z tyłu oſi, atoli to wſzyſtko co ma naſtąpić, niemniey ſłuży do wſzelkiego innego bądź iakiegokolwiek położenia śrzodka ciężkości; byleby tylko dać baczenie na odmianę, iaka z tego przypuſzczenia wynikać może w rozumiéniu czynności niektórych ſił.

To założywſzy na przód, ponieważ śrzodek ciężkości przypada z tyłu oſi, przeto

to iawna ieſt, że pewna część ciężaru zmiérza do poderwania kónia. Zmyślam tedy ſobie ciężar wozu, (który mogę rozumieć bydź położony w punkcie d linii de), rozłożony na dwie ſiły równoległe AE, PQ, z których iedna PQ, niebędzie czynić tylko przeciw koniowi, a druga AE złączona z ſiłą ciągniénia oznaczoną przez AB, ſprawi ſiłę pośrednią AD, ſkutkuiącą przeciw koniowi, i przeciw ziemi. Zeby ſiła PQ, nieczyniła iak tylko przeciw koniowi, to trzeba ażeby przechodziła przez punkt P, w którym drążek ieſt przywiązany do konia; a zatem punkt przez który przechodzi takowa ſiła, ieſt znaiomy. Co ſię tyczy ſiły AD; poki rozumié ſię tarcie ieſzcze nieprzezwyciężone, można wyſtawić ſobie koło z oſią, iakoby oboie ſkładały iednoż ciało; a zatém takowa ſiła, przechodzi do ziemi przez punkt ſtyczny K, aż do konia przez punkt P. Niechay będzie G, punkt w którym ſtyka ſię powiérſzchnia oſi z wnętrſzną powiérſzchnią piaſty lub buxu. Zeby tarcie znaydówało ſię w tym ſtanie, kiedy iuż iuż ma bydź przezwyciężone, to trzeba ażeby ſiła AD przechodziła przez punkt G, i ażeby tam czyniła z témi dwiému powiérſzchniami, kąt równaiący ſię kątowi tarcia. Lecz uważyć mamy, że takowy kąt tarcia, nieieſt ténże ſam, co kąt wyżey wſpomniony (744), odpowiadaiący ciałóm ſuwaiącym ſię na płaſzczyznie. Punkt G oſi, podczas ruchu, przebiéga linią równoległą płaſzczyznie ab; ale tarcie iakiekiemu podléga, nieieſt tóż ſamo, iakiémuby podlégał, gdyby był ciągniony na powiérſzchni płaſkiéy téyże natury co buxy, i maiącéy takież nachylenie, iakie ma liniia ab. To tarcie nieieſt téż ani takie, iakiegoby potrzeba, do obracania buxu około oſi nieru-

cho-

choméy. Ale ieſtto tarcie powiérſzchni o
jnną powiérſzchnią, która może uſtępować.
A zatém kąt tarcia o który tu idzie, powi-
nién bydź uſtanowiony przez doświadczenia,
których dotąd niémamy w tym rodzaiu tar-
cia. Atoli bądź co chce, póki takowe tarcie
niezoſtanie przezwyciężone, póty, iak już
powiedziało ſię, cały wóz mocą ſiły AD bę-
dzie zmiérzał częścią ku koniowi a częścią
ku ziemi.

Zmyślmy ſobie przez punkt K, w któ-
rym koło ſtyka ſię z płaſzczyzną, linią FK,
oznaczaiącą część uſilności AD czyniącéy
przeciwko płaſzczyznie ab. Niechay będzie
L punktém, gdzie ta liniia ſpotyka ſię z li-
niią AD przedłużoną. W takim razie, mo-
żemy rozumiéć uſilność AD bydź przyło-
żoną w punkcie L, czyniącą w kierónku
ADO i oznaczoną przez $LO = AD$. Tam
więc takowa uſilność LO, powinna roſkła-
dać ſię na dwie inne, z których iedna LN
wyrażać będzie uſilność koła, czyniącą prze-
ciw ziemi, a druga LM, już niémoże miéć
żadnéy czynności przeciw wozowi. Lecz
uſilność LN muſi bydź zniſzczona, bo wóz
rózumié ſię bydź tylko w gotowości do ru-
ſzenia; więc kąt FKa, niepowinién bydź
mniéyſzy od kąta tarcia, inaczéy koło mu-
ſiałoby ſię poślizgnąć. Takowy kąt tarcia za-
wiſł od natury gruntu, od ſzynalów, ſzyn i.t.d.
Zobaczmy teraz w co ſię obróci uſilność LM,
która niepowinna miéć żadnéy czynności
przeciw wozowi. Jawna ieſt, że ta ſiła muſi
przechodzić w punkt P, gdzie drążek ieſt
przywiązany do konia. Więc przenióſłſzy
uſilność LM do PR, i oznaczywſzy przez
PQ, część ciężaru wozu, ſkutkuiącego prze-
ciw koniowi, przekątna PS równoległobo-
ku $QPSR$, przez wielkość i kierónek ſwóy
ozna-

oznaczać będzie odpór wozu, ſprzeciwiaiący ſię uſilności bydlęcia. Zatém, niechay będzie T punktém, w którym liniia PS, ſpotyka ſię z liniią pionową, przeprowadzoną przez środek ciężkości konia, a liniia TV niechay wyraża wagę iego. Jeżeli zmyślimy ſobie czynność PS przenieſioną do TX; to z ſpólnego ſpotkania dwóch ſił TV i TX, wyniknie uſilność TT, oznaczaiąca ſiłę, z iaką czyni prawdziwie kóń przeciwko ziemi. Ponieważ tedy ma zachodzić równowaga, więc trzeba, ażeby uſilność TV czyniła z płaſzczyzną ab kąt TZb, większy nad kąt tarcia; bo inaczéy kóń poślizgnąłby ſię; trzeba téż ieſzcze nadto (691), ażeby punkt Z, przypadał między cztéry nogi końſkie.

794. Takim tedy ſpoſobém waga wozu, ładunek iego, waga kół, i czynność konia roſkładaią ſię do przezwyciężenia tarcia. Skąd pokazuie ſię, że waga wozu, wypadaiąca czyto nad oſią, czyto po prawéy lub po lewéy ſtronie, zawſze wywiéra pewną czynność przeciw koniowi, zmiérzaiącą bądźto do poderwania go w górę, bądź téż do obalenia go na dół. Tudzież że druga część AE téyże wagi, łączy ſię z ſiłą ciągniénia, ſkąd powſtaie ſiła AD, znayduiąca ſię w ſtanie oſtatecznéy gotowości do przemożenia tarcia, to ieſt do ſprawiénia tego ſkutku, aże-

ażeby oś pośliznęła fię po wnętrznéy powiérfzchni piafty. Że ta ufilność AD, fkutkuie iużto przeciw ziemi iuż też przeciw koniowi, mocą rozłożenia zachodzącego w punkcie L téy fiły AD albo LO na dwie inne, z których iedna LN przypiéra koło do ziémi iakby do punktu ftałego, a druga LM czyni przeciw koniowi, w punkcie w którym drążek czyli dyfzelek ieft do niego przywiązany. Że w takowym punkcie ta oftatnia fiła, fkłada fię z części PQ ciężaru wozowego czyniącego przeciw koniowi, i przemiénia fię w ufilność PS, która fpotyka fię w punkcie T z linią pionową, przechodzącą przez śrzodek ciężkości konia, fkłada fię tam z wagą konia, fkąd powftaie ufilność TT, mocą któréy kóń mufi podfadzać fię, opiérać fię o ziemię, i nachylać fię na przód, iako to widzieć można, dawfzy baczenie na konia w tén czas kiedy ciągnie.

795. Punkt d, w którym liniia pionowa przechodząca przez śrzodek ciężkości wozu i ładunku iego, przecina kiéronek fiły ciągniénia, rozumié fię bydź znaiomy, iako też i punkt P, w którym dyfzelek ieft przywiązany do konia. Więc gdy był wiadomy punkt A, to łatwo podług (205) możnaby mieć wartość fił AE i PQ; a że kąt BAE ieft znaiomy, iako też liniia CA, podług założonego przypufzczenia, nadto ponieważ CH proftopadła na linią AD ieft także znaioma; gdyż mamy promień CG ofi, kąt też CGA ieft dopełnieniém kąta tarcia, przeto łatwo wynaléśdź będzie można kąty DAE i DAB, a zatém i ftófunek zachodzący między fiłami AE i AB; że zaś w takim razie, ftófunek między fiłą AE a między ciężarém wozu, poczyta fię za wiadomy, więc można także mieć ftófunek między ciężarém wozu a między fiłą porufzaiącą.

796. Stąd tedy pokazuie fię że ftófunek zachodzić maiący między ciężarém wozu a między fiłą porufzaiącą, niezawifł iak tylko od położenia punktu A. Lecz pomiędzy warunkami, które widzieliśmy bydź potrzebne do równowagi, nietrudno ieft rozeznać z nich trzy takie, iż im można zadość uczynić niezmiérną liczbą fpofobów, iakóż idzie tu o to, ażeby fię wóz toczył, a nie fuwał, gdyż tén oftatni przypadek, wyciągałby po file porufzaiącéy, naywiękfzéy ufilności iaka tylko bydź może; więc dofyć ieft na tém, byleby punkt K dawał taki odpór, iżby tarcie fkutkuiące w punkcie G, mogło bydź przezwyciężone, a zatém wielkość kąta FKa ieżeli niezawifła wcale od woli, to przynaymniéy zawiéra fię w granicach bardzo obfzérnych. Toż famo rozumiéć fię ma o kącie TZb; a ponieważ punkt Z, nieieft określony żadnym innym warunkiém, iak tylko tym, ażeby przypadał między nogi końfkie, więc iawna ieft, że punkt A może mieć niezmiérną liczbę różnych położeń, bez narufzenia równowagi.

797.

797. A że od położenia punktu A, zależy różność ſtóſunku między ſiłą a ciężarém, przeto chcąc mieć warunki, któréby czyniły ſilnią tego rodzaiu naydoſkonalſzą iak tylko można, trzeba wynaléśdź punkt A, przez taki warunek, ażeby ſtóſunek z niego wynikaiący między ſiłą a ciężarém, był naymniéyſzy iak tylko bydź może, to ieſt ażeby ſiła, ile podobna, była iak naymniéyſza. Poſzukaymy tedy punktu A przez tèn warunek. Tym umyſłém poprowadźmy liniią CA, liniią CI proſtopadłą na kierónek ciągniénia, liniią CH proſtopadłą na AD, promiéń CG oſi, i poziemną kCn, któraby w punkcie u ſpotykała ſię z pionową QP, a w punkcie m z pionową TV. Oznaczmy przez f kąt tarcia, którego dopełniéniém ieſt kąt CGH; przez r promiéń CG oſi; a naténczas tróykąt CHG da nam $CH = r$ doſt. f. Oznaczmy także liniią CI zadaną przez a; kąt dany IAE przez m; liniią Ck przez b; liniią daną kn przez c; a naoſtatek liniią AI przez x.

To założywſzy, tróykąt proſtokątny

tny CIA, daie nam $CA = \surd(aa + xx)$, co dla ſkrócenia oznaczamy przez S; wſt. $CHI = \frac{a}{S}$; doſt. $CAI = \frac{x}{S}$; .. promiéń Tablic rozumieiąc bydź $= 1$. Ponieważ kąt $CAE = IAE - CAI$, więc będzie podług (Jeom. 286. i 287) wſt. $CAI = \frac{x \text{ wſt.} m - a \text{ doſt.} m}{S}$, a doſt. $CAE = \frac{x \text{ doſt.} m + a \text{ wſt.} m}{S}$. Tróykąt zaś CAH da nam wſt. CAH albo wſt. $CAD = \frac{r \text{ doſt.} f}{S}$, a doſt. $CAD = \frac{\surd(SS - r^2 \text{doſt.}^2 f)}{S}$. Tudzież, ponieważ $EAD = CAD - CAE$, więc będzie wſt. $EAD = \frac{r \text{ doſt.} f(x \text{ doſt.} m + a \text{ wſt.} m)}{SS}$ $+ \frac{-(x \text{ wſt.} m - a \text{ doſt.} m)\surd(S^2 - r^2 \text{doſt.}^2 f)}{SS}$; a że znowu wſt. $DAB =$ wſt. $IAD =$ wſt. $(CAI + CAD)$, więc będzie wſt. $DAB = \frac{a\surd(S^2 - r^2 \text{doſt.}^2 f) + rx \text{ doſt.} f}{SS}$. Oznaczmy przez Q ſiłę AB, a przez P ſiłę AE, co nam da podług (201), $P : Q :: \frac{a\surd(S^2 - r^2 \text{doſt.}^2 f) + rx \text{ doſt.} f}{SS} : - -$
$\frac{r \text{ doſt.} f(x \text{ doſt.} m + a \text{ wſt.} m)}{SS} + - - -$
$\frac{-(x \text{ wſt.} m - a \text{ doſt.} m)\surd(S^2 - r^2 \text{doſt.}^2 f)}{SS}$; a

a zatém będzie $$Q = \frac{P'[r\,\text{doſt.}f(x\,\text{doſt.}m + a\,\text{wſt.}m) - (x\,\text{wſt.}m - a\,\text{doſt.}m)\sqrt{(S^2 - r^2\text{doſt.}^2 f)}]}{a\sqrt{(S^2 - r\,\text{doſt.}^2 f)} + rx\,\text{doſt.}f}$$
Zobaczimy tedy iaka będzie wártość ilości P'.

Podług rozłożenia wzwyż użytego (793) i podług tego co ſię rzekło (205) oznaczywſzy całą wagę wozu przez P, mieć będziém $P : P' :: ln : kn :: kn - kl : kn$; więc $P' = \frac{P \times kn}{kn - kl} = \frac{Pc}{c - kl}$. Lecz $kl = kC + Cl = b + Cl$; a tróykąt CAl daie $Cl = CA\,\text{wſt.}\,CAE = S \times \frac{x\,\text{wſt.}m - a\,\text{doſt.}m}{S} = x\,\text{wſt.}m - a\,\text{doſt.}m$; więc $kl = b + x\,\text{wſt.}m - a\,\text{doſt.}m$; więc $P' = \frac{Pc}{c - b - x\,\text{wſt.}m + a\,\text{doſt.}m}$; więc naoſtatek
$$Q = Pc \times \frac{r\,\text{doſt.}f(x\,\text{doſt.}m + a\,\text{wſt.}m) - (x\,\text{wſt.}m - a\,\text{doſt.}m)\sqrt{(S^2 - r^2\text{doſt.}^2 f)}}{(c - b - x\,\text{wſt.}m + a\,\text{doſt.}m) \times [a\sqrt{(S^2 - r^2\text{doſt.}^2 f)} + rx\,\text{doſt.}f]}.$$
A że Q ma bydź *naymniéyſzością*, przeto niezoſtanie więcéy do czynienia (33), tylko zróżniczkówać wártość onego, i wypadłą różniczkę poczytać równą zerowi.

798. Ponieważ zrównanie wyrażone w x, wynikaiące z tego zróżniczkówania, wypada bardzo zawiłe, przeto wchodzić tu niémożemy w ſzczególniéyſze wnioſki, iakie z niego poczynićby ſobie można, bez przeſtąpiénia granic założonych zamiarowi naſzemu. A zatém to tylko uważymy, że niepodobna inaczéy uſtanowić, iaka powinna bydź naymniéyſza ſiła, mogąca poſtawić wóz w ſtanie naybliżſzéy gotowości do ruchu, tylko przez rozwiązanie tego zrównania.

799. Z tém wſzyſtkiém można mieć zrównanie między ſiłą Q i między ilościami danémi, nierozwięzuiąc zrównania wyrażonego w x. Albowiém ſpoſobami przepiſanémi w Algebrze, można wyrugówać x, przy pomocy zrównania wyrażonego w x, wynikaiącego z zróżniczkówania i przy pomocy zrównania w x, wyrażaiącego wártość ilości Q. Skąd powſtanie nowe zrównanie, między ſiłą Q i między ilościami od których zawiſło toż Q; to ieſt, między ſiłą poruſzaiącą, a między promiéniém oſi, kątém tarcia, ciężarém wozu, odległością od iego śrzodka ciężkości do oſi, odległością poziemną od oſi do punktu w którym dyſzelek ieſt przywiązany do konia, odległością do kiérónku ſiły ciągniénia do oſi, i między kątém nachylenia tego kiérónku względém linii pionowéy. A że tén oſtatni kąt, i odległość poziémna od oſi do punktu w którym dyſzelek ieſt przywiązany do konia, zawiſły od nachylenia płaſzczyzny, od wyſokości konia i promiénia koła, przeto będzie można złożyć ſobie zrównanie między ſiłą Q, i między témi różnémi ilościami, od których oczywiście ta ſiła Q zależyć muſi. Z tego tedy zrównania da ſię wnieść ſtóſunek, maiący zachodzić między wymiarami różnych częśći wozu,

zu, chcąc ażeby ſiła Q, była naymnieyſza iak tylko bydź może.

800. A zatém iawna ieſt, iż Zagadnienie tyczące ſię ciągnienia wozu na kołach, oprócz trudności Fizycznych zawiſłych od tarcia, nieieſt ſamo w ſobie tak proſte iakby na piérwſze wéyźrzenie ſpodziéwać ſię można. I że, uważać ſiłę poruſzaiącą i ciężar wozu, iakoby ciężar i ſiłę czyniące ſobie wzaiemną równowagę na płaſzczyznie nachylonèy *ab*, bez innych przeſzkód iak tylko przy pomocy odporu ſkutkuiącego w punkcie *K*, byłobyto ſzukać ſtóſunku między ſiłą poruſzaiącą a między ciężarém wozu bardzo dalekiego od prawdy. Podług takowego przypuſzczenia, ſiła i waga, miałyby ſię między ſobą w ſtóſunku odwrotnym proſtopadłych, ſpuſzczonych z punktu *K* na ich kierónki, natura tarcia niechayby była iaka chce; bo w takim mniémaniu, ponieważ iédén tylko punkt *K* czyni odpór, przeto ſiła złożona z tych dwóch ſił muſiałaby przechodzić przez punkt *K*.

801. Gdyby wóz zamiaſt dyſzelka, był ciągnióny przy pomocy ſznura lub paſa; to naténczas możnaby rzeczy uważać, podług warunków proſtéy równowagi, zachodzącéy między ciężarém a ſiłą na płaſzczyznie nachylonéy; bo w takim przypadku ſiła złożona z tych dwóch ſił, czyniąca przeciw wozowi, niémoże miéć żadnéy czynności przeciw koniowi; a zatém powinna przechodzić przez punkt *K*, ieżeli rozumie ſię że równowaga ma miéyſce; ſiła tarcia oſi o buxy, powinna bydź większa nad uſilność, która zmierza odłączyć iedno od drugiego; bo inaczéy oś obracałaby ſię tylko w piaſcie, a koło nieruſzałoby z miéyſca.

802. Kiedy kóń wywiéra ſwoię ſiłę przeciw wozowi, tym końcém ażeby koło przebyło iaką zawadę *r* (fig. 171); to naténczas Zagadnienie ieſt bardzo różne od poprzédzaiącego. Nieidzie tu o potoczenie wozu, ale o przeciągnienie go i obrocenie całego około punktu *r*, iak gdyby koła i oś ſkładały razém iedno ciało. Odpór tedy tarcia oſi o piaſtę, powinień bydź tak wielki, ażeby ich ſpólna powiérſzchnia nieodłączała ſię iedna od drugiéy pod czas téy czynności; a w takim razie, ſiła złożona z ciężaru wozu i z uſilności konia powinna przechodzić przez punkt *r*; te zaś dwie ſiły będą między ſobą w ſtóſunku odwrotnym proſtopadłych, ſpuſzczonych *figura* 171.

z punktu r, na ich kierónki. A-ponieważ oczywiſta ieſt, iż ſiła ciągniénia będzie tèm odległéyſza od punktu r, im będzie większy promién koła, więc ſtąd należy ſobie wnieść, że w tym przypadku wielkie koła maią rzetelnie przeważną zyſkowność nad małe, aczkolwiek nie zgoła w ſtóſunku promiénia. Byłoby ieſzcze wiele do mówiénia w téy materyi; ale powinno bydź tym czaſém doſyć na tém, iżeśmy uſtanowili zaſady, ſłużące do zrównania Zagadnién tego rodzaiu. Nietrudno będzie każdemu przyſtówać to ſobie co poprzédziło, do ſkutków odſkoku łożów, lub tèż do wozów o wielu kołach zaprzężonych wielu końmi.

803. Tarcie może dać okazyą do ruchów, bardzo różniących ſię od tych, iakie miałyby mieyſce bez tarcia; zaſtanowimy ſię tu nad niektóremi. Powiedzieliś-
figura 172. my iuż wielokrotnie (290 i indziéy) co powinno dziać ſię z ciałém BOQ (fig. 172), któreby odebrało popęd, w kierónku nieprzechodzącym przez iego śrzodek ciężkości. Ale gdyby ciało było uderzone zewnętrſznie w kierónku iakimkolwiek AB, to nieodebrałoby tego całego popędu; trzebaby zatém rozłożyć tę ſiłę na dwie inne, z których iedna czyniłaby w kierónku ſtycznym

z powiérſzchnią, a druga w kierónku proſtopadłym BC na tęż powiérſzchnią. W przypadku kiedyby niebyło tarcia, ſiła popędzaiąca nieſkutkowałaby nic w kierónku linii ſtycznéy, ale tylko ſtrychówałaby powierſzchnią; a zatém tylko ſama ſiła BC podałaby ſię ciału, i to nie ſprawiłaby w niém obrotu tylko w takim razie, kiedyby kierónek iéy nieprzechodził przez śrzodek ciężkości G. Skąd pokazuie ſię, że gdyby ciało było poſtaci kulowéy, i złożone z materyi iednorodnéy, to bez tarcia, nigdyby ſię niepotoczyło mocą ſamego tylko popędu zewnątrſz odebranego; bo proſtopadła na powiérſzchnią iego, przechodzi zawſze przez śrzodek figury, który ieſt oraz śrzodkiém ciężkości. W przypadku zaś tarcia rzecz ma ſię inaczéy: ſiła czyniąca w kierónku linii ſtycznéy, podaie ſię przy pomocy chropowatéy powiérſzchni, a to w części tém znaczniéyſzéy, im powiérſzchnia będzie ſpoſobniéyſza do ſprawiénia tarcia; tak iż pomimo ruchów pochodzących od ſiły ſkutkuiącéy w kierónku BC, ciało potoczy ſię, i śrzodek G poſtąpi równolegle z liniią ſtyczną, tak iak gdyby punkt B był ciągniony w tymże kieronku od ſiły równaiącéy ſię ſile tarcia, przy pomocy nitki przywiązanéy w tym punkcie.

804. Daymy że ciało twarde, poſtaci kulowéy ABC (fig. 173) upa- figura 173.
da ſwobodnie na płaſzczyznę poziemną HR, i że od iakiéykolwiek bądź przyczyny nabyło ruchu kołowrotnego około ſwego śrzodka ciężkości; gdyby niebyło tarcia, to ciało to ſpotkawſzy ſię z płaſzczyzną, nieza-

zatrzymałoby innego ruchu tylko
ruch kołowrotny, a śrzodek cięż-
kości iego, zoftałby nieruchomy.
Ale ieżeli ieft tarcie, to ciało do-
tknąwfzy fię płafzczyzny, potoczy
fię od *I* ku *R*, albo od *I* ku *H*,
to ieft, podług tego iak ruch ko-
łowrotny odprawiać fię będzie, w
rozumiéniu *CAB* albo też w ro-
zumiéniu *BAC*; bo odpór tarcia
fkutuiący w kierónku płafzczyzny,
zaftępuiący miéyfce fiły, czyniącéy
przeciw temu ciału w kierónku prze-
ciwném ruchowi iego, powinién (z
przyczyny że nieprzechodzi przez
śrzodek ciężkości tego ciała) nadać
mu ruch równoległy płafzczyznie
(290), i ruch kołowrotny, oba czy-
niące w rozumiéniu przeciwném té-
mu ruchowi kołowrotnemu, który
ma ninie; z tych zaś dwóch ruchów
oftatni, nieuftannie pomniéyfza piér-
wotnego ruchu kołowrotnego; gdy
przeciwnym fpofobèm ruch śrzod-
ka powiękfza fię aczkolwiek tylko
do pewnéy granicy, którą pominą-
wfzy, podobnież zmniéyfzać fię bę-
dzie, póki fię nieznifzczy wráz z
ruchém kołowrotnym.

805. Na tym fundamencie łatwo wy-
tłómaczyć fię daie: *1òd* Dla czego ciało ku-
lowe *ABC* (fig. 174), uderzone w kierón- figura
ku *DB*; poftąpiwfzy w kierónku *IE* po- 174.
wraca potém od *E* ku *I*, tak iż nawet przéy-
dzie za *I* ku *F*. Popęd w kierónku *DB*,
mocą zachodzącego tarcia w punkcie *B*,
nadaie mu kołowrót w rozumiéniu *ABC* i
popycha go w kierónku *IE*; a że w takim
przypadku tarcie o płafzczyznę należy do
piérfzego rodzaiu, przeto ruch śrzodka cięż-
kości, zoftaie wkrótce znifzczony, a z ru-
chu kołowrotnego powftaie inny ruch w ro-
zumiéniu przeciwném, iak w przypadku po-
przédzaiącym. *2re.* Dla czego kula, która
upádłfzy, zdaie fię iakoby iuż utraciła wfzy-
ftkę fwoię fiłę, dla czego mówię zrywa fię
gwáłtównie na nowo. Takowa kula wypę-
dzona dziélnością prochu, przez tarcie o
dólną ścianę kanału armatnego, nabywa ru-
chu kołowrotnego tak mocnego, iż w powie-
trzu małoco z niego utraci; a zatèm dotkną-
wfzy ziemi, ieżeli ruch iéy kołowrotny z
ftrony téy powiérfzchni, fkutkuie w rozumié-
niu przeciwném ruchowi dybiącemu do célu,
to podług (804), powinno ftąd wyniknąć przy-
fpiefzenie ruchu odpowiadaiącego śrzodkowi,
to ieft ruchu dybiącego do célu. Tę przy-
czynę należy przydać do owych, któréśmy
wyłożyli (488 i daléy), i które wpływaią do
fprawiénia lub ułatwiénia wyftrzałów na od-
bitkę. Bo chociażby śrzodek zoftał nieru-
chomy na iednę chwilkę, to iednakże łatwo
z poprzédzaiących uwag widzieć fię daie,
że ruch kołowrotny może częftokroć wy-
ftarczyć, na wyrwanie kuli z dółku w któ-
rymby fię uwięziła ryiąc i orząc ziemię.

806. Wrefzcie ieżeli tarcie bywa fzko-
dliwe w wielu okolicznościach, to iednakże

częściéy bywa pomocne. Bez tarcia, prze-
chodząc ſpadziſtość by naymniéy nachylo-
ną, muſielibyśmy upadać. Nigdy inaczéy
człowiek albo bydlę bieżące pędém, a oraz
figura obracaiące ſię około punktu ſtałego *C* (fig.
175. 175), niemogłoby ſię utrzymać od upadku,
chociażby ſobie dało położenie niewiém iakie.
Zamiaſt że przy pomocy tarcia, może na-
chylić ſię bokiém ku punktowi *C*, około
którego obraca ſię, i tym ſpoſobém to ſpra-
wić, ażeby ważność konia, wykiérowana w
linii pionowèy *GK*, przechodzącéy przez
śrzodek ciężkości *G*, i ſiła śrzodkobiegna *GF*,
iakiéy nabywa pod czas obrotu i która ma
ſwóy kiéronek od *C* ku *F*, ażeby mówię te
dwie ſiły, złożyły ſię na iednę ſiłę, czynią-
cą w kiérónku *GI* i przechodzącą przez ia-
ki punkt *I* pomiędzy nogi końſkie; a w ta-
kim razie ta ſiła lubo ukośna, niemniéy ie-
dnak przeto zoſtanie zniſzczoną przez tar-
cie, byleby nachylenie iéy było takie, iakie-
go wyciąga toż tarcie.

807. Tarciu potrzeba przypiſać ieſzcze i
tèn pożytek, że przy pomocy iego można po-
mniéyſzyć tego co ſamo tarcie ma w ſobie ſzko-
dliwego; gdyż powiérſzchnie ciał nieinaczéy
gładzą ſię i wyciéraią tylko przez tarcie.
Tarcie i to ſprawuie, że części niektórych
ſilniów można uczynić bądźto nieruchomé-
mi bądź ruchomémi. Za ſprawą tarcia no-
życzki, i inne oſtrza tegóż rodzaiu, iakoto
ſzczépce, kléſzcze, pilniki i. t. d. czynią ſwóy
ſkutek. *Np.* gdyby głowiénki z których ſkła-
daią ſię nożyczki, niebyły niby iaka piłeczka
naiéżone maleńkiémi ząbkami, wpiiaiącémi
ſię w dziureczki ciała które ma bydź prze-
ſtrzyżone, to ciało takowe tylkoby prześli-
znęło ſię między oſtrzami.

808. Tarcie pomaga także bar-
dzo częſto do ruſzenia ciała w pe-
wném rozumiéniu. I tak chcąc pod- *figura*
nieść ciało *P* (fig. 176) przy pomocy 176.
drąga *AB*; łatwo tego można doka-
zać, podłożywſzy go pod krawędź
IN; bo tarcie w takim razie bar-
dzo znaczne, czyni krawędź *IN* nie-
ruchomą, i niedopuſzcza iéy ześli-
znąć ſię. Taż ſama przyczyna, za-
ſtanawia także koniec *A* drąga. W
takim przypadku, żeby dóyśdź ſtó-
ſunku między wagą *P* a ſiłą *Q* [co
wyżéy zachowaliśmy ſobie byli na
inſze miéyſce (621)], trzeba zmyślić
ſobie ważność *P*, wykierówaną w li-
nii pionowéy *GK*, przechodzącéy
przez śrzodek ciężkości *G*, trzeba ią
mówię zmyślić ſobie rozłożoną na
dwie ſiły równoległe, z których ie-
dna przechodziłaby przez punkt *O*,
w którym ciało opiéra ſię na drągu, a
druga przechodziłaby przez iedén
z punktów linii *CD*, położonéy na
płaſzczyznie dwóch równoległych
GK i *OM*; a naténczas ſiła wynika-
iąca ſtąd w punkcie *O*, mieć ſię bę-
dzie do ciężaru $P :: EK : EM$ (205)
A ieżeli z punktu *A*, poprowadzi ſię

prostopadła AL na liniią OM, to siła Q mieć się będzie do siły O :: AL : AB; skąd wnosi się $Q : P :: AL \times EK : AB \times EM$. Wreszcie siłę czyniącą w kierónku OM, ieżeli rozumiémy całą podaiącą się drągowi, to nie dla czego innego tylko z przyczyny tarcia, skutkuiącego w punkcie O; bez którego, drąg nieodebrałby tylko część téy siły, skutkuiącą w linii prostopadłéy AB.

809. Pozostaie nam ieszcze zastanowić
figura 177. się nad tarciém sznura, opasanego około powiérzchni krzywéy ABC (fig. 177), i wyciągnionego z dwóch końców dwiéma siłami. Niech będą ab, ad dwa boki przyległe linii krzywéy opasanéy sznurém. Przedłużywszy te dwa boki, zmyślmy sobie że ac i ae wyrażaią wytężenia tych dwóch boków. Jeżeli zamkniemy równoległobok $acfe$, to w nim liniia af oznaczać będzie siłę wynikaiącą z tych wytężéń, to iest siłę, która tylko co ma posunąć sznur. Musi tedy liniia af czynić z powiérzchnią krzywą, kąt caf równy kątowi tarcia. To założywszy na przód, oznaczmy sobie przez T wytężenie boku ab, to iest boku bardziéy wytężonego, a zatém na wytężenie boku ad mieć będziém $T-dT$. Będzie tedy $T : T-dT ::$ wst. fac : wst. fae :: wst. fac : wst. $(cae-fac)$: wst. fac :: wst. cae dost. fac — wst. fac dost. cae : wst. fac. Lecz $cae = 180° - cah$; więc (Jeom. 279) wst. cae = wst. cah, a dost. cae = — dost. cah; z przyczyny zaś kąta cah niezmiérnie małego, mamy dost. $cah = 1$; więc $T : T-dT ::$ wst. cah × dost.

dost. fac + wst. fac : wst. fac; więc $T \times$ wst. fac = T wst. cah dost. fac + T wst. fac — dT wst. cah × dost. fac − dT wst. fac; albo wyrugówawszy z obu części wyráz T wst. fac, i opuściwszy iak bydź powinno, wyráz dT wst. cah dost. fac, króry z przyczyny kąta cah niezmiérnie małego, wypada niezmiérnie mniéyszy od wyrazu dT wst. fac, będzie dT wst. fac = T wst. cah × dost. fac, albo dT stycz. fac = T wst. cah, rozdzieliwszy przez dost. fac.

Zmyślmy sobie promiénie Rozwiyki ar, dr w punktach a i d. Kąt cah będzie równy kątowi ard, bo ar, dr są prostopadłémi na ab, ad albo ah; lecz w tróykącie rda, oznaczywszy przez R promiéń ra Rozwiyki, przez s, długość Pba sznura, a przez $-ds$ mały boczek ad, bo kiedy T rośnie, s umniéysza się; mieć będziém $R : -ds ::$ wst. ard albo wst. cah : 1. Więc wst. $cah = \frac{-ds}{R}$; więc dT stycz. $fac = \frac{-Tds}{R}$. Lecz znowu stycz. fac = stycz. f, oznaczywszy przez f kąt tarcia; więc $dT \times$ stycz. $f = \frac{-Tds}{R}$ albo $dT = \frac{-Tds}{R \text{ stycz.} f}$.

To tedy zrównanie, służyć ma do ustanowiénia siły T, z iaką sznur iest wyciągniony w którymkolwiek punkcie swoiéy długości s, iużto mocą siły do niego przyłożonéy iuż téż mocą tarcia.

810. Gdyby niebyło wcale żadnego tar-cia; to naténczas kąt tarcia wynoſiłby 90°, tak iż ſtyczna f byłaby niezmiérna, a zatém wártość ilości dT byłaby niezmiérnie mała to ieſt $=0$. Co daie znać, że ſznur we wſzyſtkich ſwoich punktach, byłby wſzędzie równo wytężony, iak w rzeczy ſaméy bydź powinno (569).

811. My tu użycia tego zrównania daléy rościągać niebędziemy, iak tylko do ſznurów opaſanych około powiérſzchniów wálkowych. W powiérſzchniach tego rodzaiu, promień R rozwiyki ieſt ſtateczny i równy promieniowi kołowego przecięcia wálka; a zatém zrównanie $dT = \frac{-Tds}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$ albo $\frac{dT}{T} = \frac{-ds}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$ ieſt łatwe do ſcałkowania i daie log. $T = \frac{-s}{R\,\text{ſtycz.}\,f} + C$. Zeby wynaléśdź ſtateczną C, trzeba uważyć, że w punkcie m, gdzie ſznur porzuca powiérſzchnią, wytężenie T ſtaie ſię równe ſile P. Oznaczywſzy tedy przez a długość części mP, trzeba, kiedy ieſt $s=a$, ażeby było $T=P$. A zatém będzie log. $P = \frac{-a}{R\,\text{ſtycz.}\,f} + C$; ſkąd wnoſi ſię $C =$ log. $P + \frac{a}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$. Więc log. $T =$ log. $P + \frac{a-s}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$ albo log. $P -$ log. $T = \frac{s-a}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$, albo naoſtatek log. $\frac{P}{T} = \frac{s-a}{R\,\text{ſtycz.}\,f}$; co nam daie ſtóſunek zachodzący między wytężeniém T a między ſiłą P, w którymkolwiek bądź punkcie ſznura.

figura 122. Zebyśmy przyſtóſówanie tego zobaczyli w iakim przykładzie, daymy że w fig. 122 odpór ciężaru P, wytęża tę część ſznura, któ-

która ciągnąc go przytyka do wálca, że ią mówię wytęża z ſiłą wynoſzącą 3000 *ſtów*. Promień wálca niechay ma 6 *c.*; promień liny 1 *c.*; tak iż tu na wártość ilości R wziąśdź powinniśmy 7 *c.* albo $\frac{7}{12}$ *ſt.*; daymy nadto. że lina opaſuie cztéry razy walec. Ieſt pytanie iaka powinna bydź ſiła T, chcąc ażeby niedopuściła linie poślizdnąć ſię na walcu, i rozumieiąc że tarcie wynoſi czwartą część utłoczenia; co daje ſtycz. $f = 4$.

Łatwo widziéć ſię daie, że cztéry opaſánia, czynią w długości $\frac{44}{3}$ *ſt.* Więc będzie $s-a = \frac{44}{3}$; $P = 3000$ *ſtów*; $R = \frac{7}{12}$; a ſtycz. $f = 4$. Więc log. $\frac{P}{T} =$ log. $\frac{3000}{T} = \frac{\frac{44}{3}}{\frac{7}{12} \times 4} = \frac{44}{7}$. Ale że tén logarytm ieſt hiperboliczny, przeto chcąc wynaléśdź $\frac{P}{T}$ przy pomocy Tablic poſpolitych, trzeba podług (88). rozmnożyć logarytm téy ilości to ieſt $\frac{44}{7}$ przez 0,4342945; co da log. $\frac{3000}{T} = 2{,}7298511$; albo log. $3000 -$ log. $T = 2{,}7298511$; więc log. $T =$ log. $3000 - 2{.}7298511 = 3{.}4771213 - 2{,}7298511 = 0{,}7472702$; co w Tablicach odpowiada liczbie 5,59 albo $5\frac{3}{5}$; więc $T = 5\frac{3}{5}$ *ſt.* Więc ſiła wynoſząca $5\frac{3}{5}$ *ſt.*, przy pomocy tarcia cztérech opaſań ſznura, będzie doſtateczna na uſtanowienie linki maiącéy w promieniu 1 *c.* żeby ſię nieześlizgnęła z walca, maiącego w promieniu 6 *c.*; rozumieiąc że tarcie wynoſi czwartą część utłoczenia, a waga ciężaru ciągnionego 3000 *ſtów*.

812. Ale że w tém rozwiązaniu rozumié ſię, iakoby linka dotykała powiérſzchni doſkonale wſzyſtkiémi punktami ſwémi, przeto wynikaiący ſtąd ſkutek tarcia, wypadałby daleko większy iak bydź powinién, gdy-

gdyby się używało tegoż samego kąta tarcia, który naznaczyliśmy do powiérzchniów suwaiących się iedna na drugiéy. Niełatwo wprawdzie da się naznaczyć stósunek między częścią dotykaiącą, a między summą wklękłościów wypadaiących pomiędzy żebrami sznura, lecz przy pomocy formuły poprzédzaiącéy, można zastąpić tén niedostatek wiadomości, w sposób następuiący. Oznaczyliśmy byli przez f kąt tarcia, potrzebny na sprawiénie tego, ażeby część sznura iakolwiek znaydówała się bydź w stanie nayblizszéy gotowości do pośliznienia; i znalezliśmy, rozumieiąc sznur wszystkiémi punktami przytykaiący do wálca, bydź log. $\frac{P}{T} = \frac{s-a}{R\,\text{stycz.}\,f}$; gdzie P wyraża siłę wytężaiącą sznur w iednym spomiędzy iego punktów przytykaiących do walca; T wyraża siłę, wytężaiącą wszelki inny punkt sznura przyłożonego do wálca; naostatek $s-a$, oznacza część sznura zawartego między témi dwoma punktami.

figura 178. Daymy tedy, że walec znaiomego promiénia (fig. 178) iest opasany sznurém $pABCq$, téyże śrzednicy co wyżéy; i że do iednego z końców iego przywiązano wagę znaiomą q; obciążaiąc drugi koniec tegóż sznura z kolei różnémi wagami, póty ażby waga p postawiła sznur w stanie nayblizszéy gotowości do pośliznienia; iawna iest, iż oznaczywszy przez b długość części opasanéy ABC, przez r promień wálca obięty z promieniém sznura; będzie log. $\frac{q}{p} = \frac{b}{r\,\text{stycz.}\,f}$; skąd wnosi się styczna $f = \frac{b}{r \log. \frac{q}{p}}$. Tym sposobém wynalazszy przez doświadczenie wártość styczny f, można będzie wyrachowáć wártość ilości T, w każdym przypadku, właśnie na wzór poprzédzaiącego przykładu.

O tęgości Sznurów.

813. Tęgość sznurów, czyli trudność, iakiéy zwykło się doznawać w naginaniu ich podług krzywości zadanéy, iest także iedną spomiędzy przyczyn, umniéyszaiących skutek sił, przyłożonych do silniów. Zeby sobie to wyobrazić, w iaki sposób pomiéniona tęgość uymuie siłóm skuteczności, zmyślmy sobie że kluba ABC (fig. 179) iest ruchoma około osi R, bez zadnego tarcia; naténczas dwa ciężary P i Q będąc równémi, ieżeli iedén z nich np. Q pomnoży się cokolwiek, to przecięż ruch nienastąpi, tylko w takim razie, kiedyby sznur $PABCQ$ był doskonale giętki. Jakóż daymy, że sznur $PABCQ$ zamiast doskonałéy giętkości, wcale niémiałby żadnéy, tak iż części AP, CQ byłyby i owszém tęgiémi prętami, niewzruszenie przymocnionémi do ciała kluby; iawna iest, że przymuszaiąc klubę do obracania się w rozumiéniu figura 179.

ABC

ABC, dwa ciężary *P* i *Q*, przyidą do położeń *P'* i *Q'*; ale oráz będą uſiłować powrócić do ſwego piérwotnego położenia, tak iż do utrzymania ich w tym nowym ſtanie, trzeba oſobnéy ſiły. Jeżeli tedy ſznur nieieſt ani doſkonale niegiętki ani doſkonale giętki, to widoczna ieſt, że niedoſtatek doſkonałéy giętkości,
figura 180. to ſprawi iż gdy punkt *A* (fig. 180) przyidzie do punktu *A'*, a punkt *C* do punktu *C'*, części *AP*, *CQ*, ſkrzywią ſię nieco, a to w taki ſpoſób, że ciężar *P* będzie odległéyſzy a ciężar *Q* będzie bliżſzy oſi *R*, aniżeliby były, gdyby ſznur miał doſkonałą giętkość; tak iż chcąc ażeby części *A'O*, *CC'* ſtały ſię ſtycznémi w punktach *A* i *C*, trzeba pomnożyć ſiły, maiącéy ſłużyć do obrócenia kluby; ſłowém, trzeba użyć takiéy ſiły, bez iakiéyby ſię obeſzło gdyby niezachodził tèn niedoſtatek giętkości.

814. Klubę rozumieiąc zawſze doſkonale ruchomą na ſwoiéy oſi *R*, ieżelibyśmy użyli taśmy zamiaſt ſznura; to naténczas bynaymniéyſze pomnożenie wagi *Q* obróciłoby klubę. Założywſzy zaś nazad ſznur, pokazałoby ſię, iżby trzeba pomnożyć ſiły *Q*, a to tém więcéy, 1ód im ſumma dwóch ciężarów *P* i *Q*, albo ogólém, im będzie zna-

czniéy-

czniéyſze całkowite obciążenie, wytężaiące ſznur; bo nietykaiąc innych okoliczności, odpór iaki czynią dwa ciężary *P* i *Q*, w tén czas kiedy dla tęgości ſznura przychodzą do położeń *A'OP'*, *CC'Q'* ieſt tém znaczniéyſzy, im większe ſą też ciężary. 2re. Pomnożenie ſiły *Q* powinno bydź tém większe, im będzie mniéyſzy promień kluby, albo ogołém powiérzchni około któréy ſznur opaſuie ſię. Albowiém iawna ieſt, że ponieważ trudność, iakiéy doświadcza ſiła, pochodzi ſtąd, iż ſznur zamiaſt przyſtawania do powiérzchni obracaiącéy ſię, zoſtaie od niéy odległy w pewnéy dalekości, i nabiéra krzywości *P'OA'*, czyniącéy z powiérzchnią pewny kąt *OA'A*; przeto takowa trudność będzie tém większa, im krzywość *A'O* do któréy przychodzi ſznur dla niedoſtatku giętkości, bardziéy różnić ſię będzie od krzywości powiérzchni: ta zaś różnica wypada zawſze tém większa, im będzie mniéyſzy promień powiérzchni. 3cie Siła powinna ieſzcze tém bardziéy bydź pomnożona, im większa będzie ſrzednica ſznura. Jakóż łatwo to widzieć ſię dais, że ſznur tèm trudniéy nagina ſię im grubſzy; widzieliśmy zaś dopièro wyżéy, iako odpor którego doświadcza ſiła, ieſt tém większy, im większa różnica zachodzić będzie między krzywością *A'O* i krzywością *A'A*; a zatém będzie tèm większy, im część *A'O* mniéy oddalić ſię będzie mogła od linii proſtéy; to ieſt, będzie tém większy, im większa będzie ſrzednica lub promień ſznura.

815. Daymy że *k* wyraża pomnożenie, iakie daćby trzeba ſile, chcąc ażeby przezwyciężyła odpór, pochodzący od tęgości ſznurów; oznaczmy oráz ſiłę całkowitą wytężaiącą ſznur, przez *P*; ſrzednicę ſznura dźwigaiącego tén ciężar, przez *D*; a promień powiérzchni *ABC*, przez

R.

R. Zeby wiedzieć, iakie ma bydź takowe pomnożenie w tén czas, kiedy ciężarém by- łoby p; śrzednicą ſznura, d; a promiéniém powiérſzchni byłoby r; trzeba uważyć, po- dług tego co poprzédziło, że gdyby nieza- chodziła inna różnica, iak tylko co do cię- żaru wytężaiącego ſznur, to przerzeczone pomnożenie wynalezlibyśmy przez tę pro- porcyą, $P : p :: k$ do czwartego wyrazu, którym byłoby $\frac{pk}{P}$.

Lecz oprócz różnicy co do wagi, zachodzi tak- że różnica i w krzywościach powiérzchniów; a za- tém podług drugiéy uwagi wzwyż podanéy, daią- céy znać, że pomnożenia pochodzące od téy przy- czyny, ſą między ſobą w ſtóſunku odwrotnym pro- miéniów, odpowiadaiących powiérſzchniom, mówię podług téy drugiéy uwagi, maiąc wzgląd na tę przy- czynę i na odmianę wagi, pomnożenie ſiły, znale- zlibyśmy przez tę proporcyą, $r : R :: \frac{pk}{P}$ do czwár- tego wyrazu, którym ieſt $\frac{pRk}{Pr}$. Naoſtatek, żeby miéć wzgląd na wſzyſtkie trzy przyczyny razém złączone, trzeba, podług trzeciéy uwagi, wyrachó- wać czwárty wyráz téy proporcyi, $D : d :: \frac{pRk}{Pr}$. do czwártego wyrazu; którym będzie $\frac{pRkd}{PrD}$. Tak iż odpór w piérwſzym przypadku, miéć ſię będzie do odporu odpowiadaiącego drugiému przypdakowi :: $k : \frac{pRkd}{PrD}$ albo $:: PrD : pRd$, albo $:: \frac{PD}{R} : \frac{pd}{r}$; to ieſt, że odpory pochodzące od tęgości ſznurów, maią ſię iak wagi wytężaiące też ſznury, rozmnożone przez

śrze-

śrzednice tychże ſznurów, a rozdzielone przez pro- miénié powierſzchniów około których opaſuią ſię.

Wreſzcie, te wnioſki nieſą wprawdzie wzięte tak ściśle iakby należało; atoli do praktyki można ie poczytać tym czaſém za doſtateczne, póki doświad- czenie nieobiaśni dokładniéy téy materyi; które lubo zdaie ſię pokazówać, że odpór pochodzący od tęgo- ści ſznurów, trzyma ſię doſyć tego ſtóſunku z nie- wielkiém uchybieniém, iednakże wſzyſtkie doświad- czenia przedſięwzięte w téy miérze, nieſą ieſzcze między ſobą tak zgodne, iakby ſobie życzyć po- trzeba. Naylepſza rada, ſłużyć maiąca w tych okoli- cznościach, ieſt ta, ażeby ſznury kazać porobić gięt- ſzémi iak poſpolicie bywaią. Obacz wyborne *Pi- ſmo o Powroznikówſtwie* Pa du Hamel, tak co do téy materyi, iako też co do mocy i innych własności ſznurów.

O ſpoſobie oſzacówania Sił przyłożonych do Silniów.

816. Powiedzieliśmy iuż wielokrotnie, że miarą ſiły iakiéykolwiek, ieſt mno- gość, wynikaiąca z rozmnożenia pewnéy miąžſzości, przez ſzypkość, iaką może nadać takowa ſiła téyże miąžſzości. Tu zaś rozumiémy bydź rzeczą potrzebną, przydać ieſzcze niektóre obiaśniénia, względém przyſtóſówania tego fundamentu do miary ſił, przyłożonych do ſilniów. Kiedy dwa ciężary czynią iedén przeciw drugie- mu przy pomocy kluby proſtéy i nierucho- méy; to ażeby czyniły ſobie wzaiemną ró- wnowagę, trzeba iak widzieliśmy wyżéy,

 aże-

ażeby ich miążſzości były ſobie równe; i ta równowaga trwać może bez końca. Ale kiedy zamiaſt ſtawiénia ciężaru naprzeciw ciężarówi, ſtawia ſię przeciw niému ſiła *np.* bydlęca, albo człowiecza; chociaż to prawda, że do zachowania równowagi, takowy człowiek niepotrzebuie większéy uſilności, iak tylko takiéy, któraby równała ſię ciężarowi danemu do utrzymania, to ieſt, uſilności równaiącéy ſię ilości ruchu, a wynikaiącéy z miążſzości tego ciała rozmnożonéy przez ſzybkość, iaką mu nadaie ważność w iednym momencie, z tém wſzyſtkiém iawna ieſt, że gdyby człowiek niebył zdólny do większéy uſilności nad tę, to równowaga nietrwałaby iak tylko przez iedén moment; bo ważność odnawia w drugim momencie, tę czynność, która zoſtała zniſzczona w ciele w piérwſzym momencie.

A zatém o ſile człowieka nienależy ſądzić z miążſzości, iaką może utrzymać, ale w miarę takowéy ſiły trzeba ieſzcze koniecznie wprowadzić liczbę wyrażaiącą, wiele razy człowiek może powtórzyć czynność, równaiącą ſię téy czynności, którą ważność nadaie ciężarówi za każdym momentém. Lecz ieżeli przez p oznaczymy ſzypkość, iaką nadać może ważność ciału ſwo-

ſwobodnému, w przeciągu iednéy minuty wtóréy, a przez dt cząſtkę niezmiérnie małą czaſu iakiegokolwiek t; to pdt (173) wyrażać będzie ſzypkość, nadaną w momencie dt; czas t rozumieiąc bydź wyrażony w minutach wtórych. Więc ieżeli M ieſt miążſzością zadaną do utrzymania, to $Mpdt$ będzie iéy wagą, albo ilością ruchu, iaką iéy nadaie ważność za każdym momentém; a zatém takaż ſama ma téż bydź i uſilność, na iaką zdobywać ſię powinna za każdym momentém ſiła, maiąca utrzymówać miążſzość M, bądźto bezśrzednie, bądź przy pomocy kluby. Więc w przeciągu czaſu iakiegokolwiek t, powinna wyniſzczyć ilość ruchu, równą ilości $\int Mpdt$, to ieſt $= Mpt$. Więc ieżeli t wyraża czas, na końcu którego, człowiek iuż nieieſt więcéy w ſtanie utrzymania miążſzości M, to Mpt można wziąśdź za miarę ſiły iego. W czém uważyć mamy, iż tu nierozumié ſię, iżby tén człowiek iuż niémiał bydź ſpoſobny wcale do żadnéy uſilności, ale tylko że ſiła iego ſtawſzy ſię mniéyſzą od ſkutku który ma bydź ſprawiony, powinna bydź poczytana za wcale żadną względém tego ſkutku.

Np. daymy, że do utrzymania ciężaru ważącego 50 *ftów* przez iednę godzinę czaſu, ma bydź użyta taka ſiła, o któréy ſkądinąd wiadomo, że czyniąc ſtopniami równémi a niezmiérnie małémi, zdólna na ieſt do nadania ciału ważącemu 20 *ſtów*, ſzypkości wynoſzącey 50 *ſt.* na iednę minutę wtórą, wynoſzącey mówię 50 *ſt.* w tym momencie, w którym przerzeczona ſiła zoſtaie wyniſzczona. W takowym razie ta miążſzość ważąca 20 *ſtów*, byłaby nadana ilością ruchu $= 20f \times 50 = 1000$. Zobaczmy tedy ieżeli ta ilość ruchu, przynaymniey równa ſię tey ilości, w którą zamienia ſię Mpt, położywſzy 50*f*. zamiaſt M, 3600 minut wtórych zamiaſt t, i 30,2 *ſt.* (172), zamiaſt p. Jawna ieſt, że pierwſzey ilości wiele do tego niedoſtaie; więc taka ſiła niepotrafi utrzymać przez godzinę ciężaru ważącego 50 *ſtów*. Chcąc przecież wiedzieć, przez iaki czas, czyli przez wiele minut wtórych potrafiłaby go utrzymać, nietrzeba więcey tylko rozumieć $Mpt = 1000$; a położywſzy 50 zamiaſt M, 30,2 *ſt.* zamiaſt p; będzie $t = \frac{1000}{50 \times 30{,}2} = \frac{1000}{1510} = \frac{100}{151} = \frac{2''}{3}$ z małém uchybiéniém; to ieſt że takowa ſiła, nieutrzymałaby ciężaru ważącego 50 *ſt.* dłużey, iak tylko około przez $\frac{2}{3}$ iedney minuty wtórey.

817. Daymy teráz, iż potrzeba, nietylko utzymać miążſzość M przez czas t, ale też nadto ruchać ią przez ténże czas z ſzypkością iednokſztáłtną i znaiomą $= u$. Jawna ieſt, iż ażeby ſiła czynna mogła była nadać ruchadłu M, bądźto naſtępnie bądź też o iedén ráz, ſzypkość u, to muſiała na to ſtrawić ilość ruchu ſwego $= Mu$; żeby zaś utrzymała też ſzypkość u przez czas t, to powinna była przez ténże czas nieiako paſówać ſię z ważnością, w taki ſpoſób, iak gdyby ciało zoſtawało w ſpoczynku; to ieſt podług (816), że ieſzcze nadto muſiała ſtrawić ilość ruchu $= Mpt$; więc ażeby ſiła czynna mogła utrzymać ruchadło M w ſzypkości u przez czas t, to popowinna bydź zdólna do ſprawiénia ilości ruchu $= Mu + Mpt$.

818. Doświadczenie pokazało, że przyſtawiwſzy człowieka do korby Q windy wyrażoney w figurze 121, takowy

wy może robić przez ośm godzin, i odbywać korbą 30 kołowrotów na minutę, rozumieiąc przy tém 1^{ód} że promień walca i korby ſą ſobie równe, każdy maiący 14 *cal.* 2^{re} że waga przyłożona do powierzchni windy wynoſi 25 *ſtów*. To doświadczenie, ſtanowi wártość ilości $Mu + Mpt$, nad którą niémożna więcey ſpodziéwać ſię po ſile człowieka przyłożonego do ſilni, i robić maiącego przez iaki pewny czas. Jakóż, ponieważ promień tak walca iako i korby ſą oba iednakowe, przeto waga odbywa tu też ſamę drogę co i ſiła. A zatém, z przyczyny że promień ma 14 *cal.*, za każdym kołowrotém, ſiła obiéga $28 \times \frac{22}{7}$ albo 88 *cal.*; a że czyni 30 kołowrotów na minutę, więc w każdey minucie wtórey przebiéga 44 *cal.* albo $\frac{44}{12}$ *ſt.*; to ieſt, że ſzypkość $u = \frac{44}{12} = \frac{11}{3}$. Miążſzość $M = 25$ *ſtów*, $p = 30{,}2$ *ſt.*, a $t = 8g. = 28800''$. Położywſzy te wártości w wyrażeniu $Mu + Mpt$, będzie $Mu + Mpt = \frac{275}{3} + 21744000 = 21744092$. Z tey tedy liczby można oſądzić, ieżeli po ſile człowieczey można ſpodziéwać ſię, tego albo owego zamiérzonégo ſkutku.

Np. gdyby zapytano było, ieżeli człowiek przyſtawiony do teyże ſilni co wyżey, może bydź zdólny do ruchania ciężaru ważącego 60 *ſtów*, z ſzypkością wynoſzącą 10 *ſt.* na iednę minutę wtórą, przez

przez 6. godzin, pokazałoby ſię iż tego wcale nie można ſobie obiecywać. Jakóż w ninieyſzym przypadku ieſt $M = 60 f.$; $u = 10$; $p = 30,2$; $t = 21600$; co daie $Mu + Mpt = 600 + 39139200 = 39139800$; którato liczba daleko przewyżſzaiąc liczbę 21744092, pokazuie, że ieden człowiek robiący wciąż przez 6 godzin, nieieſt zdolny do ſprawienia zamierzonego ſkutku.

819. W tém wſzyſtkiém co ſię mówiło, tarcie odłożyliśmy na ſtronę. Kiedy ſilnia przyidzie iuż do iednokſztáłtności ruchu, w którymto ſtanie ſilnie powinny bydź uważone, to ſkutek tarcia należy poczytać za ſtateczny, i można go przyrównać do nowéy miąźſzości, maiącéy ruchać ſię wráz z miąźſzością zadaną. A zatém w tymże przypadku co wyżéy, rozumieiąc że tarcie równa ſię pewnéy części znaioméy $\frac{n}{m}$ miąźſzości M, takowy odpór potrzebówać będzie z ſtrony ſiły, ilości ruchu $= \frac{n}{m} Mpt$; tak iż ilość $Mu + \frac{n}{m} \times Mpt + Mpt$ albo $Mu + (\frac{n}{m} + 1) Mpt$, będzie miarą ſiły poruſzaiącéy.

W doświadczeniu wzwyż przytoczonèm, lubo Autor który go przywodzi (Deſaguilliers *Cours de Phyſique Expérimentale*, Tom II. *k.* 594), nic niewſpomina o ſkutku tarcia, atoli dorózumiéwać ſię trzeba, że go zawárł taiemnie w danym wypadku. A zatém maiąc wzgląd na to, że czopy walcowe, muſiały bydź mniéyſzego promiénia aniżeli ſam walec

lec, ieżeli rozumiéć będziemy tarcie wynoſzące dwunaſtą część wagi, bo zaniedbawſzy Mu iak tu uczynić wolno, możemy pomnożyć liczbę 21744000 dwunaſtą częścią onéyże; a naténczas ſiła człowiecza w okolicznościach tym podobnych, powinnaby bydź wyrażona przez 23556000. A ſtąd pokazuie ſię, iż ażeby bydź w ſtanie, przyzwoitego oſzacówania ſiły człowieczéy, trzeba naprzód zapewnić ſię o ſtóſunku, między ſiłą tarcia a między ciężarém, w doświadczeniu przedſięwziętém do wynaleziénia takowéy ſiły. A naténczas ieżeli k ieſt wártością ilości $(\frac{n}{m} + 1) Mpt$ wypadaiącą z tego doświadczenia, to będzie $(\frac{n}{m} + 1) Mpt = k$, zaniedbawſzy Mu; to ieſt kiedy u ieſt bardzo małe względém pt. To zrównanie, (przypuściwſzy wſzelką inną bądź iakąkolwiek wártość ilości $\frac{n}{m}$), powinno ſłużyć do oſądzenia, ieżeli ſiła człowiecza wyſtarczy do ruchania ciężaru M przez czas zadany T. Tymże ſamym ſpoſobém należałoby rozumówać, względém ſiły kóńſkiéy lub innego bydlęcia iakiegokolwiek. Siła końſka poſpolicie tak ſzacuie ſię, że ieden kóń w ciągłéy robocie przez kilka godzin, może tyle ſprawić co ſiedmiu ludzi, tak iż ſiłę człowieczą oſzacówawſzy na 25 *ſtów*, ſiła kóńſka powinna bydź oſzacówana na 175 *ſtów*.

820. W tém wſzyſtkiém co dopiéro powiedziało ſię, uważaliśmy ſiłę czynną, iakoby czyniła bezśrzednie przeciwko wadze, i iakoby wcale niepożytkówało ſię z okoliczności miéyſcowych i ſamychże ſilniów. Tym czaſém różne okoliczności, mogą częſtokroć dopomódz do większego ſkutku nad tén, któryby miał wynikać z uwag poprzédzaiących. Np.

Np. w użyciu kluby, człowiek do ſwoiéy ſiły, może przydać wagę właſnego ciała, albo przynaymniey znaczną część takowéy wagi; która mu téż i w innych wielu okolicznościach i ſilniach może pomagać. Czaſém ruch niebywa ciągły, ale na przerwy, iakoto w klubie; a ieżeli w tém traci ſię na czaſie, to z drugiéy ſtrony na tém zyſkać ſię może, że przez odpoczynek na przemiany, człowiek ſtaie ſię ſpoſobny, do trwania przez dłuższy czas w téyże czynności. Niemyślimy tu wchodzić w dalsze ſzczególności téy materyi, w których zawſze łatwo będzie można ſobie zaradzić, trzymaiąc ſię ſpoſobów przepiſanych dopiéro wyżéy, a oſobliwie wſpiéraiąc ſię na doświadczeniach, w którychby z pilnością było rozebrano to wſzyſtko, cokolwiek może należyć do każdéy z przyczyn, przykładaiących ſię do czynności ſiły poruſzaiącéy.

821. Lubo nierozważaliśmy tylko tén przypadek, w którym waga cały ſwóy odpór podaie ſile, atoli iednak niemniéy przedziało o ſtóſunku między wagą a ſiłą w każdéy ſilni, dóyśdź ieżeli przy pomocy téy lub owéy ſilni, ſiła zadana potrafi ſprawić ſkutek zamiérzony.

Np. w windzie poziémnéy. kiedy promiéniém walca ieſt r a promiéniém koła R; chcąc ażeby cię-żar ruchał ſię z ſzypkością u, to ſiłu powinna użyć przeciw niemu ilości ruchu $\frac{Mur}{R}$; aże przez t czynność ważności nadaie ciału M ilość ruchu wyrażoną przez Mpt, więc ſiła dla dania odporu téy uſilności, muſi użyć ilości ruchu wyrażonéy przez $\frac{Mptr}{R}$; na-

naoſtatek ieżeli tarcie wyrównywa części $\frac{n}{m}$ miążſzości M, która rozumié ſię bydź przyłożona w odległości r, to ſiła ieſzcze nadto potrzebówać będzie ilości ruchu $\frac{n}{m}\frac{Mptr}{R}$, tak iż chcąc oſądzić, ieżeli ſiła będzie mogła ruchać miążſzość M, przez czas t, z ſzypkością u, na windzie, w któréy promiéniém walca byłoby r, a promieniém koła R, trzebaby uſtanowić przez doświadczenie wártość ilości $\frac{Mur}{R} + (\frac{n}{m} + 1)\frac{Mptr}{R}$, przyſtawiwſzy do windy znaiomych wymiarów i tarcia, człowieka lub inſzą czynność ruchaiącą znaiomy ciężar, i uważaiąc iak długo robotnik może wciąż robić; a naténczas ieżeli k ieſt ilością wynikaiącą z położenia zamiaſt $M, u, r, R, \frac{n}{m}$ i t wártościów, iak miały te ilości w doświadczeniu, to téż i w każdym innym iakimkolwiek przypadku, wyrażenie $\frac{Mur}{R} + (\frac{n}{m} + 1)\frac{Mptr}{R}$ niepowinno nigdy mieć większéy wártości nad k.

822. Podobnież na płaſzczyznie nachylonéy, kiedy ſiła ciągnie z ſzypkością u, w kierónku równoległym płaſzczyznie, ieżeli oznaczymy przez i nachylenie płaſzczyzny, to Mpt wſt.i (426), wyrażać będzie ilość ruchu, iaką ważność nadawać będzie z kolei ruchadłu w kierónku płaſzczyzny, przez czas t; a zatém ſiła muſi potrzebówać ilości ruchu $= Mu + Mpt$ wſt.i; a ieżeli tarcie wynoſi $\frac{n}{m}$ wagi, to pomiénio-

niona ſiła muſiałaby potrzebówać ilości ruchu $= Mu \pm Mpt$ wſt. $i \pm \frac{n}{m} Mpt$. Wynalázłſzy tedy przez doświadczenie wártość ilości $Mu \pm Mpt$ wſt. $i \pm \frac{n}{m} Mpt$, żeby wiedzieć ieżeli taż ſama ſiła potrafi ruchać pewną miąższość M, z ſzypkością znaiomą u, przez czas znaiomy t, na płaſzczyznie któréy nachylenie wyrażałby kąt i, a na któréy tarcie wynoſiłoby pewną także znaiomą część wagi, trzeba uważyć, czy wártość odpowiadaiąca w takim przypadku ilości $Mu \pm Mpt$ wſt. $i \pm \frac{n}{m} Mpt$, ieſt mniéyſza od wártości odpowiadaiącéy doświadczeniu, albo przynaymniéy równa onéyże; co będzie dowodém, że ſiła pewnie uczyni zamiérzony ſkutek.

Gdyby czas t, przez który ſilnia ma zoſtawać w ruchu, niebył zadany, ale tylko gdyby była znaioma rozległość, iaką ſiła albo ciężar powinién przebiédz, *np.* rozległość, iakąby miáł przebiégać ciężar z ſzypkością u; to naténczas, z przyczyny że ruch rozumié ſię bydź iednokſztáłtny, oznaczywſzy przez E rozległość o którą rzecz idzie, trzebaby zamiaſt t położyć onego wártość $\frac{E}{u}$ (156). Taki tedy, co do ſaméy iſtoty, ieſt ſpoſób, iakim należy ſobie poſtąpić w oſzacówaniu ſił przyłożonych do ſilniów. Każda ſilnia może wprawdzie wyciągać ſzczególnych uwag, względém natury ſiły czynnéy, i względém ſpoſobu w iaki ma bydź przyłożona do téyże ſil-

ſilni; ale zawſze będzie można oſądzić, czy dopnie ſię lub nie zamiérzonego ſkutku, obrachówawſzy ilość ruchu, iaką muſi na to ſtrawić pomiéniona ſiła; w czém bardzo pożytecznie uſłużyć mogą, fundamenta dopiéro wyżéy od nas założone.

PRZYDATEK

W którym traktuie ſię dokładniéy o ruchu pocisków w miéyſcu odpornéym.

823. Wyżéy (501 i daléy) założyliśmy iuż fundamenta ſpoſobu, ſłużyć maiącego do uſtanowiénia linii krzywéy, iaką obiégaią pociſki w miéyſcu odpornéym, terāz idzie o zadość uczyniénie temu cośmy przyrzekli; to ieſt, iż zrównanie tam wynalezione mamy tu przyprowadzić do wyżſzego ſtopnia doſkonałości, i miéć wzgląd na odmiénność gęſtości. Nim wniydziémy w rozebranie tego oboyga, zda nam ſię bydź rzeczą przyzwoitą, ażebyśmy wprzód okazali, wyraźniéy aniżeli było na zawołaném miéyſcu (501 i daléy), iaki ieſt prawdziwy ſkutek w donioſłościach tego naſzego piérwſzego przybliżenia.

824. Widzieliśmy tam (517), iako niémaiąc względu tylko na część odmiénną wártości ilości dx, takowe przybliżenie powinno dawać nam donioſłości zbyt kró

krótkie; ale oráz uważaliśmy tamże, że ponieważ ftateczna, która ma bydź przydana do cáłki, fama także zależy od tego przybliżenia, przeto po większéy części nadgradza błąd, z niego wynikaiący, tak iż nawet w nachyleniu kątów rzucenia choćby znacznieyfzych, rozwiązane zrównanie daie donioflości dość dofkonałe. Skutek rzetelny, iaki fprawuie ta ftateczna, ieft nietylko tén, że nadgradza to, przez co podług założonego przypufzczenia donioflości ftawałyby fię nazbyt krotkiémi, ale téż że ie czyni ieszcze cokolwiek więkfzémi, aniżeli w rzeczy faméy bydź powinny; o czém możemy fię przekonać ftąd co naftępuie.

Powroćmy do zrównania $\frac{2px}{k^2} = \frac{1}{u} \log. \frac{C - \frac{2az}{1-zz}}{C - a \text{ ftycz.} I}$, iakie nam dało fcáłkówanie wzwyż wykonane (520). Lubo w fzypkościach bardzo wielkich, ftateczna C wypada ilośc→ bardzo małą, atoli przecię zawfze ieft większa aniżeli a ftycz. I, a tém bardziéy większa aniżeli ieft $\frac{2az}{1-zz}$ w części odziemnéy; ponieważ $\frac{2az}{1-zz}$ ieft mniéyfze aniżeli ftycz I. Więc podług (87), można rozumiéć $\log. (C - \frac{2z}{1-zz}) = -\frac{a}{C} \times \frac{2z}{1-zz} - \frac{aa}{2CC} \times \frac{4z^2}{(1-zz)^2}$ i.t.d.; a $\log. (C - a \text{ ftycz.} I) = \frac{a}{C} \text{ ftycz.} I - \frac{aa}{2CC} \times \text{ ftycz.}^2 I$ i, t. d. Więc $\frac{1}{u} \times$

log.

$$\log. \frac{C - \frac{2az}{1-zz}}{C - a \text{ ftycz.} I} = \frac{2px}{k^2} = \frac{1}{C} (\text{ftycz.} I - \frac{2z}{1-zz})$$

$+ \frac{a}{2CC} (\text{ftycz.}^2 I - \frac{4z^2}{(1-zz)^2}) +$ t. d. Więc, rozumiéiąc iakoby a zachowało fwoię wártość początkową, która ieft naywiększa iak tylko bydź może w części odziemnéy, tym fpofobém ilości a naznacza fię wártość większa od téy iaką ma w faméy iftocie, a zatém idzie ftąd, że rozległość części odziemnéy bierze fię nazbyt wielka. Podobnymże fpofobém moglibyśmy okazać, iako od punktu naywyżfzego wyniefiénia pocifku, aż do punktu, w którym część kuziemna czyni z poziomém kąt równy kątowi rzucenia, takowa rozległość pomnaża fię; a pominąwfzy tén punkt iako znowu umniéyfza fię.

825. Atoli nietrzeba rozumiéć, ażeby błąd ftąd wynikaiący, miał bydź znakomity. Między pierwfzym fpofobém a drugim który podamy, i który ma nam dać donioflości krótfze, aniżeli fą w faméy iftocie, zachodząca rożnica niewpada w oczy, aż dopiéro w fzypkościach bardzo wielkich. Co fię tyczy fzypkościów rzucenia, odpowiadaiących probóm niżéy położonym, wykonanym z moździérza 12*calowego;* to ieft w fzypkościach początkowych, wynofzących 4 do 500 *ft.* na iednę minutę wtorą, dwa fpofoby nieróżnią fię iedén od drugiego, iak tylko o 6 *fq.* i to w naydalfzéy donioflości; gdzie różnica powinna zachodzić naywiększa. W fzypkościach zaś wynofzących 14 do 1500 *ft.* na iednę minutę wtórą, to ieft w fzypkościach, większych nad fzypkość kuli 24*fwéy*, wyftrzelonéy $8\frac{1}{2}$*ftami* prochu, czyli naboiém naywiększym fpomiędzy używanych, podług prób niżéy w Tablicy położonych, różnica w naywiększych donioflościach, między dwóma fpofobami wynofi około 100 *fq.*; a że iedén fpofób daie nazbyt wiele, a drugi nazbyt mało, tak iż błąd pośrzedni wynikaiący z oboiego fpofobu, niémoże bydź

wy-

wyżéy oſzacowany nad 50 do 60 *ſą*.; więc iawna ieſt, że nawet w naywiękſzych ſzypkościach, odpowiadaiących wſzelkiéy ſtrzelbie. błąd wynikaiący czyto z owego czy z tego przybliżenia, ieſt zawſze mniéyſzy od błędów, których w praktyce nigdy uſtrzedz ſię niepodobna.

826. Pieniewaź drugi ſpoſób wynaydówania donioſłościów, podléga daleko zawilſzemu rachunkowi iak piérwſzy, a ſtopień przybliżenia daie małoco doſkonalſzy; przeto bez grubego błędu, możnaby przeſtać na piérwſzym ſpoſobie w obrachowaniu prób niżéy położonych, do których wkrótce przyidziemy. A nawet tén piérwſzy ſpoſób da ſię ieſzcze przywiéśdź do ſtopnia doſkonałości, bardzo bliſkiego drugiemu przybliżeniu, obrachówawſzy zoſobna część odziemną i część kuziemną. Tożſamo rozumówanie, przez które okazaliśmy, że piérwſzy ſpoſób daie ogołém donioſłości zbyt wielkie, może nas także o tém przekonać, że rachuiąc zoſobna część odziemną i część kuziemną, (iak zobaczymy zaráz niżéy), ieżeli piérwſza część wypadnie nieco zamocna, to natomiaſt druga będzie zaſłaba, tak iż wypadek wynikaiący z tego rachunku, będzie bardzo bliſki wypadkowi, iakiby nam dáł drugi ſpoſób przybliżenia, z pracą nierównie większą, I tegóćto ſpoſobu użyliśmy do wyrachówania donioſłościów kul, ale w nim mieliśmy oráz wzgląd na odmienność gęſtości.

827. Zdaie ſię bydź rzeczą arcy trudną, podać proſty ſpoſób przybliżenia, ſłużący do obrachówania ſkutku gęſtości, a oráz daiący ſię przyſtóſówać do przypadków, w których pociſk podnoſi ſię w górę tak wyſoko, iak czynią kule 24 *ſwe*, kiedy kąt nachylenia działa ieſt bardzo wielki. Ale w niedoſtatku proſtych ſpoſobów, możemy użyć okólnych, których doſkonałość byłaby doſtateczna do zamiaru naſzego. To co ma naſtąpić o ſkutku odmiénnéy gęſtości przyſtóſuiemy tu do piérwſzego ſpoſobu, gdzie dla tém więkſzéy doſkonałości, wezmiémy zoſobna część odziemną i część kuziemną. Potém opiſzemy drugi ſpoſób przybliżenia, któryby nam ieſzcze ſciśléy wſkazáł liniią krzywą, gdyby gęſtość była nieodmiénna; a naoſtatek pokażémy drogę, do miénia względu w tém drugiém przybliżeniu na odmiénność gęſtości, tak iż wártości donioſłościów, miéć będziemy zamknięte w granicach bardzo ſciſłych.

828. Powróćmy tedy do piérwotnego zrównania

$$\frac{2pdx}{k^2} = - \frac{d\left(\frac{2z}{1-zz}\right)}{C - \frac{z+z^3}{(1-zz)^2} - \frac{1}{2}\log.\frac{1+z}{1-z}}$$

wzwyż wynalezionego (506). Oznaczmy przez H kąt iaki czyni liniia krzywa z poziómém, w iakimkolwiek punkcie; a miéć będziém $\frac{2z}{1-zz} =$ ſtycz. H, i $z =$ ſtycz. $\frac{1}{2}H$. Lecz

$$\frac{z+z^3}{(1-zz)^2} = \frac{2z}{1-zz} \times \frac{1}{2}\frac{1+zz}{1-zz} = \frac{1}{2}\text{ſtycz. } H \times \frac{1+\text{ſtycz.}^2 \frac{1}{2}H}{1-\text{ſtycz.}^2 \frac{1}{2}H} = \frac{1}{2}\text{ſtycz. } H \times \frac{\text{doſt.}^2 \frac{1}{2}H + \text{wſt.}^2 \frac{1}{2}H}{\text{doſt.}^2 \frac{1}{2}H - \text{wſt.}^2 \frac{1}{2}H}$$

$= \frac{1}{2}\,\text{ſtycz.}\,H \cdot \frac{1}{\text{doſt.}^2\,\frac{1}{2}H - \text{wſt.}^2\,\frac{1}{2}H}$ (Jeom. 287), $\text{doſt.}^2\,\frac{1}{2}H - \text{wſt.}^2\,\frac{1}{2}H = \text{doſt.}\,H$; a podług więc $\frac{z + z^3}{(1 - zz)^2} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{ſtycz.}\,H}{\text{doſt.}\,H} = \frac{1}{2}\,\text{ſtycz.}\,H\,\text{ſiecz.}\,H$. Z innéy ſtrony znowu mamy $\log.\frac{1+z}{1-z} = \log.\frac{1 + \text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}H}{1 - \text{ſtycz.}\,\frac{1}{2}H} = \log.\,\text{ſtycz.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)$. Zrówanie tedy należące do linii krzywéy przemiénia ſię w to,

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \frac{1}{2}\,\text{ſtycz.}\,H\,\text{ſiecz.}\,H - \frac{1}{2}\log.\,\text{ſtycz.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)},$$

albo

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H[\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \frac{1}{2}\,\text{dotyc.}\,H\,\log.\,\text{ſtyc.}(54^{\circ} + \frac{1}{2}H)]}.$$

Ilość tedy $\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\,H\,\log.\,\text{ſtycz.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)$, ieſt ową ilością, którą w rachunkach wyżéy danych (519 i daléy), oznaczyliśmy byli przez *a*, gdzie rozumiéliśmy ią bydź ſtateczną, i zawſze rówwną ſwoiéy wártości początkowéy. W iſtocie ſaméy ta ilość nieieſt wprawdzie ſtateczna, ale błąd wynikaiący z tego przypuſczenia ieſt bardzo mały, iak ſię iuż powiedziało, i iak ieſzcze o tém lepiéy zapewnić ſię można, uważaiąc, że kiedy ſzybkość ieſt bardzo wielka, to 1ód kąt *H* niepocznie odmiéniać ſię znacznie, aż gdy iuż kula odbędzie wielką część biegu ſwoiego.

2re

2re Ze błąd padaiący ſtąd na wártość ilości *dx*, ieſt bardzo daleko od tego, żeby miał bydź proporcyonalny odmiénności *a*; ale że naprzód rośnie aż do pewnego punktu, od którego potém coráz ubywa aż do zniſzczenia ſię, potém znowu na nowo rośnie i ubywa aż do powtórnego zniſzczenia ſię, a naoſtatek ieſzcze trzeci ráz na nowo rośnie w oſtatniéy części ramiénia kuziemnego, gdzie w donioſſościah ſprawuie przeciwny ſkutek; o tém wſzyſtkiém łatwo przeświadczyć ſię można, przyſtóſówawſzy zrównanie

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - a\,\text{ſtycz.}\,H}$$

do zrównania

$$\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H[\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \text{dotyc.}\,H\,\log.\,\text{ſtyc.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)]},$$

i uważaiąc, iż te dwa zrownania wychodzą zgoła na iedno w trzech punktach linii krzywéy, to ieſt w punkcie wylotu, w ſamym wiérſzchółku i w tym punkcie ramiénia kuziemnego, która ma tož ſamo nachylenie co punkt wylotu.

829. Kiedy gęſtość ieſt ſtateczna, to zrównanie może bydź wyrażone w ſpoſób doſtatecznie przybliżony, przez $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - a\,\text{ſtycz.}\,H}$, w którém $a = \frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,I + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\,I\,\log.\,\text{ſtycz.}\,(45^{\circ} + \frac{1}{2}I)$, oznaczywſzy kąt rzucenia przez *I*.

 830.

830. Zeby to zrównanie uczynić zgodném do wſkazania linii krzywéy w przypadku odmiénnéy gęſtości, rozumieć będziémy że ma tęż ſamę poſtać, ale różni ſię tylko względém ſtatecznych, to ieſt, że zamiaſt coby miało bydź $dx = \frac{\frac{k^2}{2p} \times - d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - a\,\text{ſtycz.}\,H}$, ieſt $dx = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}$. Tego przypuſzczenia tém bardziéy użyć nam wolno, im będzie mnièy znaczna odmniénność gęſtości; tak iż zrównanie, w rozumiéniu ſtatecznéy gęſtości, i zrównanie w rozumiéniu gęſtości niewiele odmiennéy, powinny małoco rożnić ſię iedno od drugiego. Oznaczmy $\frac{2p}{k^2}$ przez $2D$. To założywſzy na przód, i wziąwſzy za fundament zrównanie głowne $dx = - - -$

$$\frac{-\frac{1}{2D} \times d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H[\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \frac{1}{2}\,\text{dotyc.}\,H\,\text{log.}\,\text{ſtyc.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)]},$$

wynayduię ilości A i B przez te dwa warunki. 1ód Zeby w punkcie wylotu, gęſtość, albo ilość $2D$ proporcyonalna gęſtości, równała ſię wártości znaioméy, iaką mieć powinna w tym punkcie. 2re Ażeby w wierſzchołku linii krzywéy, gdzie ieſt $H = 0$, gęſtość, albo ilość $2D$ proporcyonalna gęſtości, równała ſię wártości, iaką mieć powinna w tym punkcie, a którą tu oznaczamy przez $2D'$. Mieć tedy będę te dwa zrównania $\frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,I} = \frac{-\frac{1}{D} \times d(\text{ſtycz.}\,H)}{C - a.\,\text{ſtycz.}\,I}$; bo $a = \frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,I + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\,I\,\text{log.}\,\text{ſtycz.}(45^{\circ} + \frac{1}{2}I)$; i $\frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{A} = -\frac{1}{2D'}\,\frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{C}$. Z tych dwóch zrównań, wyciągam $A = 2CD'$ i $B = 2Da - \frac{2C(D - D')}{\text{ſtycz.}\,I}$.

Tym

Tym ſpoſobém uſtanowiwſzy wártości ilościów A i B, mieć będziém $dx = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}$; a zatém będzie $x = C' + \frac{1}{B}\,\text{log.}\,(A - B\,\text{ſtycz.}\,H)$; to ieſt $x = \frac{1}{B}\,\text{log.}\,\frac{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,I}$, wynalazłſzy wártość ſtycznéy C przez tén warunek, ażeby było $x = 0$, kiedy ieſt $H = I$; tak iak bydź powinno.

Ponieważ w tém zrównaniu, nic nam niewſkazuie odmiénnéy gęſtości w ramiéniu kuziemném, przeto też używać go niepowinniśmy, iak tylko do wynaleziénia rozległości ramiénia odziemnego. Zrobiwſzy tedy ſtycz. $H = 0$, ieżeli oznaczymy przez X rozległość tego ramiénia, to mieć będziém $X = \frac{1}{B} \times \text{log.}\,\frac{A}{A - B\,\text{ſtycz.}\,I}$; a że $A - B\,\text{ſtycz.}\,I = 2D(C - a\,\text{ſtycz.}\,I)$, a podług (520), $C - a\,\text{ſtycz.}\,I = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2\,I} = \frac{1}{4Dh\,\text{doſt.}^2\,I}$; więc będzie $X = \frac{1}{B}\,\text{log.}\,2Ah\,\text{doſt.}^2\,I$.

831. Nim przyſtąpimy do obrachówania rozległości ramiénia kuziemnego, trzeba wprzód mieć wártość naywiękſzéy rzędnéy, albo naywiękſzéy wyſokości, do któréy pociſk ma wygórować. Lecz mamy ogołém (503), $\frac{dy}{dx} = \text{ſtycz.}\,H$, albo $dy = dx\,\text{ſtycz.}\,H$; więc, z przyczyny że $dx = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}$, będzie $dy = \frac{-\text{ſtycz.}\,H\,d(\text{ſtycz.}\,H)}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H} = \frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{B} - \frac{A}{B} \times$

d

$\frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}$; więc $y = C'' + \frac{\text{ſtycz.}\,H}{B} + \frac{A}{BB} \times$ log. $(A - B\,\text{ſtycz.}\,H)$. A że y powinno bydź zerém kiedy $H = I$, więc naoſtatek będzie $y = \frac{\text{ſtycz.}\,H - \text{ſtycz.}\,I}{B} + \frac{A}{BB}$ log. $X\,\frac{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}{A - B\,\text{ſtycz.}\,I}$. Zrobiwſzy tedy $H = 0$, i oznaczywſzy przez T naywiękſzą rzędną, mieć będziém $T = \frac{-\text{ſtycz.}\,I}{B} + \frac{A}{BB}$ log. $X\,\frac{A}{A - B\,\text{ſtycz.}\,I}$; to ieſt $T = \frac{-\text{ſtycz.}\,I + AX}{B}$. A teraz przyſtąpmy iuż do ramiénia kuziemnego.

832. Zeby uſtanowić zrównanie odpowiadaiące temu ramiéniu, zmyślam ſobie, że kula poczyna ſwóy bieg od wiérſzchołka linii krzywéy, będąc popędzona poziemnie z ſzypkością, iaką właśnie ma ninie. Zrównanie należące do linii krzywéy, wyrażone w powſzechności przez $dx =$

$$\frac{\frac{-1}{2D}\,d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H[\frac{1}{2}\text{ſiecz.}\,H + \text{dotycz.}\,H \log.\text{ſtyc.}(45^\circ + \frac{1}{2}H)]},$$

z przyczyny że H ieſt ilością przéczącą, odmiénia ſię w to $dx =$

$$\frac{\frac{1.}{2D}\,d(\text{ſtycz.}\,H)}{C' + \text{ſtycz.}\,H[\frac{1}{2}\text{ſiecz.}\,H + \text{dotyc.}\,H \log.\text{ſtyc.}(45^\circ + \frac{1}{2}H)]}$$

gdzie przez C' oznacza ſię ſtateczna, odpowiadaiąca ſzypkości początkowéy ninieyſzego rzuczenia. Daymy tedy na wzór tego iak było wyżéy, że to zrównanie może bydź wyrażone przez $dx = \frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{A' - B'\,\text{ſtycz.}\,H}$, gdzie ilości A', i B' wynaydę przez tén

tén warunek, ażeby gęſtość, czyli ilość $\frac{2p}{k^2}$ proporcyonalna gęſtości w wiérſzchołku, była $= 2D'$, a w punkcie upadku $= 2D$. Oznaczywſzy tedy przez a', wártość ilości $\frac{1}{2}$ ſiecz. $H + \frac{1}{2}$ dotycz. H log. ſtycz. $(45^\circ + \frac{1}{2}H)$ w punkcie upadku, do wynaleziénia ilościów A' i B', mieć będę dwa zrównania naſtępuiące

$$\frac{\frac{1}{2D'}\,d\,\text{ſtycz.}\,H}{C'} = \frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{A'}, \text{ i } \frac{\frac{1}{2D}\,d\,\text{ſtycz}\,H}{C - a'\,\text{ſtycz.}\,I'} = \frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{A' + B'\,\text{ſtycz.}\,I'},$$

oznaczywſzy kąt upadku przez I'. Z tych dwóch zrównań, wyciąga ſię $A' = 2C'D'$, i $B' = 2Da' + \frac{2C'(D - D')}{\text{ſtycz.}\,I'}$. Uſtanówmy teráz C'.

Znalezliśmy byli wyżéy (504) $\frac{k^2 dt^2}{2dx^2} = C \ldots - \frac{z + z^3}{(1 - zz)^2} - \frac{1}{2}\log.\frac{1 + z}{1 - z}$; to ieſt, $\frac{k^2 dt^2}{2dx^2} = C \ldots - \text{ſtycz.}\,H \times [\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\,H \log.\,\text{ſtycz.}(45^\circ + \frac{1}{2}H)]$; ale że podług przypuſzczenia, można wziąśdź $\frac{1}{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}$ zamiaſt

$$\frac{1}{2D[C - \text{ſtycz.}\,H(\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \text{t. d.})},$$

więc będzie $\frac{k^2 dt^2}{2dx^2} = \frac{A - B\,\text{ſtycz.}\,H}{2D}$; więc w ſamym wiérſzchołku ramiénia odziemnego, mieć będziém $\frac{dt^2}{2dx^2} = \frac{A}{2Dk^2}$.

Podobnież co do ramiénia kuziemnego, mamy $C' + \text{ſtycz.}\,H(\frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,H + \text{t.d.}) = \frac{k'^2 dt^2}{2dx^2} = \frac{A' + B'\,\text{ſtycz.}\,H}{2D'}$; więc w wiérſzchołku będzie $\frac{k'^2 dt^2}{2dx^2} = \frac{A'}{2D'}$, i $\frac{A'}{2D'} =$

$= C'$ Więc $\frac{dt^2}{2d'^2} = \frac{A'}{2D'k'^2} = \frac{A}{2Dk^2}$. A że ieſt $\frac{p}{k^2} : \frac{p}{k'^2} :: D : D'$, więc muſi bydź $D'k'^2 = Dk^2$; więc $A' = A$, a $C' = \frac{A'}{2D'} = \frac{A}{2D'} = C$; więc naoſtatek $A' = 2CD'$, a $B' = 2Da' + \frac{2C(D-D')}{\text{ſtycz. } I'}$. Zobaczymy wkrótce iak wynayduie ſię a' i I'; tym czaſém rozbierzmy ieſzcze daléy naſze zrównanie.

Ponieważ $dx = \frac{d\,\text{ſtycz. } H}{A' - B'\,\text{ſtycz. } H}$, więc będzie $x = \frac{1}{B'} \log. \frac{A' + B'\,\text{ſtycz. } H}{A'}$, uważaiąc że x powinno bydź zerém, kiedy $H = 0$. Co ſię zaś tyczy ilości y, mamy $\frac{dy}{dx} = -\text{ſtycz. } H$; więc $dy = -dx \times \text{ſtycz. } H = -\frac{\text{ſtycz. } H d\,\text{ſtycz. } H}{A' - B'\,\text{ſtycz. } H} = \frac{1}{B'} d\,\text{ſtycz. } H + \frac{A'}{B'} \times \frac{d\,\text{ſtycz. } H}{A' - B'\,\text{ſtycz. } H}$; więc $y = C'' \frac{1}{B'}\,\text{ſtycz. } H + \frac{A'}{B'B'} \log. (A' + B'\,\text{ſtycz. } H)$. Lecz kiedy $H = 0$, powinno bydź $y = Y$; więc $y = Y - \frac{\text{ſtycz. } H}{B} - + \ldots \frac{A'}{B'B'} \log. \frac{A' + B'\,\text{ſtycz. } H}{A'}$. Wyciągnąwſzy z zrównania wyrażonego w x, wártość ilości $\log. \frac{A' + B'\,\text{ſtycz. } H}{A'}$, iako też wártość ſtycznéy H i położywſzy ie w tém oſtatniém zrównaniu, mieć będziém naoſtatek $y = Y + \frac{A'}{B'}x - \frac{A'}{B'B'}(e^{Bx} - 1)$; gdzie przez e wyraża ſię liczba, maiąca za logarytm 1. Ponieważ Y wynayduie ſię przez zrównanie $Y = \frac{AX - \text{ſtycz. } I}{B}$

wyżéy uſtanowione, przeto mo-
żna mieć drugą część x donioſłości, czyli rozległość
ramiénia kuziemnego, położywſzy zamiaſt x, w zró-
wnaniu daiącém wartość ilości y, z kolei różne licz-
by, aż napadnie ſię na taką, któraby dała $y = 0$.

832. Ale że A' i B' zależą od ilościów
D, D', a, a', ſtycz. I, ſtycz. I'; dla tego trzę-
ba nam wiedzieć, iak wynayduią ſię te ilości.
Nayprzód D, wypada bezśrzednie z ſaméy-
że iego wártości $\frac{p}{k^2}$; D' zaś ma ſię do D, iak
ſię ma gęſtość w ſamym wierſzchółku linii
krzywéy, do znaioméy gęſtości w punkcie
wylotu. Lecz w ninieyſzym przypadku,
ieſt rzeczą więcéy iak doſtateczną, wziąść
za gęſtość odpowiadaiącą wiérſzchołkowi
linii krzywéy, tę gęſtość, która odpowiada
naywiękſzéy rzędnéy téyże linii krzywéy,
wyrachówanéy podług przypuſzczenia ſta-
tecznéy gęſtości; więc wynalázłſzy nay-
więkſzą rzędną, podług (539), a gęſtość
podług tego co ſię przepiſało (341), ła-
two naoſtatek wnieść ſobie można wár-
tość ilości D'. Co ſię tyczy ſtycznéy I', do-
ſyć ieſt mieć iéy wártość wſpoſób przybli-
żony, a zatém można beſpiecznie zamiaſt
kąta I', wziąść kąt upadku odpowiada-
iący linii krzywéy, obrachówanéy podług
przypuſzczenia ſtatecznéy gęſtości; kąt,
któ-

który łatwo mieć można, wynalazłſzy doniosłość wynikaiącą z tegoż przypuſzczenia, podług ſpoſobu podanego (519 i daléy). Albowièm zrównanie $y = x\left(\text{ſtycz.}\, I + \frac{k^2}{4ahp\,\text{doſt.}^2 I}\right) - \frac{k^4}{8a^2p^2h\,\text{doſt.}^2 I}\left(e^{\frac{2apx}{k^2}} - 1\right)$, po zróżniczkowaniu, daie $\frac{dy}{dx} = \text{ſtycz.}\, I - \frac{k^2}{4aph\,\text{doſt.}^2 I}\left(e^{\frac{2apx}{k^2}} - 1\right)$. Lecz $\frac{dy}{dx}$, wyraża ſtyczną kąta nachylenia linii krzywéy względém poziomu; więc taż ſama wártość wyrażać także będzie ſtyczną kąta upadku, ieżeli położy ſię zamiaſt x, wártość daiąca $y = 0$, w zrównaniu $y = x \times$ (ſtycz. I + t.d.), to ieſt, ieżeli położy ſię doniosłość, wyrachówana podług przypuſzczenia ſtatecznéy gęſtości. A co do a', ponieważ wártością iego, ieſt ta ilość w którą zamiénia ſię $\frac{1}{2}$ ſiecz. $H + \frac{1}{2}$ dotycz. $H \times$ log. ſtycz. $(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)$, w tén czas kiedy ieſt $H = I'$, przeto byleby mieć I', łatwo też będzie można mieć i a'; którego wártość, nie wyciąga dokładniéyſzego przybliżenia nad to, na iakiém było doſyć co do kąta I'.

833. Z przyczyny że wártość ilościów a i a', to ieſt, w powſzechności że wártość ilości $\frac{1}{2}$ ſiecz. H + $\frac{1}{2}$ dotycz. H log. ſtycz. $(45^{\circ} + \frac{1}{2}H)$, ieſt w niniéyſzych rachunkach rzeczą fundamentalną, przeto zda-

łg

ło nam ſię ułożyć z niéy naſtępuiącą Tablicę, o któréy użyteczności wątpić niemożemy.

TABLICA

Wártościów Ilości oznaczonéy przez a, *w rachunkach ściągaiących ſię do odporu powietrza naprzeciw ruchowi pocisków.*

ſt.		ſt.		ſt.	
0	1,00000	30	1,05306	60	1,38017
1	1,00005	31	1,05727	61	1,40616
2	1,00020	32	1,06171	62	1,43429
3	1,00045	33	1,06640	63	1,46484
4	1,00081	34	1,07134	64	1,49807
5	1,00127	35	1,07596	65	1,53433
6	1,00184	36	1,08206	66	1,57402
7	1,00251	37	1,08787	67	1,61759
8	1,00328	38	1,09400	68	1,66562
9	1,00417	39	1,10001	69	1,71872
10	1,00516	40	1,10730	70	1,77772
11	1,00626	41	1,11452	71	1,84355
12	1,00748	42	1,12215	72	1,91740
13	1,00881	43	1,13022	73	2,00071
14	1,00912	44	1,13875	74	2,09531
15	1,01184	45	1,14777	75	2,20349
16	1,01354	46	1,15741	76	2,32824
17	1,01536	47	1,16752	77	2,47344
18	1,01732	48	1,17826	78	2,64428
19	1,01942	49	1,18973	79	2,84783
20	1,02165	50	1,20189	80	3,09418
21	1,02404	51	1,21483	81	3,39753
22	1,02657	52	1,22862	82	3,77960
23	1,02926	53	1,24333	83	4,27430
24	1,03212	54	1,25903	84	4,93833
25	1,03514	55	1,27583	85	5,87383
26	1,03834	56	1,29381	86	7,28508
27	1,04172	57	1,31310	87	9,90478
28	1,04530	58	1,33382	88	14,39754
29	1,04907	59	1,35612	89	28,69102
30	1,05306	60	1,38017	90	nieżmierny

835. Owoż mamy na czém zależy obrachówanie doniosłościów, w przypadku odmiénnéy gęſtości. Wynalázłſzy wártość ilości $\frac{p}{k^2}$, tak iak uczyniliśmy (524), h maiąc zadane, albo wyrachówane podług (525), przy pomocy iakowéy próby wykonanéy w nachyleniu kąta znaiomego; trzeba naprzód wyrachówać doniosłość, nayWiękſzą rzędną, i kąt upadku, podług przypuſzczenia nieodmiénnéy gęſtości,

a

a to w ſpóſob przepiſany (520 i 539), i przy pomocy tego co poprzédziło wyżéy względém kąta upadku. Naywiękſza rzędna, pokaże gęſtość w ſamym wiérſzchołku linii krzywéy, podług (341); a zatém będziémy miéć wiadome $2D$ i $2D'$. Zawſze też łatwo wynaléśdź można C; bo (579), znaleźliśmy byli $C = \frac{k^2}{4ph\,\text{doſt.}^2 I} + a\,\text{ſtycz.}\,I$. Z wiadomego kąta rzucenia wnoſi ſię a, a zaś a' z kąta upadku, przy pomocy Tablicy poprzédzaiącéy. Tym tedy ſpoſobém miéć będziémy wiadome wſzyſtkie ilości z których ſkładaią ſię A, A', B i B', a zatém i ſame ilości A, i. t. będą nam wiadome. A tak wyrachuie ſię rozległość X ramiénia odziemnego, i naywiękſza rzędna Y, przy pomocy zrównań $X = \frac{1}{B}\log.\, 2Ah\,\text{doſt.}^2 I$, i $Y = \frac{AX - \text{ſtycz.}\,I}{B}$. To maiąc, wynaydzie ſię potém rozległość ramiénia kuziemnego, przy pomocy zrównania $y = Y + \frac{A'x}{B'} - \frac{A'}{BB'}(e^{B'x} - 1)$, dobiéraiąc z kolei zamiaſt x różnych wartości, aż napadnie ſię na taką, któraby dała $y = 0$. Tym ſpoſobém miéć będziém drugą część donioſłości, a dodawſzy ią do piérwſzéy, miéć będziém i całą donioſłość. I takci my wyrachówaliśmy donioſłości kul, iak widzieć można w drugiéy Tablicy niżéy położonéy.

835. Co ſię zaś tyczy donioſłościów bómb, zawartych w piérwſzéy Tablicy, te wyrachowaliśmy wſzyſtkie niémaiąc żadnego względu na odmiénność gęſtości; bo wyſokości do których muſiały były podnieść ſię bomby w naydalſzych donioſłościach gdzie ſkutek odmiénnéy gęſtości, powinién zachodzić nayznaczniéyſzy, ſą nazbyt małe, żeby miały potrzebówać téy wytworności; a zatém obrachówaliśmy ie podług ſpoſobu podanego (520); a trwałości ich podług (542).

TA-

TABLICA I. *Donioſłościów bómb, wyrachówanych 1°. rozumieiąc bydź powietrze nieodporne. 2°. maiąc wzgląd na odpór powietrza; i przyſtoſowawſzy ie z donioſłościami doświądczonémi, w próbach wykonanych w la Fére, w mieſiącu Październiku 1771, z roſkazu P^a Margrabiego de* MONTEYNARD, *Sekretarza ſtanu w Intereſſach woiennych, á pod dozorém P. de* BEAUVOIR, *Brygardyera Woyſk Francuſkich; naywyżſzego tamże ſzkoły Artyleryczney Kommendanta.*

Kąty rzucenia.	Donioſłości wyrachowane. Bez względu na odpór.	Donioſłości wyrachowane. maiąc wzgląd na odpór.	Donioſłości doświadczone.	Trwałość Rzuceń. Bez odporu.	Trwałość Rzuceń. z odporém.	Trwałość Rzuceń. podług doświadczenia.	Kąty upadku.
ſt.			ſą.	m.w.	m.w.	m.wt.	ſt.
10.	253.	227.	257 249 221 228	$4\frac{1}{5}$	$4\frac{1}{10}$	4.	14.
20.	476.	396.	440 424 394 398	$8\frac{3}{10}$.	8.	$7\frac{1}{3}$.	26.
30.	640.	500.	451 516 537 492	$12\frac{1}{5}$.	$11\frac{3}{10}$	$10\frac{3}{4}$.	36.
40.	728.	547.	569 575 574 544 577	$15\frac{3}{5}$.	$14\frac{2}{5}$.	$14\frac{2}{3}$.	48.
43.	738.	549.	506 517 543 509 544	$16\frac{1}{2}$.	$15\frac{1}{5}$.	14.	$50\frac{1}{2}$.
45.	739.	547.	490 536 505 489 554	$17\frac{1}{5}$.	$15\frac{4}{5}$	$15\frac{1}{5}$.	$52\frac{2}{3}$.
50.	728.	534.	481 512 488 507	$18\frac{3}{5}$.	$16\frac{9}{10}$	16.	$57\frac{1}{2}$.
60.	640.	467.	457 424 457 448	21.	$19\frac{3}{10}$	$19\frac{1}{3}$.	68.
70.	476.	348.	349 297 349 328	$22\frac{4}{5}$.	$20\frac{7}{10}$	22.	74.
75.	370.	277.	298 265 261 256	$23\frac{2}{5}$.	$21\frac{7}{10}$	22.	78.

Bómby użyte do tych prób, miały w śrzednicy 11 c. 10 l., a ważyły po 142 ſty, wráz z ziemią którą ie wypełniano; na nabóy brano $3\frac{3}{4}$ ſta prochu.

836. Dla okazania iak daleko różni ſię od prawdy, przypuſzczenie biegu parabolicznego w pociſkach, umieściliśmy w téy Tablicy, donioſłości takie, iakie powinnyby naſtąpić gdyby powietrze, znacznego odporu nieczyniło. Znalázłſzy w opiſaniu Komiſſyi do tego wyſadzonéy, że donioſłości pod 10 i 20*tym* ſtopniami, podlégały w praktyce niektórym trudnościóm, do wyrachówania mocy prochu, nieużyliśmy ani tego ani owego ſtopnia, ale raczéy na to obraliśmy donioſłość pośrzednią pod 30*ſtym* ſtopniém; z niéy dopiéro wnieśliśmy ſobie wártość ilości *h*, czyli wyſokość odpowiadaiącą ſzypkości rzucenia, to ieſt moc prochu, należącą tym doświadczeniom. Znalezliśmy tedy $h = 370$ *ſq*; ſkąd pokazuie ſię (176), że ſzypkość wyrzuconéy bómby, była taka, mocą któréy mogła przebiégać w miéyſcu prożnem 366 *ſt.* na iednę minutę wtórą.

Co ſię tyczy ilości $\frac{p}{k^2}$, tę wynalezliśmy w taki ſpoſób: Trzeba ſobie przypomniéć (501), że $\frac{p}{k^2} = \frac{nDS}{M}$. Oznaczywſzy przez $2r$ śrzednicę bómby, a przez $1 : c$ ſtóſunek śrzednicy do okręgu, miéć będziém cr^2 na wyrażenie powiérzchni naywiękſzego koła bómby. Więc (396), będzie $S = \frac{1}{2}cr^2$. Na obiętość bómby ma-

mamy $\frac{4}{3}cr^3$; a ieżeli D' ieſt iéy gęſtością, to miążſzość M będzie wyrażona przez $\frac{4}{3}cr^3 D'$. Nadto podług (382), $n = \frac{1}{2}$; a zatém będzie $\frac{p}{k^2} = \frac{3}{16} \times \frac{D}{D'r} = \frac{3}{8}\frac{D}{D'} \times \frac{1}{2r}$. Kiedy zatém obiętość bómby wynoſi $\frac{4}{3}cr^3$, a ſtopa ſześciénna powietrza waży $\frac{70}{850}$ *ſta*, to waga obiętości powietrza zaſtąpionego przez bómbę, wynoſić muſi $\frac{4}{3}cr^3 \times \frac{70}{850}$ gdzie *r* rozumié ſię bydź wyrażone w ſtopach. Aże na wagę bómby mieliśmy 142 *ſty* więc będzie $D : D' :: \frac{4}{3}cr^3 \times \frac{70}{850} : 142$; a zatém $\frac{D}{D'} = \frac{\frac{4}{3}cr^3 \times 7}{85 \times 142}$; a że znowu śrzednica tych bómb, ma 11 *c.* 10. *l.* albo 0,986111 *ſt.*, więc będzie $\frac{D}{D'} =$ 0,00029325, a zatém naoſtatek $\frac{p}{k^2} = \frac{3}{8} \times 0{,}00029325 \times \frac{1}{0{,}986111\,\text{ſt.}} = \frac{3}{8} \times 0{,}00029325 \times \frac{1}{0{,}164352\,\text{ſq.}}$ - - - $= 0{,}0004812$.

837. Dla tém dokładniéyſzego porównania teoryi z doświadczeniem, wyrachówaliśmy też tu i trwałość donióſłościow, a to podług ſpoſobów wzwyż przepiſanych (542).

838. W tych donioſłościah można uważyć, iako prawie wſzyſtkie donioſłości wyrachówane, wpadaią między donioſłości doświadczone, a ieżeli które z nich przeſtępuią za granicę, to uchybiénie w tym punkcie ieſt tak małe, że nieprzechodzi różnicy, zachodzącéy nawet między ſamémi doświadczonémi donioſłościami, gdy tym czaſém rzeczy maią ſię wcale inaczéy, biorąc ie w tém rozumiéniu, iakoby powietrze nieczyniło odporu. Widzieć też oráz można, iak doſkonale trwałości obrachówane zgadzaią ſię z doświadczonémi.

839. Pomówmy teráz o Tablicy II. ułożonéy z donioſłościów kul. Dla tém doſkonalſzego wynaleziénia mocy prochu, obrachówaliśmy naprzód wártość ilości *h*, przy pomocy pośrzedniéy donioſłości pod 5 ſtopniami, i znowu obrachowaliśmy ią przy

przy pomocy także pośrzedniéy doniofłości pod 10 ſtopniami; a dopiéro pośrzedni wypadek mię- dzy témi dwóma, wzięliśmy za wártość ilości h. Użyliśmy zaś do tego ſpoſobu wyżéy podanego (525), niémaiąc względu na odmiénność gęſtości, któréy ſkutek ieſzcze bardzo nieznaczny pod témi dwóma kątami. A zatém wártość ilości h, iako wy- nikaiąca z ośmiorakiéy uwagi, powinna bydź poczy- tana za arcy doſkonałą. Znalezliśmy tedy bydź h =4393 ſą.; co daie znać (176), że ſzypkość kuli w ſamym wylocie z kanału, była taka, mocą któréy ku- la w miéyſcu prożnem, mogłaby przebieżyć 1262 ſt. na iednę minutę wtórą. Można tedy oſzacówać w tych próbach ſzypkość kuli 24 *ſwéy*, wyſtrzelonéy $8\frac{1}{2}$ *ſtami* prochu, na 1262 ſt. na iednę minitę wtórą. Co ſię tyczy ilości $\frac{p}{k^2}$; lubo kule w niniéyſzych pró- bach, tak iak w tamtych (524) zarówno były 24 *ſwe*, atoli ponieważ tamte miały 5,444 *c.* a te 5,5 *c.* w śrze- dnicy, przeto wártość ilości $\frac{p}{k^2}$ wynalezioną tamże (524), zmniéyſzyliśmy tu w ſtóſunku 5,5 do 5,444; tak iak uczynić należało; bo $\frac{p}{k^2} = \frac{3}{8} \times \frac{D}{D'} \times \frac{1}{2r}$ (524). A zatém wypadło nam $\frac{p}{k^2} = 0,00081189$.

840. Na fundamencie tedy tych wia- domościów zadanych, i podług ſpoſobu wyżéy przepiſanego (520 i 539), obracho- waliśmy, tak doniofłości iako też i wyſo- kości, do których kula wygórówać była powinna, w rozumiéniu gęſtości nieod- miénnéy. To oboie ma w prawdzie wy- padki nieco zamocne, iak iuż namieniliś- my indziéy, ale że nam tu nieſzło o więcéy

céy iak tylko o kąt upadku, i gęſtość w ſamym wiéſzchołku linii krzywéy, przeto do zamiaru takiego zdał nam ſię tén rachunek bydź więcéy iak doſtateczny. Umieściliśmy go w Tablicy, dla pomocy czytelników, którzyby go ſobie powtórzyć chcieli. Co ſię zaś tyczy doniofłościów, wypadłych w rozumiéniu odmiénnéy gęſtości, te obrachówaliśmy ſpoſobém przepiſanym (830 i daléy); i powinny bydź poczytane za wypadek arcy bliſki tego, coby dać mogła teorya nayściſléyſza.

841. Z Tablicy niżéy położonéy można oſądzić, iak wielki ſkutek czyni odpór powietrza. Łatwo ieſt podług (474), a oráz przy pomocy wynalezionéy tu mocy prochu, obrachówać ſobie doniofłości, iakie powinny wypadać, gdyby powietrze nieczyniło odporu. I tak *np.* w 45°. doniofłość powinnaby była zaſiągać na 8786 *ſąż.* maiąc zaś wzgląd na odpór powietrza, rachunek niedaie na tę doniofłość, iak tylko 1984 *ſą.*; a z doświadczenia, na takowąż pośrzednią doniofłość mamy 2054 *ſą.* A zatém teorya niniéyſza nieróżni od doświadczenia, iak tylko naywięcéy o 70 *ſą.*; gdy tym czaſém w teoryi parabolicznéy, różnica wynoſiłaby 6732 *ſą.* A tak na ſkutek odporu powietrza doświadczenie daie 6732 *ſą.*; a teorya naſza 6802 *ſą.* 832.

842. Jeżeli porównamy donioſłości obrachó-wane, z donioſłościami doświadczonémi, łatwo uznamy, iż mówiąc w powſzechności, tak dobrze zgadzaią ſię z drugiémi, iak tylko żądać można, w próbach podległych tak wielorakim trudnościom praktycznym. Niemożna w prawdzie wątpić o pilności, z iaką były wykonane. Atoli podług wyznania ſamego Kommendanta, męża w ſwoiém rzemioſle bardzo oświéconego, który miał dozór nad témi doświadczeniami, chociaż dołożono wſzelkiéy pilności, dla utrzymania wſzyſtkich rzeczy zawſze w iednakowych okolicznościach, przecięż w ſamém wykonaniu nieuchronnie zachodzą takie, o których zapewnić ſię prawie ieſt niepodobna. I takimci to przyczynóm, bez wątpiénia przypiſać trzeba, nierówności zachodzące w donioſłościach doświadczonych pod 35 i pod 43°. Bo 10ód donioſłości pod 35°, zdaią ogołém bydź ſłabſze, od donioſłościów pod 30°; lubo przecię piérwſze powinny bydź mocniéyſze, podług ſamegoż doświadczenia, z którego donioſłości pod 40°, wypadaią mocniéyſze. 2re. Donioſłości pod 43°, przewyżſzaią donioſłości odpowiadaiące 40 ſtopnióm, daleko więcéy, niżeliby ſię zdawało że przenoſić powinny. Gdy tym czaſém to ieſt rzecz bynaymniéy niewątpliwa, że około *nay-większości* donioſłościów, różnice powinny wypadać mniéyſze niżeli gdziekolwiek indziéy. Łatwo o tém przekonać ſię można, porównawſzy troiaki rządy donioſłościów obrachówanych w niniéyſzéy Tablicy, iedne z drugiémi; a oprócz tego, rzecz ſama przez ſię iawna ieſt, że tak bydź powinno, bądź w iakim chce rozumiéniu odporu.

843. Pomimo tego, z reſzty to ieſt dwunaſtu donioſłościów pokazuie ſię, iak arcy bliſko teorya niniéyſza zgadza ſię z prawdą, tak iż zaſtanowiwſzy ſię nad trudnościami w praktyce nigdy nieuchron-

némi, ſłuſznie wątpić można ażeby choć nayściśléyſza teorya, lepiéy z nią zgodzić ſię miała.

844. Można uważyć tak w téy drugiéy iako téż i w piérwſzéy Tablicy donioſłościów, że kąt odpowiadaiącéy naywiękſzéy donioſłości, znacznie różni ſię od tegóż kąta, wypadaiącego w teoryi parabolicznéy. Doświadczenie téż popiéra teoryą, lubo iedno z drugiém niezgadza ſię względém wielkości takowégo kąta. Z tém wſzyſtkiém zdaie ſię bydź rzeczą arcy trudną, ażeby doświadczenie mogło go uſtanowić; bo ponieważ różnice między donioſłościami, wypadaiącémi w pobliſkości tego kąta, niémogą bydź tylko bardzo małe, przeto zawſze będą mniéyſzémi anizeli różnice, między témiż donioſłościami, zależące od trudnościów praktycznych.

845. W obrachówaniu trwałości donioſłościów, niemieliśmy względu na odmiénność gęſtości; nie dla iakiéy więkſzéy w tém trudności, ale że różnica między oboim rachunkiém, niémoże bydź tylko bardzo mała. Trwałości doświadczone, położone w téyże Tablicy, ſą trwałości pośrzednie, wnieſione każda z cztérech trwałościow, odpowiadaiących każdemu kątowi.

TABLICA II.

Z porównaniém między ſobą donioſłościów armaty 24 ſwéy. *nabitéy* 8½ ſtami *prochu. a to* 16ó *bez odporu powietrza; 2re w przypadku nieodmiénnéy gęſtości po-*

powietrza w różnych wyſokościach; 3cie *w przypadku umnieyſza|céy ſię gęſtości powietrza, tém bardziéy, im wyżéy pociſk wyga|gdzie oráz przydaią ſię donioſłości doświadczone, w próbach w|nanych w* La Ferre, *w mieſiącu Październiku R.* 1771, *z roz|Margrabiego de* MONTEINARD, *Sekretarza ſtanu w Departa|cie Woyſkowym; pod dozorém Pa de* BEAUVOIR *Brygardyera W|Francuſkich i Naywyżſzego tamże Komendanta Szkoły Artylery|*

Stopnie rzucenia.	Donioſłości. Bez odporu powietrza.	Podług 1go przybliżenia; w gęſtości nieodmiennéy.	Maiąc wzgląd na umnieyſzenie gęſtości.	Podług doświadczenia.	Wyſokości do których ſię kula wynieść była powinna. Bez odporu powietrza.	Podług 1º przybliżenia; w gęſtości nieodmiennéy.	Maiąc wzgląd na umnieyſzenie gęſtości.	Przeciąg czaſu Donioſłościów. Bez odporu powietrza.	Maiąc wzgląd na odpór powietrza.	Podług doświadczenia.	
	ſą.	ſą.	ſą.	ſąż.	Sq.	ſą.	ſą.	Min. wtór.	Min. wtór.	M.w.	
5°	1526	896	902	927 910 898 946	33	25	25	$7\frac{3}{10}$	$6\frac{1}{10}$	7	[illegible]
10	3005	1295	1313	1273 1218 1237 1199	133	80	81	$14\frac{1}{2}$	$10\frac{4}{5}$	$10\frac{1}{4}$	[illegible]
15	4393	1531	1575	1588 1669 1650 1495	294	155	158	$21\frac{3}{5}$	$14\frac{3}{5}$	$15\frac{1}{4}$	[illegible]
20	5644	1714	1774	1636 1689 1783 1796	514	243	267	$28\frac{2}{5}$	$18\frac{7}{10}$	19	[illegible]
25	6730	1823	1884	1740 1766 1805 1909	784	342	361	$35\frac{3}{10}$	22	20	[illegible]
30	7609	1889	1965	1945 1843 2030 1877	1098	447	475	$41\frac{4}{5}$	$25\frac{1}{5}$	$24\frac{1}{2}$	[illegible]
35	8274	1917	2040	1871 1960 1852 1839	1445	560	609	$47\frac{9}{10}$	28	27	[illegible]

	ſą.	ſą.	ſą.	ſą.	ſą.	ſą.	ſą.	min. wtór.	min. wtór.	m.w.	
40	8653	1913	2024	2023 2001 1913 1851 1967	1816	677	737	$53\frac{7}{10}$	$30\frac{4}{5}$	$32\frac{4}{5}$	68
43	8764	1896	2001	2210 2163 2146 2221 2176	2044	750	823	57	$32\frac{3}{10}$	34	70
45	8786	1879	1984	2094 2040 2167 2032 1955	2197	798	882	$59\frac{1}{10}$	$33\frac{2}{5}$	34	72
50	8653	18132	1893	2000 1980 1972 1952	2578	929	1036	64	$35\frac{4}{5}$	36	75
60	7609	1581	1646	1689 1584 1766 1487	3295	1173	1358	$72\frac{2}{5}$	$40\frac{1}{5}$	$43\frac{1}{2}$	81
70	5644	1202	1211	1123 1271 1351 1194	3879	1350	1668	$78\frac{1}{2}$	44	46	83
75	4393	932	937	885 885 917 910	4099	1522	1832	$80\frac{7}{10}$	$45\frac{1}{2}$	$48\frac{3}{4}$	84

486. Zaſtanówmy ſię teráz, iakby można ieſzcze ściśléy uſtanowić liniią krzywą, którą obiéga pociſk w miéyſcu odpórném iednoſtaynéy gęſtości. Wártością ściśle wziętą ilości dx, ieſt

$$dx = \frac{-\frac{k^2}{2p}\,d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H\left[\frac{1}{2}\text{ſiecz.}\,H + \frac{1}{2}\text{dotycz.}\,H\,\text{log. ſtycz.}\left(45^\circ + \frac{1}{2}H\right)\right]}$$

Daymy że ilość $\frac{1}{2}$ ſiecz. H + $\frac{1}{2}$ dotycz. H log. ſtycz. $(45^\circ + \frac{1}{2}H)$, ieſt przemiéniona na $1 + A$ ſtycz.$^2 H$. Łatwo ieſt zapewnić ſię o tém z Tablicy wyżéy podanéy z wártościami ilości a, że A będzie zawſze ilością bardzo małą, i że bardzo mało odmiéniać ſię bę-

będzie. A zatém takową ilość A, możemy poczytać za ſtateczną w calèy rozległości linii krzywéy; a wartością dla niéy nayprzyzwoitſzą, będzie wártość iéy wzięta w ſamym punkcie rzucenia. Rozumiéć tedy będziémy $A = \frac{-1 + \frac{1}{2}\,\text{ſiecz.}\,I + \frac{1}{2}\,\text{dotycz.}\,I\,\text{log. ſtycz.}\,(45^{\circ} + \frac{1}{2}I)}{\text{ſtycz.}^2\,I}$ $= \frac{a-1}{\text{ſtycz.}^2\,I} = (a-1)\,\text{dotycz.}^2\,I$; co nam da $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{-d\,\text{ſtycz.}\,H}{C - \text{ſtycz.}\,H - A\,\text{ſtycz.}^3\,H}$.

To założywſzy, uważam 1ód. Ze ta wártość ilości dx, i tak arcy przybliżona, wychodzi na iedno z tąż wártością wziętą iak nayściśléy, w trzech punktach linii krzywéy, to ieſt w punkcie wylotu, w ſamym wiérſzchołku, i w owym punkcie ramiénia kuziemnego, który ma toż ſamo nachylenie co i punkt rzucenia. 2re. Ze ponieważ wártość którą tu przyczytamy ilości A, ieſt naymniéyſza ſpomiędzy tych wſzyſtkich, iakie tylko miéć może w ramiéniu odziemném, przeto mówiąc ogółem, mianownik ilości dx, wypada cokolwiek większy iak bydź powinién; ſkąd wnoſi ſię, rozumuiąc iak wyżéy (515 i daléy iako téż 824), że donioſłości wyrachówane podług niniéyſzego przypuſzczenia, będą cokolwiek krótſze od donioſłościów prawdziwych. A zatém śrzodék wzięty między wypadkami, wynikaiącémi i z tego, i z owego ſpoſobu wyżéy opiſanego (503 i daléy), dałby nam donioſłości, bardzo mało różniące ſię od donioſłościów prawdziwych.

847. Przyſtąpmy teráz do ſcałkówawania wártości ilości dx. Zróbymy $A = \frac{1}{B}$ a miéć będziém $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{Bd\,\text{ſtycz.}\,H}{-BC + B\,\text{ſtycz.}\,H + \text{ſtycz.}^3\,H}$.

Niech będzie c prawdziwym piérwiaſtkiém zrównania, $\text{ſtycz.}^3\,H + B\,\text{ſtycz.}\,H - BC = 0$; ieżeli rozdzielimy $\text{ſtycz.}^3\,H + B\,\text{ſtycz.}\,H - BC$ przez $\text{ſtycz.}\,H - c$, to (zaniedbawſzy reſztę po rozdzieleniu zoſtaiącą, która podług przypuſzczenia powinna równać ſię zerowi), miéć będziém $\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2$ na wyráz drugiego czynnika, z których ſkłada ſię mianownik (Alg. 146 i 151). Będzie tedy $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{Bd\,\text{ſtycz.}\,H}{(\text{ſtycz.}\,H - c)(\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2)}$...

Daymy (108), że druga część róſkłada ſię na te dwa ułamki, $\frac{Dd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz}\,H - c}$ i $\frac{E\,\text{ſtycz.}\,Hd\,\text{ſtycz.}\,H + Fd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2}$. Znaydziemy (111) $E = -D$; $F = -2Dc$; i $D = \frac{B}{B + 3c^2}$. Co nam da $\frac{2pdx}{k^2} = \frac{Dd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}\,H - c} - \frac{D\,\text{ſtycz.}\,Hd\,\text{ſtycz.}\,H + 2Dcd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2}$, albo $\frac{2pdx}{Dk^2} = \frac{d\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}\,H - c} - \frac{1}{2} \times \frac{2\,\text{ſtycz.}\,Hd\,\text{ſtycz.}\,H + cd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2} - \frac{\frac{3}{2}cd\,\text{ſtycz.}\,H}{\text{ſtycz.}^2\,H + c\,\text{ſtycz.}\,H + B + c^2}$. Dwa

Dwa piérwſze wyrazy, ſą oczywiście różni-
czkami logarytmówémi, i daią ſię łatwo ſcałkować.
Co ſię zaś tyczy trzeciego wyrazu, ieżeli zrobimy
$\text{ſtycz.}\, H + \tfrac{1}{2}c = z$; $B + \tfrac{3}{4}c^2 = ff$; a $z = fz'$; to prze-
rzeczony wyráz zamiéni ſię w tén, $-\tfrac{3}{2}\tfrac{c}{f}\,\dfrac{dz'}{z'z'+1}$;
co ieſt różniczką łuku kołowego, maiącegó za pro-
mién 1, a którego ſtyczną, wyrażałaby ilość z', albo
$\dfrac{z}{f}$ albo $\dfrac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}$; więc ſcáłkówawſzy, miéć bę-
dziém, $\dfrac{2px}{Dk^2} = \log.(\text{ſtycz.}\, H - c) - \tfrac{1}{2}\log.(\text{ſtycz.}^2 H$
$+ C\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2) - \tfrac{3}{2}\tfrac{c}{f}$ łuk ſtycz. $\left(\dfrac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}\right)$
$+ C'$; albo wynalázłſzy, iak bydź powinno, wártość
ſtateczněy C' przez tén warunek, ażeby było $x = 0$,
w tén czas, kiedy $H = I$, i dawſzy baczenie na to,
że $\text{ſtycz.}^2 H + c\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2 = (\text{ſtycz.}\, H + \tfrac{1}{2}c)^2$
$+ ff = ff\left[\left(\dfrac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}\right)^2 + 1\right]$, miéć będziém nao-
ſtatek $\dfrac{2px}{Dk^2} = \log.\dfrac{\text{ſtycz.}\, H - c}{\text{ſtycz.}\, I - c} - \tfrac{1}{2}\log.\dfrac{\left(\frac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}\right)^2 + 1}{\left(\frac{\text{ſtycz.}\, I + \frac{1}{2}c}{f}\right)^2 + 1}$
$-\tfrac{3}{2}\tfrac{c}{f}\left(\text{łuk. ſtycz.}\,\dfrac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f} - \text{łuk. ſtycz.}\,\dfrac{\text{ſtycz.}\, I + \frac{1}{2}c}{f}\right)$

848. Poſzukaymy teráz wártości y.
Mamy $\dfrac{dy}{dx} = \text{ſtycz.}\, H$, albo $dy = dx\,\text{ſtycz.}\, H$;
więc $\dfrac{2pdy}{k^2} = \dfrac{D\,\text{ſtycz.}\, H d\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}\, H - c}$ - - - -
$\dfrac{D\,\text{ſtycz.}^2 H d\,\text{ſtycz.}\, H + 2Dc\,\text{ſtycz.}\, H d\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}^2 H + c\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2}$, co
po odprawiéniu rozdzieléńia cząſtkowe-
go, wychodzi na $\dfrac{2pdy}{k^2} = \dfrac{Dcd\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}\, H - c}$ - - -

$-\dfrac{(Dc - BD - Dc^2)\,\text{ſtycz.}\, H d\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}^2 H + c\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2}$; albo $\dfrac{2pdy}{Dk^2}$
$= \dfrac{cd\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}\, H - c} - \dfrac{\frac{1}{2}c\,(2\,\text{ſtycz.}\, H + c)\,d\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}^2 H + c\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2}$
$+ \dfrac{(B + \frac{3}{2}cc)\,d\,\text{ſtycz.}\, H}{\text{ſtycz.}^2 H + c\,\text{ſtycz.}\, H + B + c^2}$; zrównanie, z
którèm poſtąpiwſzy ſobie tak iak uczyni-
liśmy z wártością dx, miéć będziém $\dfrac{2py}{Dk^2}$ - -
$= c\log.\dfrac{\text{ſtycz.}\, H - c}{\text{ſtycz.}\, I - c} - \tfrac{1}{2}c\log.\dfrac{\left(\frac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}\right)^2 + 1}{\left(\frac{\text{ſtycz.}\, I + \frac{1}{2}c}{f}\right)^2 + 1}$
$+ \dfrac{B + \frac{3}{2}cc}{f}$ (łuk ſtycz. $\dfrac{\text{ſtycz.}\, H + \frac{1}{2}c}{f}$ — łuk
ſtycz. $\dfrac{\text{ſtycz.}\, I + \frac{1}{2}c}{f}$. A zatém nadawſzy ilo-
ści H takową wártość iaka ſię ſpodoba, w
każdém z dwóch zrównań dopiéro wyna-
lezionych, pokaże ſię wártość ilości y, i
onéy odpowiadaiąca wártość ilości x. Że-
by zaś miéć całą rozległość linii krzywéy,
czyli całą donioſłość, trzeba w oſtatniém
zrównaniu, z kolei dobiérać zamiaſt H ró-
żnych wártosciów przéczących, aż natrafi
ſię na taką, któraby dała $y = 0$. A natén-
czas, takowa wártość ilości H położona
w zrównaniu wyrażoném w x, da żądaną
wártość tegóż x, czyli całéy donioſłości.

849. Ale tym wártościóm ilościów y i x, mo-
żna ieſzcze dać daleko proſtſze wyrażenie, a to w
tén

tón ſpoſób. Oznaczmy przez M, łuk maiący za ſtyczną, $\frac{ſtycz.\, H + \frac{1}{2}c}{f}$; a przez M', łuk maiący za ſtyczną, $\frac{ſtycz.\, I + \frac{1}{2}c}{f}$; ſkąd wypada łuk ſtycz. $\frac{ſtycz.\, H + \frac{1}{2}c}{f} = M$; a zatém $\frac{ſtycz.\, H + \frac{1}{2}c}{f} = ſtycz.\, M$; a ſtycz. $H = f\, ſtycz.\, M - \frac{1}{2}c$, mieć téż podobnież będziém ſtycz. $I = f\, ſtycz.\, M' - \frac{1}{2}c$. Położywſzy te wártości w zrównaniu wzwyż wynalezioném, będzie $\frac{2px}{Dk^2} = \log. \frac{f\, ſtycz.\, M - \frac{3}{2}c}{f\, ſtycz.\, M - \frac{3}{2}c} - \frac{1}{2}\log. \frac{ſtycz.^2 M + 1}{ſtycz.^2 M' + 1} - \frac{3}{2}\frac{c}{f}(M - M')$. Zróbmy $f = \frac{3}{2}c\, ſtycz.\, l$; dawſzy baczenie na to, że $\frac{wſt.\, A}{doſt.\, A} = ſtycz.\, A$, i doſt. A doſt. B − wſt. $A \times$ wſt. B = doſt. $(A + B)$, będzie $\frac{2px}{Dk^2} = \log. \frac{doſt.\,(M+l)}{doſt.\,(M'+l)} \times \frac{doſt.\, M'}{doſt.\, M} - \frac{1}{2}\log. \frac{doſt.^2 M'}{doſt.^2 M} - \frac{3}{2}\frac{c}{f}(M - M')$; to ieſt, $\frac{2px}{Dk^2} = \log. \frac{doſt.\,(M + l)}{doſt.\,(M' + l)} - \frac{3}{2}\frac{c}{f}(M - M')$. I na fundamencie podobnegoż rozumówania, także mieć będziém $\frac{2py}{Dk^2} = c \log. \frac{doſt.\,(M + l)}{doſt.\,(M' + l)} + \frac{B + \frac{3}{2}c^2}{f}(M - M')$.

850 Krótko powiedziawſzy, mieć będziém c, rozwiązawſzy zrównanie ſtycz.$^3 H + B$ ſtycz. $H - BC = 0$; f, wynaydziemy przez zrównanie $B + \frac{3}{4}c^2 = ff$; l, przez zrównanie $\frac{f}{\frac{3}{2}c} = ſtycz.\, l$; M przez zrównanie $\frac{ſtycz.\, H + \frac{1}{2}c}{f} = ſtycz.\, M$; a M', przez zrównanie $\frac{ſtycz.\, I + \frac{1}{2}c}{f} = M'$. Wynalázłſzy M i M' w ſtopniach i w minutach, można dóyśdź ich wártościów bezwzględnych, rozmnożywſzy ich wártości wyrażone

żone w minutach, przez 0,0002908882, to ieſt, przez liczbę wyrażaiącą długość łuku, maiącego za miarę iednę minutę; albo dodawſzy do logarytmu ilościów M i M, wyrażonych w minutach, logarytm ſtateczny 6,4637261; wypadek pokaże logarytm wártościów bezwzględnych, odpowiadaiących ilościóm M i M'.

851. Podług tego co ſię powiedziało (830), łatwo teráz widzieć ieſt, iak w tym drugim ſpoſobie można mieć wzgląd na odmiénność gęſtości. Zrobiwſzy $\frac{k^2}{2p} = \frac{1}{2D}$, trzeba zmyślić ſobie ilość

$$\frac{- \frac{1}{2D} d\, ſtycz.\, H}{C - ſtycz.[\frac{1}{2}ſiecz.\, H + \frac{1}{2}dotycz.\, H \log.\, ſtycz.(45^\circ + \frac{1}{2}H)]}$$

oznaczoną przez $\frac{-d\, ſtycz.\, H}{A - B\, ſtycz.\, H - E\, ſtycz.^3 H}$; a potèm łatwo będzie wynaléśdź ilości A, B, i E, przy pomocy tych trzech zrównań $\frac{1}{2D(C - a\, ſtycz.\, I)} = \frac{1}{A - B\, ſtycz.\, I - E\, ſtycz.^3 I}$; $\frac{1}{2DC} = \frac{1}{A}$; i $\frac{1}{2D(C + a'\, ſtycz.\, I')} = \frac{1}{A + B\, ſtycz.\, I' + E\, ſtycz.^3 I'}$; gdzie $\frac{1}{2D}$ wyraża wártość ilości $\frac{k^2}{2p}$ w ſamym wiérzchółku linii krzywéy; a $\frac{1}{2D}$, wyraża téż wártość w punkcie rzucenia i w punkcie upadku.

852. Używaiąc tego drugiego ſpoſobu, iawna ieſt, iż chcąc mieć wzgląd na odmiénność gęſtości, nietrzeba rachówać ramión odziemnego i kuziemnego każdego zoſobna.

853. Pomiędzy usilnościami, których dotąd nieżałówano dla ustanowiénia linii krzywéy, iaką obiégaią pocilki wmiéyscu odporném, osobliwiéy należy nam wspomnieć o Pamiętniku Kawalera de *Borda*, czytanym w Akademii Nauk Roku 1770. Pomiéniony Akademik, traktuie w nim tę materyą w sposób arcy dowcipny, lubo wcale różny od każdego z tych, które my tu podaliśmy. Wiedziéć niémożemy w iakim stopniu doskonałości, wypadać mogą donioslości, wynikaiące z iego rachunku, którego niepróbówaliśmy. Ale dwa sposoby tu założone, maią niektóre pożytki sobie właściwe; iakoto, że można obrachówać donioslości, nierachuiąc koniecznie osobno ramiénia odziemnego, a osobno kuziemnego, a do tego że tén nasz rachunek stanowi pewne granice donioslościów; co zdaie nam się bydź rzeczą nieodbicie potrzebną, do zapewniénia się o dokładności przybliżenia tego rodzaiu.

854. Całą rzecz zakóńczymy, ieszcze iedną uwagą ściągaiącą się do tego, co się rzekło wyżéy (416 i daléy, o przyczynach odskoku. Między te przyczyny należy także policzyć miąższość samego prochu, iako to bardzo dobrze uważył Kawaler d' *Arçy* w swoiéy Xiażeczce Teoryi Artyleryczněy. Niech będzie iak chce mała miąższość gościeku sprężystego, rozwięzuiącego się w każdym

przeciągu niezmiérnie małéy trwałości czasu, odpowiadaiącéy zapaleniu prochu, iednakże zbyteczna szypkość z iaką ta materya bywa wyrzucona z armaty, zapewnia o przytomnéy ilości ruchu, a zatém i o czynności iego wstecz odbitéy przeciwko dnu, która niepowinna bydź zaniedbana. Ale zdaie się bydź rzeczą arcy trudną, ustanowić prawo, podług którego sprawuie się ta czynność, zależąca od miąższości prochu.

K O N I E C.

Ad M. D. G. B. V. M.

& OO. SS. Honorem.

ZBIOR

ZBIOR
Materyi zawartych w tym ostatnim Tomie.

O ROWNOWADZE I O RUCHU w SILNIACH.

PRZYDATEK

w którym traktuie ſię dokładniéy o ruchu pocisków w miyéſcu odpornem.

w obrachowaniu donioſłościów pierwſzym ſpoſobém. - - *karta* 461.

Tablica zawiéraiąca w ſobie liczby potrzebne do obrachowania ruchu pociſków w miéyſcah odpornych. 471.

Tablica zawiéraiąca w ſobie porównanie między teoryą i doświadczeniém, ſłużąca do bómb maiących w śrzednicy 11 *cal.* 10 *l.*; ważących każda po 140 *ſtów*, wyrzuconych każdu $3\frac{1}{4}$ *ſtami* prochu. - - 473.

Próby przywiedzione w téy Tablicy daią znać, że bómba wyrzucona była z taką ſzypkością, mocą którey w miéyſcu próżném, mogłaby przebieżyć 366 *ſt.* na iednę minutę wtórą 474.

Tablica zawiéwieraiąca w ſobie porównanie teotyą i doświadczeniém, do kul 24 *fwych*, wyſtrzelonych $8\frac{1}{2}$ *ſtami* prochu 480.

Szypkość tych kul, w ſamym wylocie z kanału była taka, mocą którey w miéyſcu próżném, taż kula mogłaby przebieżyć 1262 *ſt.* na iednę minutę wtórą. - - - - 475.

Ze odpór powietrza tak dalece zmniéyſza donioſłości, że ſkutek iego, podług doświadczenia, donioſłości pod 45°, uymuie 6732 *ſą.* na 8786; a podług teoryi uymuie téyże donioſłości 6802 *ſą.* na 8786. 477.

Jak wynayduie ſię w ſpoſób ieſzcze ściśléyſzy zrównanie należące do linii krzywéy, iaką obiégaią pociſki w miéycach odpornych, podług przypuſzczenia gęſtości powietrza nieodmiénnéy. - - - - 478.

Jak używa ſię tego ſpoſobu, chcąc miéć wzgląd na odmiénność gęſtości. - - - 487.

Na k. 481. w pierwſzym wierſzu pod Tablicą, zamiaſt 486. popraw 846.

KONIEC ZBIORU MATERYI.
OSTATNIEGO TOMU.

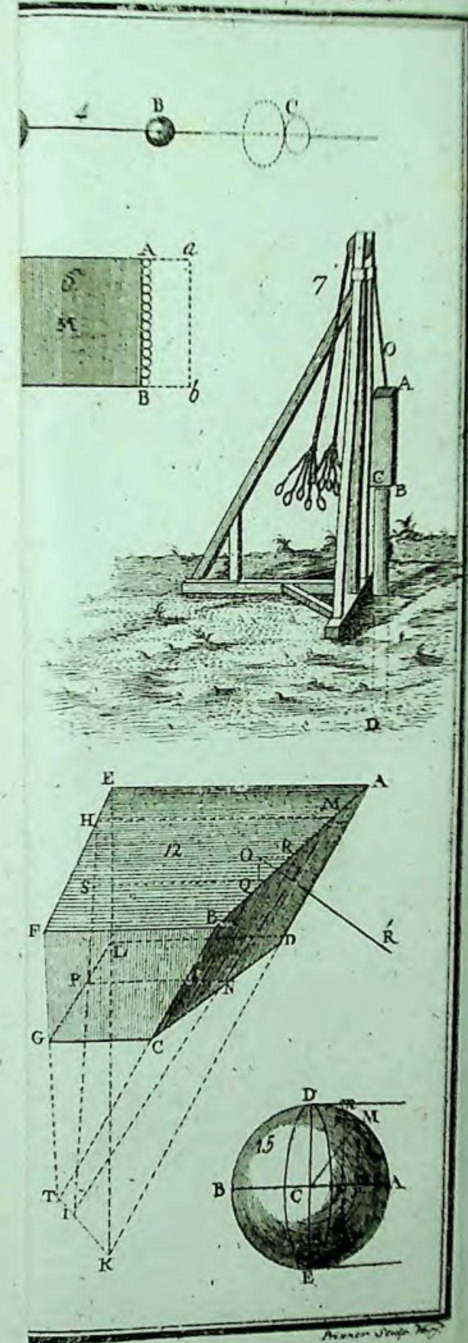
ZBIOR

Wyrazów Polskich użytych w tym IVtym Tomie, albo nowych albo mało znaiomych, niepowtarzaiąc tych, które iuż położyły ſię w poprzédzaiących trzech Tomach.

Bezwzględna ſiła. - -	*Vis abſoluta.*
Czynna ſiła. - - - -	*Vis activa.*
Iłza (w Artyl.) - - -	*Charteus tubulus.*
Kafar. - - - - - -	*Fiſtuca.*
Kąt padłości. - - - -	*Angulus incidentiæ.*
Kibić (w Wadze). - -	*Scapus.*
Kluba. - - - - - -	*Trochlea.*
Kołyſanie. - - - - -	*Oſcillatio.*
Martwa ſiła. - - - -	*Vis mortua.*
Odbitka. - - - - -	*Ricochet.* Kula czołgaiąca się
Odbitność. - - - -	*Reflexio.*
Pośrzodek. - - - -	*Medium.*
Puzdro klubne. - - -	*Polyſpaſtus.*
Puzdro okute. - - -	*Rechamus armatus.*
Raca (w Artyl.) - - -	*Ignis miſſilis.*
Roſnący rzęd. - - -	*Series divergens.*
Równotrwały. - - -	*Iſochronicus.*
Rożnośrzodkowy. - -	*Excentricus.*
Silnia. - - - - -	*Machina.*
Spółśrzodkowy. - - -	*Concentricus.*
Śrzodkowa ſiła. - - -	*Vis centralis.*

Srzod-

Srzodkoboyna siła. – –	*Vis centrifuga.*
Stanowisko. – – – –	*Periodus.*
Ubywaiący rzęd. – –	*Series convergens.*
Wielowrot. – – – –	*Vibratio.*
Winda pionowa. – – –	*Ergata.*
Winda poziemna. – – –	*Sucula.*
Wśrzodmierna siła. – –	*Vis centripeta.*
Względna siła.	*Vis relativa.*
Zawiesidło. – – – –	*Pendulum.* Wahadło
Zuraw. – – – – –	*Tractoria grus.*
Zwornik (w sklep:) – –	*Arcuatus lapis in fornicem cæsus.*
Zywa siła. – – – –	*Vis viva.*



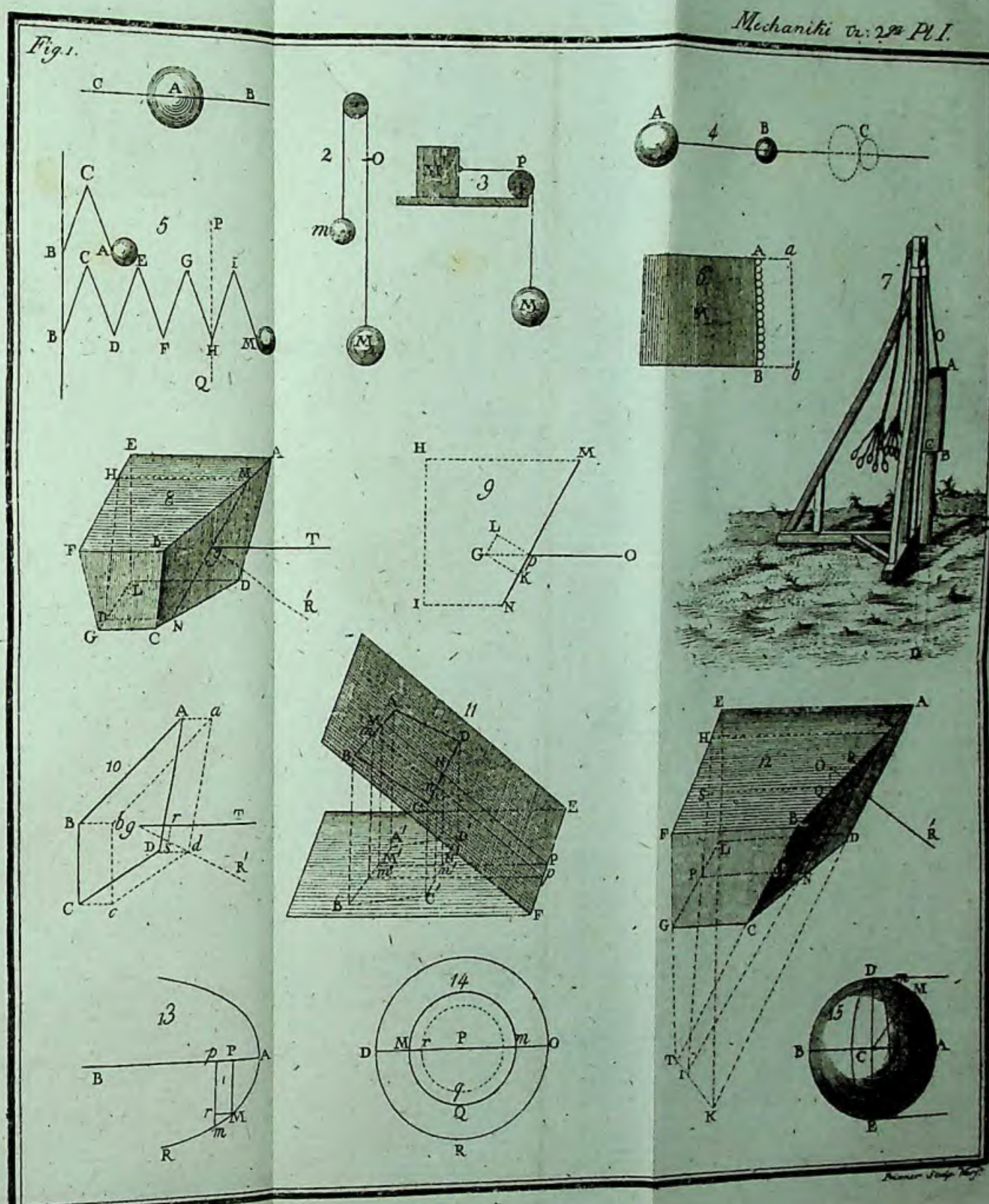
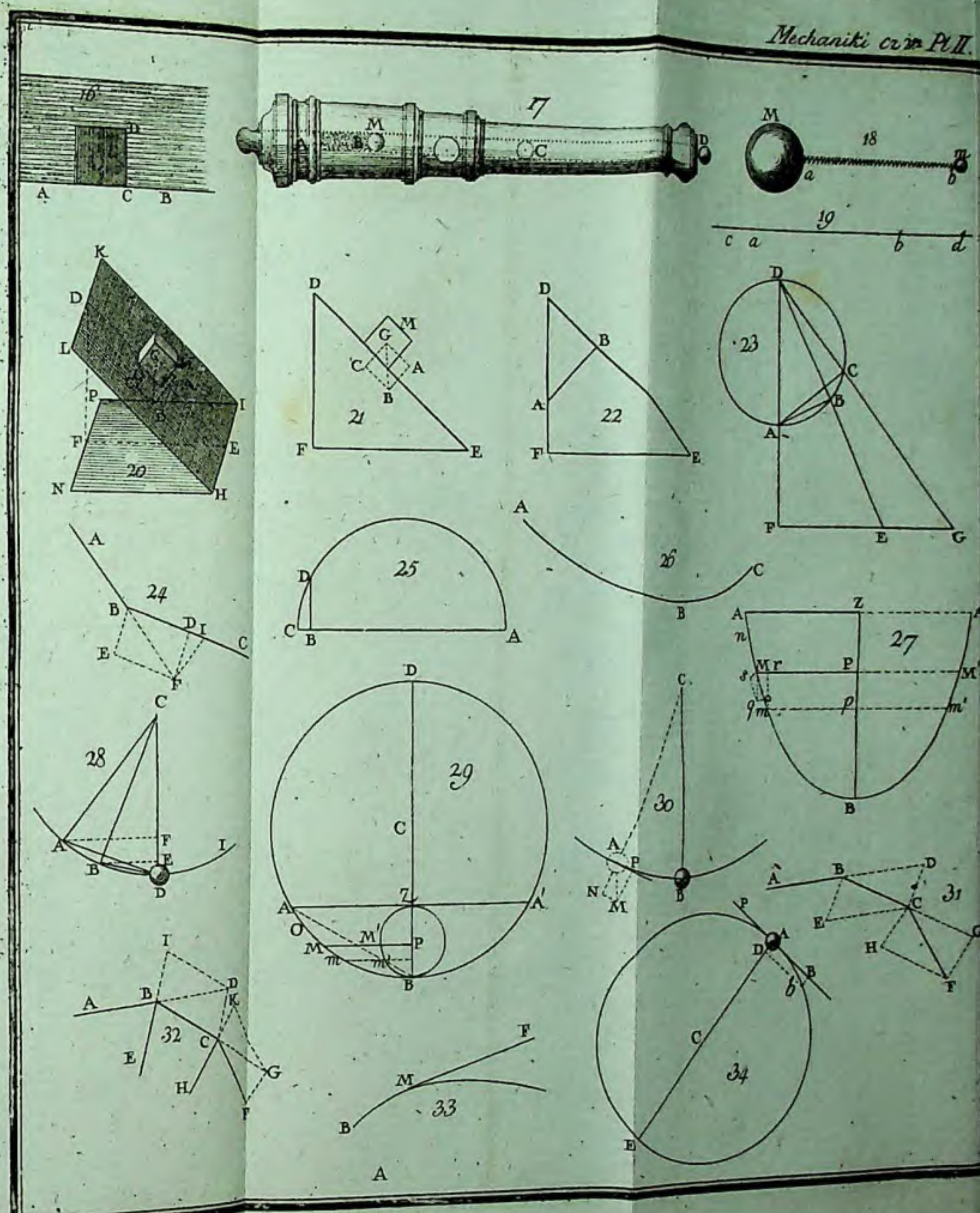
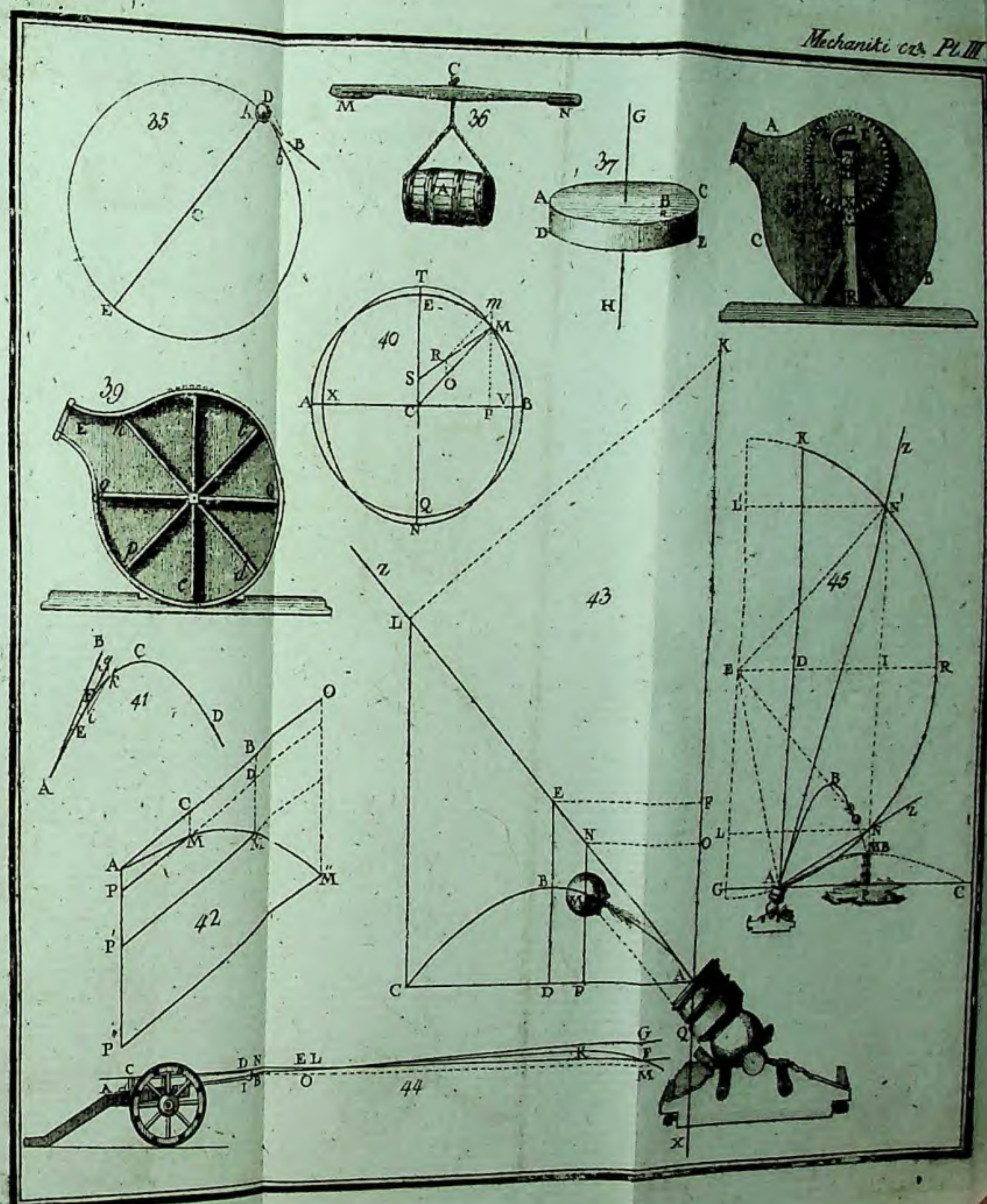
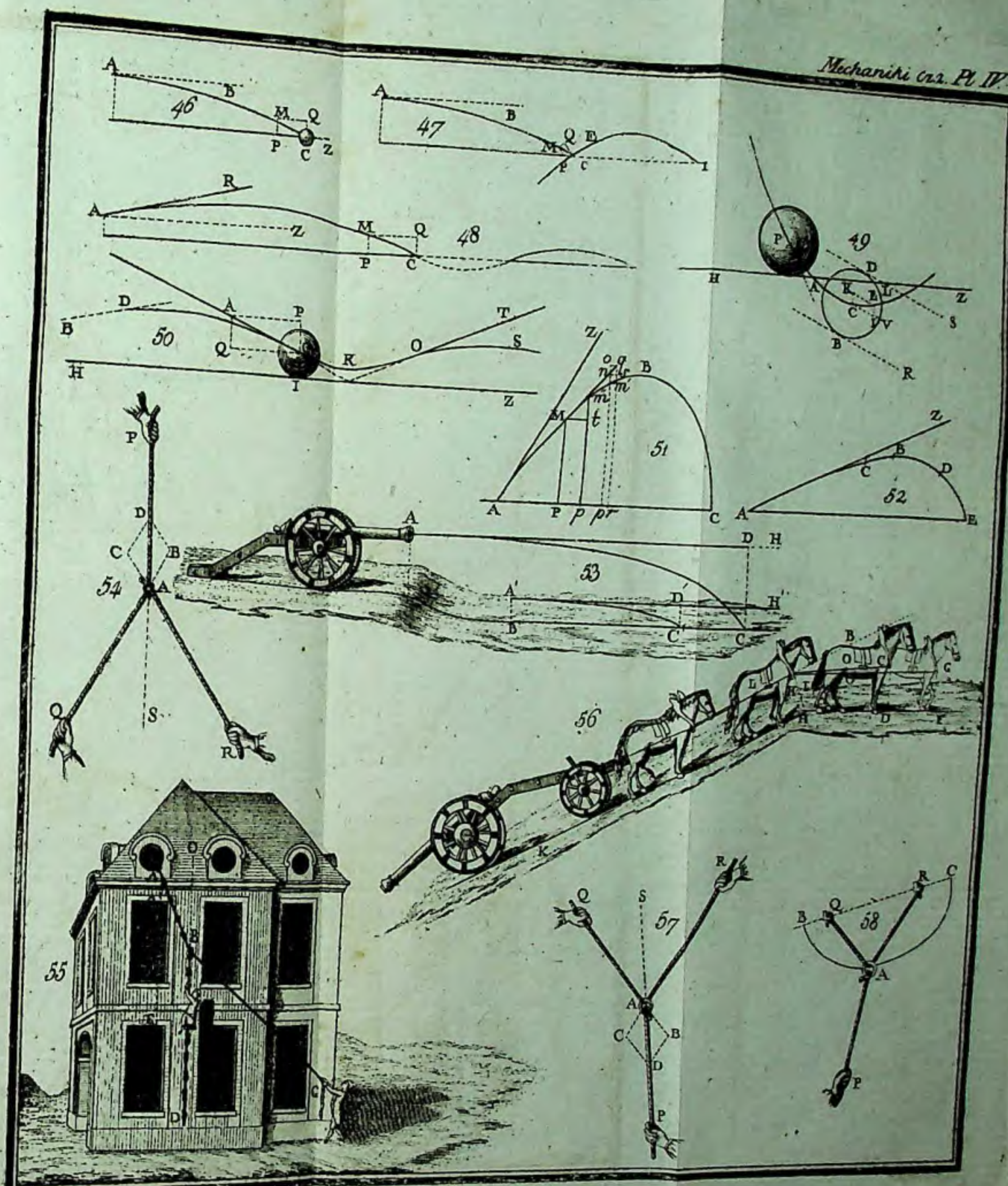


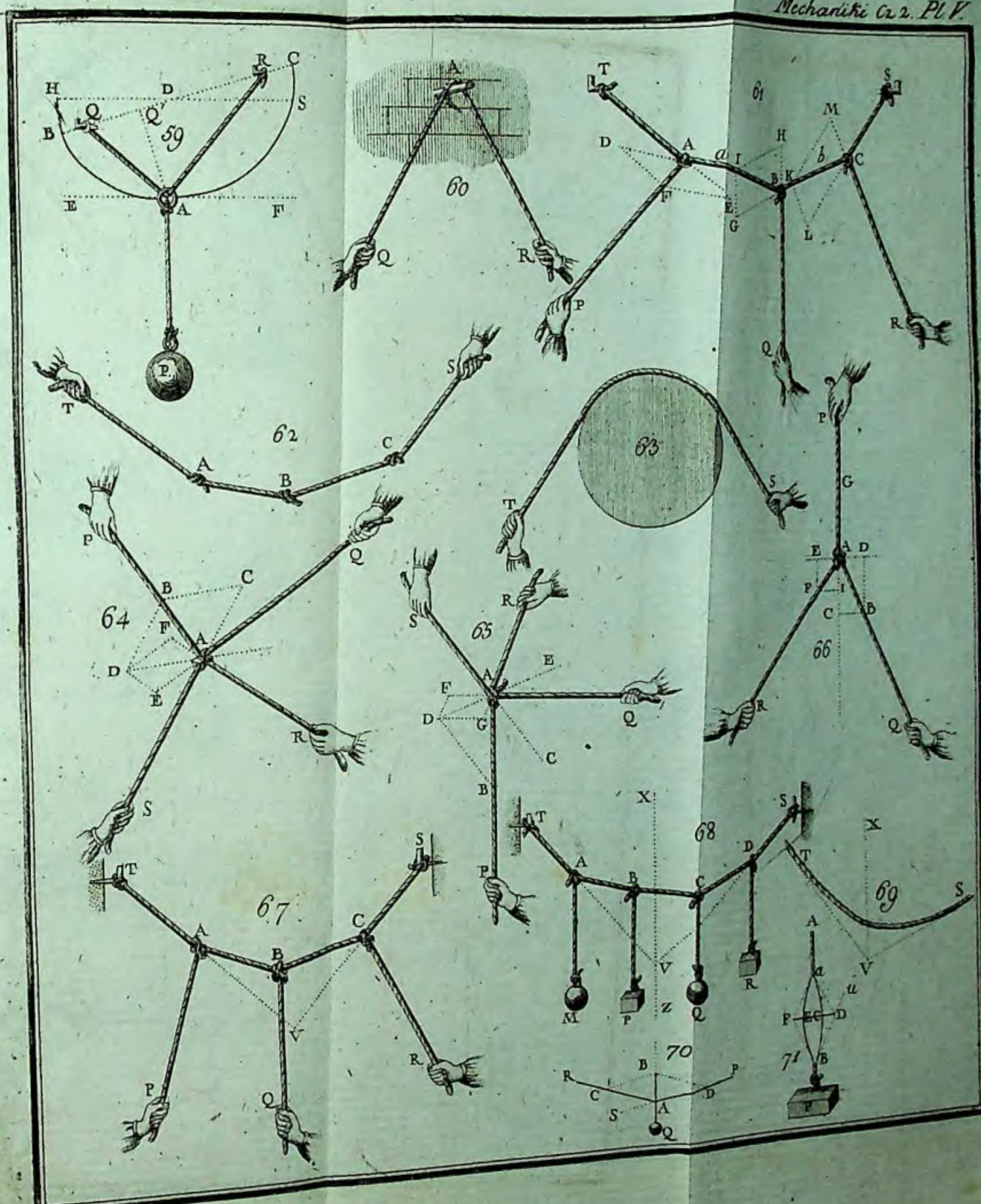
Fig. 1.
2
3
4
5
7
9
10
11
12
13
14
15

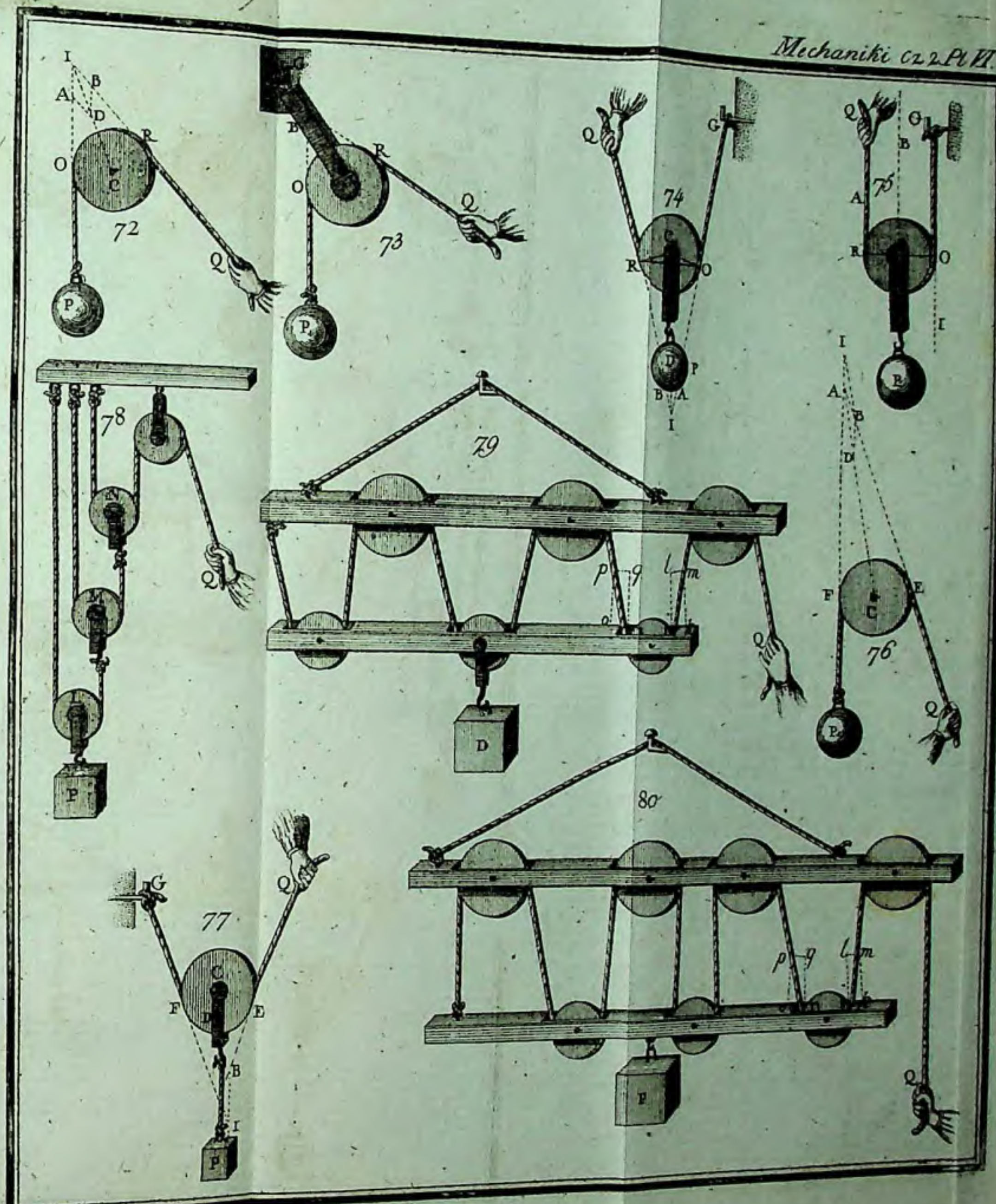
Mechaniki cz. 1. Pl. II.

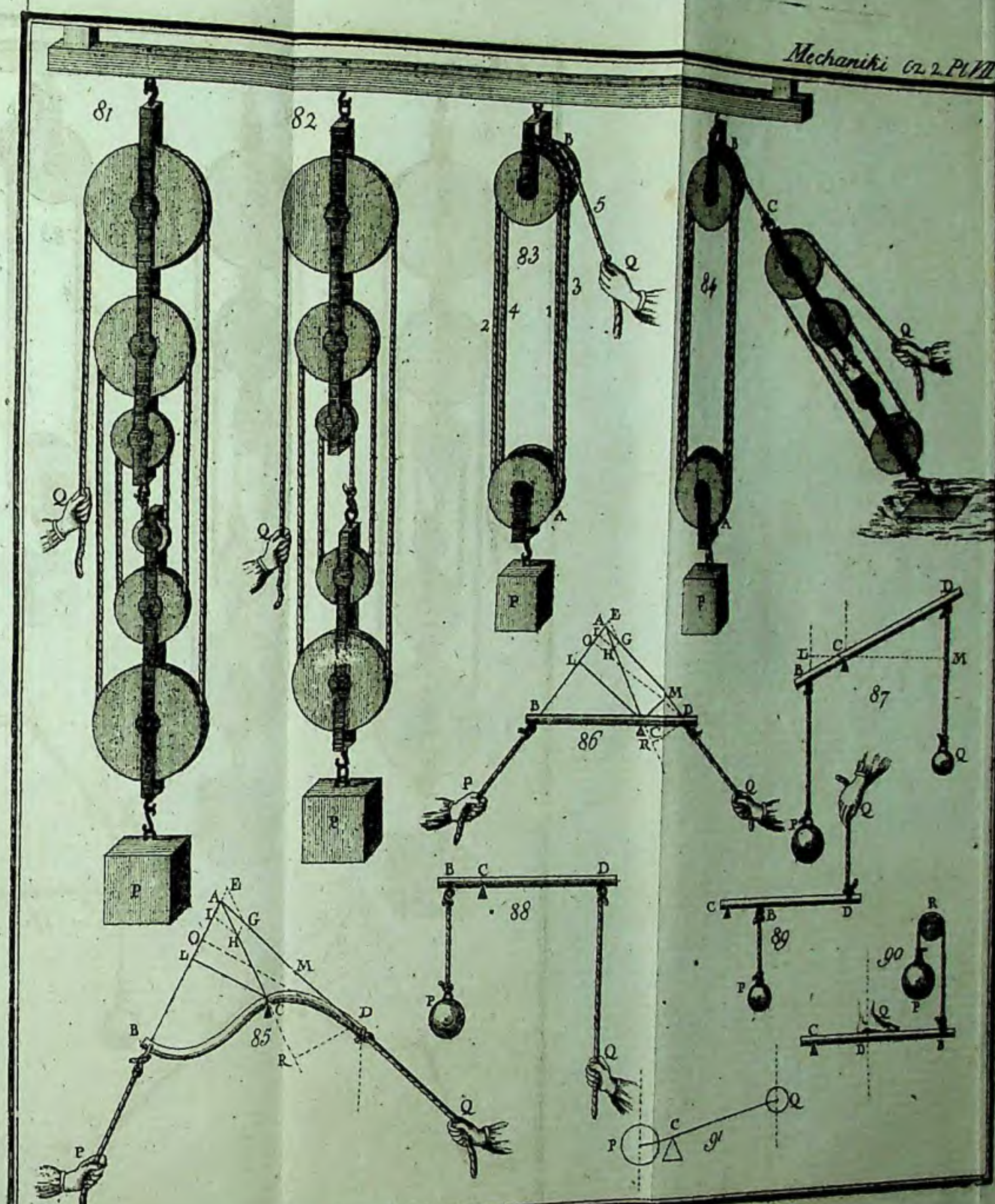



35
36
37
39
40
41
42
43
44
45

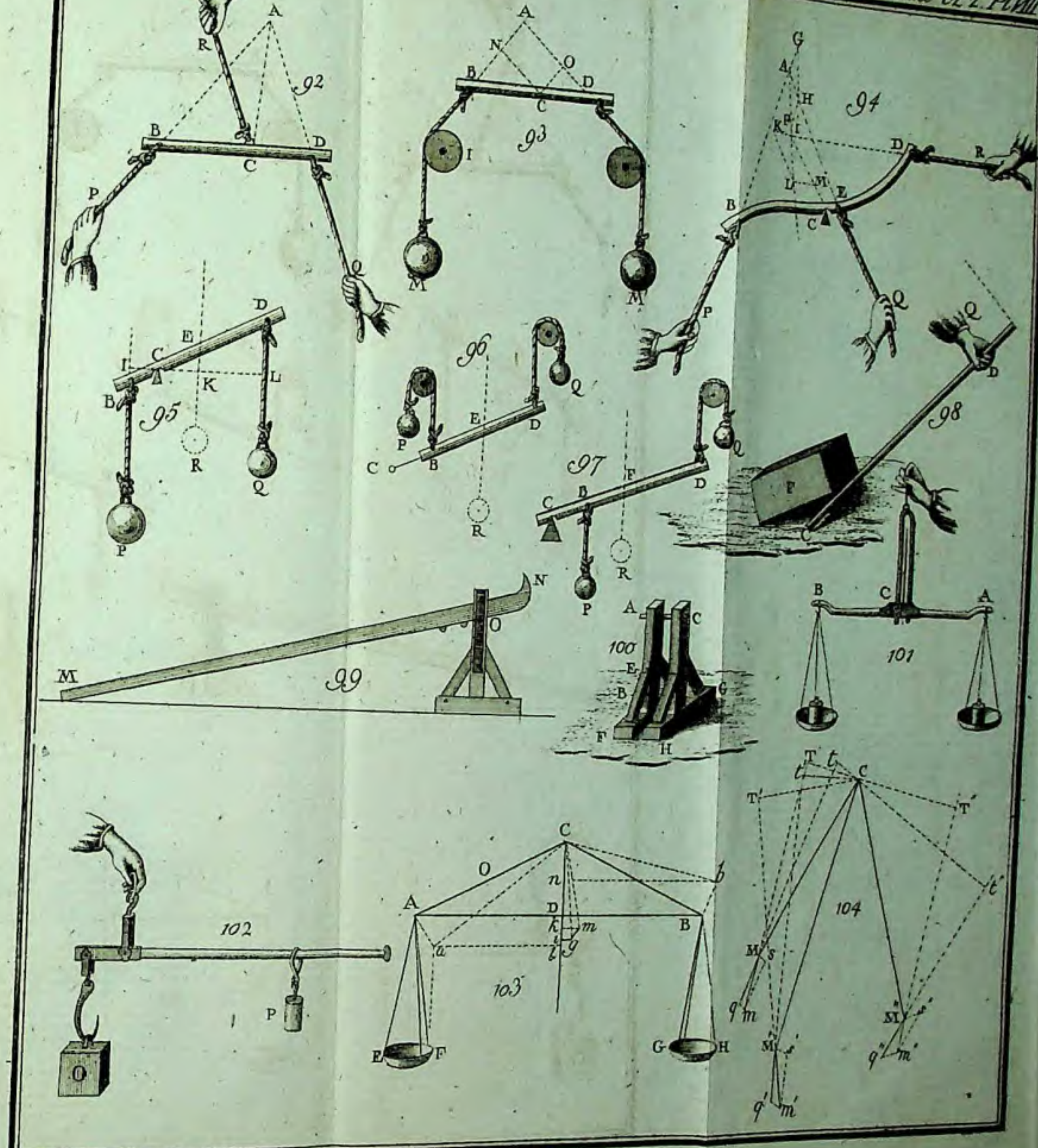

46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58


59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71

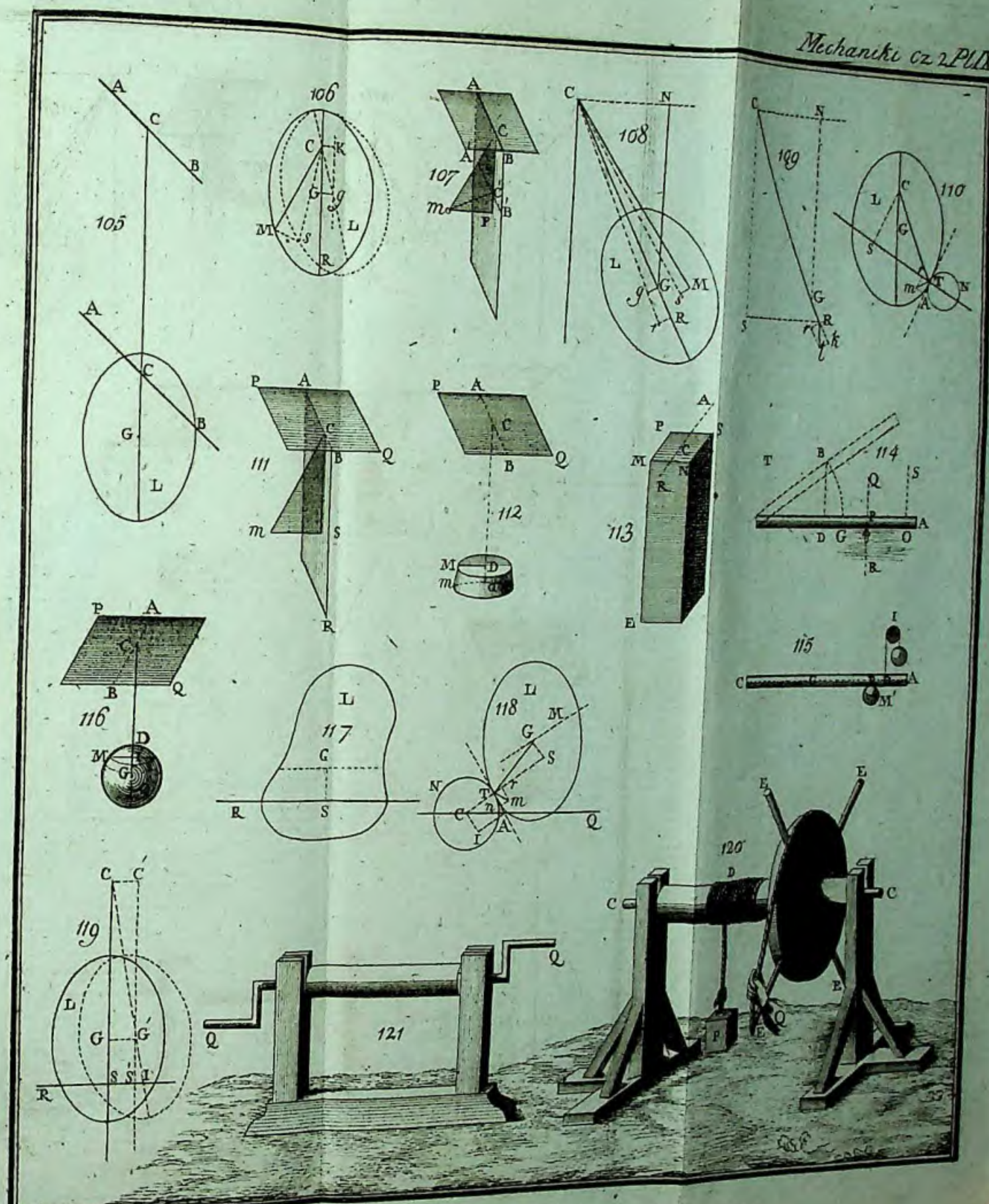

Mechaniki Cz 2 Pl VI.
72
73
74
75
76
77
78
79
80

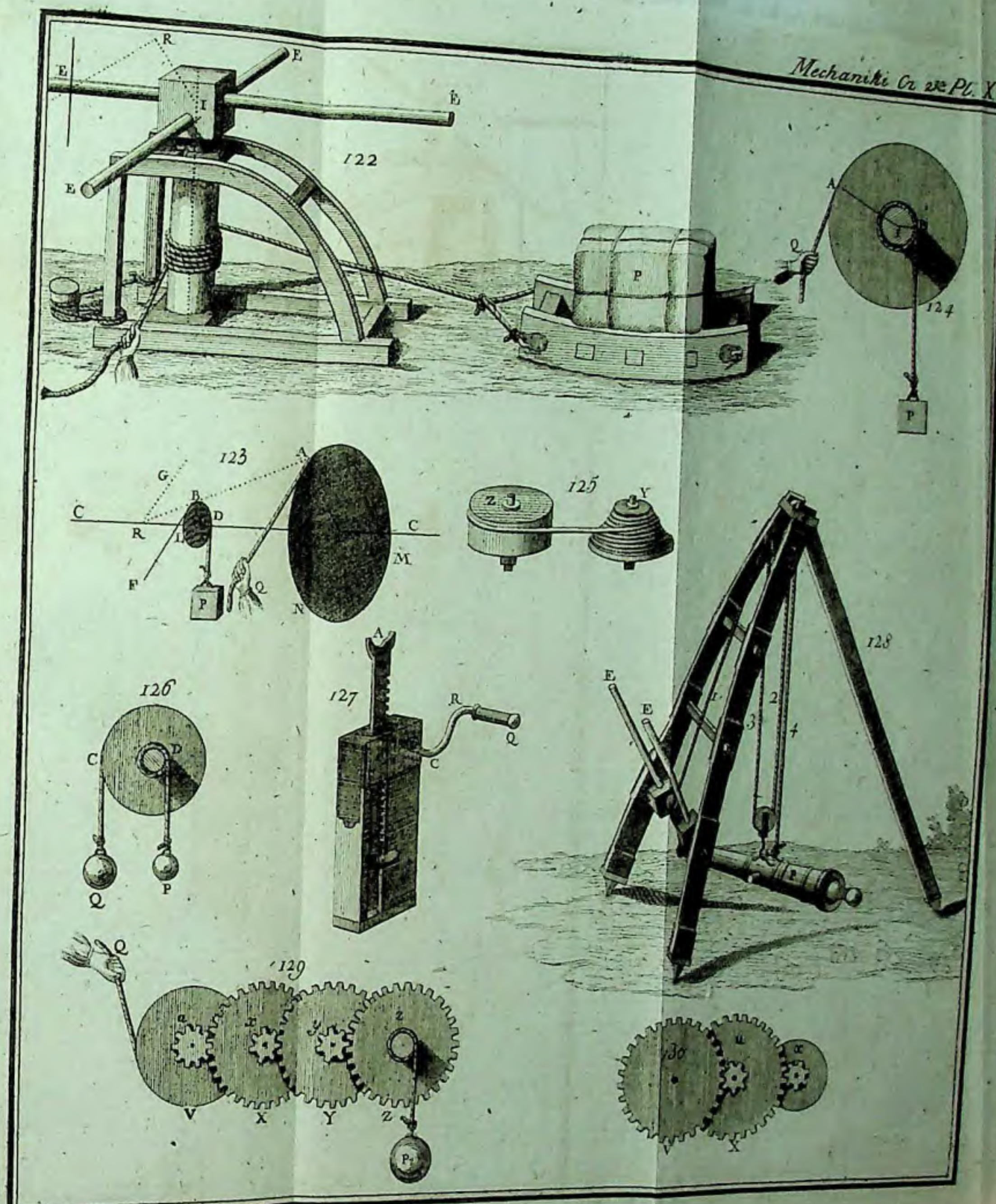

81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91

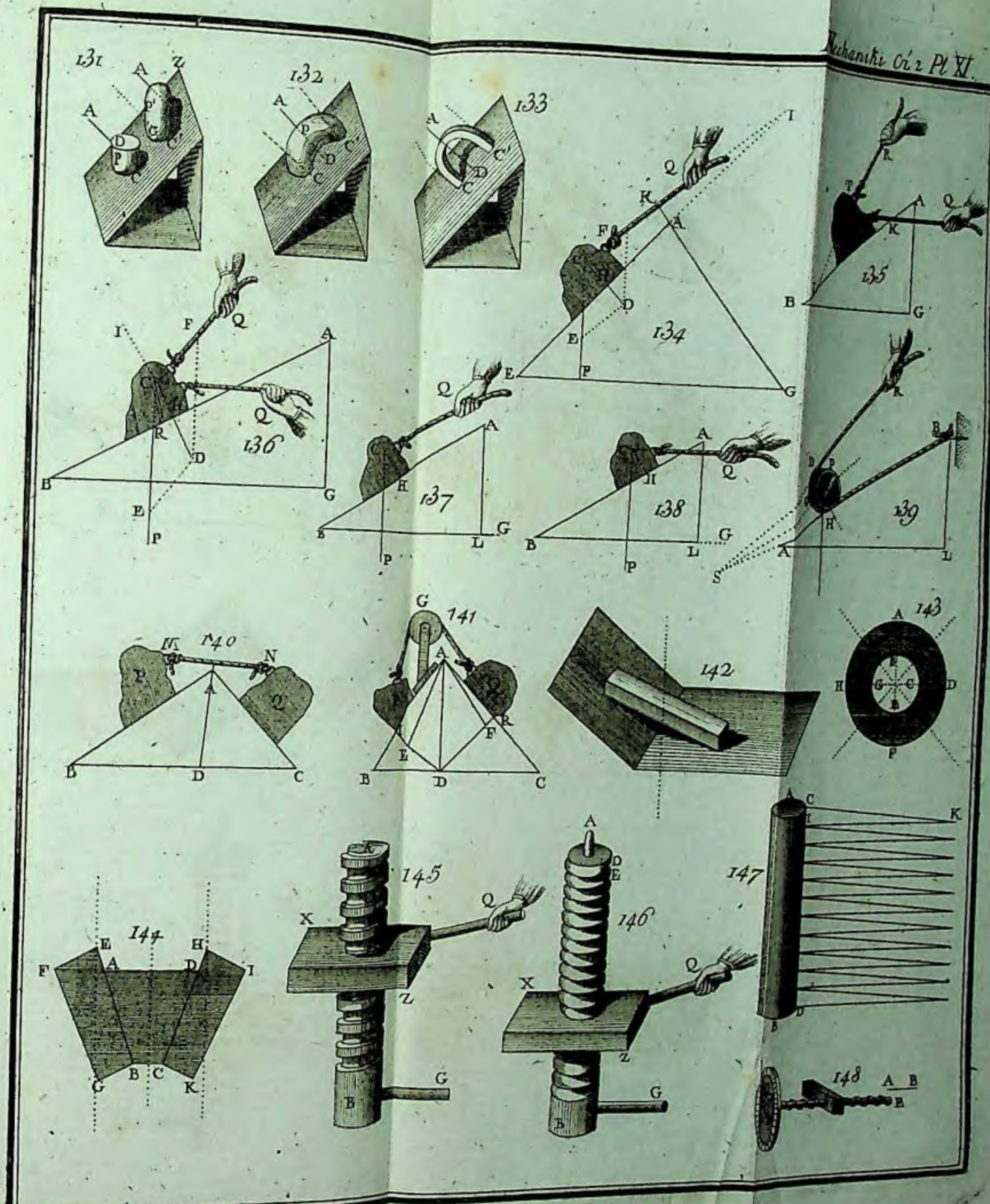
Mechaniki Cz. 2. Pl. VIII.

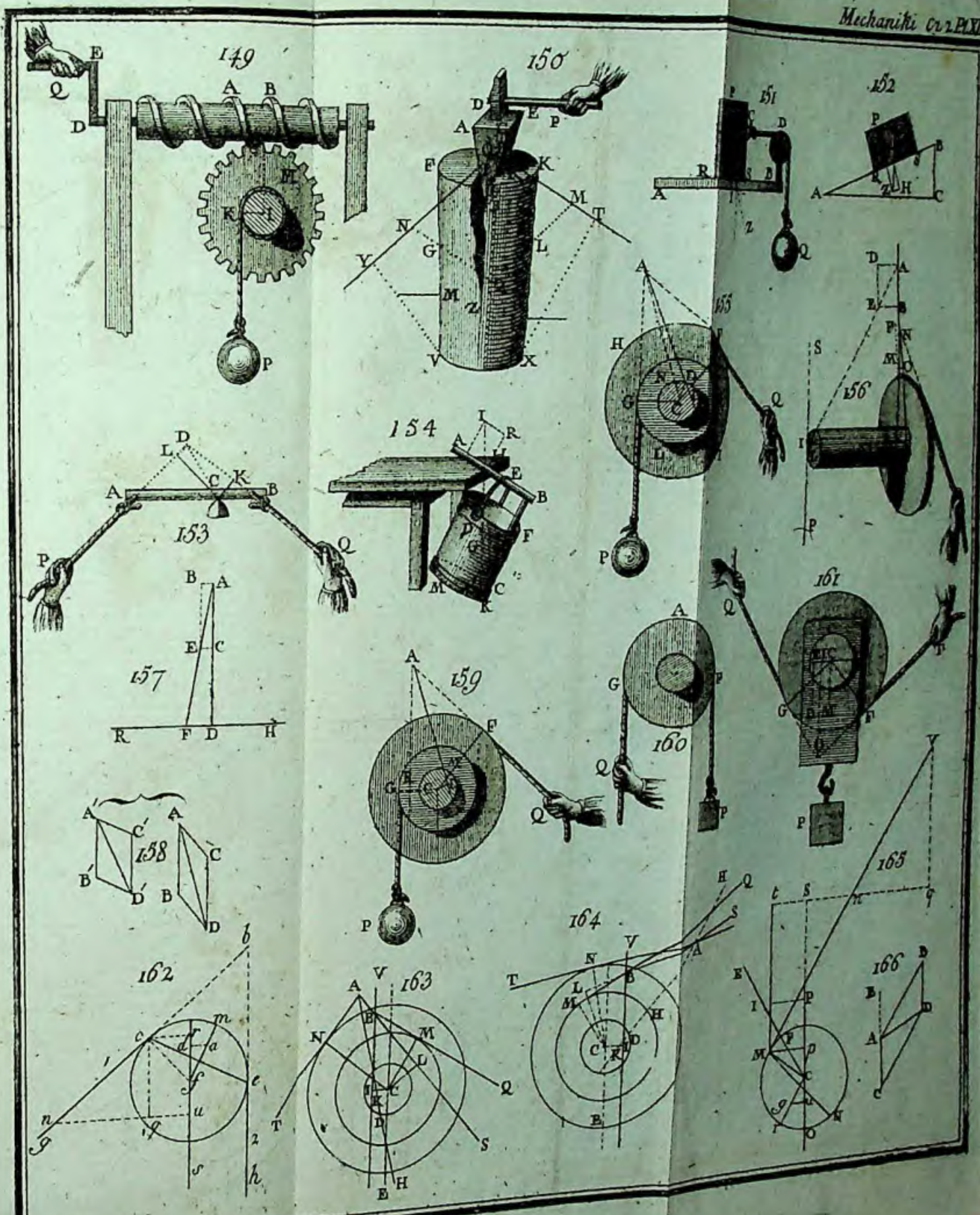


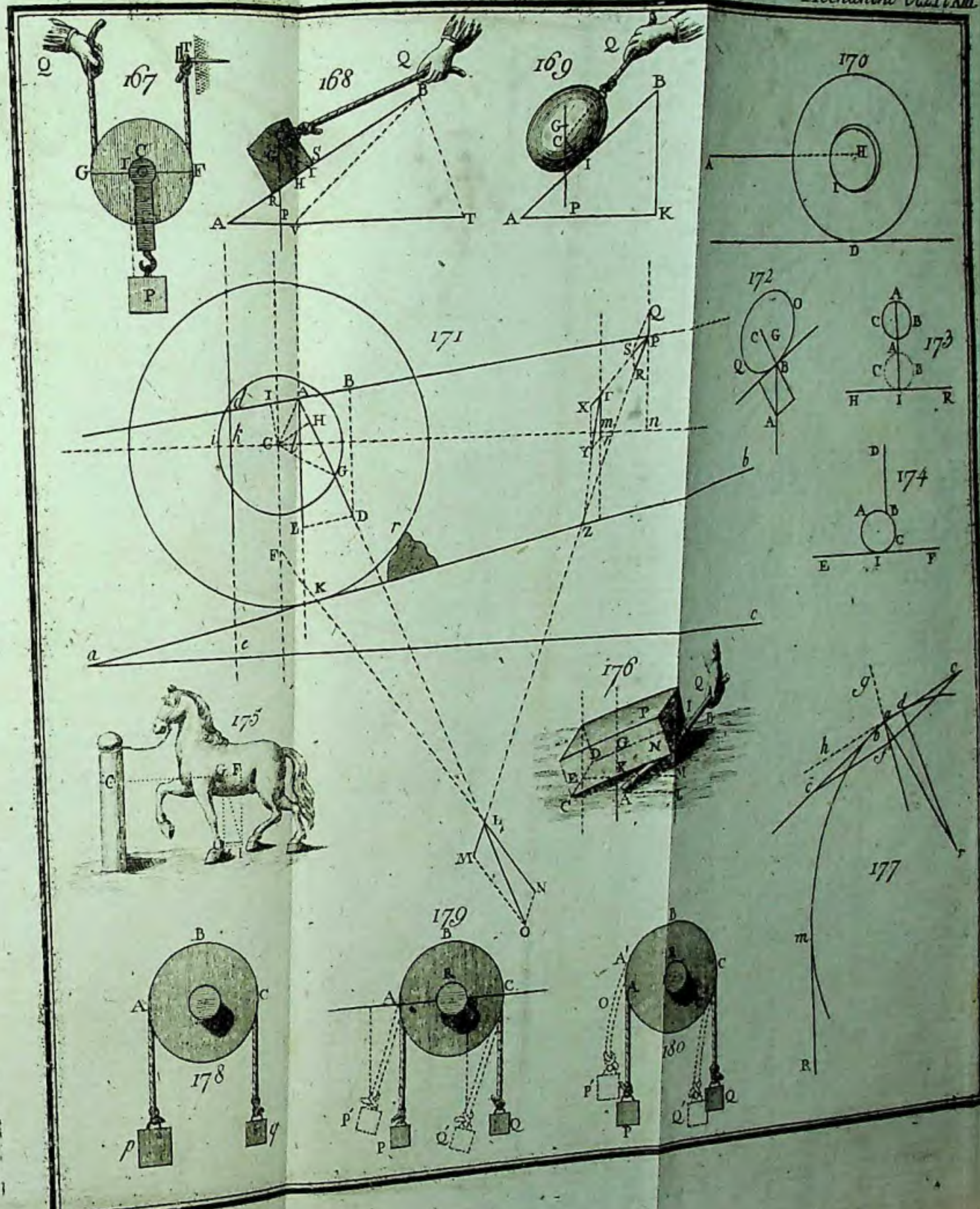
Mechaniki cz. 2 Pl. IX.




122
123
124
125
126
127
128
129
130


131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148


149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166


167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180